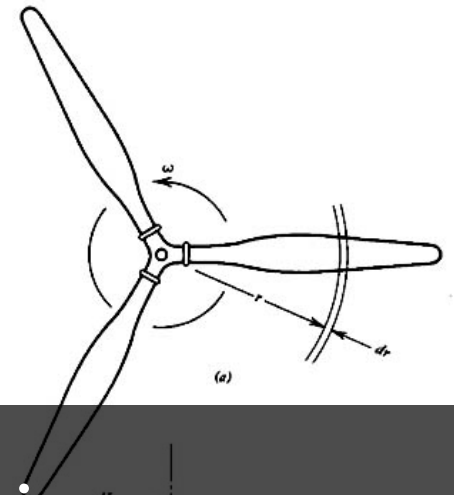
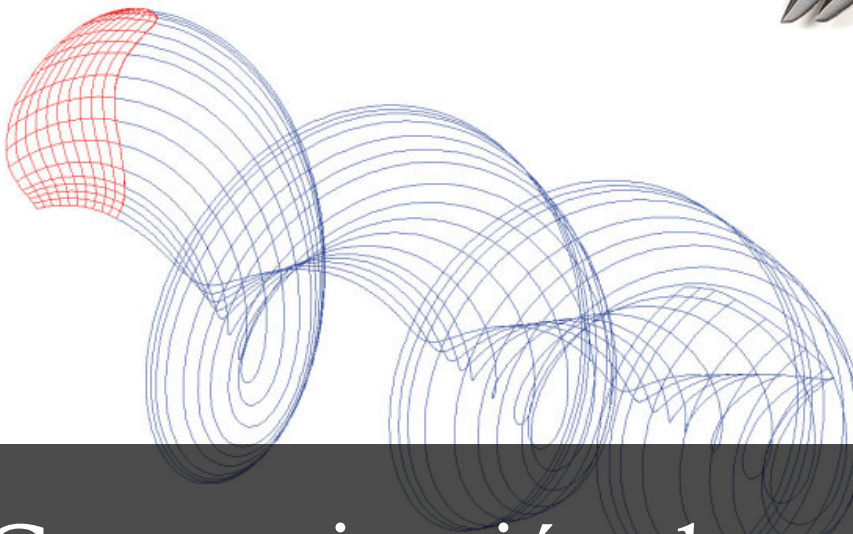




# Caracterización de un sistema de propulsión por hélice con motor eléctrico



Alberto García Martínez  
Proyecto fin de carrera

Departamento de Ingeniería Aeroespacial y Mecánica de Fluidos  
Escuela Técnica Superior de Ingenieros

## **Agradecimientos**

La entrega de este proyecto marca el final de la etapa más importante de mi vida, por lo que quisiera agradecer a todos y cada uno de las personas que han compartido el viaje conmigo.

La consecución de este proyecto no habría sido posible sin la ayuda de un gran grupo de personas. Empezando por mi tutor, Sergio Esteban, ha sido todo un privilegio poder contar con su ayuda. Gracias a la confianza depositada en mi y sus inagotables ánimos no tiré la toalla con este proyecto. No me olvido de Fran Gavilán, cuyo interés y dedicación ha sido conseguido transformar una caja de madera en una bancada. A Antonio Franco y Alfonso Valenzuela, su total disposición y paciencia a la hora de discutir los modelos teóricos de la planta propulsora ha sido clave para entenderlos. El trabajo en el laboratorio habría acabado en un completo desastre de no haber sido por la experiencia y atención proporcionadas por Manuel González y José Tejada. A Vicente Payo, cuya destreza con la electrónica ha hecho posible el funcionamiento de la bancada. Y a Benjamin Elliott, sin el cual no podríamos haber realizado los ensayos en el túnel de viento.

A todos mis compañeros de fatiga en la escuela, Jesús, Juane, Ana, Pablo, Maite, Francis, Carolina y un largo etcétera. Las largas horas de estudio no habrían sido soportables sin ellos a mi lado. Y qué decir de Hugo, compañero en tantos trabajos que ya he perdido la cuenta. Trabajar con el siempre es un placer, un trabajador nato pero sobretudoo un gran amigo.

Para acabar he dejado a las personas sin las cuales no estaría donde estoy hoy. Mi familia, pilar en el que me apoyo cada día desde que me levanto hasta que me acuesto. Todo lo que soy se lo debo a ellos. Mi padre, que me ha prestado su ayuda en incontables ocasiones. Mi madre, que siempre ha sabido inculcarme el valor para seguir en los momentos difíciles. Mis hermanas, sufridoras constantes de tenerme a su lado. Y mis abuelos, siempre convencidos de que sería capaz de hacer lo que me propusiera sin dudar ni un segundo. Nunca seré capaz de expresar todo lo que su apoyo significa para mi. Muchísimas gracias.



## Índice

|                                                                                     |            |
|-------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| Agradecimientos.....                                                                | 2          |
| <b>1 Introducción.....</b>                                                          | <b>4</b>   |
| <b>2 Modelado de la planta motora.....</b>                                          | <b>8</b>   |
| 2.1 Elección de la planta motora .....                                              | 8          |
| 2.2 Desarrollo teórico .....                                                        | 11         |
| 2.2.1 First-Order DC Electric Model Motor.....                                      | 11         |
| 2.2.2 Second-Order DC Electric Model Motor.....                                     | 12         |
| 2.2.3 Permanent-magnet and brushless DC motors .....                                | 15         |
| 2.3 Caracterización modelo teórico .....                                            | 17         |
| 2.3.1 Procedimiento para la obtención de las constantes del motor .....             | 17         |
| 2.3.1.1 First-Order DC Electric Model Motor.....                                    | 17         |
| 2.3.1.2 Second-Order DC Electric Model Motor.....                                   | 18         |
| 2.3.1.3 Permanent-magnet and brushless DC motors .....                              | 19         |
| 2.3.2 Experimentación en banco y obtención de los parámetros del motor.....         | 19         |
| <b>3 Modelado planta propulsora .....</b>                                           | <b>23</b>  |
| 3.1 Desarrollo teórico .....                                                        | 23         |
| 3.1.1 Modelo simplificado con ángulo pequeño .....                                  | 29         |
| 3.1.2 Modelo completo hélice.....                                                   | 32         |
| 3.1.3 Inclusión de modelado de pérdida de punta de pala de Prandtl .....            | 35         |
| 3.2 Validación modelo teórico .....                                                 | 38         |
| 3.2.1 Procedimiento para validar modelo teórico.....                                | 38         |
| 3.2.1.1. Ángulo de ataque .....                                                     | 38         |
| 3.2.1.2. Número de Reynolds.....                                                    | 38         |
| 3.2.1.3. Elección del modelo de resistencia .....                                   | 39         |
| 3.2.2 Utilización datos experimentales bibliográficos .....                         | 39         |
| 3.2.2.1 NACA Report 640 .....                                                       | 39         |
| 3.2.2.1 NACA Report 378 .....                                                       | 55         |
| 3.2.3 Selección del modelo teórico .....                                            | 70         |
| <b>4 Experimentación en bancada para hélice APC 22x10E.....</b>                     | <b>74</b>  |
| 4.1 Caracterización hélice APC 22x10 .....                                          | 74         |
| 4.1.1 Geometría de la hélice APC 22x10 .....                                        | 74         |
| 4.1.2 Medidas dinámicas en túnel de viento para hélice APC 22x10 (Fuente: APC)..... | 77         |
| 4.2 Caracterización hélice APC 22x10E .....                                         | 87         |
| 4.1.1 Geometría de la hélice APC 22x10E.....                                        | 87         |
| 4.1.3 Estimaciones para hélice APC 22x10E .....                                     | 89         |
| 4.1.3 Medidas en banco para hélice APC 22x10E .....                                 | 91         |
| 4.1.3 Medidas dinámicas en túnel de viento para hélice APC 22x10E.....              | 94         |
| 4.1.3.1 Caracterización de la resistencia de la bancada en túnel de viento .....    | 95         |
| 4.1.3.2 Caracterización de la hélice APC 22x10E en túnel de viento.....             | 95         |
| <b>5 Conclusiones .....</b>                                                         | <b>100</b> |
| <b>6 Referencias .....</b>                                                          | <b>104</b> |
| Figuras.....                                                                        | 104        |
| Tablas.....                                                                         | 105        |
| <b>7 Bibliografía .....</b>                                                         | <b>106</b> |
| <b>Anexo .....</b>                                                                  | <b>107</b> |

# 1 Introducción

---

El objetivo de este proyecto es el modelado de la planta propulsora del avión no tripulado Céfiro 2. Dicha tarea engloba tanto el motor eléctrico como la hélice acoplada a su eje. Con los cálculos realizados se pretende obtener una aproximación lo mas fidedigna posible a la realidad, pues la intención final es proporcionar una herramienta de cálculo numérico que provea de información detallada que haga innecesaria la utilización de ensayos en túnel de viento.

El Céfiro original es propulsado mediante un motor de combustión mientras que el nuevo modelo se va a realizar con propulsión eléctrica. Las razones que motivan dicha conversión son las siguientes:

- Proporcionar de masa constante a la aeronave, con lo cual se facilitan los ensayos en vuelo.
- Permitir el ensayo del motor en túnel de viento ya que el motor eléctrico es muy limpio.
- Reducir las vibraciones que produce la planta propulsora con motor alternativo.
- Aprovechar las ventajas de la propulsión eléctrica para la medición de la potencia consumida, con lo que se pueden estudiar las actuaciones integrales con gran precisión.



Figura 1 Motor alternativo Céfiro

La importancia de obtener instrumentos de cálculo que sustituyan a ensayos radica en la simplicidad y ahorro de recursos, ya que la utilización de túneles de viento no está al alcance de todos. También es remarcable la rapidez de obtención de datos razonables con métodos numéricos, lo cual repercute en una mayor agilidad en términos de decisiones y un mayor rango de posibilidades en el ensayo de distintas hélices. El impacto económico también es significativo pues no son necesarios los

instrumentos que se prueban, así como tampoco se necesita todo lo que conlleva un ensayo en túnel de viento.

El análisis de la planta propulsora consta de dos partes diferenciadas cuyo estudio se abordará de forma separada aunque posteriormente se relacionarán. El estudio por tanto se divide en planta motora, formada por el motor eléctrico, y en planta propulsora, constituida por la hélice acoplada a éste.

El motor eléctrico es el encargado de proporcionar la potencia necesaria a la hélice a través de la rotación de su eje. Las características de dicho motor deben ser cuidadosamente elegidas, ya que será el encargado de proporcionar la potencia para las distintas condiciones de vuelo. Por ello, el RFP (Request For Proposal) de la aeronave debe conocerse con anterioridad pues un mal modelado de las necesidades del motor eléctrico pueden llevar a una posible falta de potencia que haga imposible el cumplimiento de la misión. Por su parte, el motor eléctrico obtiene la energía de baterías, las cuales también deben ser elegidas razonadamente para poder satisfacer las necesidades de potencia de la aeronave. El motor eléctrico que utiliza el nuevo modelo del Céfiro es el AXI 5345/16 cuya elección razonada es discutida en (Fernandez Lucena 2010).

El modelado de la planta motora se realizará en base a tres modelos distintos, diferenciados según la complejidad de los ensayos necesarios para caracterizar los parámetros necesarios del modelo. Se desarrollarán teóricamente los tres, tras lo cual se obtendrán las variables necesarias para su uso mediante ensayos en banco del motor eléctrico.

La planta propulsora está constituida por una hélice 22x10 de dos palas y paso fijo. Ésta se encarga de proporcionar a la aeronave el empuje necesario para realizar las misiones que se le requieran. La elección de la planta propulsora viene determinada por el estudio de las actuaciones del Céfiro, siendo el tramo de diseño el ascenso. El análisis completo de las actuaciones está recogido en (Ventura Samblás 2010).

Una hélice es un elemento complejo formado por perfiles aerodinámicos distribuidos a lo largo de la pala con un espesor y torsión específicos. Al girar, se produce un entorno fluido complejo en los alrededores del disco, en el que ciertas partes de la pala se encuentran en pérdida. Debido a dicha distribución de velocidades en el campo fluido alrededor de la hélice, el estudio de las características aerodinámicas de dicho elemento no son triviales y es necesario el uso de métodos numéricos.

Para abordar la caracterización del entorno fluido de la hélice y proveer estimaciones de tracción y potencia se han utilizado dos métodos con distinto grado de complejidad y profundidad. En ambos casos se ha partido de la aplicación de conceptos generales de conservación de energía y cantidad de movimiento. La diferencia principal entre los dos métodos es la inclusión o no de la hipótesis de que la velocidad tangencial es mucho mayor que la velocidad perpendicular al plano del rotor. Si se realiza dicha simplificación, se obtienen las ecuaciones generales que suelen utilizarse en la teoría de helicópteros, es decir, con rotores de gran diámetro. Sin embargo, dado que la hélice que nos ocupa tiene 22' de diámetro, se han obtenido las ecuaciones sin tener en cuenta dicha hipótesis. El modelo para la

caracterización de las actuaciones de la hélice con hipótesis simplificadoras se ha obtenido de (López García and Valenzuela Romero 2010) mientras que el modelo general ha sido consultado en (Franco Espin 2010). También se ha ponderado la influencia de la pérdida en punta de pala debida al aumento de la velocidad inducida en dicha zona. Dado que no existe una formulación específica para modelar la pérdida de punta de pala para hélices, se ha utilizado la teoría de Prandtl para pérdidas de punta de pala que se utiliza en palas de gran alargamiento. Dichos resultados se han extendido a hélices por lo que la validez de los resultados debe ser tomada con cautela.

La validación de los desarrollos teóricos se ha realizado en base a distintas fuentes de datos experimentales. La primera son informes de ensayos en túnel de viento de dos hélices diferentes con un mismo perfil aerodinámico (Clark-Y) a lo largo de la pala (Stickle and Crigler 1940) y (Freeman 1930). Conocido el perfil de la pala, se han utilizado los datos de resistencia experimentales para Clark-Y recogidos en (Silverstein 1934). Conocidas las características físicas de las hélices utilizadas, se han simulado numéricamente las condiciones de los ensayos contenidos en los NACA Reports mencionados. Las estimaciones obtenidas a partir de los modelos teóricos se han comparado con las curvas digitalizadas de los informes.

Con motivo de que las validaciones anteriores se realizan sobre hélices diferentes a la que realmente es objeto de estudio en este proyecto, se han efectuado nuevas validaciones. Dicho proceso consta de un análisis de los datos proporcionados por el proveedor de la hélice (APC) y del ensayo en túnel de viento de la hélice en estudio. Los datos que APC suministra son referentes a las actuaciones de la hélice 22x10 que se utiliza con motores alternativos. Dicha hélice tiene una distribución mayor de cuerda en el encastre para proporcionar estabilidad frente a las vibraciones del motor. La hélice 22x10E que portará el Céfire 2 es específica para motores eléctricos, con un encastre más estrecho. Las diferencias entre ambas se muestran en la figura 2. Para poder comparar las estimaciones de los modelos con los resultados del túnel de viento se ha modelado la hélice 22x10E.

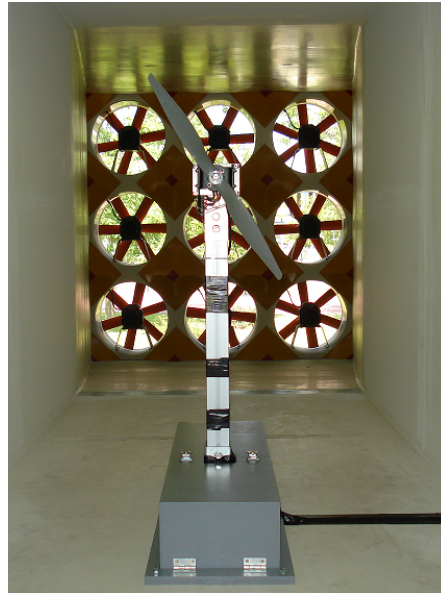


**Figura 2 Hélice APC 22x10 vs hélice APC 22x10E**

Por último, se ha hecho uso de las ventajas de utilizar motor eléctrico, ya que se han realizado ensayos en túnel de viento. Para ello se ha utilizado una bancada universal a la que se ha fijado la hélice 22x10E y se ha diseñado un ensayo para caracterizar la mayor cantidad de condiciones de vuelo posibles. Una vez obtenidos los datos se han analizado las diferencias entre los datos experimentales y teóricos. El principal objetivo es la identificación de las causas de los desajustes entre ambos resultados, siendo el más problemático el modelado de la resistencia de la pala. Ello es debido a que, como se comentó anteriormente, solo se tienen modelos experimentales de la resistencia para perfiles Clark-Y. Como la hélice 22x10E



presenta un perfil diferente, es de esperar que dichos datos no sean válidos para este caso. Ello provoca que deban obtenerse modelos de resistencia alternativos de forma teórica, cuya validez deberá ser comprobada. En este proyecto se ha utilizado el programa Xfoil para la obtención tanto de los modelos de resistencia como para los de sustentación en aquellas secciones de la pala donde no se tienen datos experimentales.



**Figura 3** Ensayo en túnel de viento de la hélice APC 22x10E

## 2 Modelado de la planta motora

Desde el punto de vista práctico es necesario caracterizar la planta motora, ya que permite obtener estimaciones de sus prestaciones. Ello es importante pues permite conocer el rendimiento de la planta motora, el cual es necesario para obtener el rendimiento motor del conjunto motor-hélice. En este apartado se discute la elección de la planta motora en base a razonamientos de actuaciones del Céfiro. Posteriormente se proponen tres modelos diferentes para la caracterización del motor elegido, así como los ensayos necesarios para la obtención del modelo. En último lugar se recogen los resultados de la experimentación en banco del motor, en el cual se define la intensidad y las potencia consumida en función de las revoluciones del eje sin carga y con carga.

### 2.1 Elección de la planta motora

La elección del motor eléctrico es una decisión muy importante pues determina junto con la hélice las actuaciones que va a poder realizar la aeronave. Para seleccionarlo es necesario realizar fijar una relación  $potencia_{max}/masa$ ,  $P_{kg}$ , para que el Céfiro sea capaz de realizar la maniobra limitante de diseño. Dicho valor se ha fijado en 120 W/kg, que es el necesario para poder ascender con un margen suficiente de potencia disponible (Ventura Samblás 2010). A partir de dicho valor, se han obtenido la potencia instalada necesaria (Fernandez Lucena 2010). Fijando una masa típica del Céfiro de 25kg.

$$P_{kg} = \frac{P_{instalada}}{m_{avión}}$$

$$P_{instalada} = P_{kg} \cdot m_{avión} = 120 \cdot 25 = 3000W$$

La planta motora de la que se quiere dotar al Céfiro es un motor de corriente continua sin escobillas. En la actualidad este tipo de motores han sustituido casi por completo a los motores tradicionales con escobillas debido a su mayor eficacia y fiabilidad y menor ruido. Para poder funcionar, los motores sin escobillas necesitan de electrónica de control, que en este caso se realizará con un variador. Éste se encarga de controlar el voltaje que se suministra al motor proveniente de las baterías mediante modulación PWM, que modifica el ancho de pulso del voltaje.

Atendiendo a los argumentos anteriores, el motor elegido es un AXI 5345/16 (figura 4). Las características proporcionadas por el fabricante se recogen en la tabla 1.



Figura 4 Motor eléctrico AXI 5345/16

| Especificaciones del motor AXI 5345/16                  |                 |
|---------------------------------------------------------|-----------------|
| Constante de velocidad                                  | 195 rpm/V       |
| Voltaje de alimentación                                 | 26,4 – 44,4V    |
| Eficiencia máxima, $\eta_{max}$                         | 94%             |
| Intensidad máxima                                       | 90A durante 20s |
| Intervalo de intensidades con eficiencia superior a 84% | 30 – 75A        |
| Resistencia interna                                     | 34 m $\Omega$   |
| Peso                                                    | 895g            |
| Diámetro                                                | 8mm             |
| Corriente sin carga                                     | 2,1A            |

Tabla 1 Especificaciones del motor AXI 5345/16

La configuración con la que se utilizará el motor será la frontal. Ésta se muestra en la figura 5.

### AXI 53XX + front prop holder

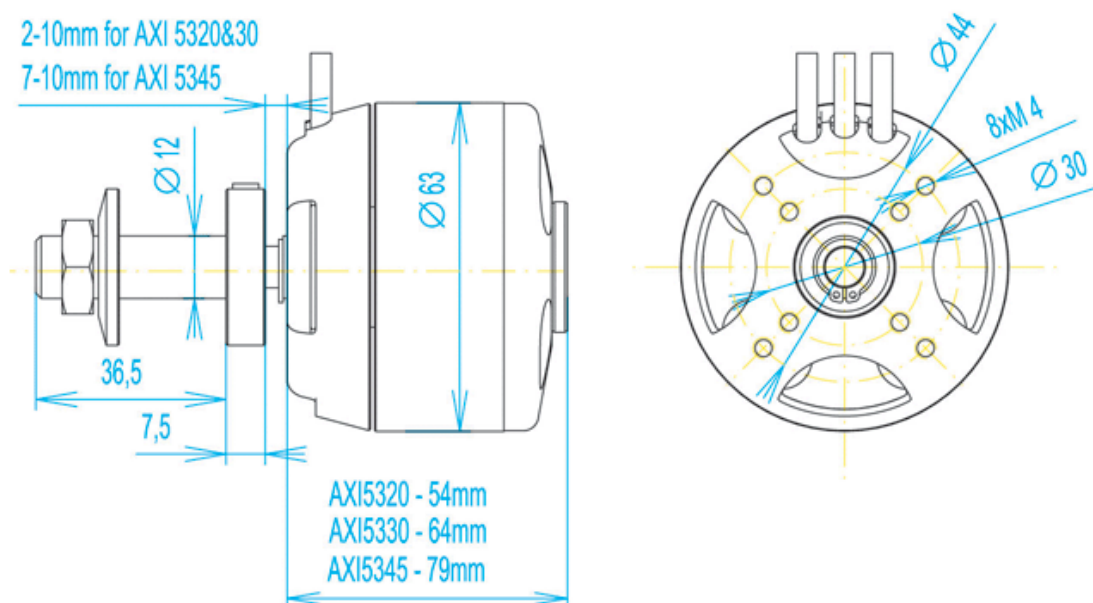


Figura 5 Geometría del motor en configuración frontal

Para asegurar que el motor cumple con el requisito de potencia antes descrito, se comprueba la potencia que genera en el eje. Si se alimenta con una batería de polímero de litio (LiPo) de 12 elementos, de voltaje medio por elemento de 3.3V, y se supone la eficiencia del motor proporcionada por el fabricante  $\eta = 84\%$ , la potencia que proporciona el motor en el eje es la siguiente:

$$P_{instalada} = U \cdot I_{max} \cdot \eta = 12 \cdot 3,3 \cdot 90 \cdot 0,84 = 2993,76W \approx 3000W$$

El variador adecuado para el motor AXI 5345 es el Jeti Spin 99 Opto, de la casa Jeti. Este variador es de gran calidad y es programable con una caja de programación, la JetiBox. Entre sus características, el variador permite dos modos de funcionamiento, controlar las revoluciones mediante la variación del ancho pulso de voltaje, o mantener revoluciones constantes variando automáticamente el pulso en función de la carga.



Figura 6 Variador Jeti Spin99 Opto

## 2.2 Desarrollo teórico

Para el modelado del motor se posee un abanico de tres posibilidades, las cuales se desarrollan a continuación. Los dos primeros modelos han sido creados por el MIT y necesitan de la medida de tres variables, mientras que el tercer modelo es más simple y solo necesita de dos medidas.

### 2.2.1 First-Order DC Electric Model Motor

El comportamiento de un motor eléctrico DC se puede describir utilizando el siguiente circuito equivalente. (Drela, First-Order DC Electric Motor Model 2007)

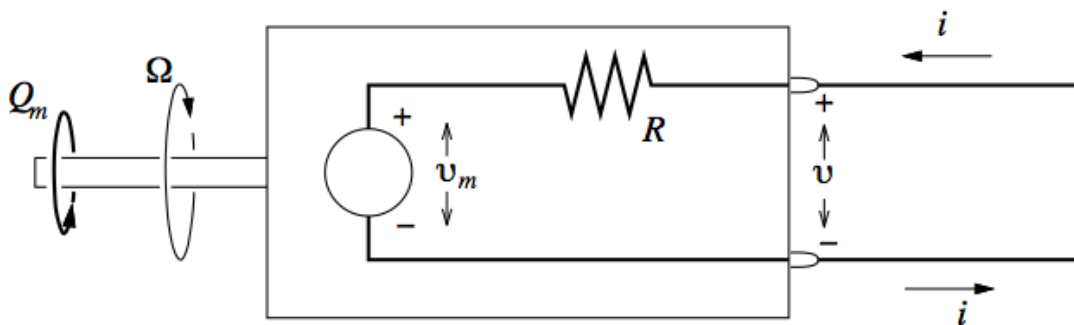


Figura 7 Modelo First-Order DC Electric Model Motor (MIT)

La nomenclatura utilizada será la siguiente,

|                    |                 |               |                     |
|--------------------|-----------------|---------------|---------------------|
| $\Omega$           | rotation rate   | $v$           | terminal voltage    |
| $Q_m$              | torque          | $\mathcal{R}$ | resistance          |
| $P_{\text{shaft}}$ | shaft power     | $i$           | current             |
| $\eta_m$           | efficiency      | $i_o$         | zero-torque current |
| $K_v$              | speed constant  |               |                     |
| $K_Q$              | torque constant |               |                     |

Para resolver el circuito es necesario definir los modelos de resistencia, par y voltaje.

#### 1) Modelo de resistencia

Se asume que la resistencia del motor  $R$  es constante.

#### 2) Modelo de par

El par  $Q_m$  se asume proporcional a la intensidad  $i$  e inversamente proporcional a la constante de par  $K_Q$ , menos una intensidad  $i_o$  proveniente de la fricción.

$$Q_m(i) = (i - i_o)/K_Q$$



### 3) Modelo de voltaje

El voltaje interior  $v_m$  se asume proporcional a la velocidad de giro  $\Omega$  dividido por la constante de velocidad del motor  $K_v$ .

$$v_m(\Omega) = \frac{\Omega}{K_v}$$

Con las definiciones anteriores se puede obtener el voltaje terminal del motor sin más que aplicar equilibrio en la malla,

$$v(i, \Omega) = v_m(\Omega) + iR = \Omega/K_v + iR$$

El siguiente paso es manipular las ecuaciones anteriores para obtener el par, potencia y eficiencia del motor como funciones de la velocidad de giro del motor y el voltaje terminal. La intensidad se puede despejar de la expresión anterior y queda,

$$i(\Omega, v) = \frac{(v - \Omega/K_v)}{R}$$

Las variables restantes se muestran a continuación,

$$Q_m(\Omega, v) = (i(\Omega, v) - i_0) \frac{1}{K_Q} = \left( \left( v - \frac{\Omega}{K_v} \right) \frac{1}{R} - i_0 \right) \frac{1}{K_Q}$$

$$P_{shaft}(\Omega, v) = Q_m \Omega$$

$$\eta_m(\Omega, v) = \frac{P_{shaft}(\Omega, v)}{iv} = \left( 1 - \frac{i_0}{i} \right) \frac{K_v}{K_Q} \frac{1}{1 + iR K_v/\Omega}$$

Tal y como se pretendía se ha obtenido el par, la potencia y la eficiencia del motor como función de las dos variables principales del motor, la velocidad de giro y el voltaje a su entrada. Una vez que se hayan caracterizado las constantes mediante experimentación del motor se tendrá el modelo completado.

### 2.2.2 Second-Order DC Electric Model Motor

Al igual que con el método de primer orden se plantea el circuito equivalente para el motor eléctrico DC. (Drela, Second-Order DC Electric Motor Model n.d.)

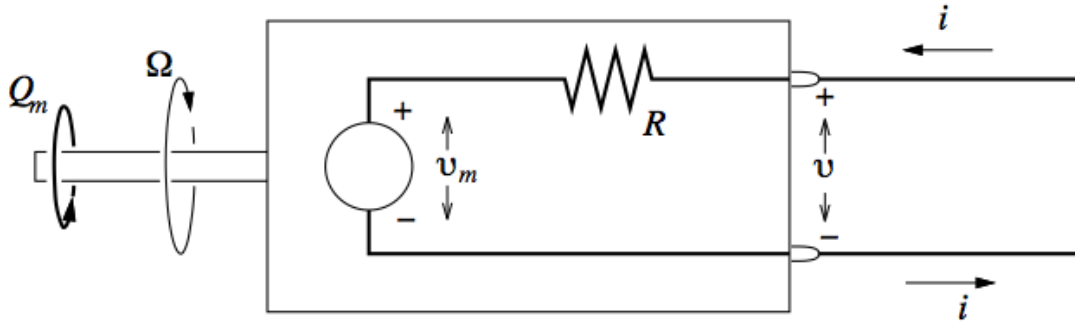


Figura 8 Modelo First-Order DC Electric Model Motor (MIT)

La nomenclatura utilizada es la siguiente:

|                    |                 |               |                          |
|--------------------|-----------------|---------------|--------------------------|
| $\Omega$           | rotation rate   | $v$           | terminal voltage         |
| $Q_m$              | torque          | $\mathcal{R}$ | resistance               |
| $P_{\text{shaft}}$ | shaft power     | $i$           | current                  |
| $\eta_m$           | efficiency      | $i_o$         | zero-torque current      |
| $K_v$              | speed constant  | $\tau$        | torque lag time constant |
| $K_Q$              | torque constant | $T$           | temperature of windings  |

Para resolver el circuito es necesario definir los modelos de resistencia, par y voltaje.

#### 1) Modelo de resistencia

Se asume que la resistencia depende casi linealmente de la temperatura del devanado.

$$R = R_0(1 + \alpha\Delta T)$$

donde  $R_0$  es la resistencia a una temperatura de referencia,  $\Delta T$  es el incremento de temperatura con respecto a la de referencia y  $\alpha$  es el incremento diferencial de la resistividad con la temperatura.

Si se asume equilibrio térmico y que  $\Delta T$  es proporcional a la carga calorífica óhmica se puede expresar  $R$  como sigue.

$$R(i) = R_0 + R_2 i^2$$

$$R_2 = R_0 \alpha \Delta T_{\text{max}} / i_{\text{max}}^2$$

donde  $\Delta T_{\text{max}}$  es incremento de temperatura correspondiente a la máxima intensidad  $i_{\text{max}}$ .

#### 2) Modelo de par

El par  $Q_m$  se asume proporcional a la intensidad  $i$  e inversamente proporcional a la constante de par  $K_Q$ , menos una intensidad  $i_o$  proveniente de la fricción.

$$Q_m(i, \Omega) = (i - i_o)/K_Q$$

$$i_o(\Omega) = i_{o_0} + i_{o_1}\Omega + i_{o_2}\Omega^2$$

donde el coeficiente  $i_{o_0}$  captura el efecto de la fricción de los cepillos (si hay) y los cojinetes,  $i_{o_1}$  refleja la resistencia del flujo de aire laminar y  $i_{o_2}$  muestra la resistencia debida al flujo turbulento de aire en el rotor.

### 3) Modelo de voltaje

El voltaje interior  $v_m$  se asume casi proporcional a la velocidad de giro  $\Omega$  dividido por la constante de velocidad del motor  $K_v$ .

$$v_m(\Omega) = (1 + \tau\Omega)\Omega/K_v$$

El término cuadrático adicional, escalado por la constante de tiempo  $\tau$ , representa los retrasos magnéticos en el motor.

Con las definiciones anteriores se puede obtener el voltaje terminal del motor sin más que aplicar equilibrio en la malla,

$$v(i, \Omega) = v_m(\Omega) + iR(i)$$

Manipulando las ecuaciones de los modelos anteriores se puede el par, la potencia y la eficiencia del motor como funciones de la velocidad del motor y del voltaje terminal. En primer lugar se obtiene la intensidad, ya que será necesaria para las demás relaciones.

$$i(\Omega, v) = \left( v - \frac{(1 + \tau\Omega)\Omega}{K_v} \right) \frac{1}{R(i)}$$

Como se observa, en la ecuación de la intensidad aparece la resistencia, que también es función de la intensidad. En este caso se aprecia la importancia de obtener un modelo de resistencia adecuado. Al margen de cómo se calcule  $i(\Omega, v)$ , las variables importantes del motor se muestran a continuación.

$$Q_m(\Omega, v) = (i(\Omega, v) - i_o(\Omega)) \frac{1}{K_Q}$$

$$P_{shaft}(\Omega, v) = Q_m \Omega$$

$$\eta_m(\Omega, v) = \frac{P_{shaft}(\Omega, v)}{iv} = \left( 1 - \frac{i_o(i)}{i} \right) \frac{K_v}{K_Q} \frac{1}{1 + \tau\Omega + iR K_v/\Omega}$$

### 2.2.3 Permanent-magnet and brushless DC motors

Un modelo alternativo a los dos anteriores se encuentra en (Kenjo and Naganni n.d.) y se diferencia de los anteriores en que, aunque son necesarios también tres valores para la caracterización, solo son necesarias dos medidas experimentales ya que el tercero lo proporciona el fabricante. Con ello se simplifica el proceso de caracterización manteniendo el nivel de precisión de las estimaciones de los modelos anteriores.

El circuito equivalente para el motor es el siguiente.

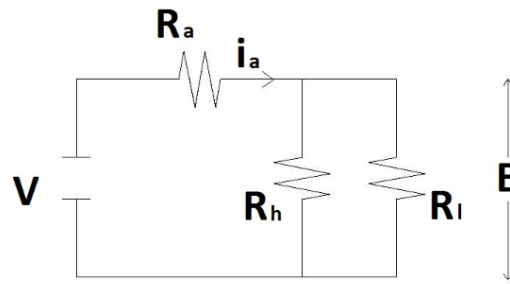


Figura 9 Modelo Motor brushless T.Kenjo y S. Naganni

La nomenclatura utilizada es la siguiente.

|             |                           |            |                                    |
|-------------|---------------------------|------------|------------------------------------|
| $R_l$ :     | resistencia de la carga   | $i_a$ :    | intensidad de entrada              |
| $R_a$ :     | resistencia interna 1     | $V$ :      | voltaje a la entrada               |
| $R_h$ :     | resistencia interna 2     | $E$ :      | voltaje a la salida                |
| $P_{in}$ :  | potencia entrada          | $\eta_M$ : | eficiencia del motor               |
| $P_{out}$ : | potencia salida           | $k$ :      | constante relativa al giro del eje |
| $\Omega$ :  | velocidad angular del eje |            |                                    |

El voltaje a la salida del motor se relaciona con el giro del eje mediante al siguiente relación.

$$E = k\Omega$$

Resolviendo el circuito equivalente se obtienen las expresiones de las potencias de entrada y salida.

$$P_{out} = E i_a - \frac{E^2}{R_h} = E \frac{V - E}{R_a} - \frac{E^2}{R_h}$$

$$P_{in} = V i_a = V \frac{V - E}{R_a}$$

Utilizando la definición de eficiencia se obtiene su expresión en función del voltaje de entrada y el giro del eje.

$$\eta_M = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{E \frac{V-E}{R_a} - \frac{E^2}{R_h}}{V \frac{V-E}{R_a}} = \frac{E}{V} - \frac{R_a}{R_h} \frac{E^2}{V(V-E)} = \frac{k\Omega}{V} - \frac{R_a}{R_h} \frac{(k\Omega)^2}{V(V-k\Omega)}$$

Como se comentó anteriormente, para definir el modelo es necesario obtener las resistencias  $R_a$  y  $R_h$ , así como la constante  $k$ . Las dos primeras se caracterizan mediante experimentos con el motor mientras que la constante  $k$  la proporciona el fabricante.

Puede ser interesante expresar la relación anterior en función de la potencia de entrada y la velocidad de giro del eje, tal y como se realizó en los dos modelos anteriores (MIT). Para ello se va a obtener el voltaje a la entrada como función de dichas variables.

$$P_{in} = i_a^2 R_a + i_a E = i_a^2 R_a + k\Omega V$$

$$P_{in} = V i_a = V \frac{V-E}{R_a}$$

Igualando ambas expresiones y resolviendo la ecuación de segundo grado se obtiene una expresión de  $i_a(P_{in}, \Omega)$ .

$$i_a = \frac{-\frac{k\Omega}{R_a} + \sqrt{\frac{k\Omega^2}{R_a} + 4 \frac{P_{in}}{R_a}}}{2}$$

Con  $i_a(P_{in}, \Omega)$  y haciendo uso de la definición de potencia a la entrada se obtiene el voltaje como función de la potencia y la velocidad de giro del eje, por lo que puede sustituirse en la ecuación anterior de la eficiencia.

$$V(P_{in}, \Omega) = \frac{P_{in}}{i_a}$$

$$\eta_M(P_{in}, \Omega) = \frac{\frac{k\Omega}{V} - \frac{R_a}{R_h} \frac{(k\Omega)^2}{V(V-k\Omega)}}{\frac{-\frac{k\Omega}{R_a} + \sqrt{\frac{k\Omega^2}{R_a} + 4 \frac{P_{in}}{R_a}}}{2}} = \frac{R_h}{R_a} \frac{(k\Omega)^2}{\left( \frac{P_{in}}{\frac{-\frac{k\Omega}{R_a} + \sqrt{\frac{k\Omega^2}{R_a} + 4 \frac{P_{in}}{R_a}}}{2}} - k\Omega \right)}$$

## 2.3 Caracterización modelo teórico

Planteados los modelos para la caracterización del motor eléctrico se pasa ahora a comentar los pasos a realizar para obtener los parámetros necesarios. En función del modelo se necesitan experimentos diferentes, por lo que se tratarán por separado.

### 2.3.1 Procedimiento para la obtención de las constantes del motor

#### 2.3.1.1 First-Order DC Electric Model Motor

Es necesario obtener las siguientes constantes del motor,  $R$ ,  $i_o$ ,  $K_v$  y  $K_Q$ .

##### 1) Resistencia del motor

Puede ser obtenida utilizando directamente un ohmímetro o de forma indirecta utilizando la ley de Ohm.

$$R = \frac{v}{i}$$

##### 2) Intensidad sin carga

Para obtener  $i_o$  se aplica un voltaje  $v$  y se deja que el eje gire libremente a unas revoluciones (RPM) similares a las de operación del motor. La intensidad medida es la intensidad sin carga (Zero-load current)

##### 3) Constante asociada a la velocidad

Conocida la resistencia  $R$  y la intensidad de carga nula  $i_o$ , se obtiene el voltaje  $v_m$  a partir del ensayo sin carga.

$$v_m = v - i_o R$$

La constante asociada a la velocidad se obtiene utilizando la siguiente relación,

$$K_v = \frac{\Omega}{v_m}$$

##### 4) Constante de par

Se asume que es igual a la constante asociada al tiempo.

$$K_Q = K_v$$



### 2.3.1.2 Second-Order DC Electric Model Motor

Es necesario obtener las siguientes constantes del motor,  $R_0$ ,  $R_2$ ,  $i_{o0}$ ,  $i_{o1}$ ,  $i_{o2}$ ,  $\tau$ ,  $K_v$  y  $K_Q$ .

#### 1) Resistencia del motor

Puede ser obtenida utilizando directamente un ohmímetro o de forma indirecta utilizando la ley de Ohm.

$$R = \frac{v}{i}$$

Realizando un ajuste polinómico de segundo orden se obtiene  $R_0$  y  $R_2$ .

#### 2) Intensidad sin carga

Para obtener  $i_o$  se aplica un voltaje  $v$  y se deja que el eje gire libremente y se obtiene la intensidad y las revoluciones (rpm). El ajuste polinómico de segundo orden de la intensidad proporciona los coeficientes  $i_{o0}$ ,  $i_{o1}$  y  $i_{o2}$  de la intensidad sin carga (Zero-load current).

#### 3) Constante asociada a la velocidad

Conocida la resistencia  $R$  y la intensidad de carga nula  $i_o$ , se obtiene el voltaje  $v_m$  a partir del ensayo sin carga.

$$v_m = v - i_o R$$

Se puede relacionar el ratio  $\frac{v_m}{\Omega}$  con la velocidad de rotación del eje  $\Omega$  de la siguiente forma,

$$\frac{v_m}{\Omega} = (1 + \tau\Omega)/K_v$$

La constante de velocidad se obtiene de la intersección con el eje de ordenadas como  $1/K_v$ , mientras que la pendiente proporciona  $\tau$  de la forma  $\tau/K_v$ .

#### 4) Constante de par

Se asume que es igual a la constante asociada al tiempo.

$$K_Q = K_v$$

También se puede obtener el par del motor y enfrentarlo frente a  $i - i_0$ , cuya forma debe ser una línea recta que pasa por el origen. La pendiente de dicha curva representa  $1/K_Q$ .

### 2.3.1.3 Permanent-magnet and brushless DC motors

Es necesario obtener las siguientes constantes del motor:  $R_a$ ,  $R_h$  y  $k$ .

- 1) Constante asociada al giro del eje 'k'

Parámetro suministrado por el fabricante del motor.

- 2) Resistencias  $R_a$  y  $R_h$

Para la caracterización de las resistencias es necesario realizar experimentos sin carga. Con dicha configuración se mide el voltaje  $v$ , la velocidad de giro del eje  $\Omega$  y la intensidad  $I_a$ . Una vez obtenidos se utilizan las siguientes relaciones.

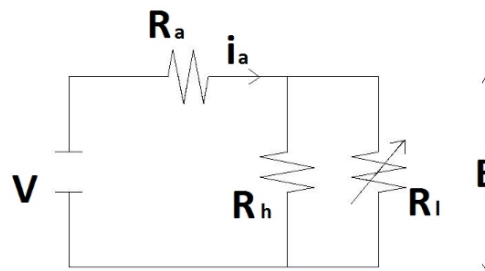


Figura 10 Modelo Motor brushless T.Kenjo y S. Naganni para experimento sin carga

$$R_a = \frac{v}{I} - R_h$$

$$R_h = \frac{\Omega k}{I}$$

### 2.3.2 Experimentación en banco y obtención de los parámetros del motor

Para caracterizar los distintos modelos se han diseñado distintos ensayos para obtener las constantes necesarias de cada uno. Los ensayos son los siguientes:

- 1) Con el motor desconectado, medir la resistencia interna utilizando un ohmímetro.



Figura 11 Motor desconectado para medida de resistencia interna

- 2) Ensayo sin carga: con el motor sin la hélice, se obtienen medidas de revoluciones del eje e intensidades para distintos voltajes. Es importante llegar a las rpm de operación normales del motor, ya que es necesario para la caracterización del First-Order DC Electric Model Motor.



Figura 12 Motor sin carga para segundo ensayo

- 3) Ensayo con carga: Con la hélice APC 22x10E conectada al eje, se mide el par, las revoluciones y la intensidad para distintos voltajes.



Figura 13 Motor con carga para tercer ensayo

Durante la realización de los ensayos se observó que el variador modifica el voltaje que llega al motor. Ello implica que el voltaje que se mide en el experimento es el

de la batería. Esto es debido a que el variador realiza un modulado del voltaje que recibe, convirtiendo dicho voltaje en pulsos de diferente ancho. En función del ancho de pulso, se está transmitiendo un voltaje medio distinto al motor. Por lo tanto, la excitación del motor varía con el tiempo y no es constante como se midió en los ensayos (el voltaje solo disminuía por la descarga de la batería). La forma de solucionar este problema es estudiando el variador por separado e identificando la transformación que aplica al voltaje. Debido a la posibilidad de dañar el dispositivo, lo cual habría puesto en peligro los ensayos en banco y túnel de viento de la hélice, se optó por no tocarlo. Otra opción sería conectar un medidor de voltaje entre el variador y el motor. Sin embargo, ese experimento no está indicado para los sensores de los que se dispone en el laboratorio. Dada la imposibilidad de operar con los medios disponible se ha optado por no realizar el modelado teórico de los tres modelos expuestos en el apartado 2. Esta caracterización se propone para futuros estudios con el motor. Para proporcionar medidas sobre el consumo del motor, se utilizaron los datos ensayo en banco.

La modulación que realiza el variador consiste en generar pulsos de diferente longitud y tensión máxima en su cota superior, lo cual equivale a un voltaje medio menor.

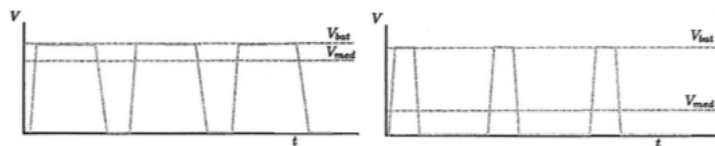


Figura 14 Control de alimentación de un motor DC brushless en PWM

Fuente: (Fernandez Lucena 2010)

Al margen de las limitaciones de los datos obtenidos en los ensayos, dado que se han obtenido medidas de intensidad y voltaje de la batería, tanto sin carga como con ella, por lo que se puede caracterizar la potencia consumida por el motor en función de las revoluciones del eje.

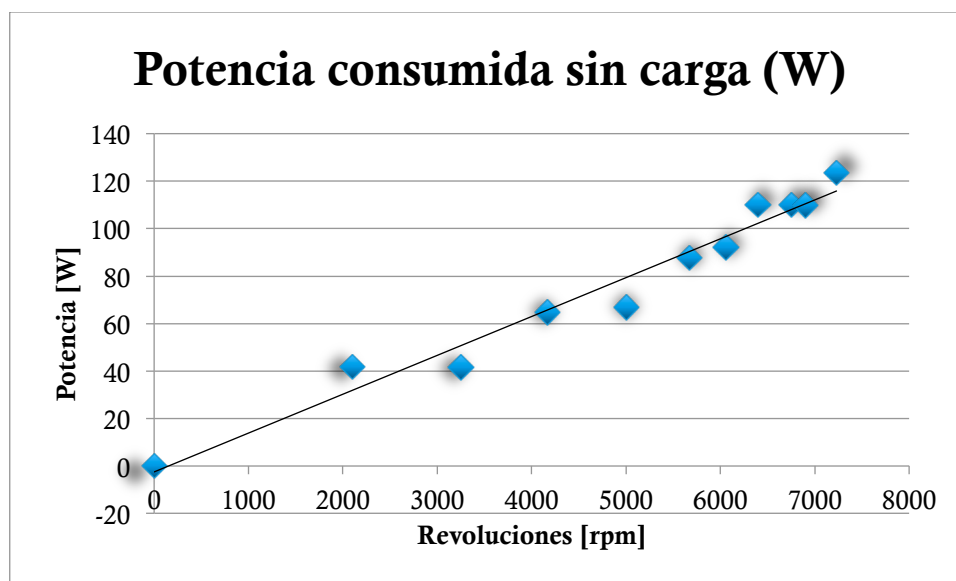


Figura 15 Potencia consumida por el motor sin carga

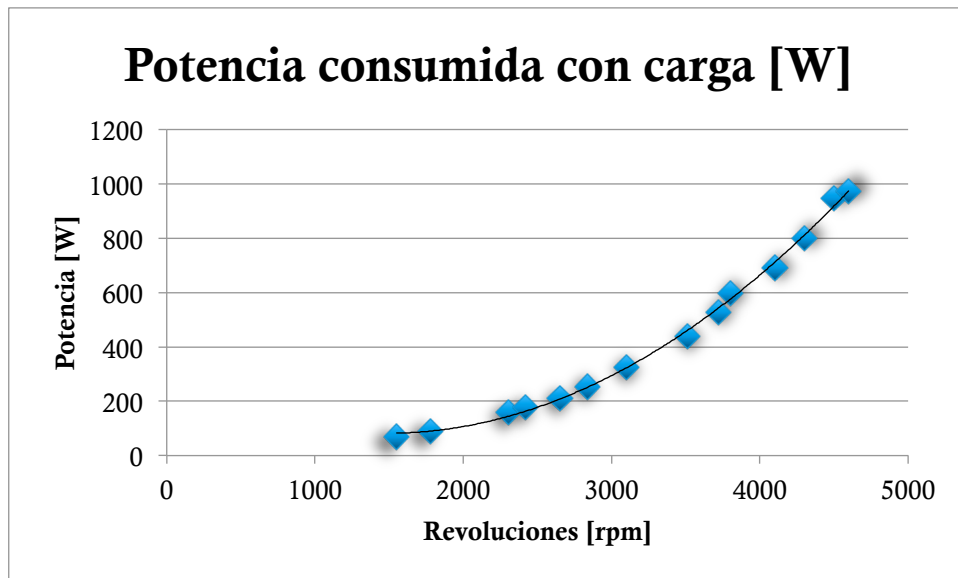


Figura 16 Potencia consumida por el motor con carga (APC 22x10E)

Es importante remarcar, que la relación entre potencia consumida y rpm solo es válida para la carga de la hélice 22x10E en banco. Si se cambia la hélice que porta el motor o se inducen condiciones distintas de velocidad incidente nula, los ensayos deben realizarse de nuevo para caracterizar las nuevas condiciones.

## 3 Modelado planta propulsora

---

El objetivo es el de proporcionar aproximaciones lo más precisas posible sobre las actuaciones de la planta propulsora constituida por una hélice 22x10E. Para ello se proponen dos modelos teóricos distintos, cada uno con un grado de complejidad diferente. Con intención de obtener mejoras en las estimaciones, se ha modelado la pérdida de punta de pala en ambos modelos y se han comparado con los originales. Tras la deducción teórica, se ha realizado un proceso de validación extenso utilizando dos artículos independientes con valores obtenidos mediante experimentación en túneles de viento. Para poder proceder de una forma ordenada y clara se ha detallado un proceso por el cual se especifica cada decisión tomada en la elección del modelo de resistencia adecuado a cada NACA Report. En este punto se proporcionarán resultados que justifiquen el uso de simplificaciones e hipótesis que permitan obtener los mejores resultados. Por último, en base a las distintas desviaciones de las estimaciones con respecto a los datos experimentales se ha razonado el modelo que se ha utilizado para estimar el comportamiento de la hélice 22x10 que portará el Céforo 2.

### 3.1 Desarrollo teórico

El análisis de la hélice para distintas velocidades de avance se va a realizar mediante la utilización de la combinación de la ‘Teoría de cantidad de movimiento’ (TCM) con la ‘Teoría del elemento de pala’ (TEP). Dicha asociación proporciona la conocida como TCMEP que permite determinar una aproximación a la distribución de velocidades inducidas en el rotor no uniforme. El procedimiento a seguir es establecer la TCM en forma diferencial y establecer la igualdad de tracciones entre dicha teoría y la TEP.

Gracias a la TCM se obtiene información referente a aspectos globales correspondientes a la aplicación de los teoremas de conservación de la masa, cantidad de movimiento y energía a un volumen de control. Con el uso de la TEP se reflejan aspectos locales debido a que está formulada sobre secciones aerodinámicas de la pala. A continuación se muestran las bases generales de ambas teorías, ya que posteriormente se utilizarán para obtener los dos modelos con los que se ha trabajado en este documento.

#### Teoría de cantidad de movimiento (TCM)

La hélice es modelada como un disco actuador (superficie circular de espesor nulo), lo cual impone discontinuidad en el campo de presiones y continuidad en el campo de velocidades. El volumen de control utilizado en la TCM es el que se muestra a continuación, aunque ha de tenerse en cuenta de que, debido al salto de presiones en las paredes laterales, no es físicamente realizable. Nótese que la representación está girada 90° con respecto a la que sería la posición usual de una hélice en funcionamiento.

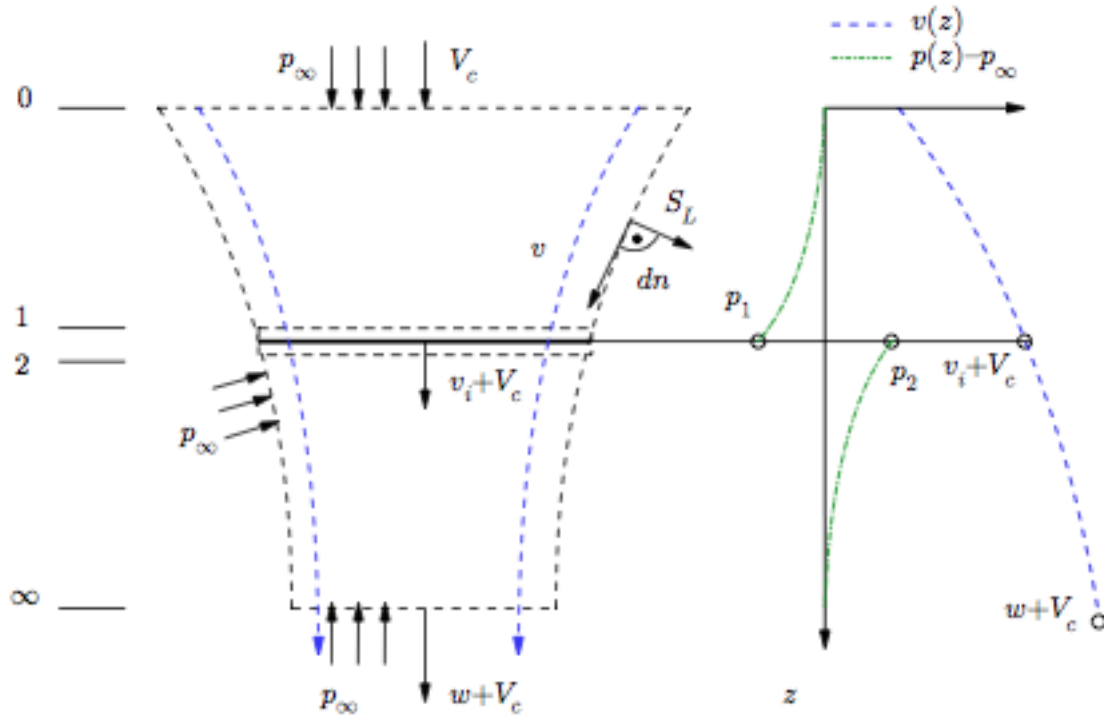


Figura 17 Volumen de control TCM

Fuente (López García and Valenzuela Romero 2010)

$P_{\infty}$ : presión fuera del VC  
 $v_i$ : velocidad inducida  
 $V_c$ : velocidad avance  
 $w$ : velocidad inducida a la salida del VC

Las hipótesis que se realizan en la TCM son las siguientes:

- Movimiento estacionario
- Esfuerzos viscosos despreciables
- Adiabático
- Movimiento unidimensional y uniforme
- Movimiento incompresible ( $\rho \sim cte$ )

Las ecuaciones que rigen el movimiento del fluido se obtienen de la aplicación de la conservación de masa, cantidad de movimiento y energía al volumen de control anterior.

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dV + \int_S \rho (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dA = 0$$

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho \mathbf{v} (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dV + \int_S \rho \mathbf{v} (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dA = \int_V \rho \mathbf{f} dV + \int_S \boldsymbol{\tau}' \mathbf{n} dA - \int_S \rho \mathbf{n} dA$$



$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_V \frac{1}{2} \rho v^2 (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dV + \int_S \frac{1}{2} \rho v^2 (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dA = \int_V \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{f} dV \\ + \int_S \mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\tau}' \mathbf{n} dA - \int_S \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dA \end{aligned}$$

Dichas ecuaciones son las generales de la mecánica de fluidos por lo que aplicando las hipótesis del movimiento antes expuestas se simplifican las expresiones. Los siguientes términos se desprecian,

- Debido a que el movimiento es estacionario los términos con derivadas respecto del tiempo desaparecen.

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dV, \frac{d}{dt} \int_V \rho \mathbf{v} (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dV, \frac{d}{dt} \int_V \frac{1}{2} \rho v^2 (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dV$$

- Se desprecian los efectos viscosos ( $Re \gg 1$ ).

$$\int_S \boldsymbol{\tau}' \mathbf{n} dA, \int_S \mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\tau}' \mathbf{n} dA$$

- Fuerzas gravitatorias despreciables en el movimiento del fluido ( $Fr \gg 1$ ).

$$\int_V \rho \mathbf{f} dV, \int_V \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{f} dV$$

Tras las simplificaciones las ecuaciones integrales de conservación quedan de la siguiente forma,

$$\int_S \rho (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dA = 0$$

$$\int_S \rho \mathbf{v} (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dA = - \int_S \rho \mathbf{n} dA$$

$$\int_S \frac{1}{2} \rho v^2 (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dA = - \int_S \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dA$$

### Teoría del elemento de pala (TEP)

Asumiendo que cada sección de la pala se comporta como un perfil bidimensional sin influencia de las secciones adyacentes, las actuaciones de la hélice se pueden obtener integrando las fuerzas aerodinámicas a lo largo de la pala y promediando los resultados en una revolución. La TEP proporciona estimaciones locales de la pala, por lo que necesita una descripción detallada de ésta (torsión geométrica, cuerdas de las secciones aerodinámicas, características aerodinámicas bidimensionales de las secciones de la pala y distribución local de velocidad inducida). A continuación se muestra un esquema sobre un perfil bidimensional

genérico de la pala. Nótese que la velocidad radial  $U_R$  no se ha incluido debido a que como se ha indicado cada sección se encuentra sin influencia de la adyacente (principio de independencia).

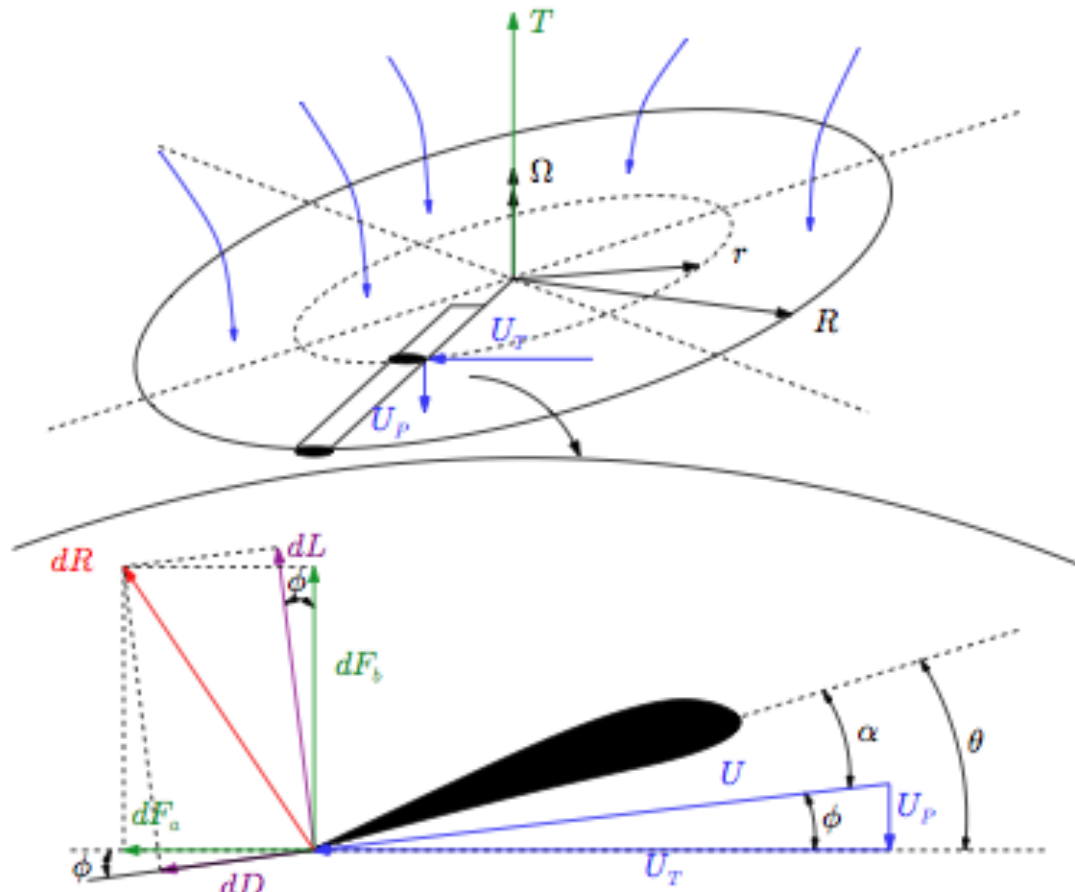


Figura 18 Fuerzas sobre sección de la pala

Fuente (López García and Valenzuela Romero 2010)

|            |                            |            |                                |
|------------|----------------------------|------------|--------------------------------|
| $U$ :      | Velocidad resultante       | $dF_b$ :   | diferencial fuerza batimiento  |
| $U_P$ :    | velocidad normal rotor     | $dF_a$ :   | diferencial fuerza arrastre    |
| $U_T$ :    | velocidad tangencial rotor | $dR$ :     | diferencial fuerza resultante  |
| $dL$ :     | diferencial sustentación   | $\alpha$ : | ángulo de ataque               |
| $dD$ :     | diferencial resistencia    | $\theta$ : | ángulo de paso geométrico      |
| $\Omega$ : | velocidad angular          | $\phi$ :   | ángulo de entrada de corriente |

A partir de la representación anterior de la pala se obtienen las siguientes relaciones,

- Velocidades,

$$U = \sqrt{U_T^2 + U_P^2}$$

- Ángulos,

$$\phi = \arctan(U_P/U_T)$$

$$\alpha = \theta - \phi$$

- Fuerzas aerodinámicas por unidad de longitud

$$dL = \frac{1}{2}\rho U^2 c dr C_l$$

$$dD = \frac{1}{2}\rho U^2 c dr C_d$$

- Fuerzas de batimiento y arrastre por unidad de longitud

$$dF_b = dL \cos \phi - dD \sin \phi$$

$$dF_a = dL \sin \phi + dD \cos \phi$$

Estas acciones suelen proporcionarse en otras direcciones que permiten un manejo más intuitivo de los resultados y son más útiles a la hora de estimar cargas y pares. Por ello se definen de la siguiente forma, donde  $b$  es el número de palas de la hélice.

$$dT = b dF_b = b(dL \cos \phi - dD \sin \phi)$$

$$dQ = b dF_a r = b(dL \sin \phi + dD \cos \phi) r$$

$$dP = b dF_a r \Omega = b(dL \sin \phi + dD \cos \phi) \Omega r$$

Dichos diferenciales representan tracción, par y potencia respectivamente.

Para trabajar sin unidades se ha realizado una adimensionalización de las variables utilizando las siguientes definiciones.

- $x = r/R$  Posición adimensional sobre la pala
- $\lambda = \frac{V_c + v_i}{\Omega R} = \lambda_c + \lambda_i$  Relación de entrada de corriente
- $\sigma(x) = \frac{bc(x)}{\pi R}$  Solidez

Utilizando dichas definiciones se pueden obtener expresiones adimensionales para el resto de variables.

$$\phi = \arctan\left(\frac{U_P}{U_T}\right) = \arctan\left(\frac{V_c + v_i}{\Omega R}\right) = \arctan\left(\frac{\lambda}{x}\right)$$

$$\alpha = \theta - \phi$$

A continuación se definen los coeficientes de tracción, potencia y par que se usarán en este documento. Estos son de vital importancia, ya que son los que nos permitirán comparar las características propulsivas de distintas hélices durante el proceso de validación.

$$dC_T = \frac{dT}{\rho A (\Omega R)^2}$$

$$dC_P = \frac{dP}{\rho A (\Omega R)^3}$$

$$dC_Q = \frac{dQ}{\rho A (\Omega R)^2 R}$$

Un concepto general que va a ser constantemente utilizado en este documento para comparar las actuaciones de las distintas hélices es el rendimiento propulsivo. Por ello se va a definir a continuación de la definición de los coeficientes adimensionales propulsivos. El rendimiento propulsivo se define como la relación entre la potencia útil y la potencia mecánica neta.

$$\eta_P = \frac{P_{Util}}{P_{Mec\ neta}}$$

En el caso de hélices,  $P_{Util} = T \cdot V$  y  $P_{Mec\ neta}$  es la potencia suministrada a la hélice.

$$\eta_P = \frac{T \cdot V}{P}$$

donde T es la tracción y V la velocidad de vuelo.

Haciendo uso de las expresiones de los coeficientes de tracción y potencia y definiendo el parámetro de avance, J, de la siguiente forma,

$$J = \frac{V}{nD}$$

donde n son las revoluciones de la hélice y D el diámetro de la hélice.

Sustituyendo en la definición del rendimiento propulsivo se obtiene la siguiente expresión.

$$\eta_P = J \frac{C_T}{C_P}$$

#### Combinación Teoría de cantidad de movimiento y del elemento de pala (TCMEP)

Presentadas ambas teorías se puede abordar combinación de ambas, la TCMEP, que obtiene una aproximación de la distribución de velocidades inducidas en la hélice no uniforme. Para ello es necesario expresar la TCM en forma diferencial e igualar la tracción de dicha sección según los resultados que proporcionan ambas teorías. Una vez que se ha obtenido la velocidad inducida a lo largo de la pala se puede utilizar tanto la TCM como la TEP para calcular los coeficientes de tracción, par y potencia. En la siguiente figura se muestra gráficamente las bases de la TCMEP, sin olvidar que la velocidad inducida en un elemento diferencial es debida únicamente al diferencial de tracción en dicha sección.

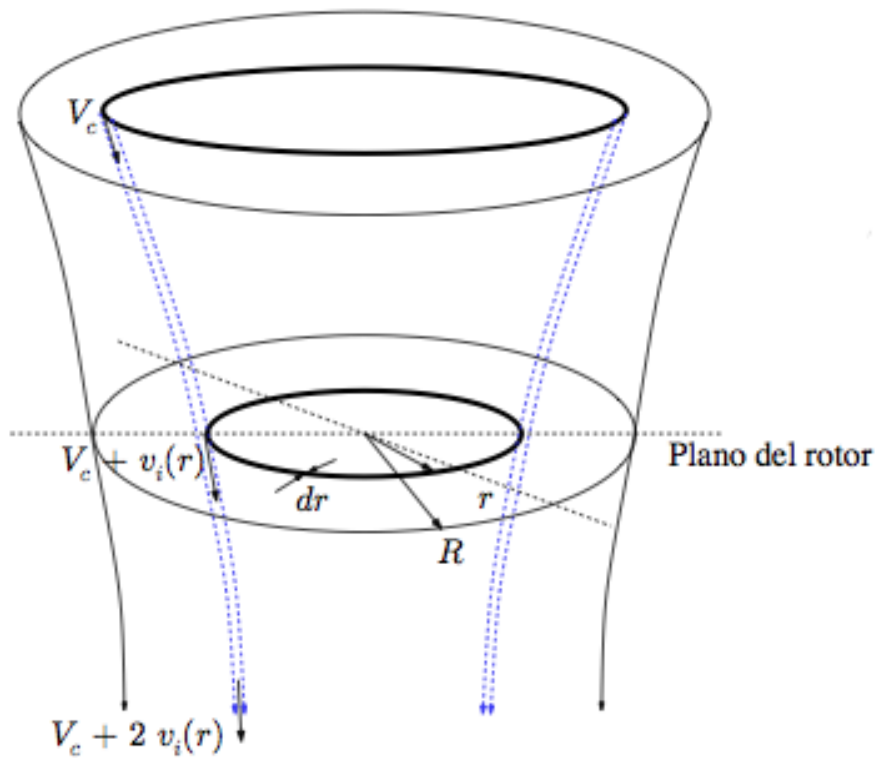


Figura 19 Caracterización de la TCMEP

Fuente (López García and Valenzuela Romero 2010)

Una vez expuesta la teoría general que se ha utilizado en los dos modelos, se pasa a entrar en detalle en cada uno de ellos. Estos se diferencian en las hipótesis que se realizan para obtener expresiones integrables numéricamente y que por lo tanto su grado de complejidad varía.

### 3.1.1 Modelo simplificado con ángulo pequeño

El primer modelo que se plantea lleva consigo una serie de hipótesis simplificativas que suelen ser utilizadas en la teoría de helicópteros y por lo tanto son aceptables para rotores de dimensiones mayores que la hélice que se trata de estimar en este documento. Debe tenerse en cuenta que las nuevas hipótesis se añaden a las que ya se han planteado en la presentación de las teorías TCM y TEP.

Si se aplica la TCM al tubo diferencial especificado en la figura anterior se obtienen las siguientes expresiones.

Conservación de la masa:

$$d\dot{m} = \rho(V_c + v_i)2\pi r dr$$

Conservación de cantidad de movimiento:

$$dT = 2v_i d\dot{m} = 4\pi\rho(V_c + v_i)v_i r dr$$

Conservación de la energía:

$$dP_i = \frac{1}{2}(V_c + v_i)^2 d\dot{m} - \frac{1}{2}d\dot{m}V_c^2 = 4\pi\rho(V_c + v_i)^2 v_i r dr = dT(V_c + v_i)$$

En cuanto a la TEP, se van a realizar simplificaciones adicionales a las que se introdujeron en la presentación de la teoría. Dichas hipótesis son las siguientes,

- Velocidades en la dirección de batimiento mucho menores que en la dirección de arrastre. Ello implica que se supondrán ángulos de entrada de corriente pequeños.

$$U_P \ll U_T \rightarrow \phi \ll 1$$

En las zonas de la pala cerca de la raíz puede no ser correcta ya que en dichos puntos la velocidad tangencial no es grande ( $U_T = \Omega r$ ). La validez de este planteamiento será objeto de análisis en los apartados siguientes.

- Resistencia aerodinámica un orden de magnitud menor que la sustentación.

$$C_d \ll C_l$$

Con estas hipótesis el problema queda linealizado y se obtienen las siguientes ecuaciones.

$$\begin{aligned} U &\approx U_T \\ \phi &\approx U_P/U_T \\ \alpha &= \theta - \phi \\ dL &\approx \frac{1}{2}\rho U_T^2 c dr C_l \\ dD &\approx \frac{1}{2}\rho U_T^2 c dr C_d \\ dT &\approx b dL \\ dQ &\approx b(dL\phi + dD)r \\ dP &\approx b(dL\phi + dD)\Omega r \end{aligned}$$

Se procede ahora a la adimensionalización utilizando las variables definidas en el apartado anterior.

TCM

$$\begin{aligned} dC_T &= 4\lambda(x)(\lambda(x) - \lambda_c)xdx \\ dC_{P_i} &= 4\lambda(x)^2(\lambda(x) - \lambda_c)xdx \end{aligned}$$

TEP

$$\begin{aligned} dC_T &= \frac{1}{2}\sigma(x)C_l(x)x^2dx \\ dC_P &= \frac{1}{2}\sigma(x)(\phi(x)C_l(x) + C_d)x^3dx \end{aligned}$$

Igualando las tracciones obtenidas por separado para cada método se obtiene una ecuación que relaciona la distribución de velocidad inducida sobre la hélice con las características geométricas de la pala y las condiciones de vuelo.

$$4\lambda(x)(\lambda(x) - \lambda_c)x dx = \frac{1}{2}\sigma(x)C_l(x)x^2 dx$$

Para poder despejar la distribución de velocidad inducida es necesario establecer un modelo de sustentación.

$$C_l(x) = C_{l_\alpha}(\alpha - \alpha_0) = C_{l_\alpha}\left(\theta - \frac{\lambda}{x} - \alpha_0\right)$$

donde  $C_{l_\alpha}$

$C_{l_\alpha}$ : pendiente de la curva de sustentación del perfil. Se toma un valor promedio

$\alpha_0$ : ángulo de ataque de sustentación nula

Se necesita asimismo para la potencia un modelo de resistencia, el cual se ha tomado como una polar de coeficientes constantes de cuarto grado.

$$C_d(x) = \delta_0 + \delta_1\alpha + \delta_2\alpha^2 + \delta_4\alpha^3 + \delta_4\alpha^4$$

Si se sustituye el modelo de sustentación y se despeja la distribución de velocidad inducida se obtiene una ecuación de segundo grado en  $\lambda(x)$ .

$$\lambda(x)^2 + \left(\frac{\sigma(x)C_{l_\alpha}(x)}{8} - \lambda_c\right)\lambda(x) - \frac{\sigma(x)C_{l_\alpha}(x)}{8}(\theta(x) - \alpha_0)x = 0$$

Resolviendo la ecuación,

$$\lambda(x) = -\left(\frac{\sigma(x)C_{l_\alpha}(x)}{16} - \frac{\lambda_c}{2}\right) + \sqrt{\left(\frac{\sigma(x)C_{l_\alpha}(x)}{16} - \frac{\lambda_c}{2}\right)^2 + \frac{\sigma(x)C_{l_\alpha}(x)}{8}(\theta(x) - \alpha_0)x}$$

Una vez obtenida la distribución velocidad inducida se calcula la tracción utilizando cualquiera de las dos teorías. Para el cálculo de la potencia se utiliza la TEP ya que la TCM solo proporciona información sobre la potencia inducida y no proporciona estimaciones de la parásita. La potencia inducida es la utilizada en acelerar el fluido para proporcionar la diferencia de presiones necesaria para producir la tracción mientras que la potencia parásita es la necesaria para vencer la resistencia aerodinámica y mantener el giro de la hélice.

Los coeficientes de tracción y potencia quedan de la siguiente forma,

$$\begin{aligned}\frac{dC_T}{dx} &= 4(\lambda(x) - \lambda_c)\lambda(x)x \\ \frac{dC_{Pi}}{dx} &= 4(\lambda(x) - \lambda_c)\lambda(x)^2x\end{aligned}$$



$$\frac{dC_{P_0}}{dx} = \frac{\sigma(x)}{2} C_d(x) x^3$$

Para calcular los coeficientes es necesario integrar a lo largo de la pala las expresiones anteriores para las condiciones de vuelo que se requieran.

$$C_T = \int_0^1 dC_T = \int_0^1 4(\lambda(x) - \lambda_c) \lambda(x) x dx$$

$$C_{P_i} = \int_0^1 dC_{P_i} = \int_0^1 4(\lambda(x) - \lambda_c) \lambda(x)^2 x dx$$

$$C_{P_0} = \int_0^1 dC_{P_0} = \int_0^1 \frac{\sigma(x)}{2} C_d(x) x^3 dx$$

$$C_P = C_{P_i} + C_{P_0}$$

Debido a que cerca de la raíz de la pala el perfil de la hélice se encuentra en pérdida, para evitar problemas durante la integración numérica, ésta se realiza para valores iniciales de  $x$  en torno a 0.2.

### 3.1.2 Modelo completo hélice

Este nuevo modelo se basa en las mismas premisas que el anterior, es decir, utiliza la TCMEP para obtener valores de las variables propulsivas. Sin embargo, a diferencia del anterior, no se van a realizar hipótesis adicionales como si se hizo en el modelo anterior (ángulo de entrada de corriente pequeño y resistencia de orden menor que la sustentación). El modo de proceder para obtener las ecuaciones es similar al anteriormente utilizado, siendo igual la parte correspondiente a la TCM y diferente la TEP ya que ésta no se simplifica. A continuación se muestra de forma detallada el proceso de obtención del nuevo modelo.

#### TCM

$$\begin{aligned} dC_T &= 4\lambda(x)(\lambda(x) - \lambda_c) x dx \\ dC_{P_i} &= 4\lambda(x)^2(\lambda(x) - \lambda_c) x dx \end{aligned}$$

#### TEP

Se recuperan los resultados obtenidos en la presentación de la TEP en el apartado anterior.

$$\begin{aligned} dT &= b dF_b = b(dL \cos \phi - dD \sin \phi) \\ dP &= b dF_a r \Omega = b(dL \sin \phi + dD \cos \phi) \Omega r \end{aligned}$$

$$dL = \frac{1}{2} \rho U^2 c dr C_l$$

$$dD = \frac{1}{2} \rho U^2 c dr C_d$$

Se sustituye el valor de la sustentación y la resistencia en las expresiones de la tracción y la potencia. Ya que no se está realizando ninguna simplificación en el ángulo de entrada de corriente, los cosenos y los senos se sustituyen por su definición.

$$\begin{aligned} dT &= \frac{1}{2} \rho c b U^2 \left( C_l \frac{U_T}{U} - C_d \frac{U_P}{U} \right) dr \\ dT &= \frac{1}{2} \rho c b (U_T^2 + U_P^2) \left( C_l \frac{U_T}{\sqrt{U_T^2 + U_P^2}} - C_d \frac{U_P}{\sqrt{U_T^2 + U_P^2}} \right) dr \\ &= \frac{1}{2} \rho c b ((\Omega r)^2 + (V_c + v_i)^2) \left( C_l \frac{\Omega r}{\sqrt{(\Omega r)^2 + (V_c + v_i)^2}} - C_d \frac{V_c + v_i}{\sqrt{(\Omega r)^2 + (V_c + v_i)^2}} \right) dr \end{aligned}$$

Si se saca factor común  $\frac{\Omega r}{\sqrt{(\Omega r)^2 + (V_c + v_i)^2}}$ ,

$$dT = \frac{1}{2} \rho c b (\Omega r)^2 \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda}{x}\right)^2} \left( C_l - \frac{\lambda}{x} C_d \right) dr$$

Utilizando la definición de la solidez,  $\sigma$ , y de la posición adimensional sobre la pala,  $x$ ,

$$dT = \frac{1}{2} \rho (\Omega R)^2 \pi R \sigma \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda}{x}\right)^2} \left( C_l - \frac{\lambda}{x} C_d \right) dr$$

Por último, haciendo uso de la expresión del coeficiente de tracción y desarrollando la raíz,

$$dC_T = \frac{1}{2} \sigma \sqrt{x^2 + \lambda^2} (C_l x^2 - \lambda C_d) dx$$

Para la potencia se procede de manera análoga,

$$\begin{aligned} dP &= \frac{1}{2} \rho c b U^2 \left( C_l \frac{U_P}{U} + C_d \frac{U_T}{U} \right) \Omega r dr \\ dP &= \frac{1}{2} \rho c b (U_T^2 + U_P^2) \left( C_l \frac{U_P}{\sqrt{U_T^2 + U_P^2}} + C_d \frac{U_T}{\sqrt{U_T^2 + U_P^2}} \right) \Omega r dr \\ &= \frac{1}{2} \rho c b ((\Omega r)^2 + (V_c + v_i)^2) \left( C_l \frac{V_c + v_i}{\sqrt{(\Omega r)^2 + (V_c + v_i)^2}} \right. \\ &\quad \left. + C_d \frac{\Omega r}{\sqrt{(\Omega r)^2 + (V_c + v_i)^2}} \right) \Omega r dr \end{aligned}$$

Sacando factor común  $\frac{\Omega r}{\sqrt{(\Omega r)^2 + (V_c + v_i)^2}}$  y utilizando la definición de la solidez,  $\sigma$ , y de la posición adimensional sobre la pala,  $x$ ,

$$dP = \frac{1}{2} \rho (\Omega r)^3 \pi R \sigma \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda}{x}\right)^2} (C_l \lambda x^2 + C_d x^3) dr$$

haciendo uso de la expresión del coeficiente de tracción y desarrollando la raíz,

$$dC_P = \frac{1}{2} \sigma \sqrt{x^2 + \lambda^2} (C_l \lambda x + C_d x^2) dx$$

Ya se han obtenido las expresiones de la tracción y la potencia utilizando la TEP sin simplificaciones. Nuevamente se utilizarán los mismo modelos de sustentación y resistencia expuestos en el modelo simplificado.

$$\begin{aligned} C_l(x) &= C_{l_\alpha}(\alpha - \alpha_0) = C_{l_\alpha} \left( \theta - \arctan\left(\frac{\lambda}{x}\right) - \alpha_0 \right) \\ C_d(x) &= \delta_0 + \delta_1 \alpha + \delta_2 \alpha^2 + \delta_4 \alpha^3 + \delta_4 \alpha^4 \end{aligned}$$

Para completar la TCMEP se igualan las tracciones provenientes de la TCM y la TEP para obtener la distribución de velocidad inducida.

$$4\lambda(x)(\lambda(x) - \lambda_c)x dx = \frac{1}{2} \sigma(x) \sqrt{x^2 + \lambda^2} (C_l(x)x^2 - \lambda C_d(x)) dx$$

Si se manipula la ecuación anterior sustituyendo valores por su definición se obtiene una expresión de la velocidad inducida adimensional en función de la geometría de la pala y las condiciones de vuelo.

$$\begin{aligned} \frac{\sigma(x)}{8} \sqrt{x^2 + (\lambda_c + \lambda_i(x))^2} \left[ C_{l_\alpha}(x) \left( \theta(x) - \alpha_0 - \arctan\left(\frac{\lambda_c + \lambda_i(x)}{x}\right) \right) \right. \\ \left. - (\lambda_c + \lambda_i(x)) C_d(x) \right] = (\lambda_c + \lambda_i(x)) \lambda_i(x) x \end{aligned}$$

Conocida la distribución de velocidades inducidas se procede a la determinación de los coeficientes de tracción y potencia anteriormente definidos. Para ello es necesario integrar a lo largo de la pala las expresiones diferenciales.

$$C_T = \int_0^1 \frac{1}{2} \sigma(x) \sqrt{x^2 + (\lambda_c + \lambda_i(x))^2} (C_{l_\alpha}(x)x^2 - (\lambda_c + \lambda_i(x))C_d(x)) dx$$

$$C_P = \int_0^1 \frac{1}{2} \sigma(x) \sqrt{x^2 + (\lambda_c + \lambda_i(x))^2} (C_l(\lambda_c + \lambda_i(x))x + C_d(x)x^2) dx$$

Se recuerda que la integración numérica se realiza para valores iniciales de  $x$  en torno a 0.2 ya que la pala se encuentra en pérdida en las proximidades de la raíz.

### 3.1.3 Inclusión de modelado de pérdida de punta de pala de Prandtl

Un fenómeno importante y que no se ha reflejado en los modelos anteriores es la pérdida de punta de pala debido a que ésta es finita. Físicamente se produce un torbellino en la punta debido al rebordeo del flujo que genera un flujo de la parte superior a la inferior de la pala. Ello conduce a un aumento de la velocidad inducida y por tanto a una disminución del ángulo de ataque, lo cual reduce la capacidad de generar sustentación en la zona.

Para la inclusión de dicho fenómeno en las ecuaciones se ha utilizado la formulación de Prandtl para palas finitas, la cual utiliza las siguientes funciones para modelar el aumento de velocidad inducida.

$$F(\lambda, x) = \frac{2}{\pi} \arccos(e^{-f(x)})$$

$$f(\lambda, x) = \frac{b}{2} \left( \frac{1-x}{\lambda(x)} \right)$$

Se observa que la función de Prandtl es función tanto de las condiciones de vuelo como de la sección de la pala. La correcta aplicación conlleva que la función  $F(\lambda, x)$  sea introducida en el cálculo de la velocidad inducida y por consiguiente de los coeficientes de tracción y potencia.

A continuación se muestran los sistemas de ecuaciones que se obtienen tras introducir la pérdida de punta de pala de Prandtl.

#### Modelo simplificado con ángulo pequeño

La introducción de la pérdida de punta de pala en la TCMEP se realiza sobre añadiendo la función de Prandtl en la expresión de la tracción que se obtiene mediante la teoría de cantidad de movimiento.

##### TCM

$$\begin{aligned} dC_T &= 4\lambda(x)(\lambda(x) - \lambda_c)F(\lambda, x)xdx \\ dC_{P_i} &= 4\lambda(x)^2(\lambda(x) - \lambda_c)F(\lambda, x)xdx \end{aligned}$$

##### TEP

$$\begin{aligned} dC_T &= \frac{1}{2} \sigma(x) C_l(x) x^2 dx \\ dC_P &= \frac{1}{2} \sigma(x) (\phi(x) C_l(x) + C_d(x)) x^3 dx \end{aligned}$$

La distribución de velocidades inducidas queda modificada de la siguiente forma una vez se aplica la igualdad de tracciones.

$$\lambda(x)^2 + \left( \frac{\sigma(x) C_{l_\alpha}(x)}{8F(\lambda, x)} - \lambda_c \right) \lambda(x) - \frac{\sigma(x) C_{l_\alpha}(x)}{8F(\lambda, x)} (\theta(x) - \alpha_0) x = 0$$

La resolución de la ecuación de segundo grado proporciona la siguiente distribución dependiente de la función de Prandtl.

$$\lambda(x) = -\left(\frac{\sigma(x)Cl_\alpha(x)}{16F(\lambda, x)} - \frac{\lambda_\infty}{2}\right) + \sqrt{\left(\frac{\sigma(x)Cl_\alpha(x)}{16F(\lambda, x)} - \frac{\lambda_\infty}{2}\right)^2 + \frac{\sigma(x)Cl_\alpha(x)}{8F(\lambda, x)}(\theta(x) - \alpha_0)x}$$

Los coeficientes de tracción y potencia son los expuestos al inicio, siendo la expresión de la potencia parásita independiente de forma implícita del aumento de la velocidad inducida. Sin embargo, como el coeficiente de resistencia depende del ángulo de ataque, la potencia parásita también se ve modificada por la inclusión del efecto de pérdida de punta de pala de forma indirecta.

$$\frac{dC_{P_0}}{dx} = \frac{\sigma(x)}{2} C_d(x)x^3$$

Puede ser interesante inferir el comportamiento que presentarán a priori los coeficientes de tracción y potencia como consecuencia de las pérdidas de punta de pala. Físicamente se espera que la tracción disminuya mientras que la potencia necesaria aumente debido a que se están produciendo pérdidas. Matemáticamente se puede analizar las ecuaciones propuestas para ver si siguen el comportamiento esperado.

$$dC_T = \frac{1}{2} \sigma(x) C_l(x) x^2 dx$$

Dado que se produce un aumento de la velocidad inducida, ello implica que el ángulo de entrada de corriente aumenta. Por consiguiente, el ángulo de ataque disminuye, siendo el coeficiente de sustentación menor que el que se tendría sin pérdida de punta de pala. Como la solidez es independiente de la velocidad inducida, la tracción se verá mermada con la introducción de la función de Prandtl.

$$dC_P = \frac{1}{2} \sigma(x) (\phi(x) C_l(x) + C_d(x)) x^3 dx$$

En cuanto a la potencia, el argumento utilizado para la tracción es válido para la potencia inducida. Sin embargo, dado que el ángulo de ataque disminuye, en condiciones normales la resistencia será menor, por lo que la potencia parásita disminuiría con la introducción de la pérdida de punta de pala. En términos generales, la disminución en la resistencia es de orden menor que el aumento de sustentación por lo que globalmente la potencia necesaria aumenta.

**Modelo completo hélice**

Al igual que se ha realizado para el modelo simplificado, la función de Prantl se añade en la teoría de cantidad de movimiento.

TCM

$$\begin{aligned} dC_T &= 4\lambda(x)(\lambda(x) - \lambda_c)F(\lambda, x)xdx \\ dC_{P_i} &= 4\lambda(x)^2(\lambda(x) - \lambda_c)F(\lambda, x)xdx \end{aligned}$$

TEP

$$\begin{aligned} dC_T &= \frac{1}{2}\sigma\sqrt{x^2 + \lambda^2}(C_l x^2 - \lambda C_d)dx \\ dC_P &= \frac{1}{2}\sigma\sqrt{x^2 + \lambda^2}(C_l \lambda x + C_d x^2)dx \end{aligned}$$

La ecuación para la velocidad inducida adimensional queda,

$$\begin{aligned} \frac{\sigma(x)}{8}\sqrt{x^2 + (\lambda_c + \lambda_i(x))^2} \left[ Cl_\alpha(x) \left( \theta(x) - \alpha_0 - \arctan\left(\frac{\lambda_c + \lambda_i(x)}{x}\right) \right) \right. \\ \left. - (\lambda_c + \lambda_i(x))C_d(x) \right] = (\lambda_c + \lambda_i(x))\lambda_i(x)F(\lambda, x)x \end{aligned}$$

Una vez conocida la nueva distribución de velocidad inducida los coeficientes de tracción y potencia se calculan con las expresiones anteriormente expuestas. Las consideraciones sobre las tendencias de ambas variables que se comentaron para el modelo simplificado son igualmente válidas para este modelo.

## 3.2 Validación modelo teórico

### 3.2.1 Procedimiento para validar modelo teórico

El proceso de validación de un modelo teórico es complejo, ya que deben tenerse en cuenta muchas variables y sus rangos de validez. Por ello, a continuación se describe el procedimiento seguido en este proyecto para justificar las decisiones tomadas en la definición del modelo teórico.

#### 3.2.1.1. Ángulo de ataque

El modelo de resistencia depende del ángulo de ataque al que se encuentre cada sección de la pala. Los valores experimentales de la resistencia en función del ángulo de ataque suelen tener distribuciones complejas que hacen complicado el fitting de dichas curvas. Con el estudio del ángulo de ataque se pretende seleccionar las áreas de interés de la resistencia, con lo que se pueden tratar los datos experimentales con la intención de minimizar el error cometido al trasladar los modelos de resistencia a los modelos de caracterización propulsiva.

#### 3.2.1.2. Número de Reynolds

Debido al giro de la hélice y al cambio de las condiciones de vuelo, el número de Reynolds cambia a lo largo de pala. Por ello, se hace necesario cuantificar el grado de variación de dicha variable, ya que puede afectar a los modelos de resistencia que se utilizan. Al igual que con el ángulo de ataque, se realiza un estudio completo para cada sección de la pala y condición de vuelo.

$$Re = \frac{\rho V c(x)}{\mu}$$

donde V tiene componente axial y radial,

$$V = \sqrt{U^2 + (nx)^2}$$

- $\rho$ : densidad del aire
- $\mu$ : viscosidad del aire
- $V$ : velocidad total
- $U$ : velocidad axial
- $n$ : velocidad angular
- $x$ : coord. radial normalizada
- $c$ : cuerda

Para elegir un número de Reynolds representativo de la pala en las condiciones de vuelo en las que se encontrará el Céfiro durante su operación, es necesario seleccionar un rango característico del número de Reynolds. Esta limitación viene impuesta por la necesidad de elegir un modelo de resistencia para la pala, el cual se extrapolará al resto de ésta. Esto es debido a que no se tienen medidas



experimentales para rangos amplios del número de Reynolds, solamente para valores entre  $1.12 \cdot 10^6$  y  $7.53 \cdot 10^6$  (Silverstein 1934). Por todo lo anterior, se fija la condición de vuelo en  $J=0.4$ , ya que es un valor representativo de las actuaciones del Céforo y la sección correspondiente al 75% de la pala, pues es el valor que proporciona la literatura para representar el comportamiento global de la pala.

### **3.2.1.3. Elección del modelo de resistencia**

El modelado de la resistencia se ha realizado a partir de los resultados experimentales recogidos en el Naca Report 502 (Silverstein 1934). Se han obtenido curvas de tendencia polinómicas de la resistencia en función del ángulo de ataque para distintos rangos del número de Reynolds. Una vez identificado dicho parámetro utilizando las gráficas 3D del punto anterior, se procede a seleccionar el modelo de resistencia que más se adecue a las condiciones de operación de la hélice.

## **3.2.2 Utilización datos experimentales bibliográficos**

La validación de los resultados obtenidos mediante el desarrollo teórico se realiza simulando las condiciones de experimentos recogidas en artículos. Los elegidos para este proyecto han sido NACA Report 640 (Stickle and Crigler 1940) y NACA Report 378 (Freeman 1930), los cuales se han realizado con hélices y condiciones de vuelo distintas por lo que proporcionan una medida de la validez en un amplio rango variables.

### **3.2.2.1 NACA Report 640**

En la realización de los experimentos en el túnel de viento se ha utilizado una hélice de tres palas con perfiles Clark-Y. La geometría de la pala viene dada por la siguiente gráfica,

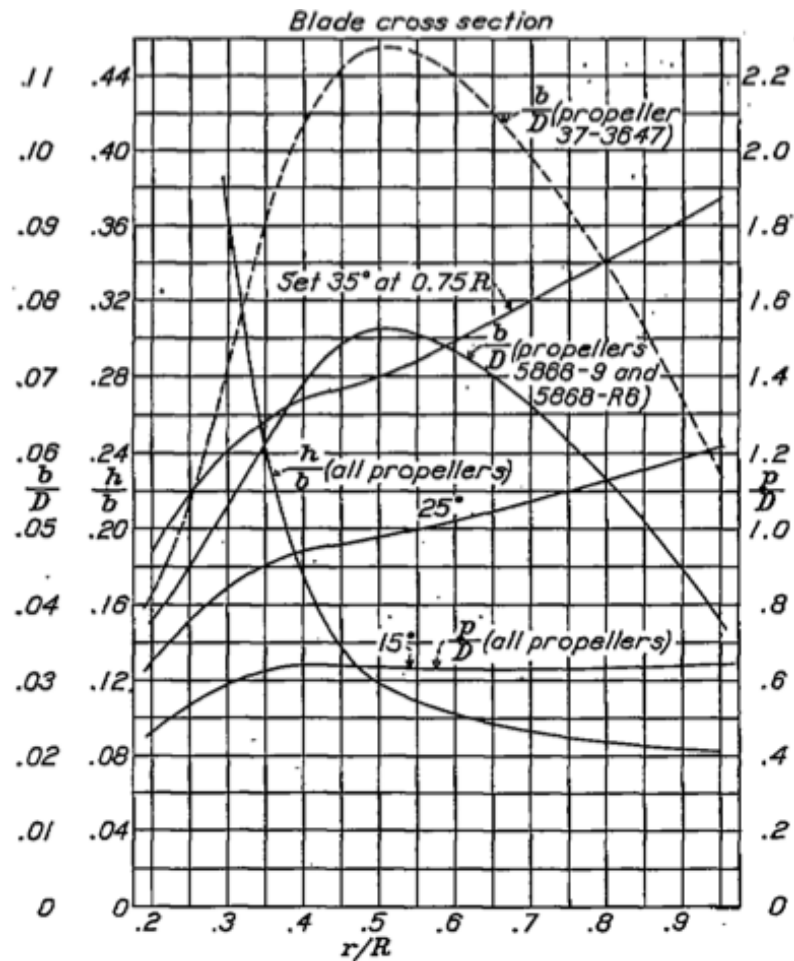


Figura 20 Geometría Hélice NACA Report 640

En cuanto a las condiciones en las que se ha realizado el ensayo, se ha mantenido la hélice a 1000 rpm mientras se aumenta la velocidad en el túnel de viento. Con ello se han obtenido valores de tracción, potencia y rendimiento de la hélice en función del parámetro de avance adimensional  $J$ .

$$J = \frac{V}{nD}$$

$V$ : velocidad axial [m/s]  
 $n$ : revoluciones hélice [rev/s]  
 $D$ : diámetro de la hélice [m]

Los resultados obtenidos son los siguientes,

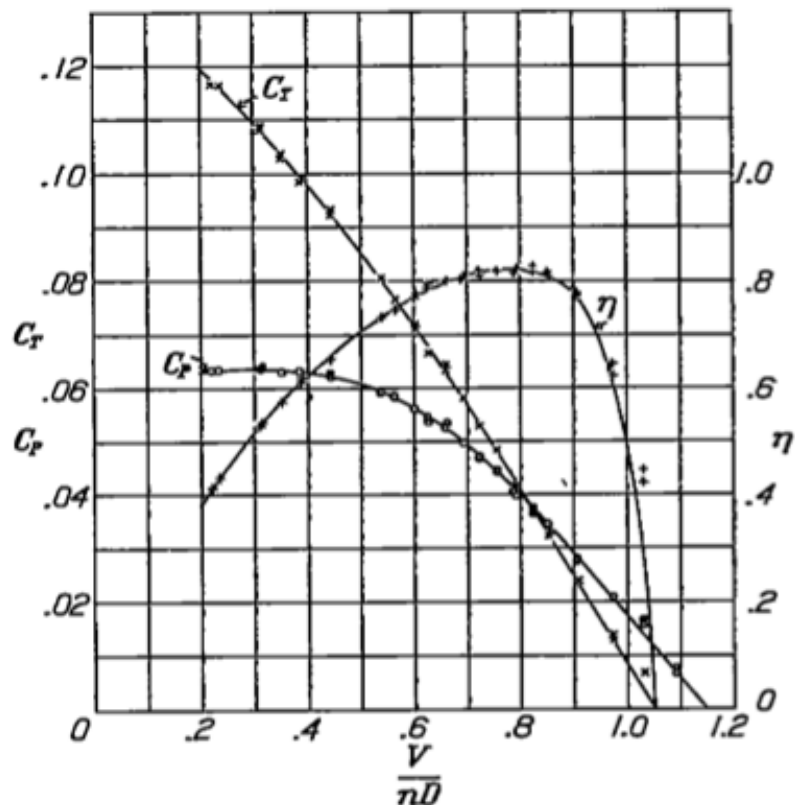


Figura 21 Resultados túnel de viento NACA Report 640

Para llevar a cabo la validación se necesitan conocer las variaciones de ángulo de ataque y de número de Reynolds a lo largo de la pala. Por ello se va a seguir el procedimiento que se marcó al inicio de esta sección, el cual proporcionará las justificaciones necesarias para poder tomar decisiones sobre el modelo de resistencia utilizado.

### Análisis del ángulo de ataque

Se quiere determinar el rango de variación del ángulo de ataque para cada sección de la pala y condición de vuelo. La figura 14 recoge dicha información.

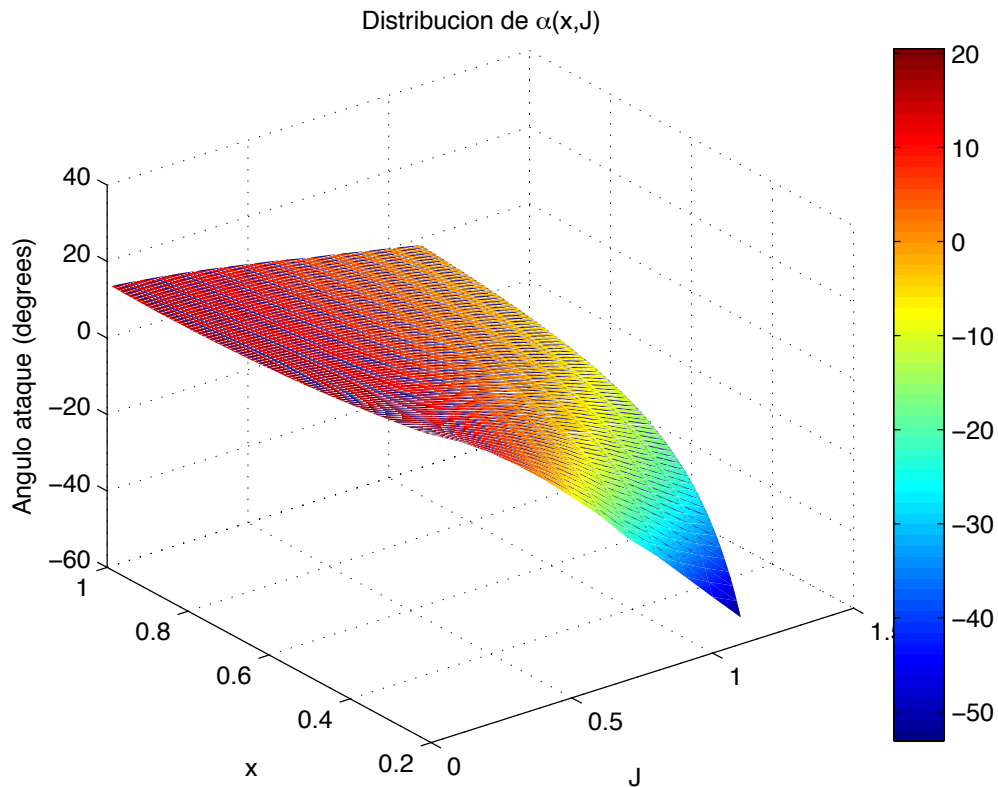


Figura 22 Distribución ángulo de ataque  $\alpha(x,J)$  para hélice NACA Report 640

Para poder apreciar de forma más clara las variaciones con respecto a  $x$  y  $J$  se muestran las siguientes vistas.

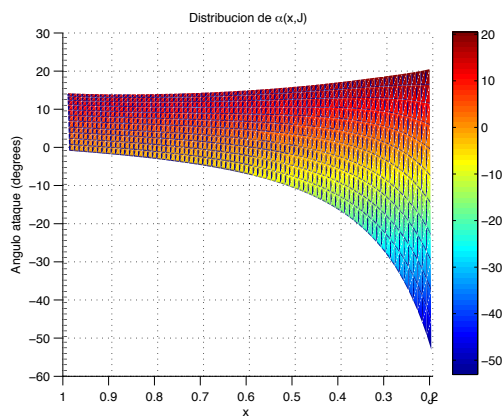


Figura 23 Distribución  $\alpha$  a lo largo de la pala

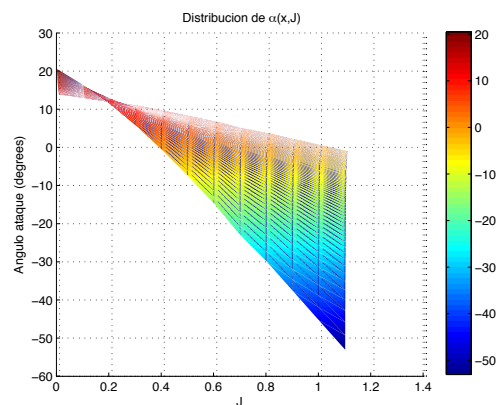


Figura 24 Distribución  $\alpha$  con  $J$

Los resultados se muestran para un rango de  $J$  muy amplio, aunque las estimaciones interesantes desde el punto de vista de este proyecto son los que se encuentran entre valores de aproximadamente 0.3 y 0.5 del parámetro de avance. Esto es debido a ese será el intervalo en el que se encontrará la hélice en funcionamiento durante la mayor parte del tiempo de operación. Basándose en dichos valores, el ángulo de ataque se mantiene en entre  $\pm 10^\circ$ , lo cual proporciona

un rango de ángulos de ataque que la polar elegida debe ser capaz de reproducir lo más fielmente posible.

### Análisis del número de Reynolds

De igual forma que con el ángulo de ataque, se han obtenido las variaciones de Reynolds con respecto al parámetro de avance y la sección de la pala. Con ello se pretende acotar el rango de variación del número de Reynolds en las condiciones del ensayo y así poder relacionarlo con un modelo de resistencia adecuado. Los resultados se muestran a continuación,

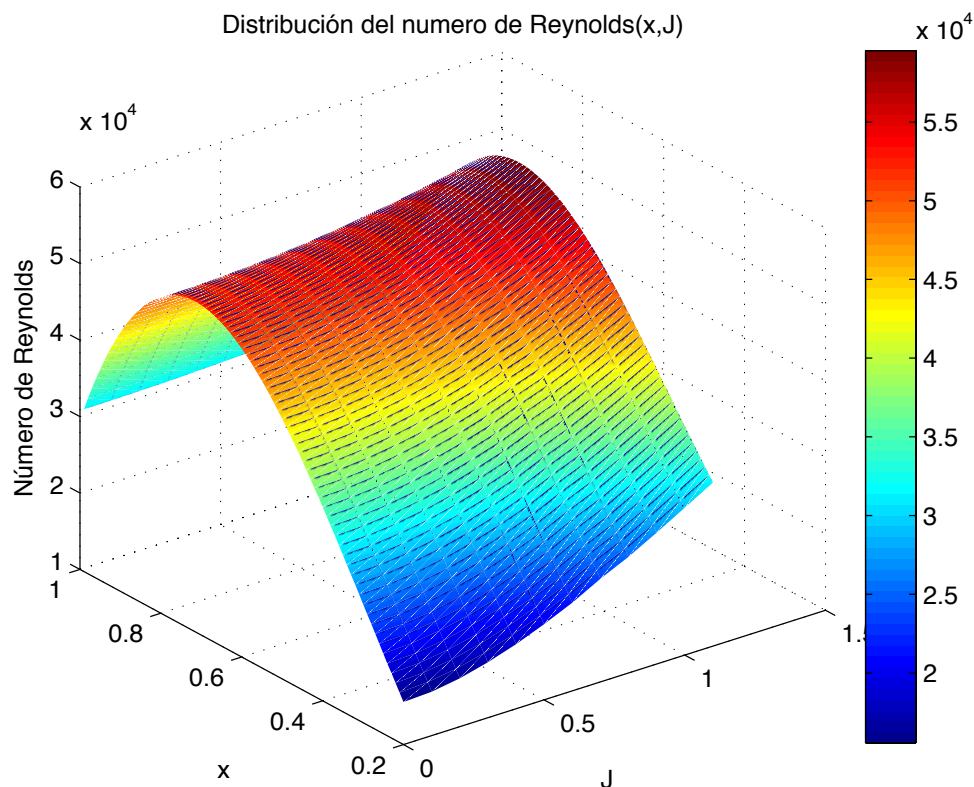


Figura 25 Distribución del número de Reynolds (x,J)

Nuevamente, las vistas laterales así como una cenital sobre las variaciones del parámetro de avance y la pala.

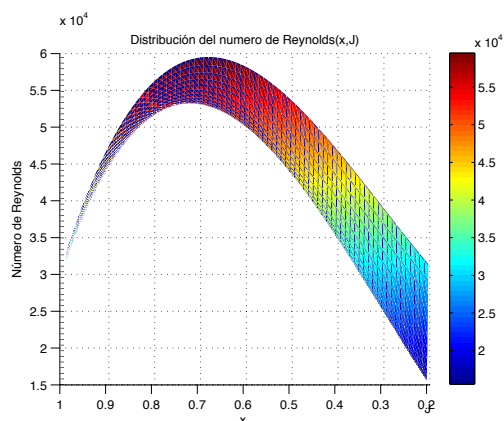


Figura 26 Distribución Reynolds a lo largo de la pala

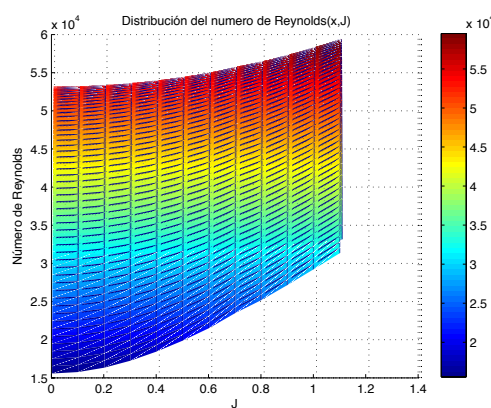


Figura 27 Distribución Reynolds con distintos J

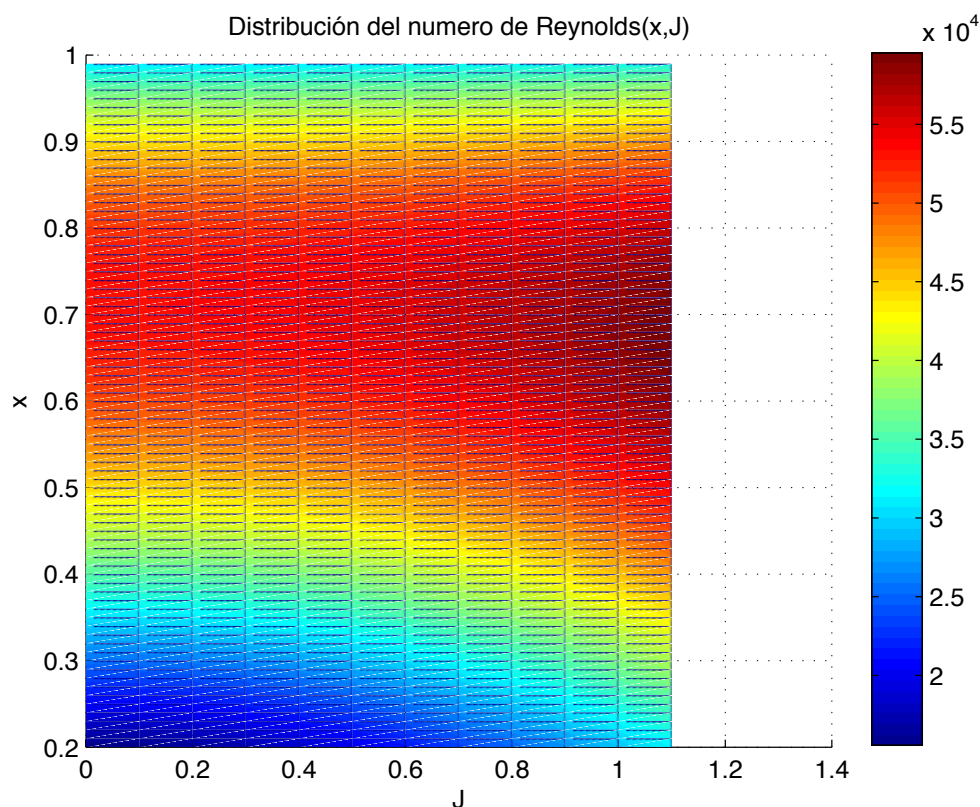


Figura 28 Distribución del número de Reynolds 'Plano de Fases'

Como ya se comentó, el rango de operación de la hélice será en torno a 0.3 – 0.5 del parámetro de avance. Para obtener un valor de referencia se elige una condición de vuelo y la sección característica de la pala. Como ya se argumentó, el valor de Reynolds es el correspondiente a  $J=0.4$  y  $x=0.75$ , lo que proporciona un Reynolds característico de  $5.37 \cdot 10^4$ . Para este valor del número de Reynolds no se tienen datos experimentales para la resistencia, ya que en el NACA Report 502 solo se recogen resultados para Reynolds de orden  $10^6$ . El modo de proceder en esta situación será utilizar los modelos de dicho reporte para los valores más pequeños de Reynolds,  $1.12 \cdot 10^6$  y  $1.55 \cdot 10^6$ , y comprobar cómo se comportan dichos modelos.



Por otra parte, existen programas que resuelven numéricamente perfiles en las condiciones que se le proporcionen. Este es el caso del Xfoil, el cual se ha utilizado para generar el modelo de resistencia del perfil para el número de Reynolds representativo  $5.37 \cdot 10^4$ . Sin embargo, debe tenerse en cuenta que las estimaciones que se obtienen de Xfoil para la resistencia no son muy fiables ya que para la obtención de dichos valores, integra sobre un perfil perfectamente liso, lo cual no se acerca a la realidad pues las imperfecciones del material provocan aumentos de resistencias y el paso de capa límite de laminar a turbulento antes de lo que predice el programa. Al margen de los problemas que puedan surgir, la posibilidad de tener un modelo de resistencia obtenido para el Reynolds de operación de la pala es importante. Con el objetivo de comprobar cual es el modelo de resistencia que más se adecue a los datos experimentales se ha realizado un barrido con los distintos modelos de  $C_d$  para Reynolds anteriormente descritos, tras lo cual se ha obtenido una medida del error utilizando el MSE (error cuadrático medio) normalizado.

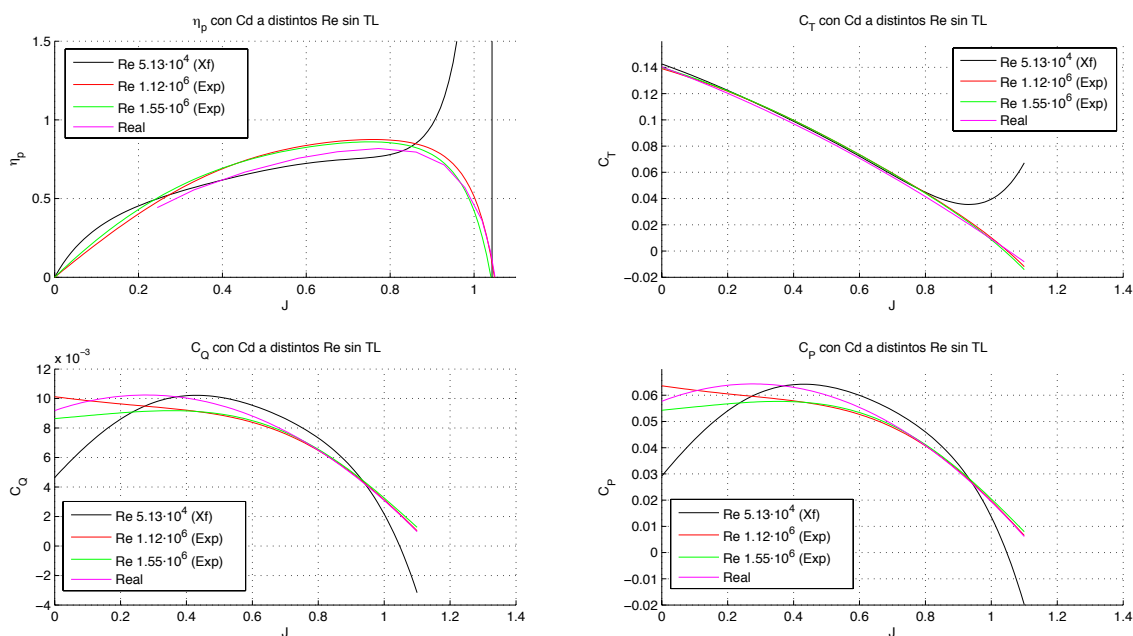
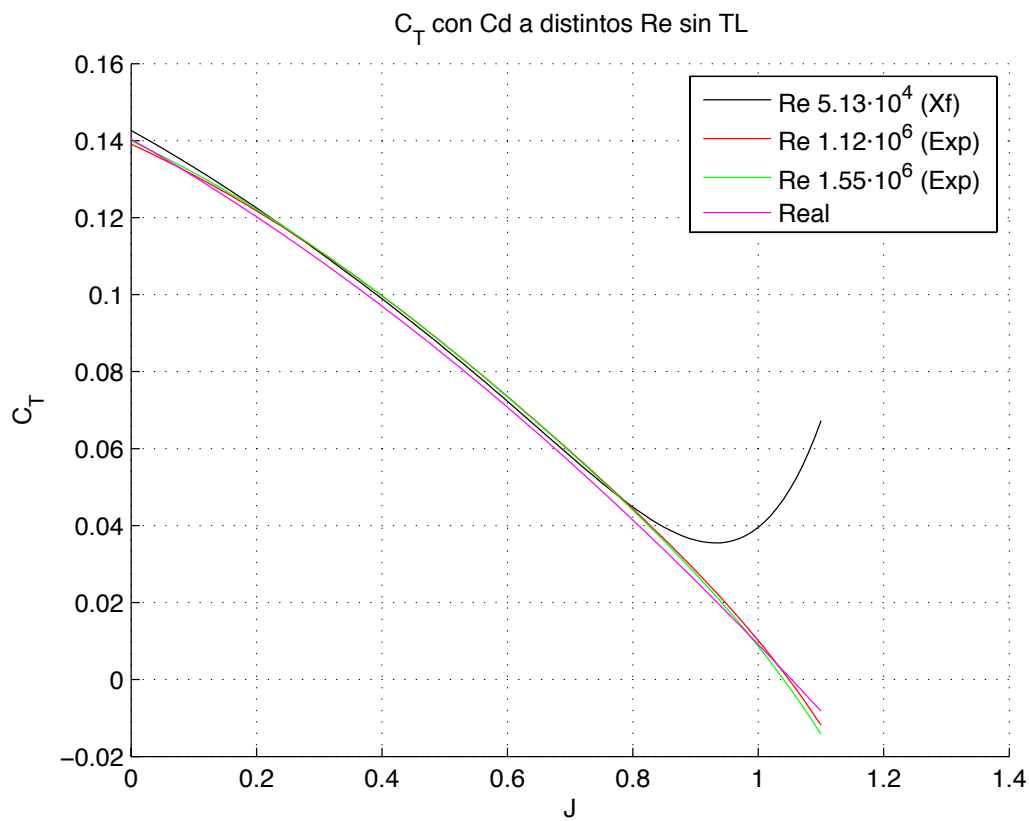
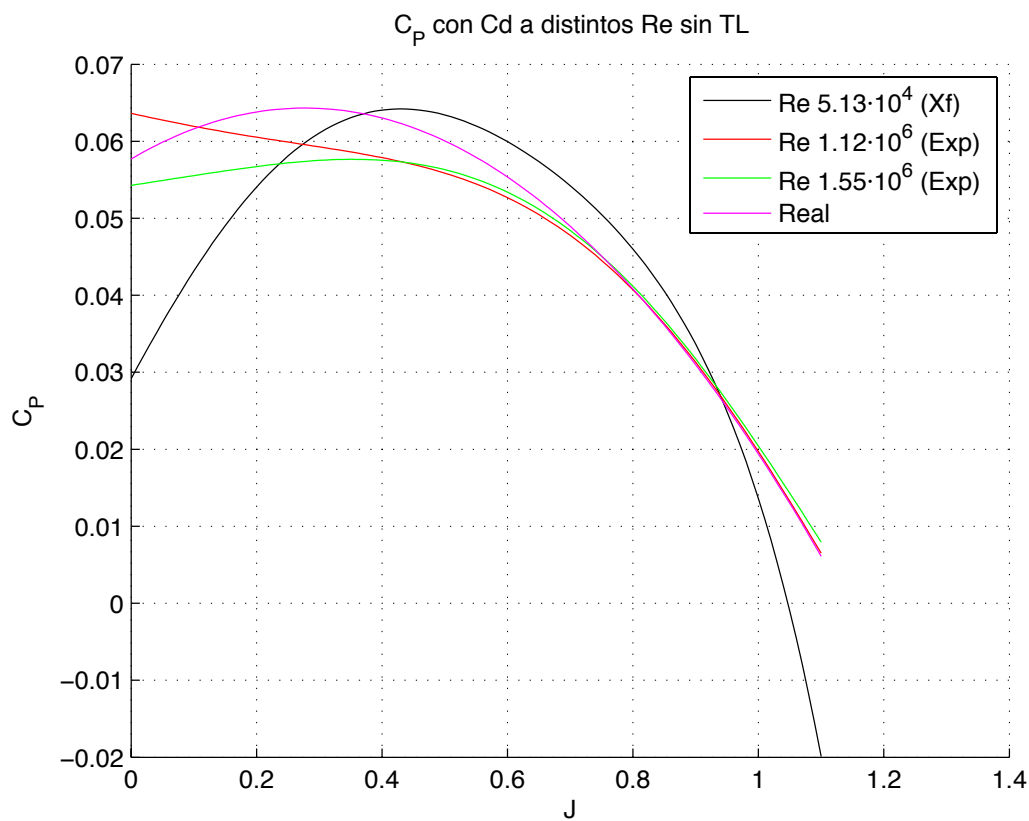


Figura 29 Resultados para  $C_d$  a distintos números de Reynolds

En las representaciones anteriores se observa cómo la variación del modelo de resistencia tiene gran influencia en el coeficiente potencia, lo cual se traduce en variaciones tanto en el rendimiento propulsivo como en el coeficiente de par. Dado que las variables fundamentales son la tracción y la potencia, a continuación se muestran de forma más detallada los resultados obtenidos.

Figura 30  $C_T$  con Cd a distintos números de ReynoldsFigura 31  $C_P$  con Cd a distintos números de Reynolds



En la figura 22 se observa que el coeficiente de tracción tiene poca variación con respecto al modelo de resistencia elegido, lo cual nos indica que la tracción no tiene una gran dependencia con respecto al coeficiente de resistencia. Matemáticamente este resultado era esperado, ya que la contribución de la resistencia en las ecuaciones que determinan la tracción en el modelo completo es de dos órdenes inferior al término de la teoría de cantidad movimiento.

En cuanto a la potencia, ésta si es dependiente del modelo de resistencia elegido, y por lo tanto del número de Reynolds al que opera cada sección de la pala. Este hecho tiene importantes implicaciones, ya que en este proyecto se está eligiendo un modelo de resistencia para un número de Reynolds medio en toda la pala, no para cada sección.

Para poder analizar la influencia del número de Reynolds y el modelo de resistencia en el cálculo de la tracción y la potencia en base a medidas objetivas de error, se ha obtenido el MSE normalizado. Dado que el intervalo de interés corresponde a  $J=0.3-0.5$ , los errores se han calculado para dicho rango. Los resultados se recogen en la siguiente figura.

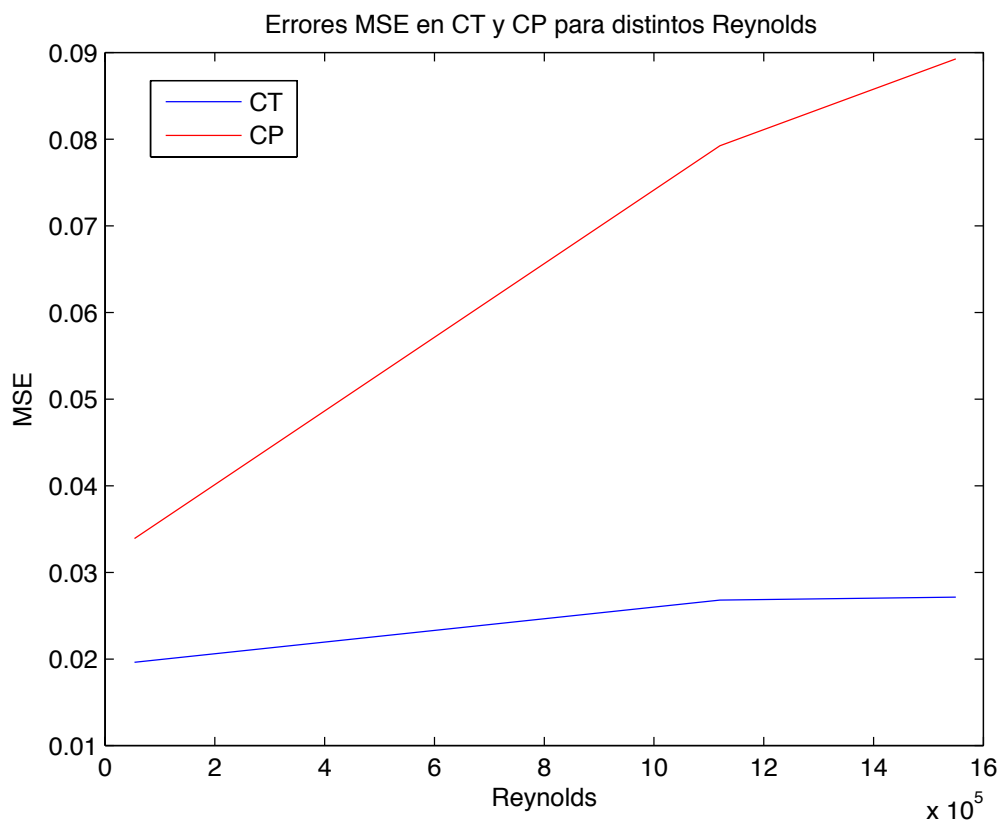


Figura 32 Errores normalizados MSE en CT y CP para distintos números de Reynolds

En primera instancia se aprecia como el error medio cometido en la modelización del coeficiente de tracción es menor que el correspondiente a la estimación de la potencia. Ello es debido a que el modelado de la tracción depende sobretodo de las características geométricas de la pala, las cuales están bien definidas, mientras que

la potencia depende del modelo de resistencia elegido, el cual se está tomando como constante a lo largo de la pala (solo dependiente del ángulo de ataque), sin olvidar que no se tienen datos experimentales que se ajusten a las características de la pala y el ensayo. También es importante remarcar cómo el coeficiente de tracción es prácticamente invariante frente al modelo de resistencia elegido, tal y como se espera de las ecuaciones. Ello indica que se puede utilizar el coeficiente de tracción para identificar si el modelado de una hélice es correcto incluso si no se tienen datos suficientes para modelar la resistencia.

El menor error tanto en potencia como en tracción se obtiene utilizando el modelo proporcionado por Xfoil para  $J=0.4$  y el 75% de la pala. Con ello, podemos afirmar que los dos órdenes de magnitud de diferencia entre el Reynolds de la pala y el de los resultados experimentales del NACA Report 502 son muy grandes. Ello conlleva que la simulación de la resistencia de mejores resultados. Este resultado se utilizará para calcular las estimaciones de los modelos y poder compararlos con los valores experimentales.

### Validación resultados con NACA Report 640

Se trata de obtener los valores característicos de operación de la hélice utilizando el modelo de resistencia correspondiente al número de Reynolds justificado en el apartado anterior. Para ello se ha obtenido una polar de cuarto grado a partir de los resultados teóricos proporcionados por Xfoil para un Reynolds de operación de  $5.37 \cdot 10^4$ .

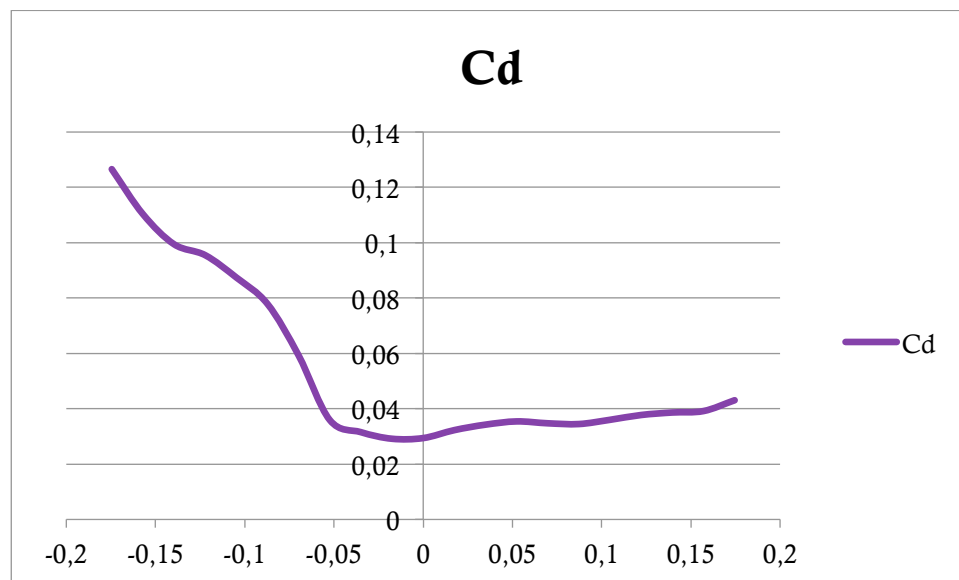


Figura 33 Modelo de resistencia para Reynolds  $2 \cdot 10^6$

La ecuación de la línea de tendencia de cuarto grado obtenida es la siguiente,

$$C_d(\alpha) = -48.121 \alpha^4 - 2.4524 \alpha^3 + 3.136 \alpha^2 - 0,1727 \alpha + 0,0304$$

donde  $\alpha$  representa el ángulo de ataque en radianes.

Utilizando dicha polar para la resistencia, ahora se trata de analizar los distintos modelos de la hélice. De esta forma se intenta poder comparar la validez de las hipótesis realizadas y conseguir un modelo justificado para estimar el comportamiento de cualquier hélice en distintas situaciones. A continuación se muestran las gráficas correspondientes a los modelos explicados en el apartado 3.1.

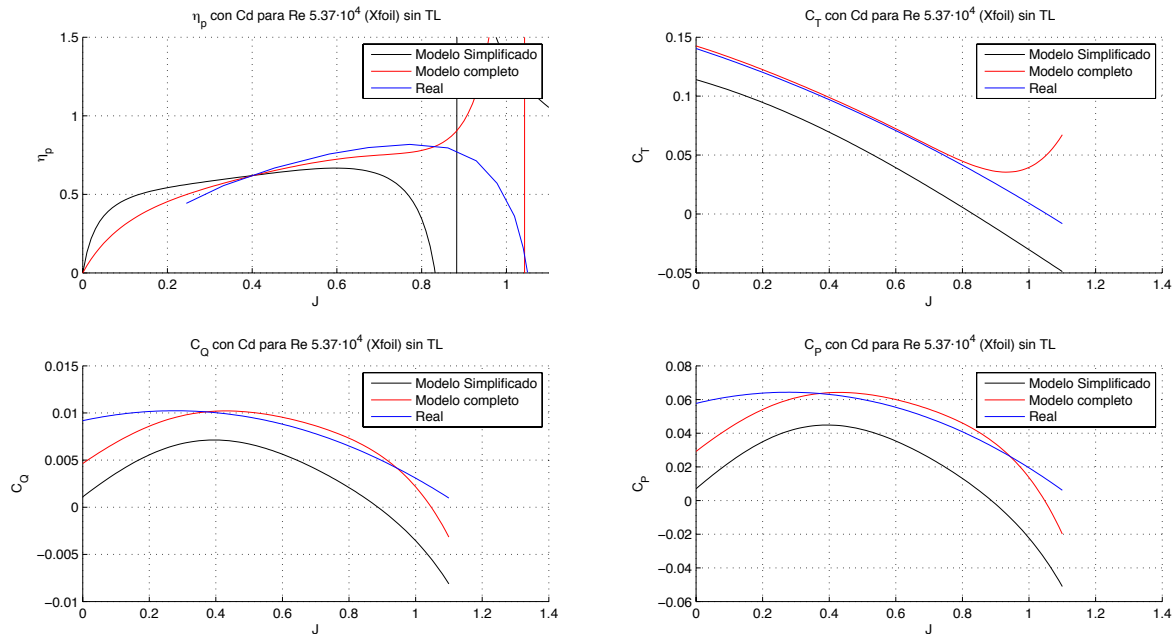


Figura 34 Comparación estimaciones simplificado y completo vs real con Reynolds  $2 \cdot 10^6$

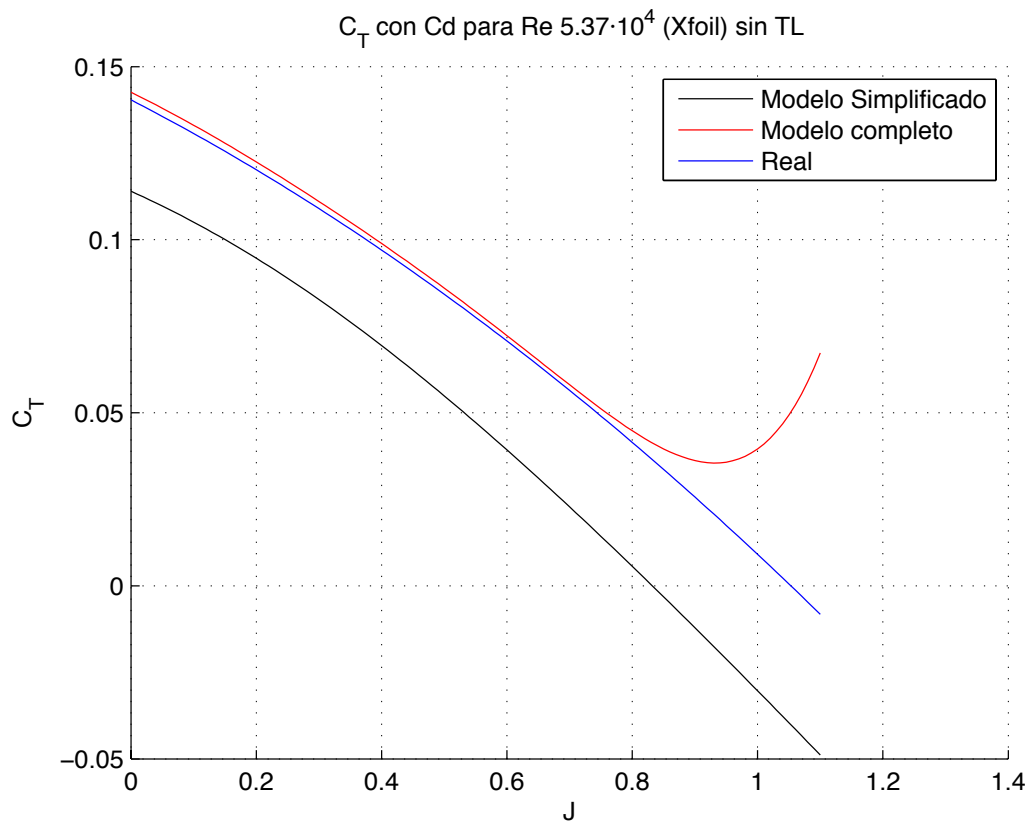


Figura 35 Comparación  $C_T$  estimaciones simplificado y completo vs real con Reynolds  $2 \cdot 10^6$

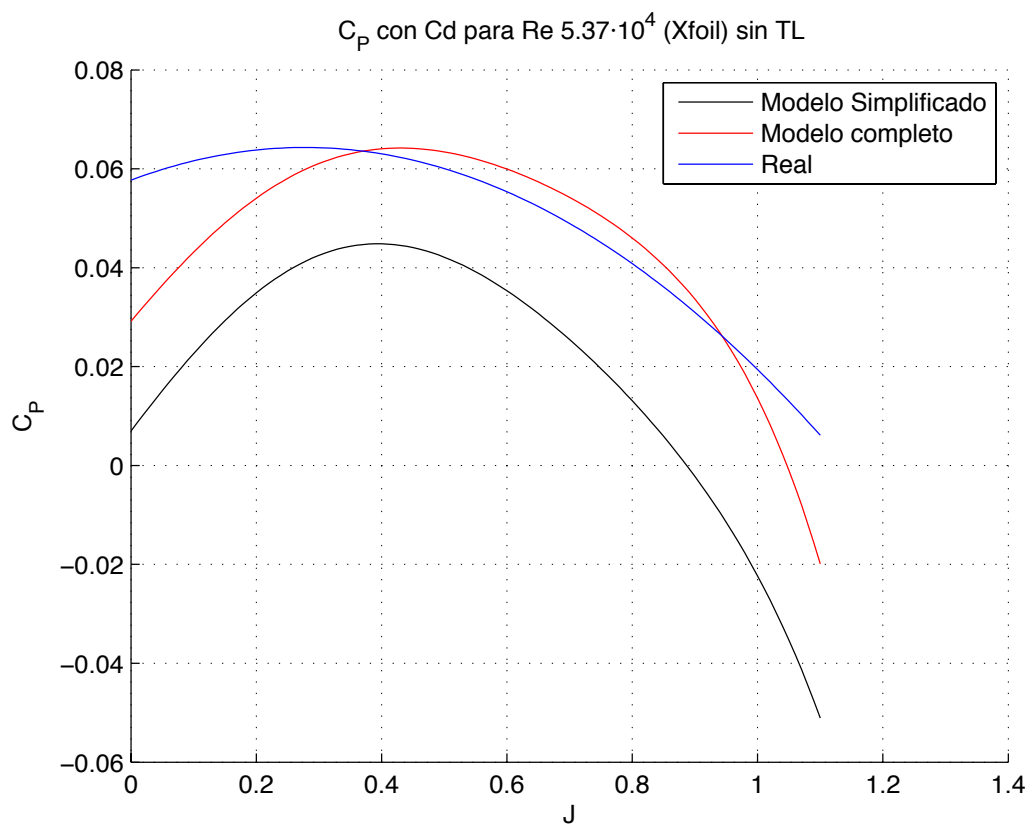


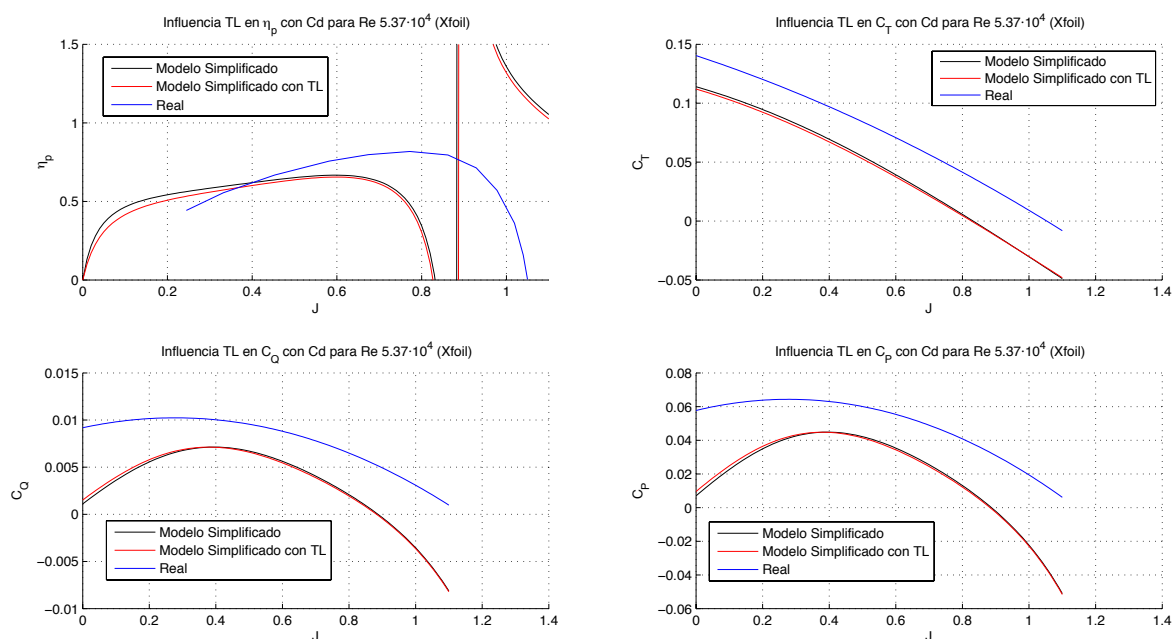
Figura 36 Comparación  $C_P$  estimaciones simplificado y completo vs real con Reynolds  $2 \cdot 10^6$

La primera impresión que se obtiene de las gráficas es que el modelo simplificado no se ajusta a los resultados experimentales. Solamente en el rendimiento propulsivo parece seguir la tendencia, aunque para valores altos del parámetro de avance llega a la asíntota de la hipérbola. Con los resultados actuales se puede pensar que la hipótesis de ángulo de entrada de corriente mucho menor que uno no se cumple en hélices. Al final de la sección se discutirá dicha hipótesis calculando la distribución del ángulo de entrada de corriente.

### *Efecto de la pérdida de punta de pala*

La caracterización se ha realizado utilizando la formulación de Prandtl, tal y como se muestra en el apartado 3.1.3. Para mostrar la influencia de la pérdida de punta de pala se ha realizado un análisis individualizado de cada modelo, es decir, se han obtenido por separado los resultados del modelo simplificado y completo. Esto se ha realizado ya que las variaciones son pequeñas, del orden del 3% por lo que no se aprecian si se muestran todas las estimaciones juntas.

En primer lugar se ha obtenido la influencia de la pérdida de punta de pala en el modelo simplificado, el cual muestra las siguientes variables propulsivas.



**Figura 37** Influencia de la pérdida de punta de pala en el modelo simplificado para Reynolds  $2 \cdot 10^6$

A primera vista puede que no se diferencien los cambios, por lo que se muestran detalles del coeficiente de tracción y potencia, ya que son los más representativos.

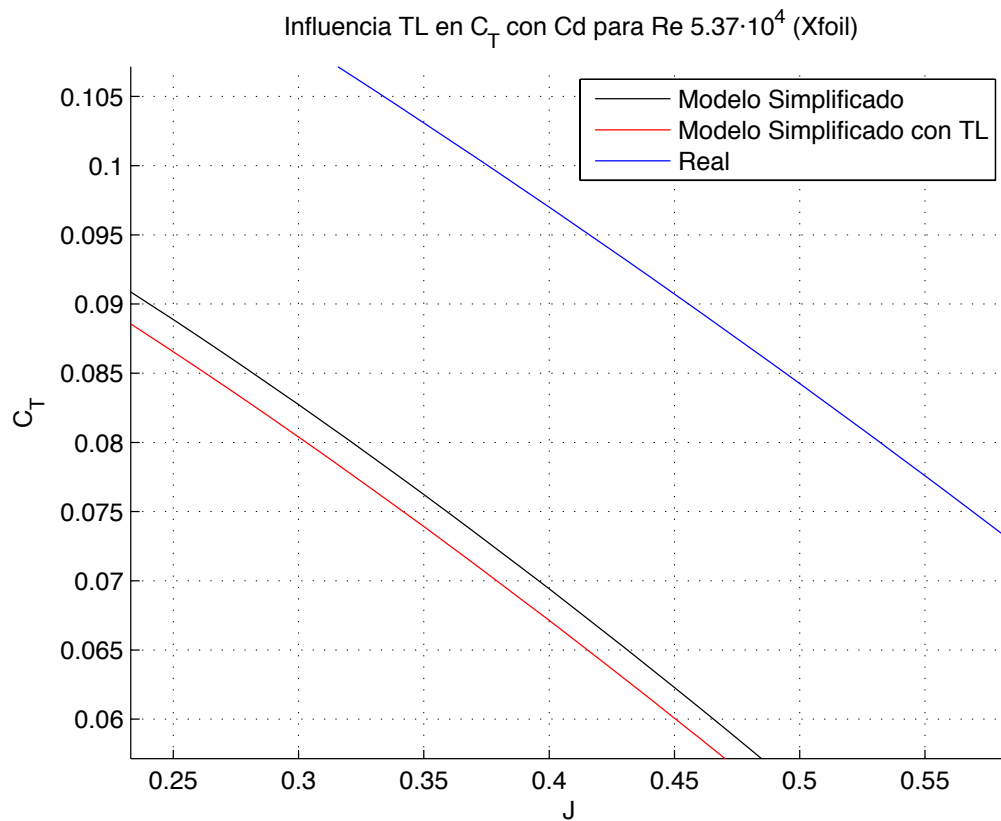


Figura 38 Influencia en el  $C_T$  de la pérdida de punta de pala en el modelo simplificado para Reynolds  $2 \cdot 10^6$

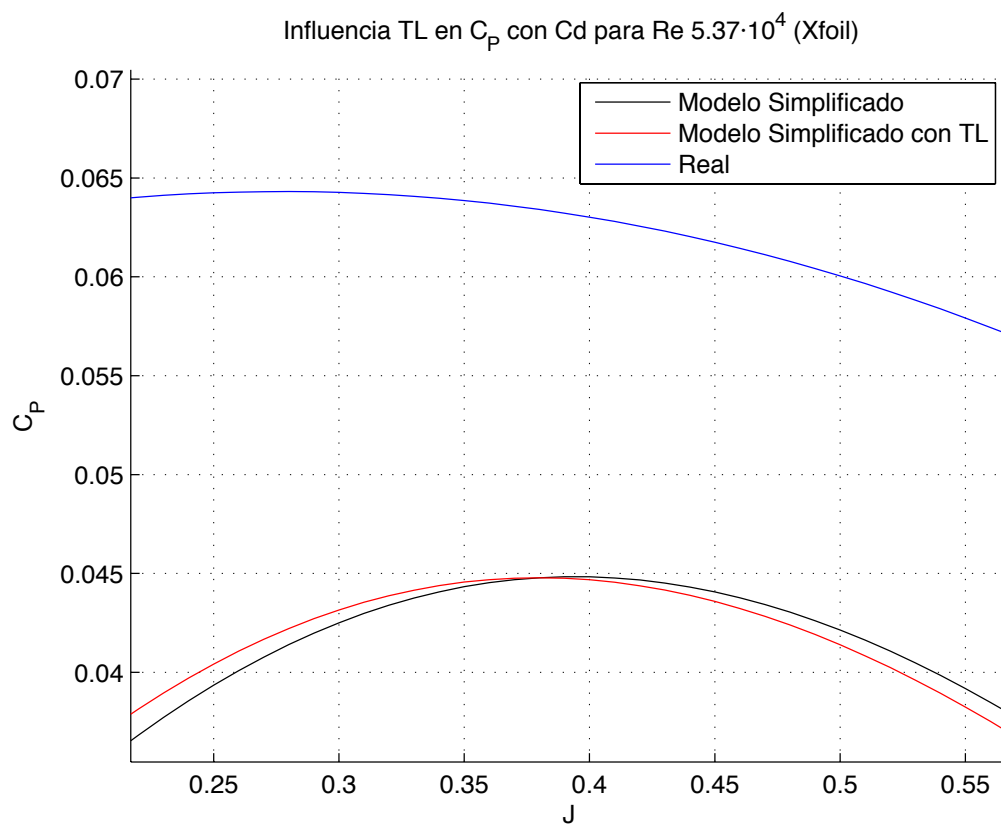


Figura 39 Influencia en el  $C_P$  de la pérdida de punta de pala en el modelo simplificado para Reynolds  $2 \cdot 10^6$

En ambos casos se aprecia una disminución tanto de la tracción como de la potencia que proporciona la hélice. Ello es coherente con la definición que se proporcionó anteriormente, ya que al tener en cuenta el rebordeo de la corriente en la punta de la pala se está aumentando la velocidad inducida que atraviesa el disco. Todo ello se traduce en una disminución de las prestaciones de hélice.

Centrando el estudio en el modelo completo se obtiene la siguiente gráfica,

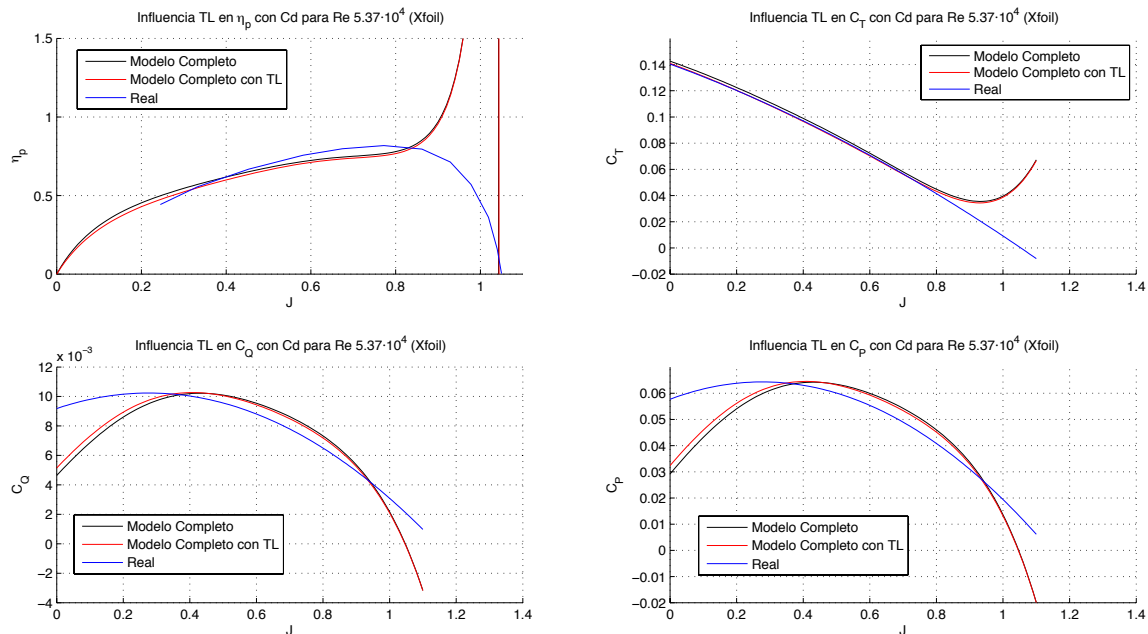


Figura 40 Influencia de la pérdida de punta de pala en el modelo completo para Reynolds  $2 \cdot 10^6$

Se observa cómo la influencia de la pérdida de punta de pala es más acusada en valores pequeños del parámetro de avance, lo cual se traduce en diferencias mayores entre el modelo con y sin pérdidas. A altos valores del parámetro de avance el efecto de la formulación de Prandtl se hace menor.

También es necesario remarcar que las tendencias son las esperadas, significando la inclusión de la pérdida de punta de pala un deterioro en las actuaciones de la hélice. Ello puede apreciarse en los detalles que se muestran a continuación,



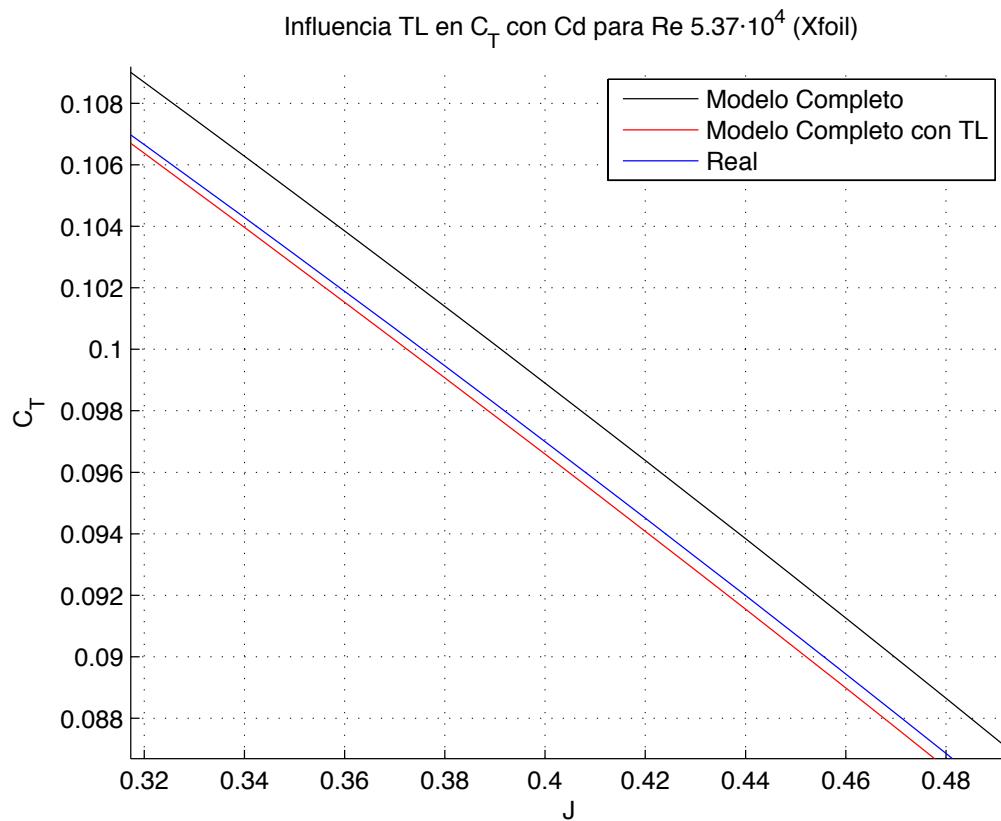


Figura 41 Influencia en el  $C_T$  de la pérdida de punta de pala en el modelo completo para Reynolds  $2 \cdot 10^6$

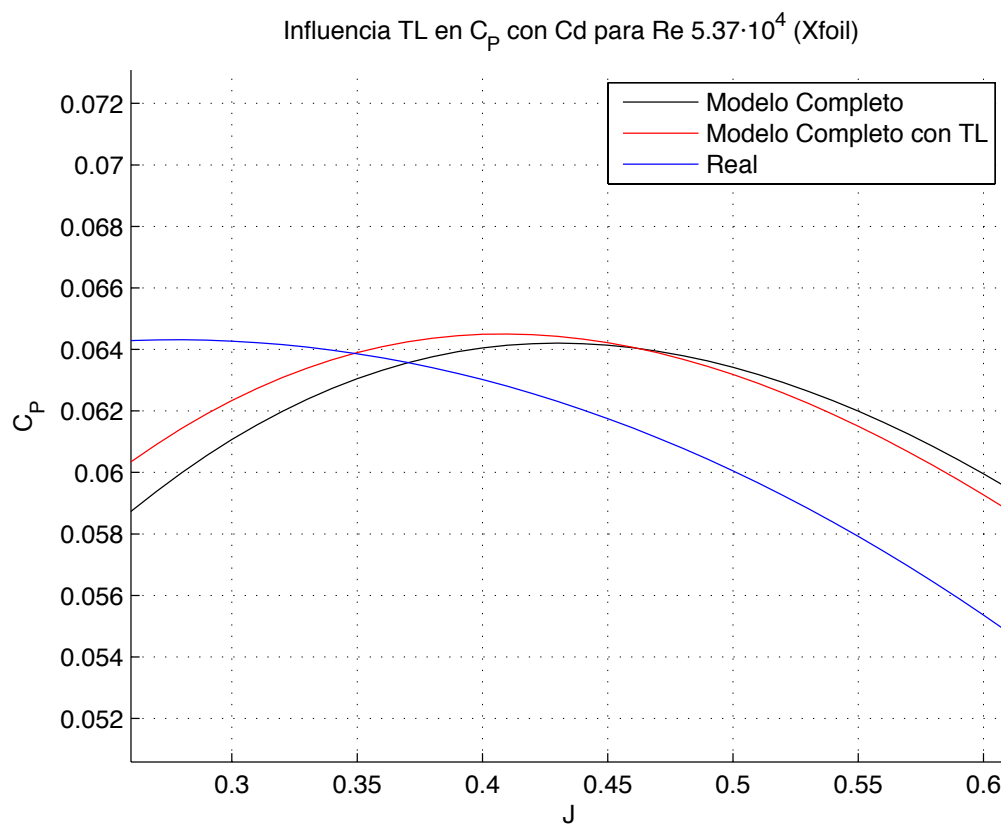


Figura 42 Influencia en el  $C_P$  de la pérdida de punta de pala en el modelo completo para Reynolds  $2 \cdot 10^6$

### 3.2.2.1 NACA Report 378

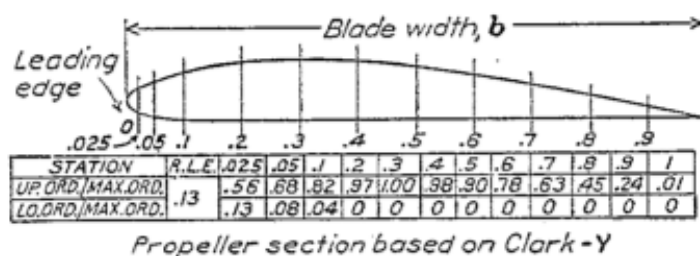
Este artículo se comparan dos series de hélices con dos tipos de secciones de pala diferentes. Cada grupo tienen un perfil aerodinámico distinto, siendo cada serie de tres hélices cuyas secciones son R.A.F.-6 y Clark-Y respectivamente. Dentro de cada serie se diferencian en la relación espesor/cuerda de la siguiente forma.

| Propeller designation |            |                       |
|-----------------------|------------|-----------------------|
| Clark Y               | R. A. F.-6 | Thickness/chord ratio |
| C-6                   | R-6        | 0.06                  |
| C-8                   | R-8        | .08                   |
| C-10                  | R-10       | .10                   |

Figura 43 Hélices ensayadas en NACA Report 378

Dado que en la realización de este documento se tiene la curva de sustentación correspondiente al perfil Clark-Y, se ha elegido éste para realizar la comparación. En concreto se ha analizado el perfil con el ratio espesor/cuerda 0.06. En el artículo todos las hélices fueron testadas con cinco configuraciones de paso distintas ( $11^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $19^\circ$ ,  $23^\circ$  y  $27^\circ$  en el 75% de la pala). Para la simulación se han elegido los resultados correspondientes a  $11^\circ$ , ya que la hélice que portará el Céfiro 2 no tiene grado de libertad en la raíz.

En el ensayo se ha utilizado una hélice de 1.448 m (9.5 ft) de radio. Como se ha mencionado se analiza la hélice con perfil Clark-Y cuya geometría se especifica a continuación.



Propeller section based on Clark-Y

Figura 44 Geometría perfil Clark-Y

Para definir la hélice se tienen las siguientes curvas que proporcionan la distribución de cuerda y espesor de la pala.

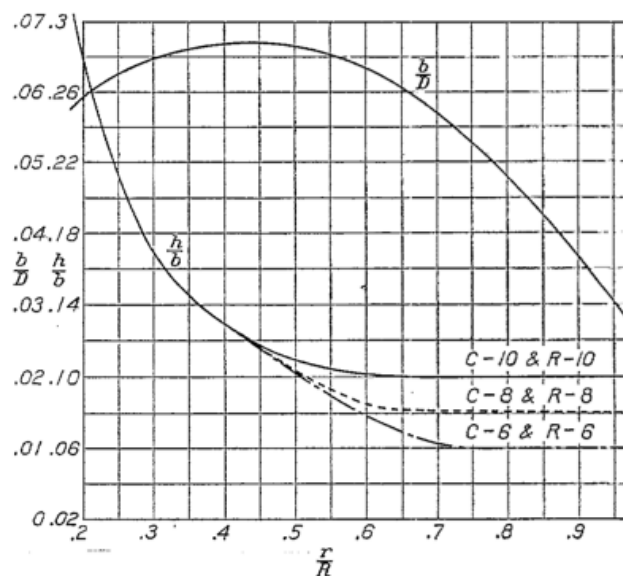


Figura 45 Geometría hélices NACA Report 378

La torsión puede obtenerse a partir de la siguiente curva, ya que teniendo la distribución de pitch se puede despejar la torsión de la siguiente relación.

$$p = 2\pi \tan\beta \rightarrow \frac{p(r)}{D} = \pi \frac{r}{R} \tan\beta(r)$$

$$\beta(x) = \arctan\left(\frac{p(x)/D}{\pi x}\right)$$

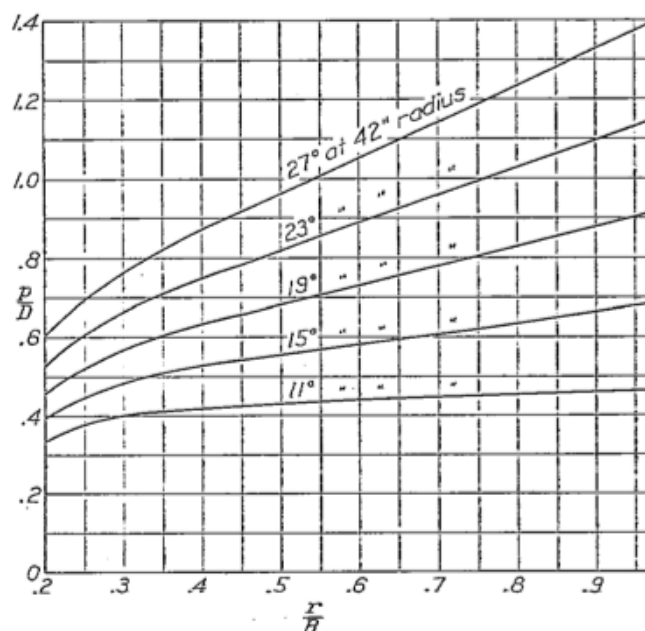


Figura 46 Pitch hélices NACA Report 378

Los ensayos en el túnel de viento se han realizado utilizando un motor CurtisD-12 de 435 HP en configuración tractor. Los experimentos se han realizado en condiciones a nivel del mar y se ha intentado mantener la hélice a revoluciones constantes de 1900 rpm. La configuración utilizada se muestra en la siguiente imagen.

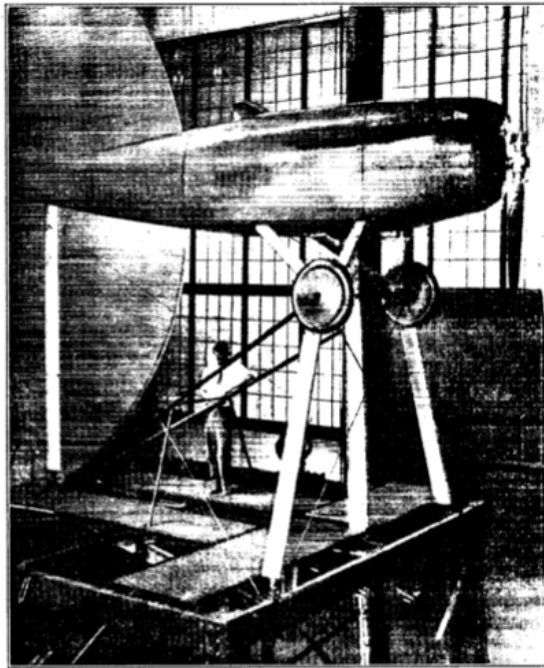


Figura 47 Set-up ensayos NACA Report 378

Como se aprecia en la anterior figura, el set-up utilizado no es el mejor posible, ya que la configuración proporciona interferencias con la hélice al no poseer un buje estilizado que minimice la resistencia.

Los resultados obtenidos en los ensayos del artículo para el perfil Clark-Y C-6 para un ángulo de paso de  $11^\circ$  son los siguientes.

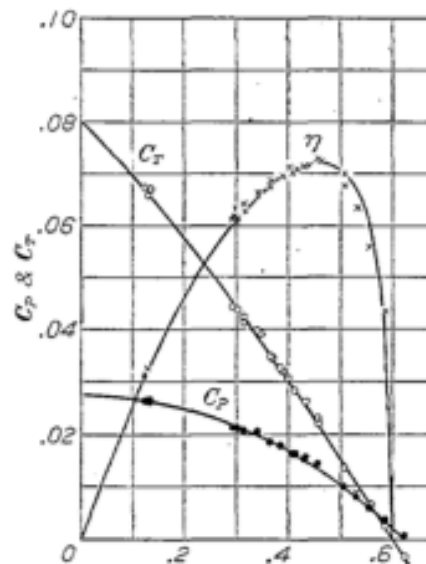


Figura 48 Resultados experimentales hélice C-6

Los coeficientes de tracción y potencia en el artículo están definidos de la siguiente forma.

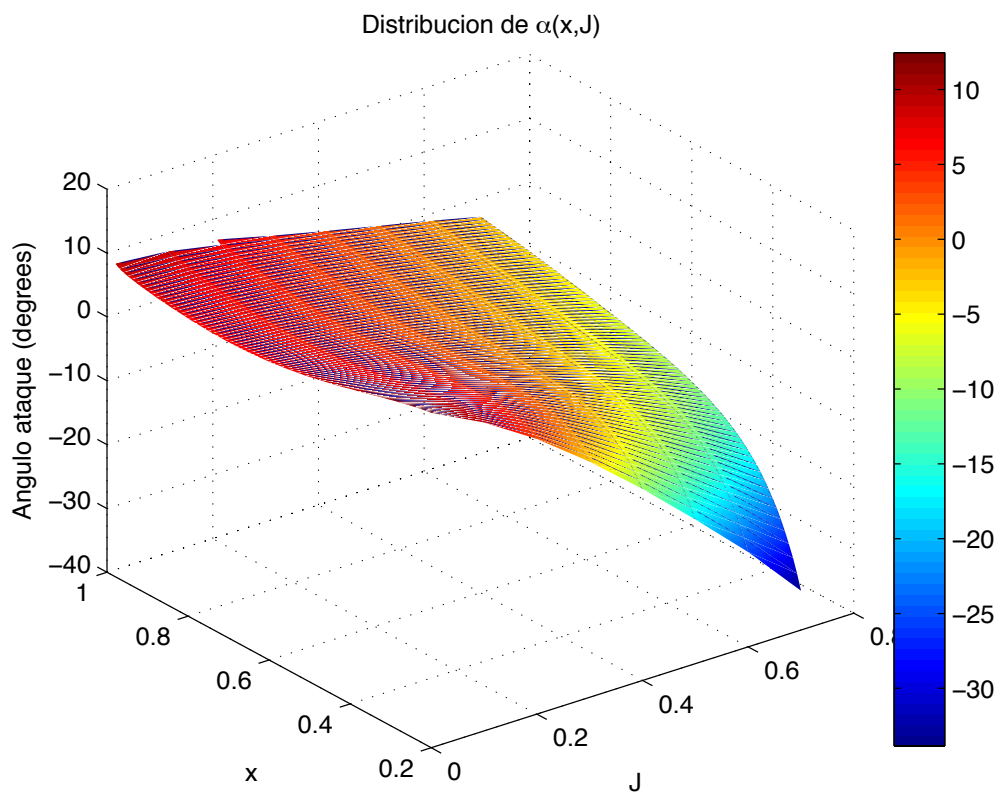
$$C_T = \frac{T}{\rho n^2 D^4}$$

$$C_P = \frac{P}{\rho n^3 D^5}$$

Una vez detalladas las condiciones del ensayo y la geometría de la hélice se procede a seguir el planteamiento que se especificó al inicio de la sección 3.2, el cual nos permitirá obtener las estimaciones que proporcionan los modelos teóricos analizados.

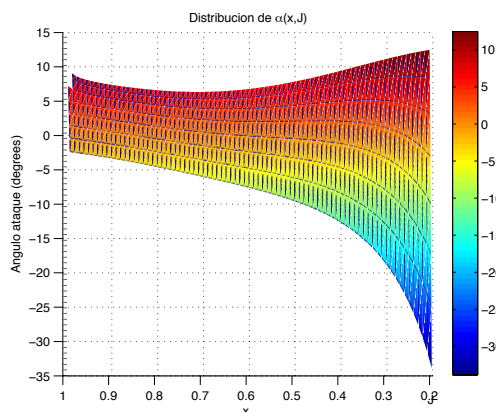
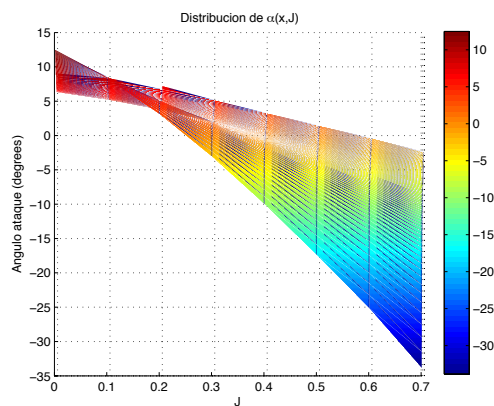
### Análisis del ángulo de ataque

Interesa conocer la evolución del ángulo de ataque a lo largo de la pala para distintas condiciones de vuelo por lo que se ha realizado la siguiente simulación.



**Figura 49 Distribución del ángulo de ataque (x,J)**

Se muestran diferentes vistas para diferenciar la evolución con respecto a la sección de la pala y el parámetro de avance.

Figura 50 Distribución  $\alpha$  a lo largo de la palaFigura 51 Distribución  $\alpha$  con J

La evolución del ángulo de ataque que se aprecia con respecto a la sección de la pala indica que existe una gran diversidad de ángulos de ataque para cada sección. Por ello, es necesario fijarse en la evolución con respecto al parámetro de avance para poder obtener un rango más preciso. Se observa como para valores pequeños del parámetro de avance en torno a  $0.3 - 0.4$ , los ángulos de ataque oscilan entre  $-5^\circ$  y  $5^\circ$ , lo cual representa una disminución con respecto a los resultados que se obtuvieron con la pala del primer artículo. Ello es debido a que esta nueva hélice es bastante mayor que la anterior, con lo cual la componente tangencial de la velocidad es mayor. Este aumento de la velocidad tangencial puede desembocar en que la hipótesis que se realiza en el modelo simplificado ( $U_p \ll U_T \rightarrow \phi \ll 1$ ) tome mayor relevancia y los resultados de dicho modelo se ajusten más al completo de lo que lo hace en hélices pequeñas.

### Análisis del número de Reynolds

Para conocer las condiciones en las que está operando la pala según las condiciones de vuelo se determina el número de Reynolds para cada sección de la pala y parámetro de avance.

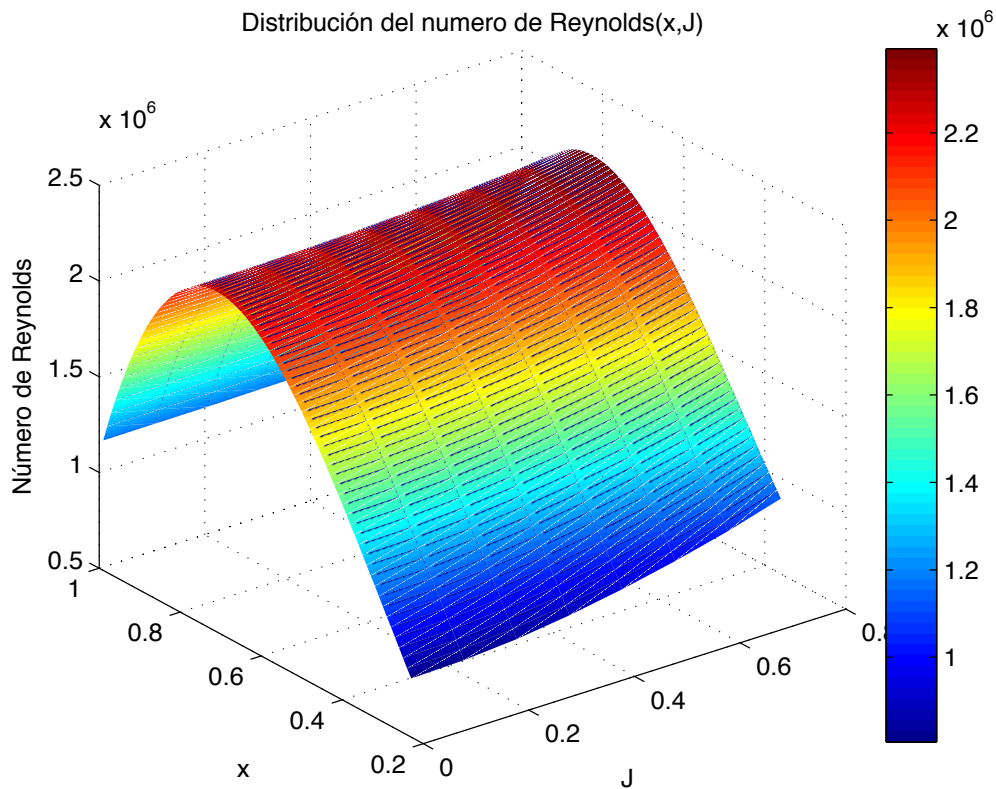


Figura 52 Distribución número de Reynolds (x,J)

Para poder observar más claramente la evolución con respecto a cada una de las variables se muestran las variaciones en diferentes vistas.

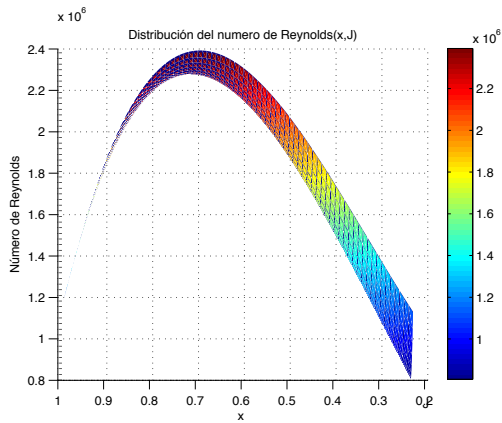


Figura 53 Distribución Reynolds a lo largo de la pala

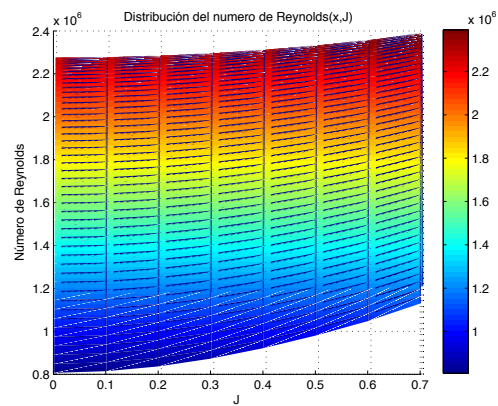


Figura 54 Distribución Reynolds con distintos J



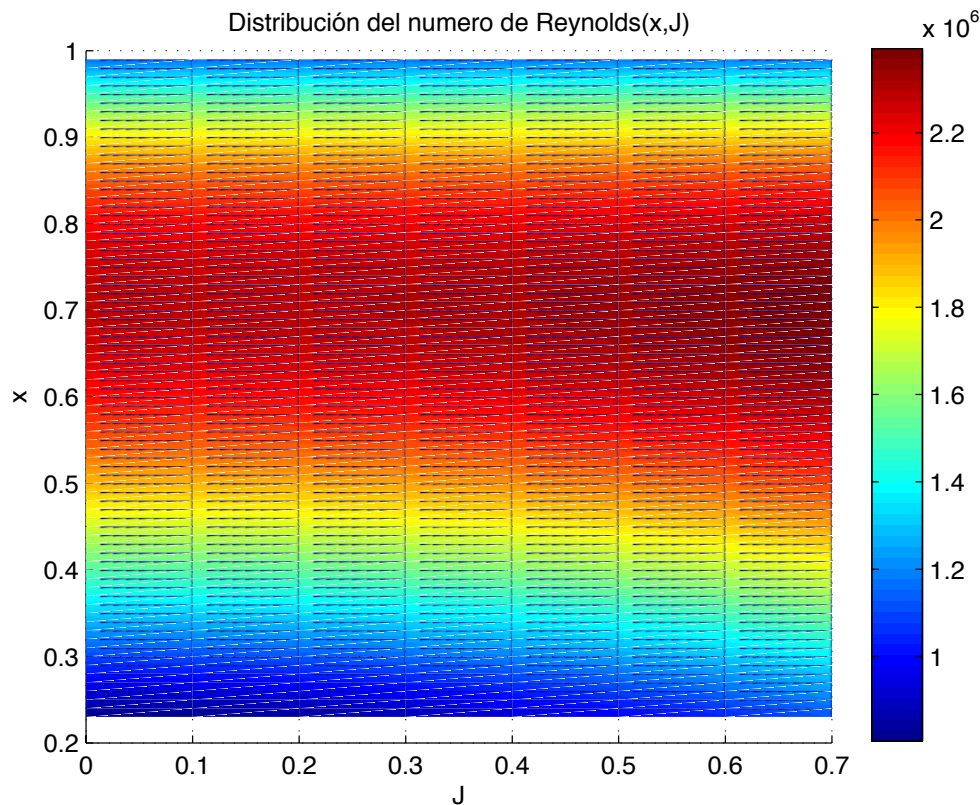


Figura 55 Distribución del número de Reynolds 'Plano de Fases'

El número de Reynolds se encuentra en valores alrededor de  $10^6$ , lo cual es dos órdenes mayor que el obtenido para el anterior artículo. Las variaciones a lo largo de la pala tienen su punto más elevado en torno al 75% de la pala como era esperado mientras que la tendencia del número de Reynolds con respecto al parámetro de avance es ascendente. Ello se debe al aumento de la velocidad de avance ya que las revoluciones están fijadas en 1900 rpm.

El análisis del número de Reynolds se realiza en primera instancia para poder elegir un modelo de resistencia adecuado a las condiciones de operación de la hélice. Los resultados obtenidos nos indican que los modelos que se poseen para la resistencia son adecuados para esta nueva hélice, ya que son datos experimentales son para el mismo orden del número de Reynolds.

Para elegir un modelo de resistencia, se van a utilizar los valores de resistencia para los números de Reynolds representativos de la pala, es decir, solo se van a ensayar los modelos asociados a los números de Reynolds presentes en la pala con  $J=0.4$ . Con ello se intenta obtener que sección de la pala es la característica y si coincide con el 75% que propone la mayor parte de bibliografía sobre el tema. Los valores ensayados serán  $1.55 \cdot 10^6$  (39% y 94% de la pala),  $2.06 \cdot 10^6$  (54% y 85% de la pala) y  $2.20 \cdot 10^6$  (60% y 80% de la pala). Al igual que en el caso anterior, se ha obtenido el modelo de resistencia para  $J=0.4$  y en el 75% de la pala, ya que no se tienen valores experimentales para el Reynolds  $2.91 \cdot 10^6$ . Las siguientes figuras muestran los resultados obtenidos.



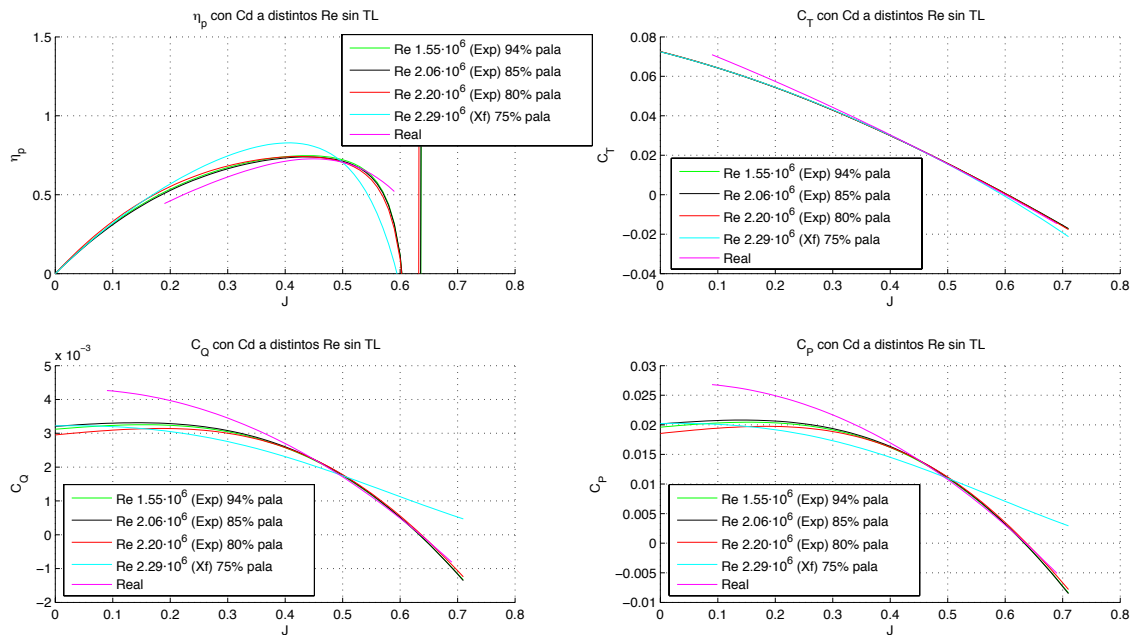


Figura 56 Resultados para Cd a distintos números de Reynolds

Como se puede apreciar las simulaciones funcionan bien tanto para la tracción como la potencia. También se observa que la variación que se produce con los distintos modelos de resistencia es pequeña, superponiéndose en su mayor parte las soluciones sobretodo a altos valores del parámetro de avance. Para poder observar con mayor claridad las variaciones del coeficiente de tracción y potencia, estos se muestran a continuación por separado.

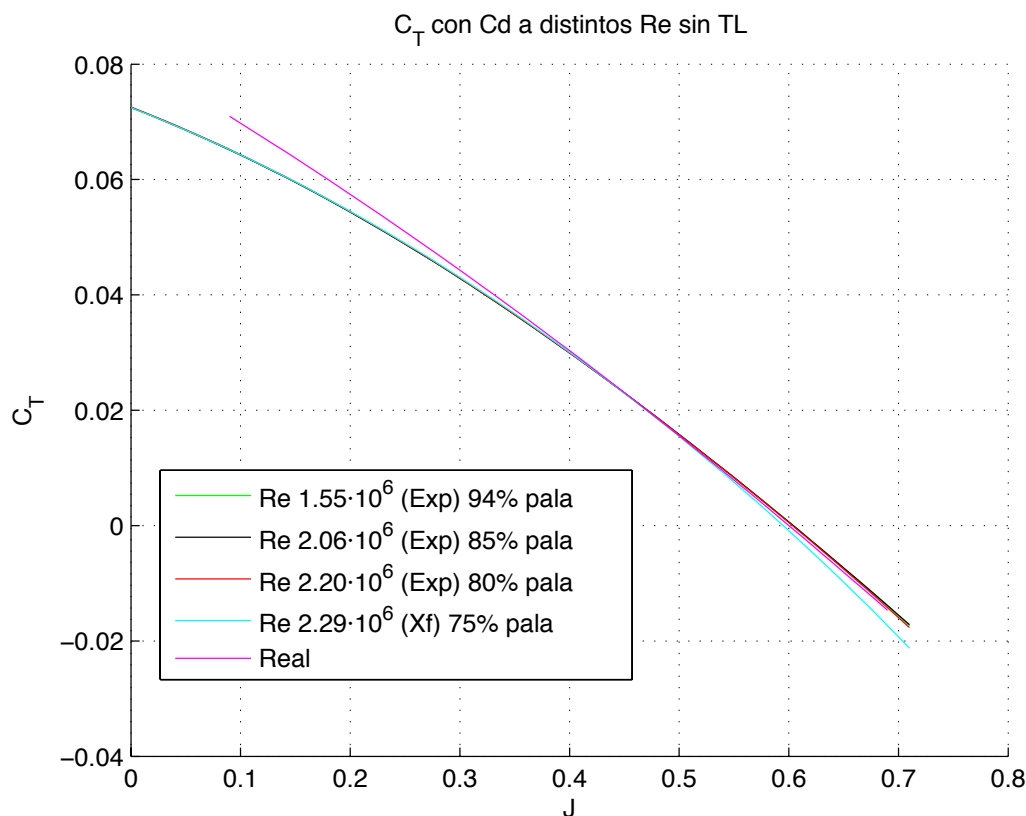


Figura 57 CT para Cd a distintos números de Reynolds

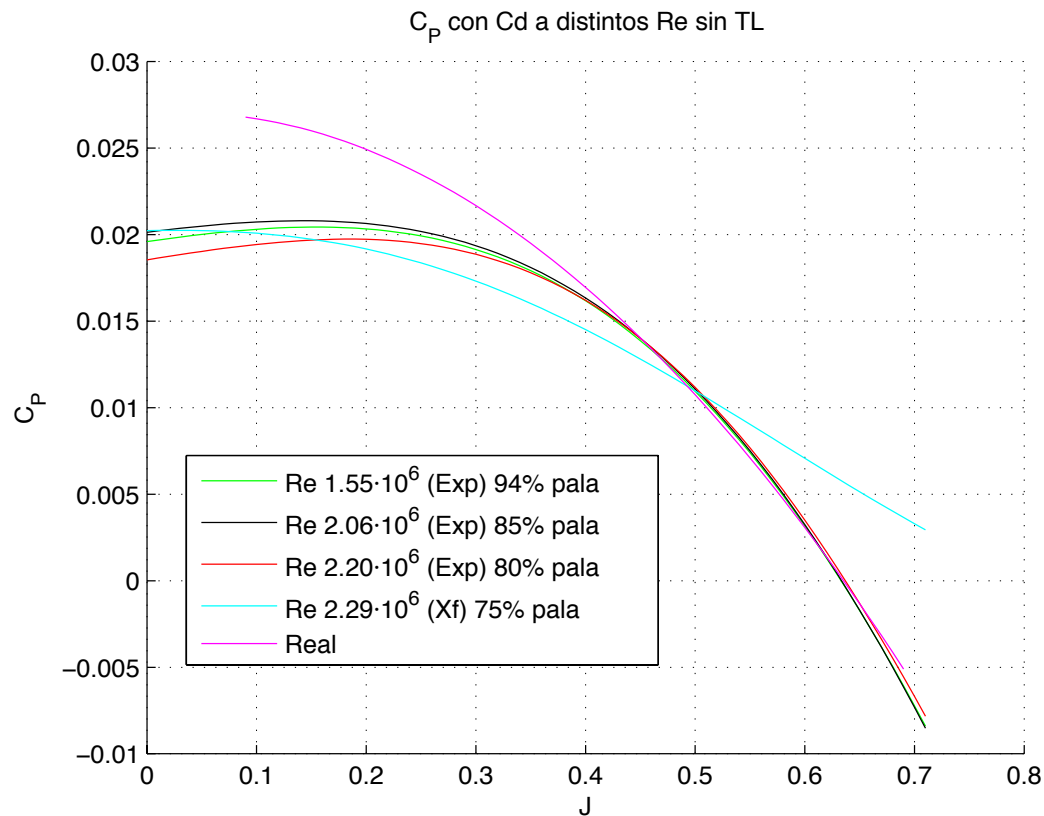


Figura 58  $C_p$  para  $C_d$  a distintos números de Reynolds

La figura 58 muestra como todos los modelos experimentales de resistencia proporcionan aproximadamente los mismos resultados, mientras que proporcionado por el Xfoil difiere en gran medida.

Se necesita elegir un modelo de resistencia para realizar los cálculos con los diferentes modelos. Para compararlos se ha obtenido el error cuadrático medio normalizado.

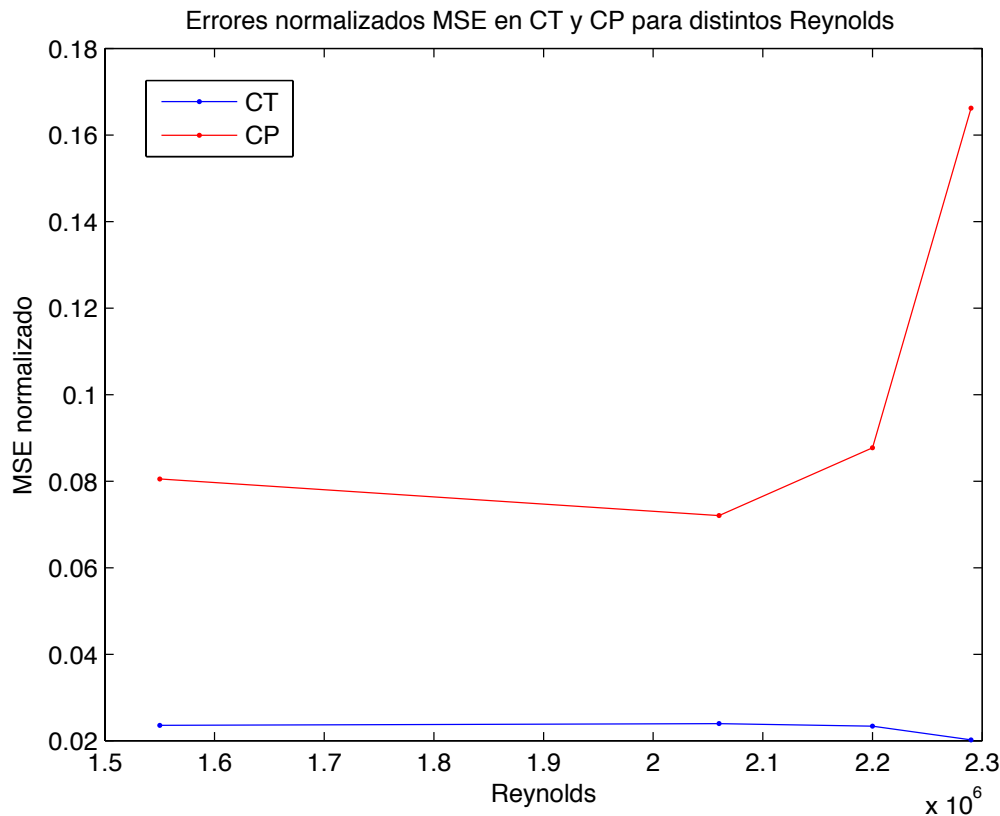
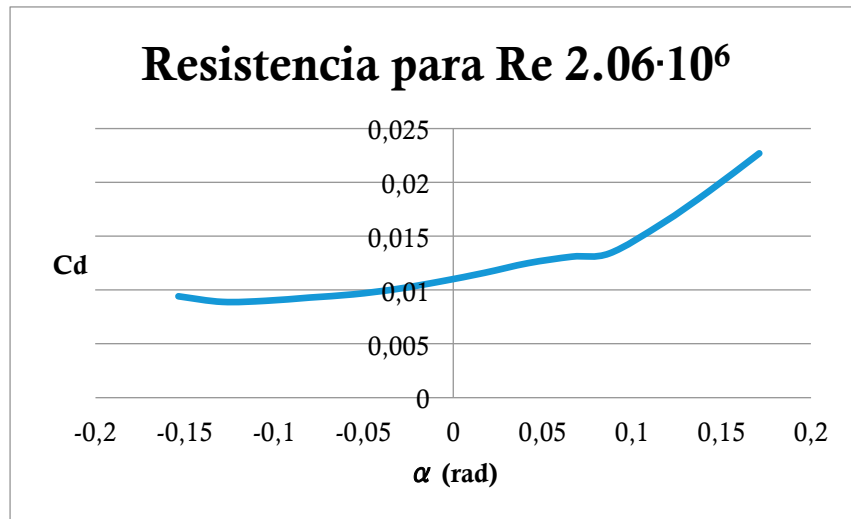


Figura 59 Errores normalizados MSE en CT y CP para distintos Reynolds

Los errores normalizados indican que el coeficiente de tracción es prácticamente invariante frente al modelo de resistencia. En cuanto a la potencia, su coeficiente presenta un menor error para el modelo de resistencia correspondiente a  $2.06 \cdot 10^6$  (85% de la pala) Reynolds y no al de  $2.20 \cdot 10^6$  (80% de la pala) ó  $2.29 \cdot 10^6$  (75% de la pala) como podría esperarse, ya que se acercan más al 75% de la pala. No debe olvidarse que el modelo para el 75% de la pala se obtuvo con Xfoil, por lo que no es de extrañar la divergencia en los resultados. Sin embargo, que la potencia se aproxime mejor con el Reynolds en el 85% de la pala en vez de con el 80% si es más interesante. La variación no es muy importante, en torno al 1%, aunque si puede indicar que el 75% no siempre es el óptimo para representar lo que ocurre en toda la pala.

Por lo tanto, el modelo de resistencia elegido es el correspondiente a un Reynolds de  $2.06 \cdot 10^6$ , cuyo forma es la siguiente.

Figura 60 Modelo de resistencia para Reynolds  $2.06 \cdot 10^6$ 

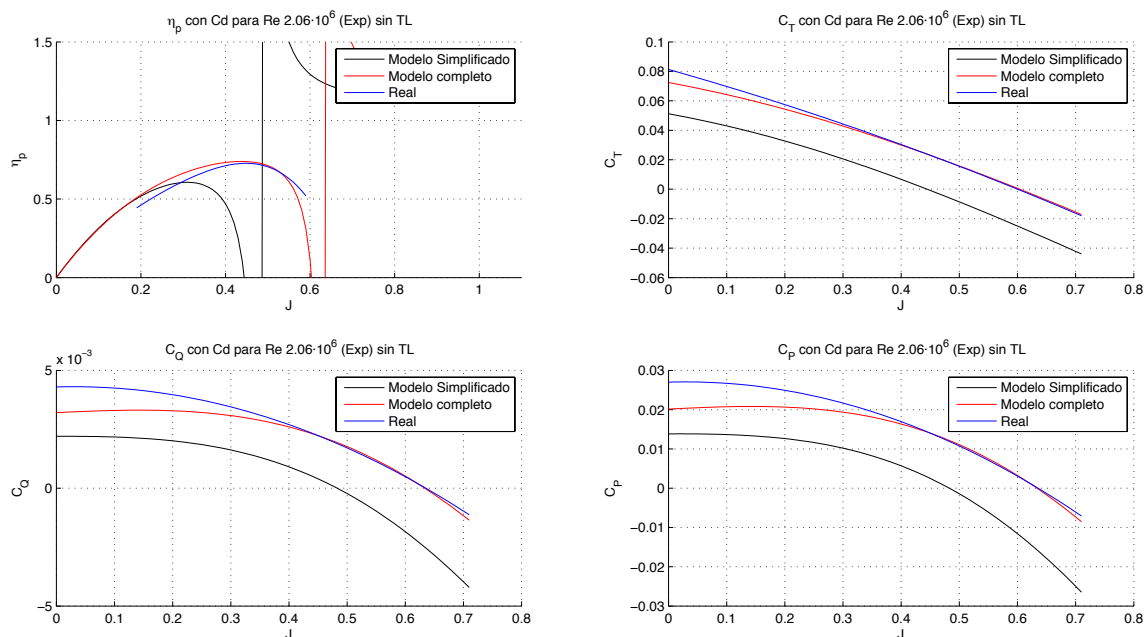
La ecuación de la línea de tendencia de cuarto grado obtenida es la siguiente,

$$C_d(\alpha) = 4.8986 \alpha^4 + 0.4177 \alpha^3 + 0.0447 \alpha^2 + 0.0252 \alpha + 0.011$$

donde  $\alpha$  representa el ángulo de ataque en radianes.

### Validación resultados con NACA Report 378

Una vez justificado el modelo de resistencia que se va a utilizar se trata de analizar los distintos modelos de la hélice comentados en el apartado 3.1. Con ello se trata de estimar la validez de las hipótesis realizadas y obtener resultados teóricos justificados.

Figura 61 Comparación estimaciones simplificado y completo vs real con Reynolds  $2.06 \cdot 10^6$

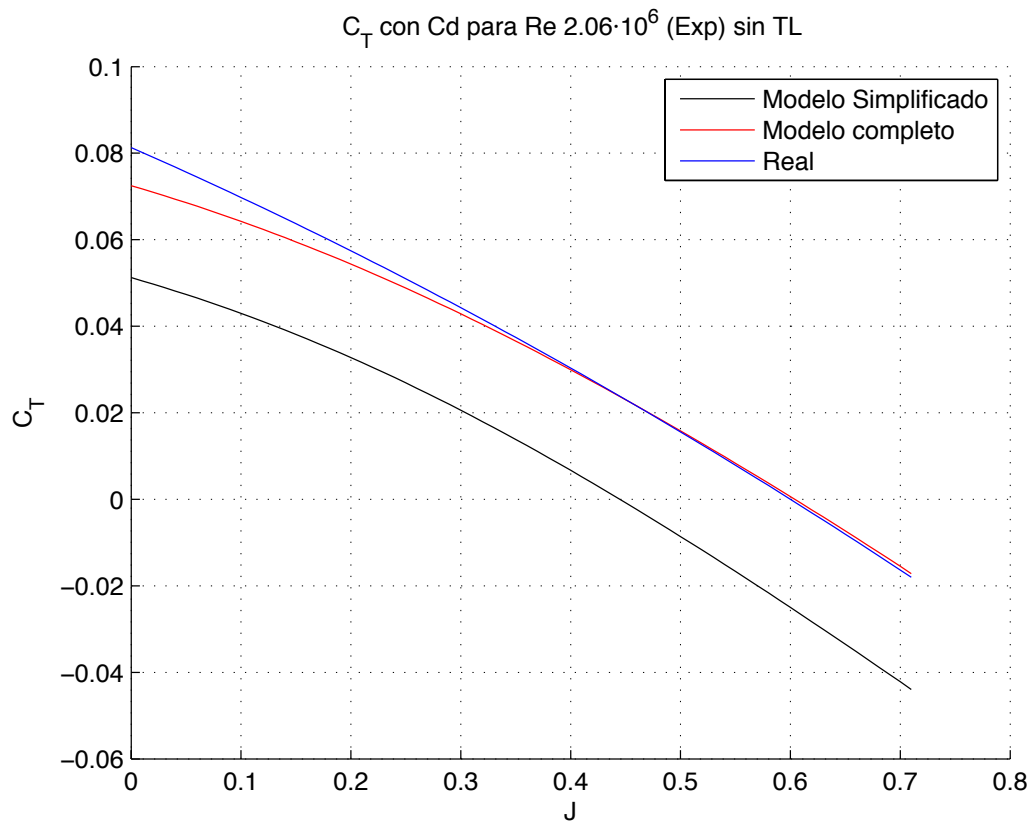


Figura 62 Comparación  $C_T$  estimaciones simplificado y completo vs real con Reynolds  $2.06 \cdot 10^6$

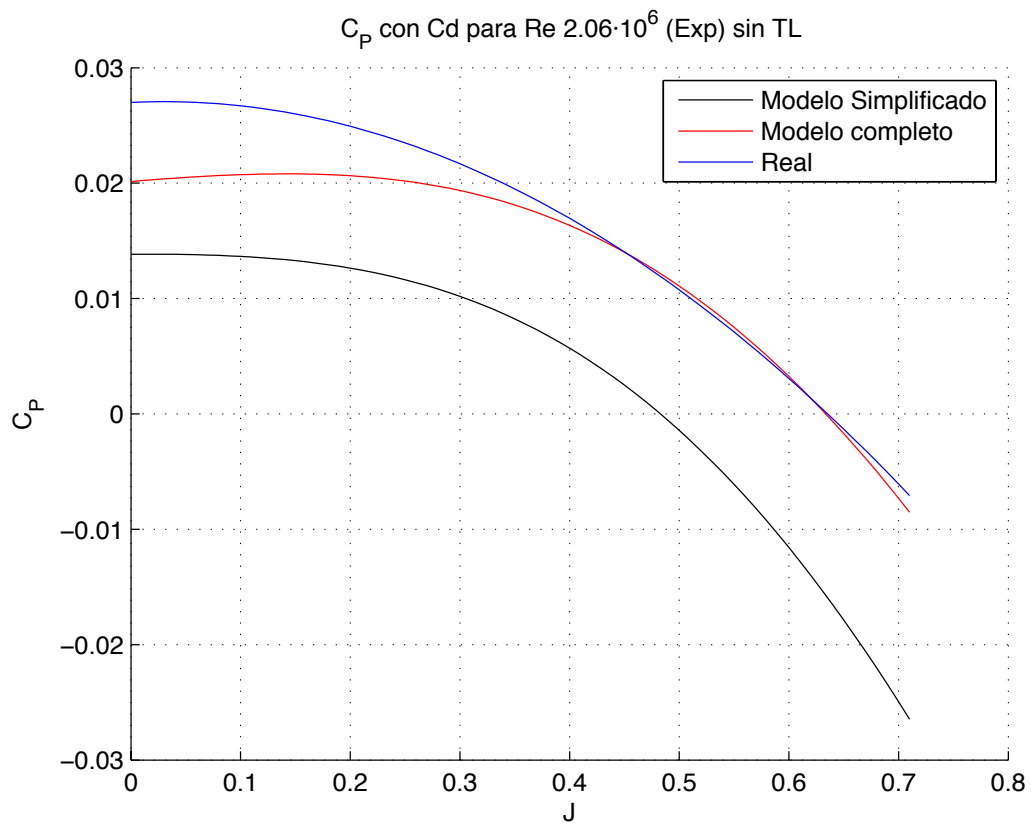


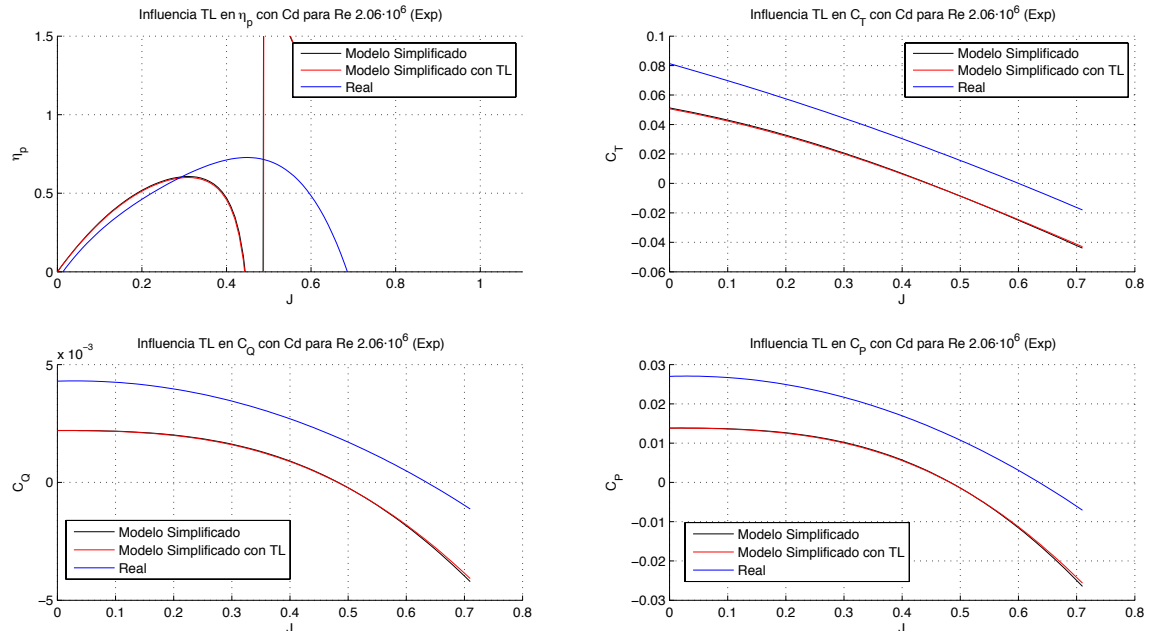
Figura 63 Comparación  $C_P$  estimaciones simplificado y completo vs real con Reynolds  $2.06 \cdot 10^6$

El modelo simplificado vuelve a presentar desviaciones importantes con respecto a la situación experimental. De nuevo se confirma la importancia de tener en cuenta que la velocidad perpendicular al plano de la hélice no es despreciable con respecto a la velocidad tangencial y, por lo tanto, el ángulo de entrada de corriente no es despreciable. Se puede afirmar por segunda vez que las hipótesis que se realizan para rotores no son adecuadas para hélices (incluso para ésta que posee un radio bastante mayor). De la misma forma, se aprecia como el ajuste del modelo completo es mucho mejor que el simplificado, aunque no llega a alcanzar la precisión que si consiguió en el artículo anterior, sobretudo en la potencia. Ello puede ser debido a que el ensayo se realizó con un buje que proporcionaba resistencia, la cual no se contempla en los modelos teóricos. La tendencia que se observa es que los resultados se aproximan mejor para valores altos del parámetro de avance. Como ya se adelantó con el uso del error cuadrático medio normalizado, en las gráficas se observa como el ajuste para el coeficiente de sustentación es mejor que para la potencia.

### *Efecto de la pérdida de punta de pala*

Al igual que se estudió en el primer artículo, se va a analizar la influencia de la inclusión del efecto de pérdida de punta de pala en los distintos modelos. El resultado esperado es una ligera disminución de las prestaciones de la hélice, por lo que se aumentarán las zonas donde sea necesario para poder visualizar el cambio.

Se comienza por el modelo simplificado,



**Figura 64** Influencia de la pérdida de punta de pala en el modelo simplificado para Reynolds  $2.06 \cdot 10^6$

Ya que las variaciones son pequeñas se ha procedido a mostrar detalles del coeficiente de tracción y potencia, donde se puede apreciar la influencia del efecto de punta de pala.

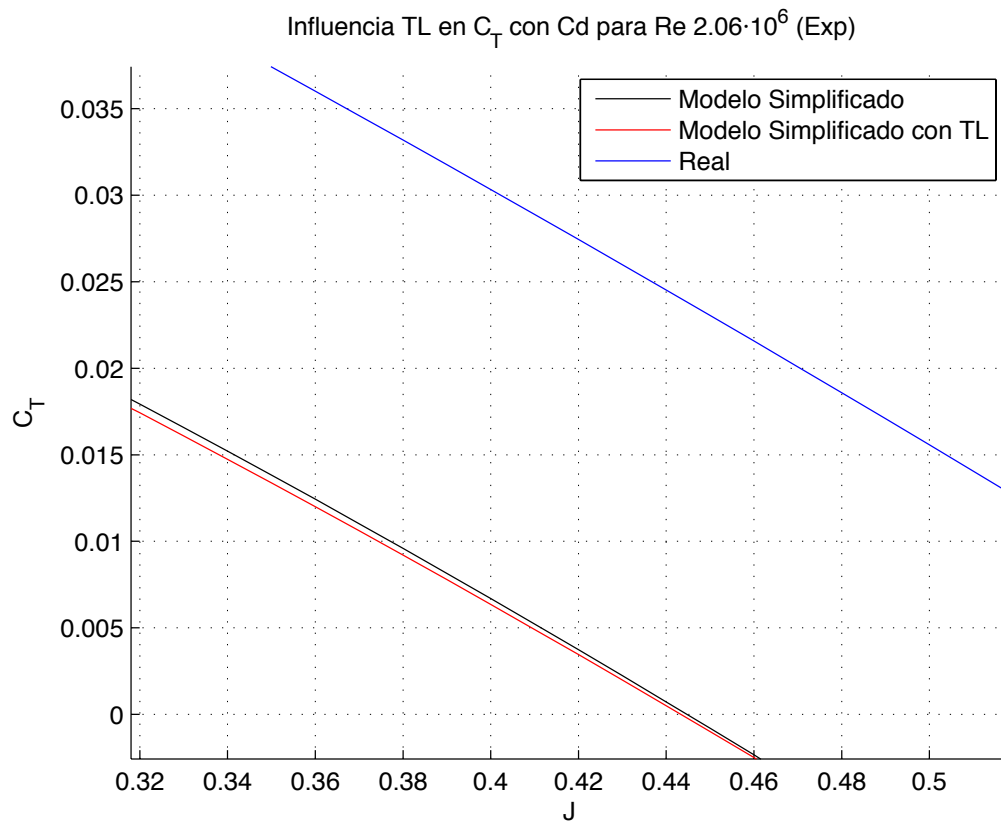


Figura 65 Influencia en el  $C_T$  de la pérdida de punta de pala en el modelo simplificado para Reynolds  $2.06 \cdot 10^6$

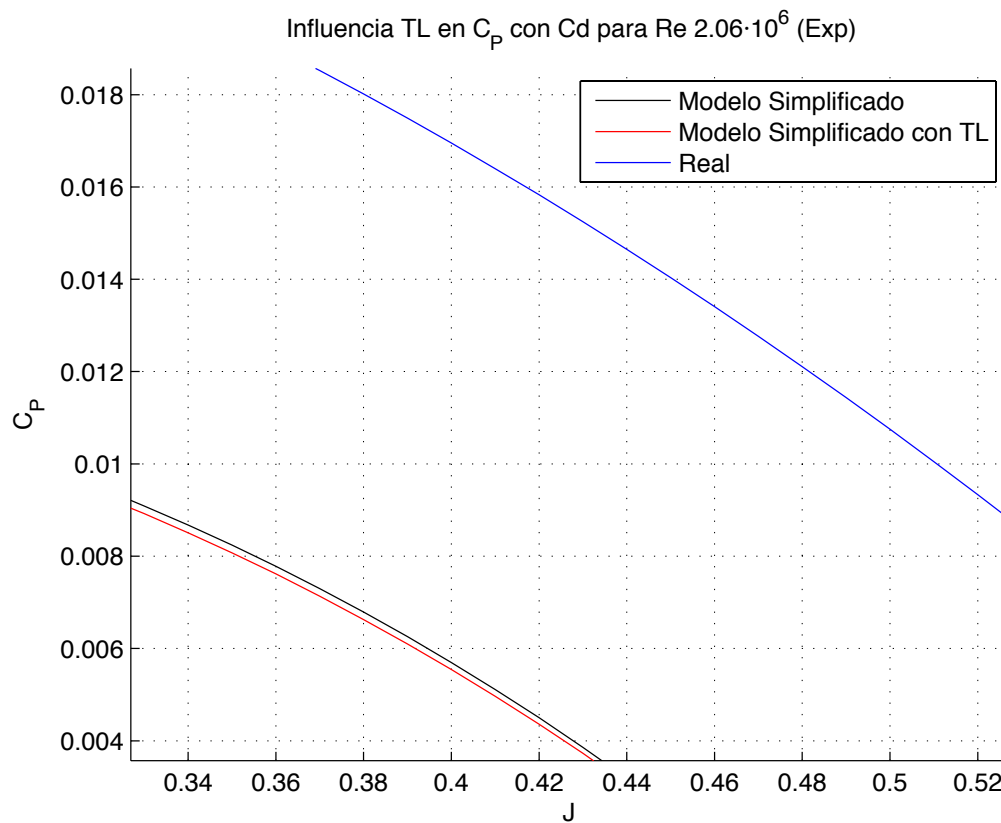


Figura 66 Influencia en el  $C_P$  de la pérdida de punta de pala en el modelo simplificado para Reynolds  $2.06 \cdot 10^6$



Como era de esperar los resultados de la simulación corroboran la disminución tanto de tracción como de potencia de la hélice.

Pasando al análisis del modelo completo se obtienen la siguiente figura con sus correspondientes detalles tanto del coeficiente de tracción como de potencia.

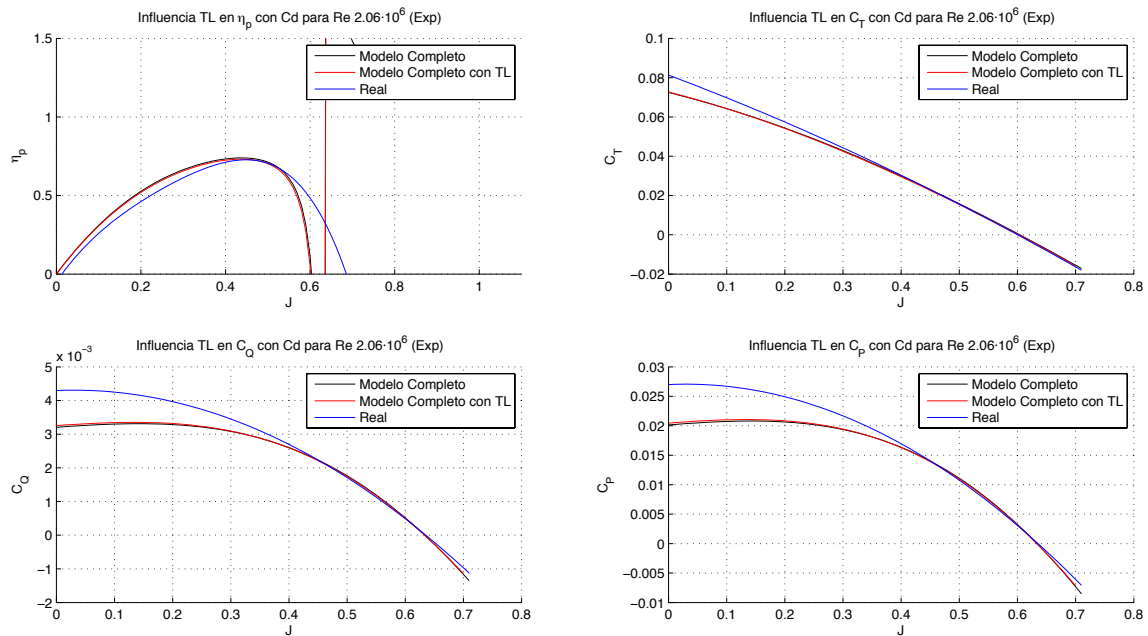


Figura 67 Influencia de la pérdida de punta de pala en el modelo completo para Reynolds  $2.06 \cdot 10^6$

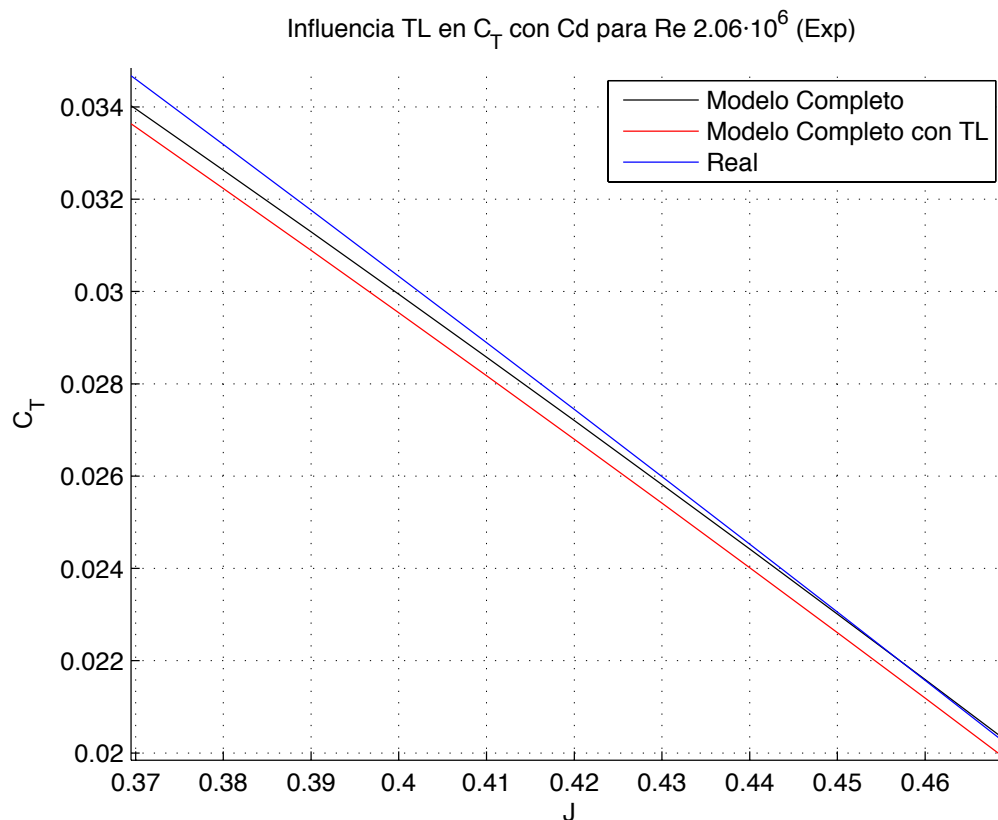


Figura 68 Influencia en el  $C_T$  de la pérdida de punta de pala en el modelo completo para Reynolds  $2.06 \cdot 10^6$

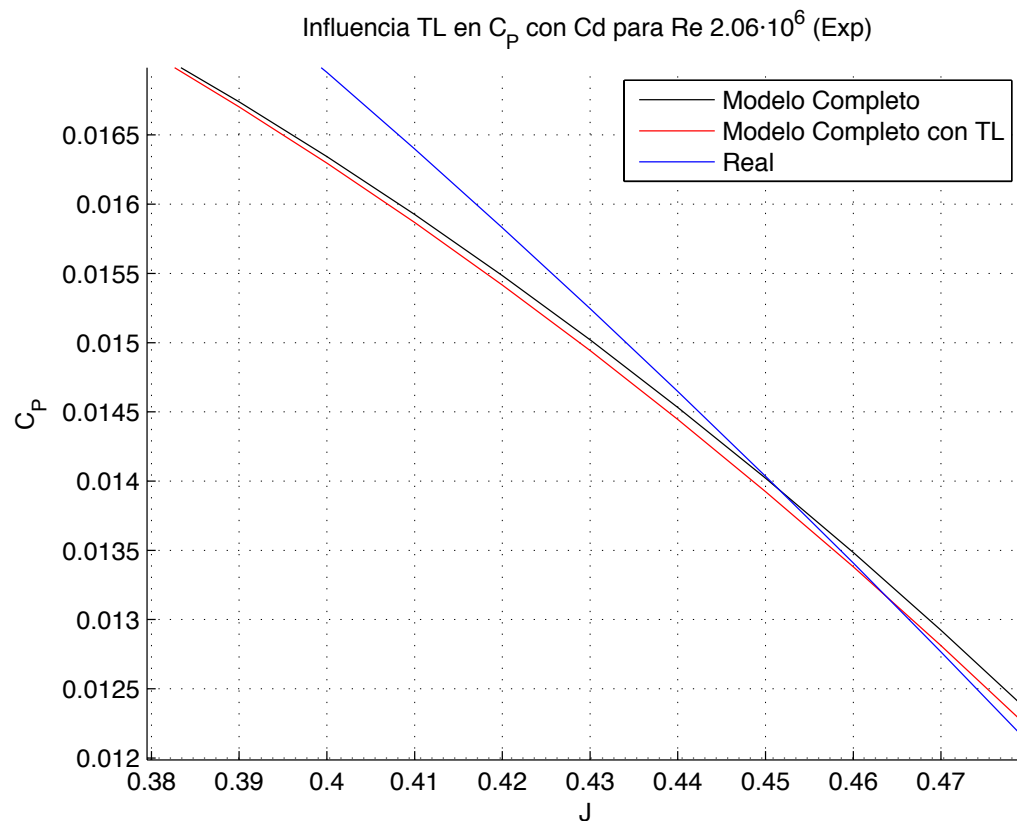


Figura 69 Influencia en el  $C_p$  de la pérdida de punta de pala en el modelo completo para Reynolds  $2.06 \cdot 10^6$

Al igual que en el modelo simplificado, la inclusión de la función de Prandtl genera las tendencias esperadas en los coeficientes de tracción y potencia. El deterioro de las actuaciones es más pronunciado para valores del parámetro de avance pequeños mientras que el efecto se diluye para altas velocidades de avance.

### 3.2.3 Selección del modelo teórico

La finalidad de obtener estimaciones y compararlas con datos experimentales bibliográficos no es otra que justificar la elección del modelo entre los dos expuestos en el apartado 3.2. Con dicho modelo se trata de prever el comportamiento de la hélice APC 22x10E cuyas actuaciones se quieren modelar para su uso en el avión no tripulado 'Céfiro 2'.

Los dos modelos analizados se basan en la misma teoría, la TCMEP, la cual es una combinación de la TCM y la TEP y cuyas bases fueron ampliamente discutidas en el apartado 3.1. La principal diferencia entre los modelos es la simplificación de la velocidad inducida con respecto a la velocidad tangencial de la pala, lo que implica que se están suponiendo ángulos de entrada de corriente pequeños. Dicha simplificación ha sido demostrada en diferentes ocasiones por variados estudios para rotores de helicópteros, es decir, para radios de pala mayores que el caso de hélices que nos ocupa. Por lo tanto, no se puede tener certidumbre sobre su validez

en hélices ya que a priori no se conoce el ángulo de entrada de corriente al que operan.

Una vez analizadas las estimaciones proporcionadas por los dos modelos es necesario discutir la validez de las hipótesis realizadas. El modelo simplificado utiliza la siguiente aproximación para el ángulo de entrada de la corriente.

$$U_P \ll U_T \rightarrow \phi \ll 1$$

Si se utiliza la hélice del NACA Report 640 y se calcula la distribución de  $\phi$  se obtiene la siguiente figura.

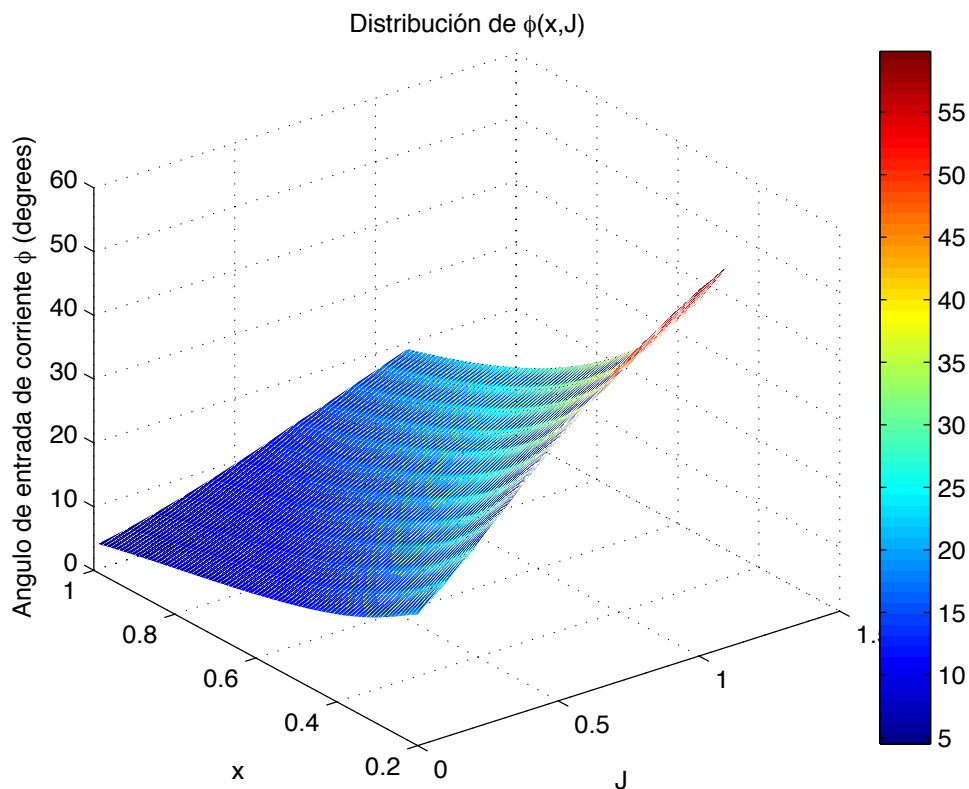


Figura 70 Distribución de  $\phi(x,J)$

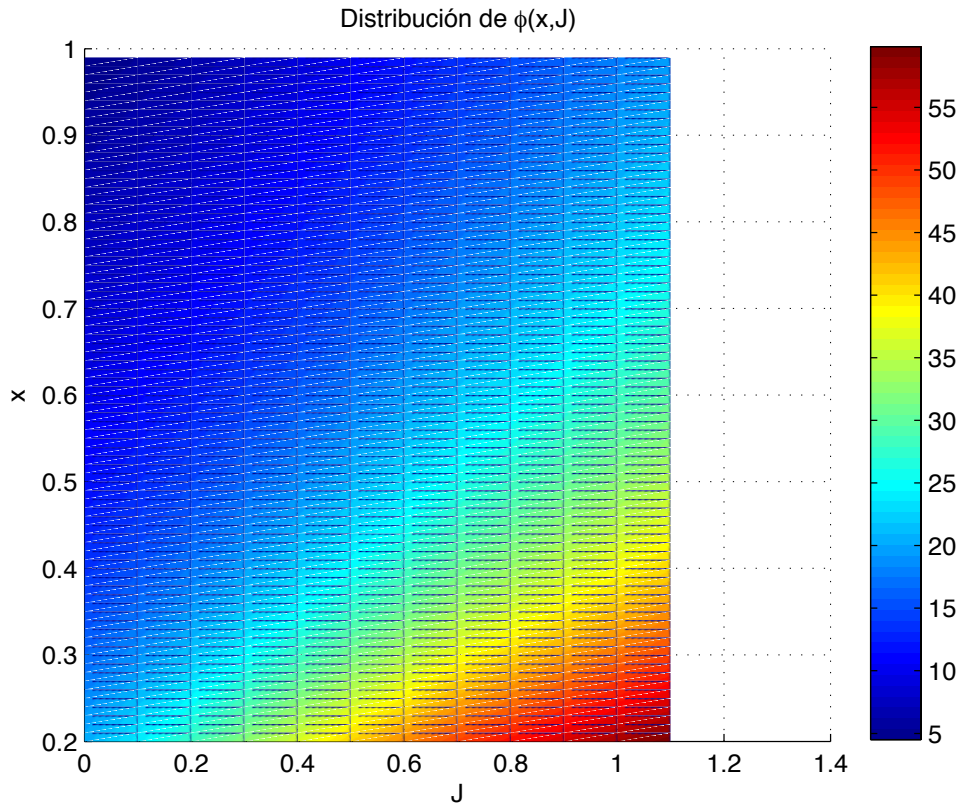


Figura 71 Distribución de  $\phi(x,J)$  'Plano de fases'

La tendencia que se observa para el ángulo de entrada de corriente es que aumenta cuanto mayor sea  $J$  y menor sea la sección de la pala. Para que se pueda considerar aceptable la hipótesis de  $\phi \ll 1$ , los valores del ángulo deben mantenerse aproximadamente en un rango de  $5^\circ$  a  $20^\circ$ . Identificando las regiones que cumplen dicha condición, solo existen regiones muy cercanas a la configuración en banco ( $J=0$ ) donde toda la pala presenta dichas cualidades. Para altos valores del parámetro de avance se tienen ángulos de hasta  $50^\circ$ . Debe recordarse que la pala ya se está mostrando a partir del 20% pues para valores menores de dicho valor no son validas las hipótesis de ángulos pequeños. Por lo tanto, en base a las figuras 70 y 71, se puede concluir que la hipótesis de ángulo de entrada de corriente mucho menor que la unidad no se cumple para hélices. Este hecho hace que el modelo seleccionado sea el completo.

El modelo completo presenta estimaciones bastante precisas del coeficiente de tracción mientras que las que realiza del coeficiente de potencia son de peor calidad. Ello se debe a que el modelo de resistencia tiene mucha más importancia en el cálculo de la potencia y solo ocupa un papel secundario en la obtención de la tracción. El modelo de resistencia utilizado en este documento es muy limitado, ya que solo se elige para un Reynolds medio de operación de la pala en unas condiciones de concretas (rango normal de actuación). Dicho modelo solo depende del ángulo de ataque de cada sección de la pala, por lo que no recoge la variación del número de Reynolds a lo largo de la pala y con respecto a la variación del parámetro de avance.

En cuanto a la inclusión del efecto de punta de pala de Prandtl, se ha utilizado la formulación que se usa para el modelo simplificado para helicópteros. Aunque presenta el comportamiento esperado de deterioro de las actuaciones, no introducen una mejora significativa de las estimaciones y las empeoran en el segundo NACA Report. Por ello, ya que no se está completamente seguro de la validez de la función de Prandtl en el modelo completo y dado que las estimaciones sin ella son aceptables, se va a dar prioridad a los resultados sin pérdida de punta de pala.

En conclusión, el modelo elegido para la obtención de las curvas características de la hélice APC 22x10E será el modelo completo, aunque puede ser interesante incluir la pérdida de punta de pala si se estima necesario. Para ello se procederá de la misma forma que con los NACA Report, siguiendo los pasos descritos en el punto 3.2.1 para la elección de modelo de resistencia en función del número de Reynolds.

## 4 Experimentación en bancada para hélice APC 22x10E

---

El objetivo de este apartado es proporcionar estimaciones sobre las actuaciones de la hélice APC 22x10E utilizando el modelo completo. Dado que no se conocen datos sobre dicha hélice en concreto, se ha utilizado la APC 22x10. De esta última si se tienen datos proporcionados por el fabricante, tanto de geometría como de estimaciones de las actuaciones, tracción, potencia y rendimiento.

Una vez obtenidos los cálculos con la APC 22x10, se ha modelado la cuerda de la hélice APC 22x10E y se han obtenido estimaciones sobre su comportamiento. Para comprobar la validez de las estimaciones se han realizados ensayos con la hélice en banco y dinámicas en túnel de viento.

### 4.1 Caracterización hélice APC 22x10

La hélice APC 22x10 de las que se tienen los datos proporcionados por el fabricante se utiliza con motores alternativos, por lo que su geometría difiere ligeramente de la específica para motores eléctricos que portará el Céfire, la APC 22x10E. La principal diferencia se encuentra en la mayor distribución de cuerda en el encastre de la primera para proporcionar estabilidad frente a las vibraciones que transmite el motor alternativo. Ya que los motores eléctricos son muy estables, la APC 22x10E presenta un encastre más estilizado y estrecho. Las diferencias pueden apreciarse en la figura 2.

#### 4.1.1 Geometría de la hélice APC 22x10

La hélice en estudio es una 22x10, lo cual indica que posee 22' de diámetro y un paso de 10'. De acuerdo con las especificaciones remitidas por el fabricante, la hélice presenta la siguiente geometría.

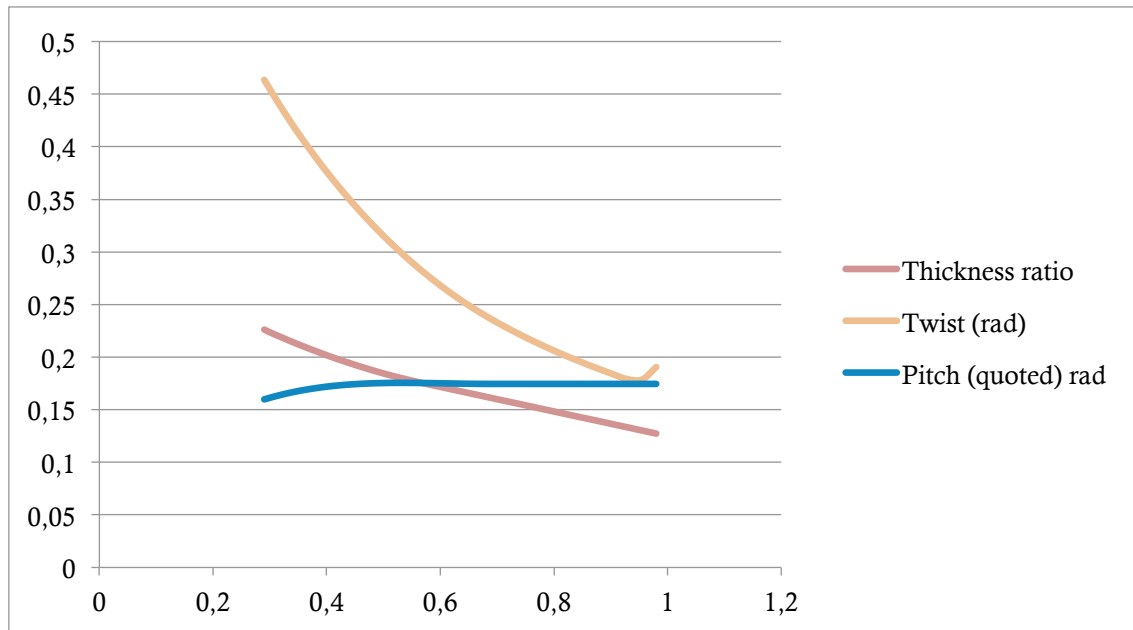


Figura 72 Geometría Hélice APC 22x10

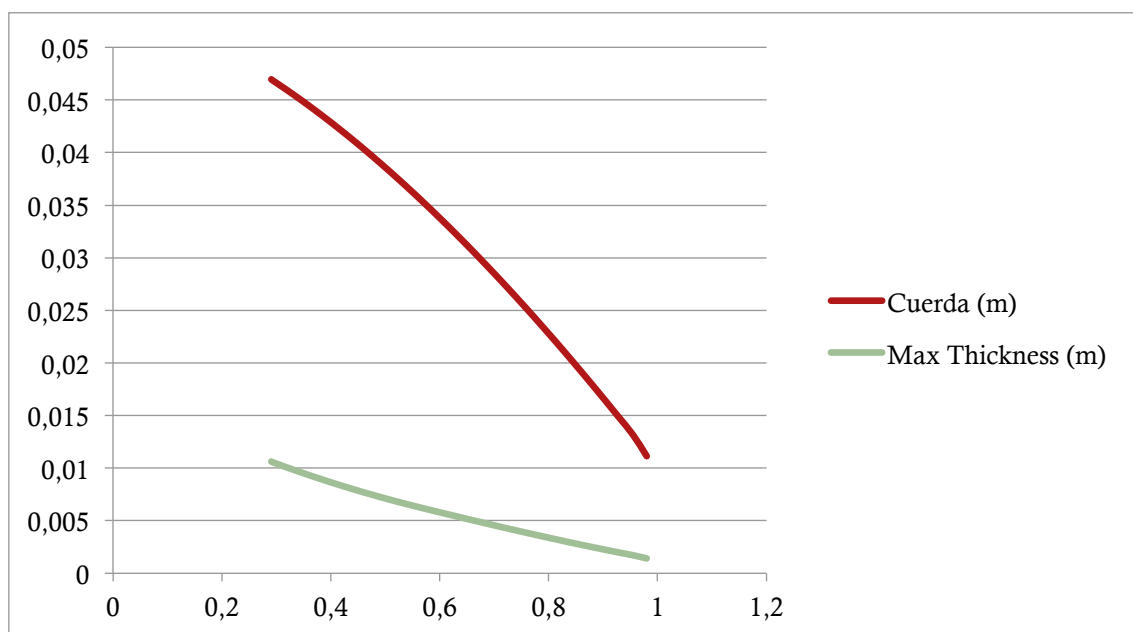


Figura 73 Geometría Hélice APC 22x10

En cuanto a los perfiles, estos van cambiando a lo largo de la pala. Dado que la distribución de la pendiente del coeficiente de sustentación a lo largo de la pala es importante para la caracterización de las actuaciones, se ha procedido a analizar las 10 secciones proporcionadas por el fabricante. Utilizando un valor característico del parámetro de avance  $J=0,4$ , se ha obtenido el Reynolds y Mach al que opera cada sección de la pala. Con ello se han obtenido las distribuciones de sustentación en cada perfil y por lo tanto, de su pendiente. Una vez obtenidos los  $C_{l_\alpha}$ , se ha generado la distribución a lo largo de la pala para su integración numérica. De igual forma se ha procedido para calcular la distribución del ángulo de sustentación nula  $\alpha_0$ . Una vez se hayan obtenido las estimaciones se utilizará la simplificación que se

suele realizar en estos casos, que es asumir que el es constante e igual al de la sección en el 75% de la pala. Con ello se intenta ver la validez de dicha aproximación en hélices.

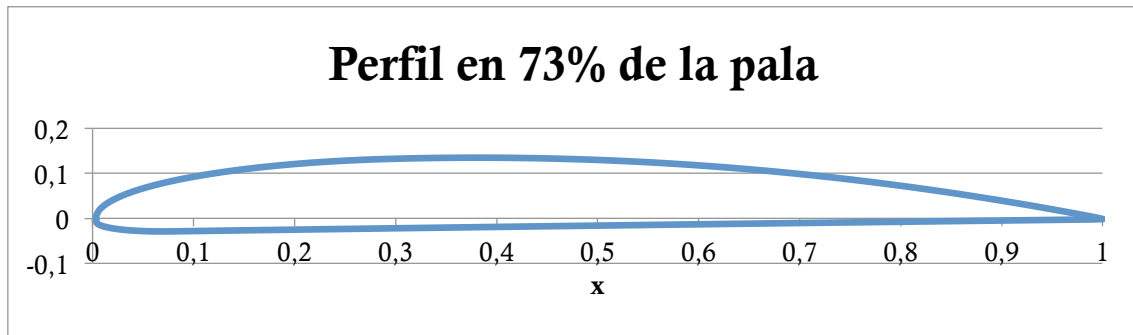


Figura 74 Perfil hélice APC 22x10 en el 73% de la pala



#### 4.1.2 Medidas dinámicas en túnel de viento para hélice APC 22x10 (Fuente: APC)

Una vez conocida la geometría se procede a la obtención de las estimaciones y a su comparación con los datos proporcionados por el fabricante (APC).

##### Análisis del número de Reynolds

Para poder elegir el modelo de resistencia es necesario analizar el número de Reynolds al que opera la hélice.

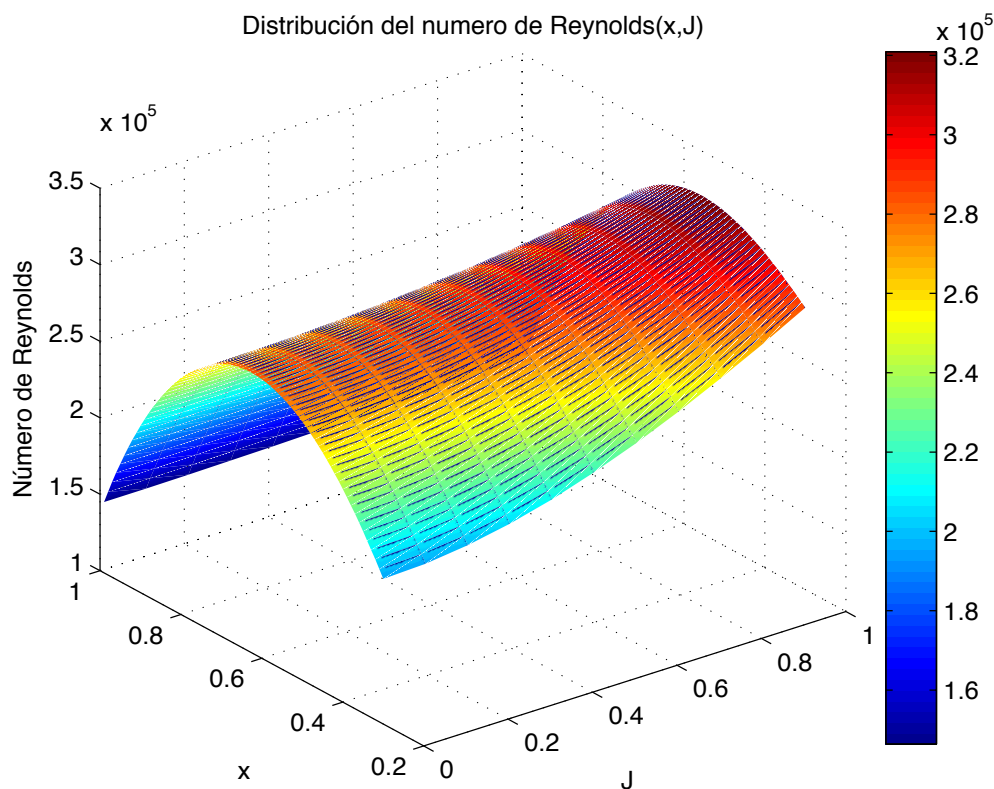


Figura 75 Distribución del número de Reynolds

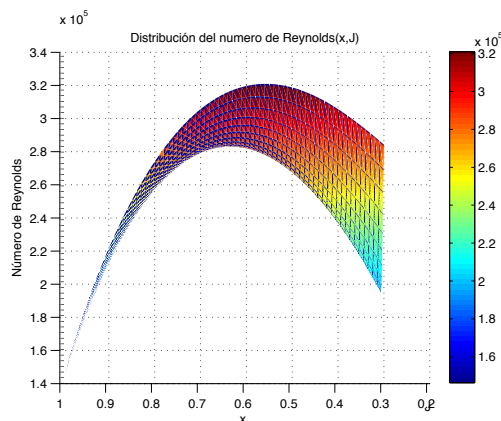


Figura 76 Distribución Reynolds a lo largo de la pala

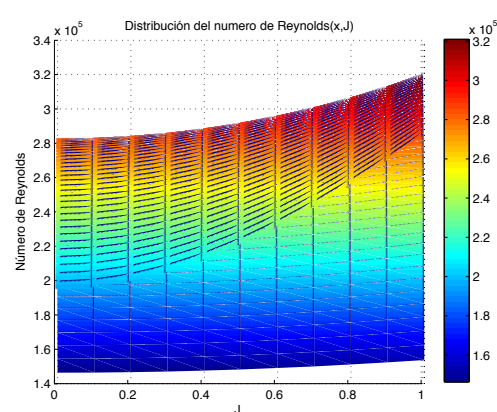


Figura 77 Distribución Reynolds con J

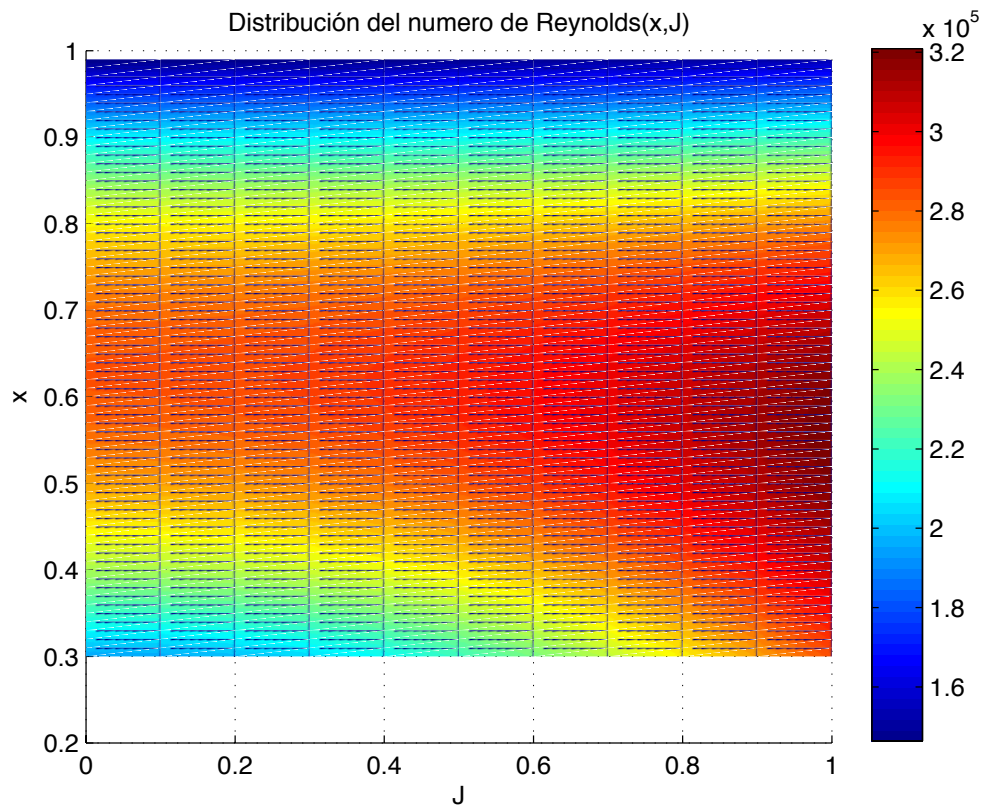


Figura 78 Distribución del número de Reynolds 'Plano de fases'

Se observa como para valores del parámetro de avance en los que va a trabajar la hélice (0.3-0.5), el 75% de la pala se encuentra en un rango del número de Reynolds de  $2.6 \cdot 10^5$  y  $2.8 \cdot 10^5$ . Al igual que ocurre con hélice del NACA Report 640, el número de Reynolds es menor al que se tienen los datos experimentales del coeficiente de resistencia. Por ello se van a analizar los modelos pertenecientes a los menores Reynolds, que son  $1.12 \cdot 10^6$ ,  $1.55 \cdot 10^6$  y  $2.06 \cdot 10^6$ . También se ha obtenido el modelo de resistencia para  $J=0.4$  y el 75% de la pala utilizando Xfoil. Se recuerda nuevamente que las estimaciones de la resistencia obtenidas con dicho programa deben ser tomados con cautela. Los resultados se recogen en las siguientes figuras.

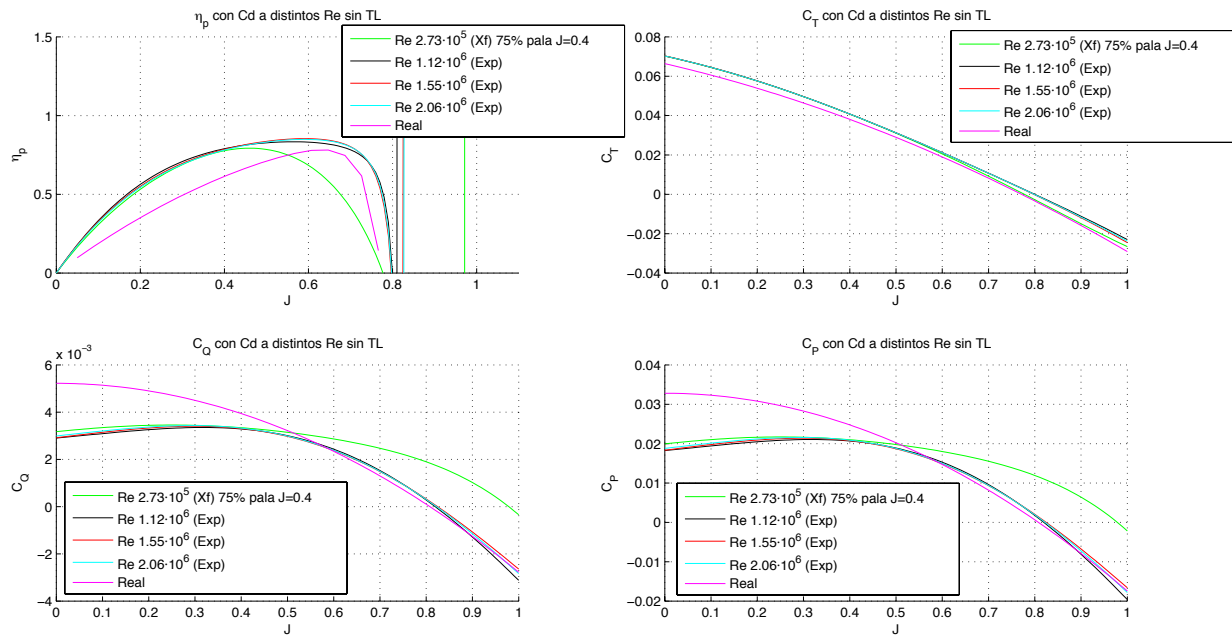


Figura 79 Resultados para Cd a distintos números de Reynolds

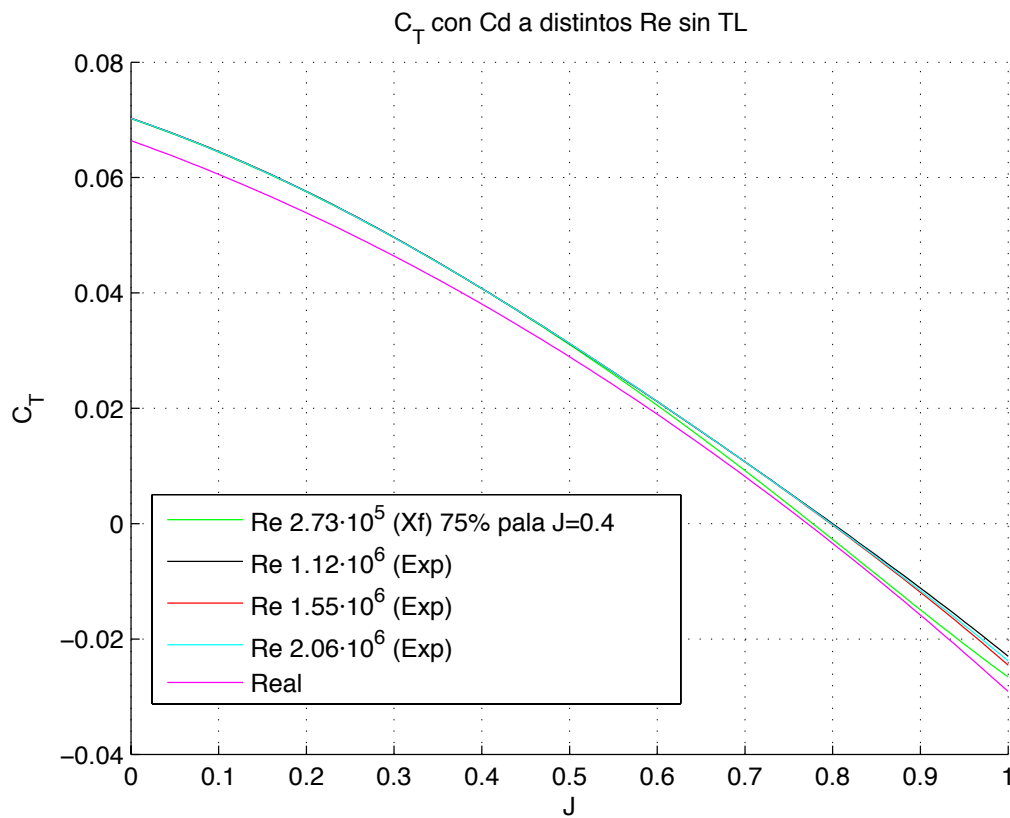


Figura 80  $C_T$  para Cd a distintos números de Reynolds

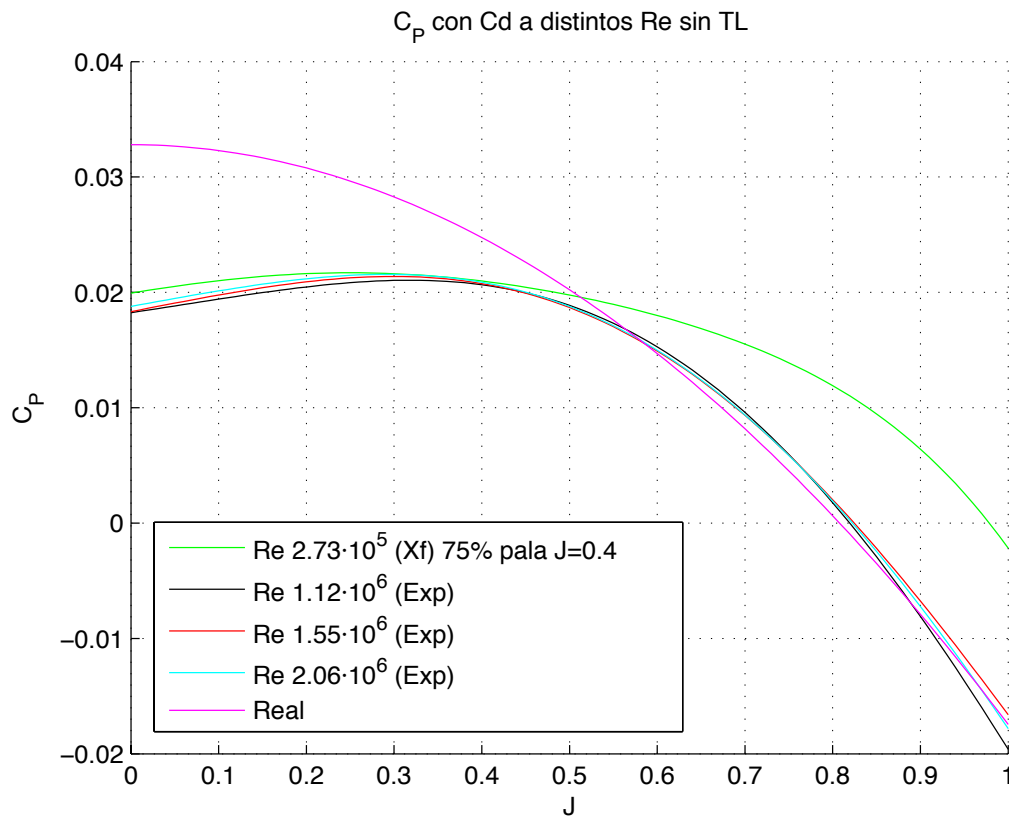


Figura 81  $C_p$  para  $C_d$  a distintos números de Reynolds

Para obtener una medida objetiva de la bondad de cada resultado se obtiene el error cuadrático medio normalizado para cada uno.

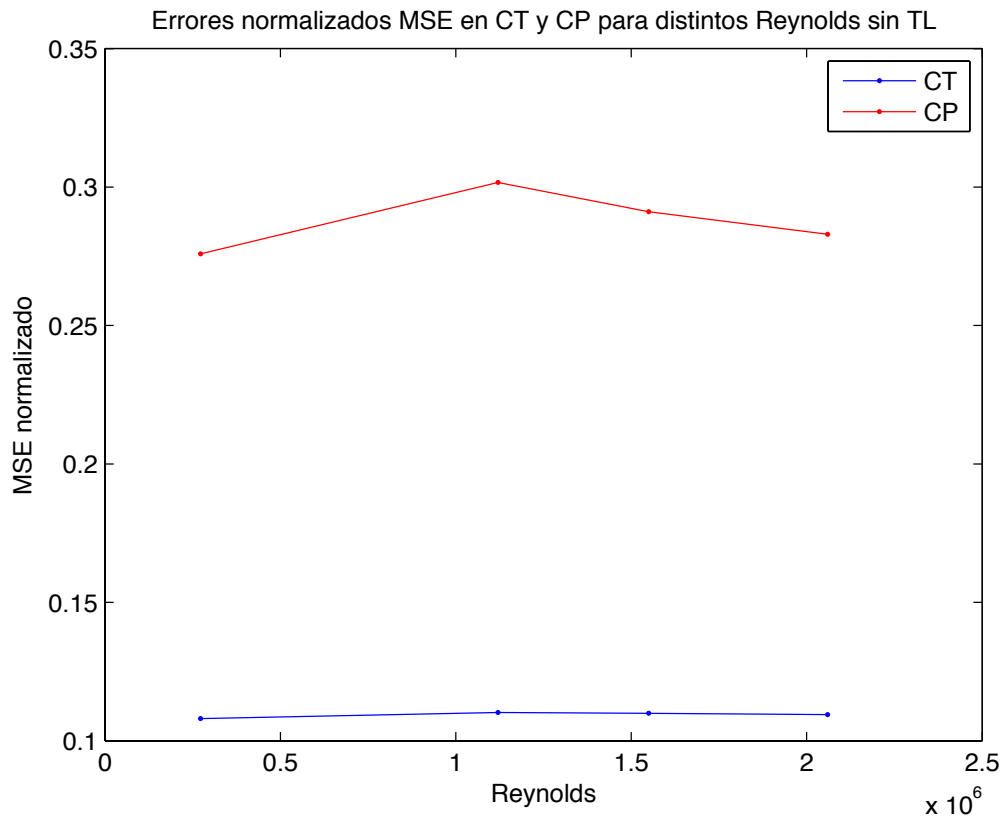


Figura 82 Errores normalizados MSE en CT y CP para distintos Reynolds

La obtención del error normalizado cometido para distintos Reynolds permite inferir dos ideas importantes. Se vuelve a confirmar que el coeficiente de tracción es prácticamente independiente del modelo de resistencia. Ello es debido a que el coeficiente de resistencia juega un papel de segundo orden en la expresión del coeficiente de tracción. La segunda idea es que el modelo de resistencia es capital a la hora de caracterizar la potencia. En este caso se han utilizado modelos pertenecientes a perfiles Clark-Y y ensayados a Reynolds un orden mayor. Por ello, era de esperar que los resultados no fuesen buenos. Por otro lado, las estimaciones que se obtienen con el Xfoil tampoco son aceptables en esta hélice, ya que mantiene el error de los otros modelos. Se reafirma que el mayor problema que plantea el desarrollo teórico de estimaciones para hélices es la obtención de un modelo suficientemente complejo que modele de forma adecuada dicho fenómeno.

Tal y como se comentó en la elección de modelo, la pérdida de punta de pala puede ser interesante computarla, por lo que a continuación se recogen las estimaciones que proporciona para la hélice 22x10E.

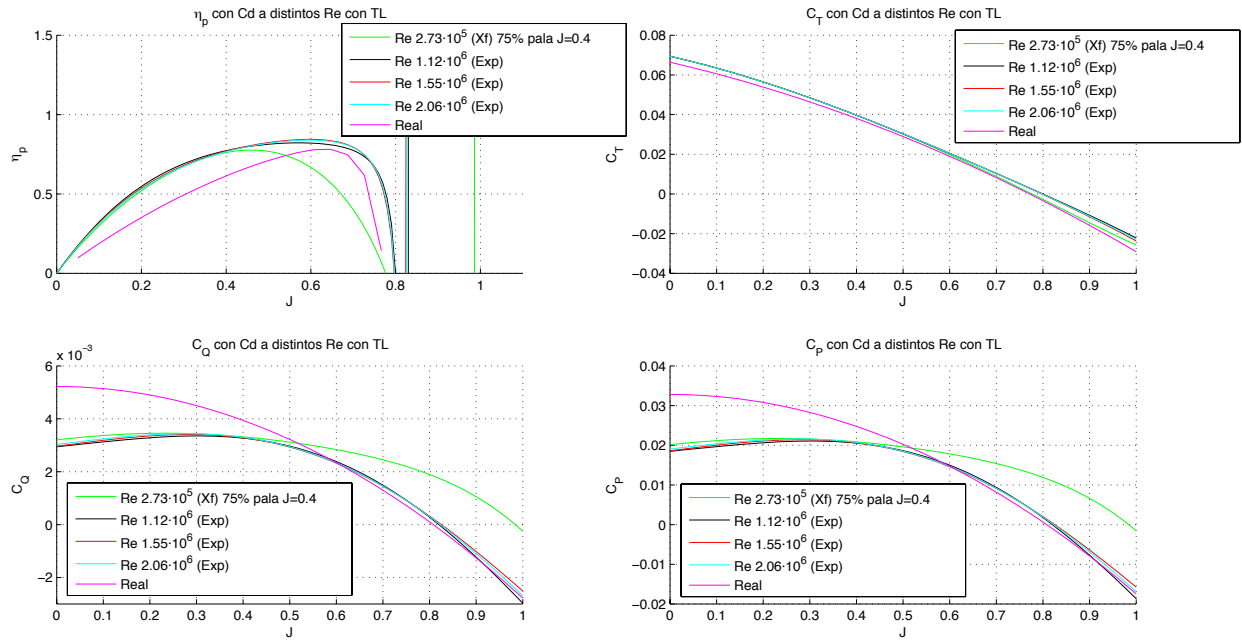
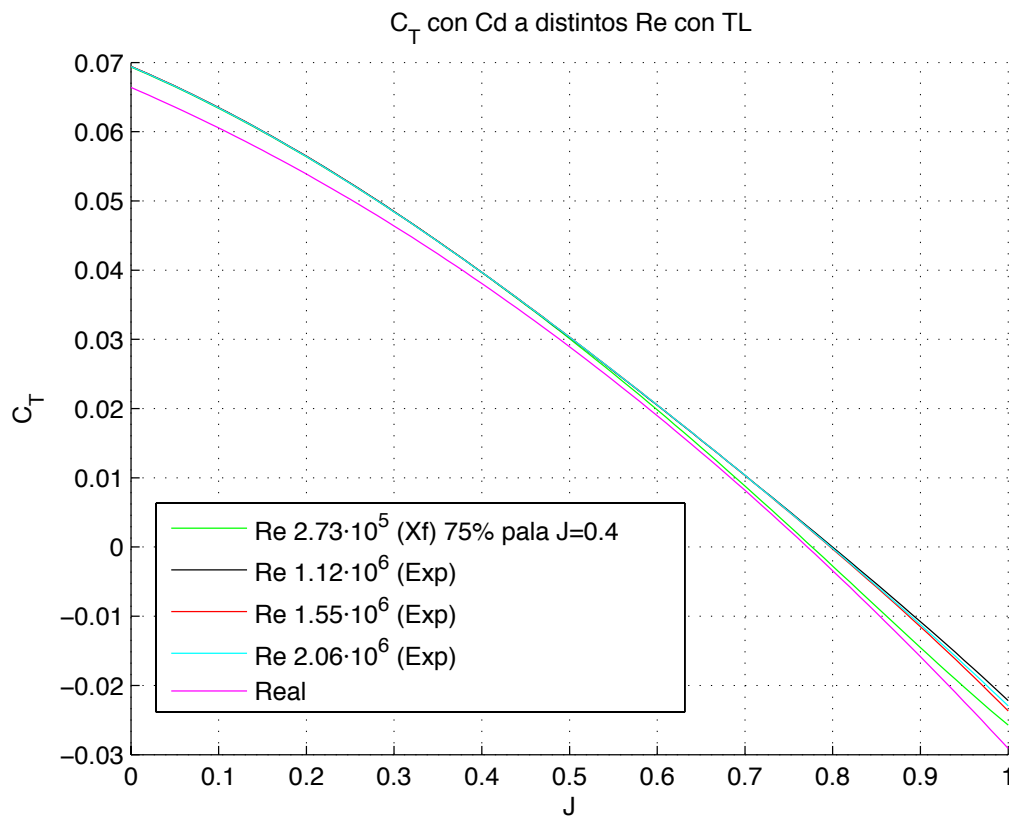


Figura 83 Resultados para Cd a distintos números de Reynolds con pérdida de punta de pala

Figura 84  $C_T$  para Cd a distintos números de Reynolds con pérdida de punta de pala

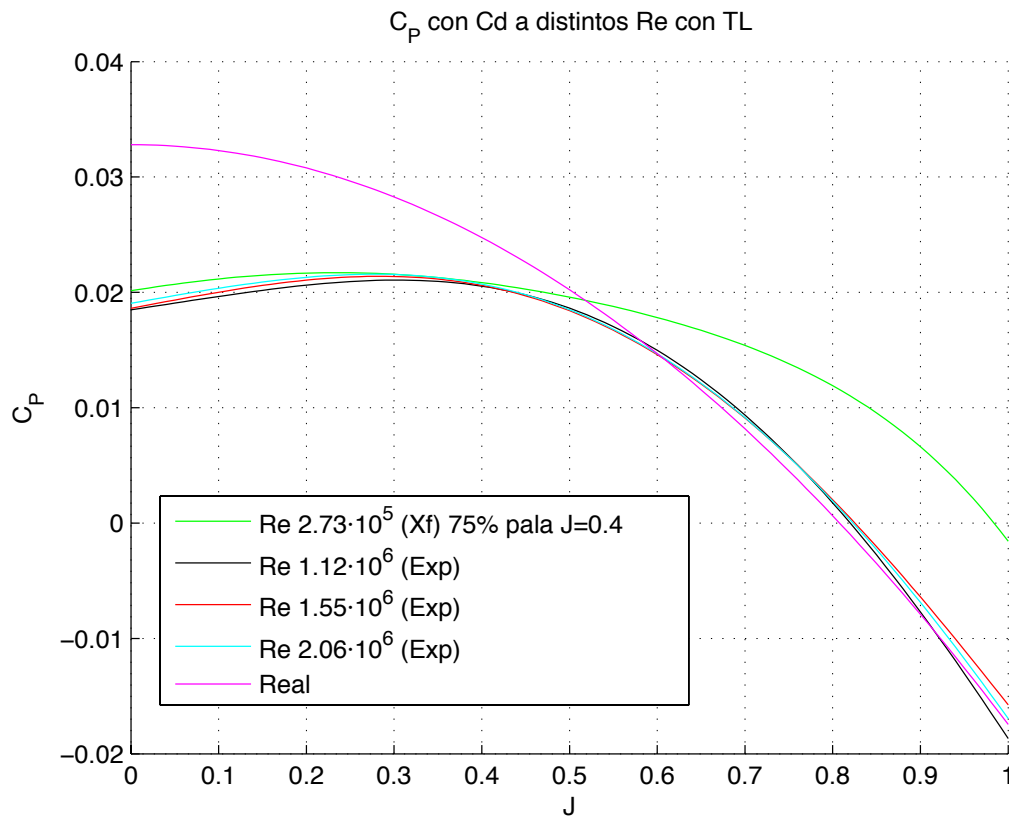


Figura 85  $C_p$  para  $C_d$  a distintos números de Reynolds con pérdida de punta de pala

Para poder comprobar la influencia de la pérdida de punta pala en la hélice APC 22x10, se ha calculado el error cuadrático medio de las actuaciones de la pala de la misma forma que se ha realizado anteriormente para el modelo completo. Los datos obtenidos se recogen en la siguiente figura.

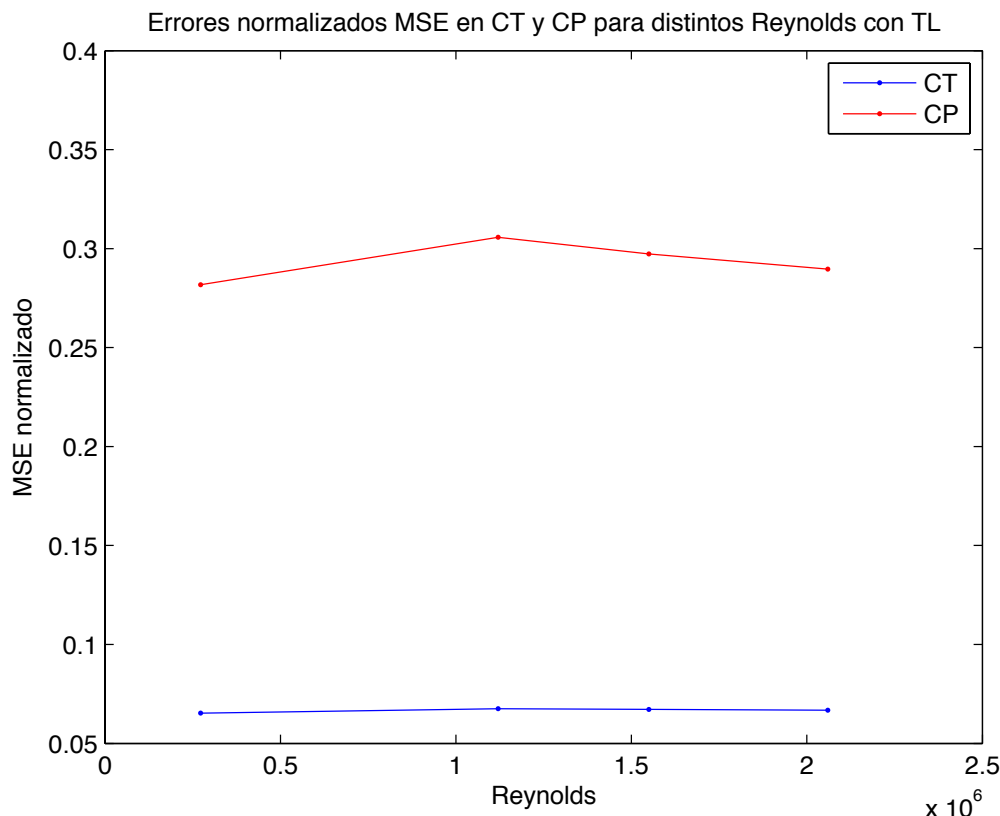
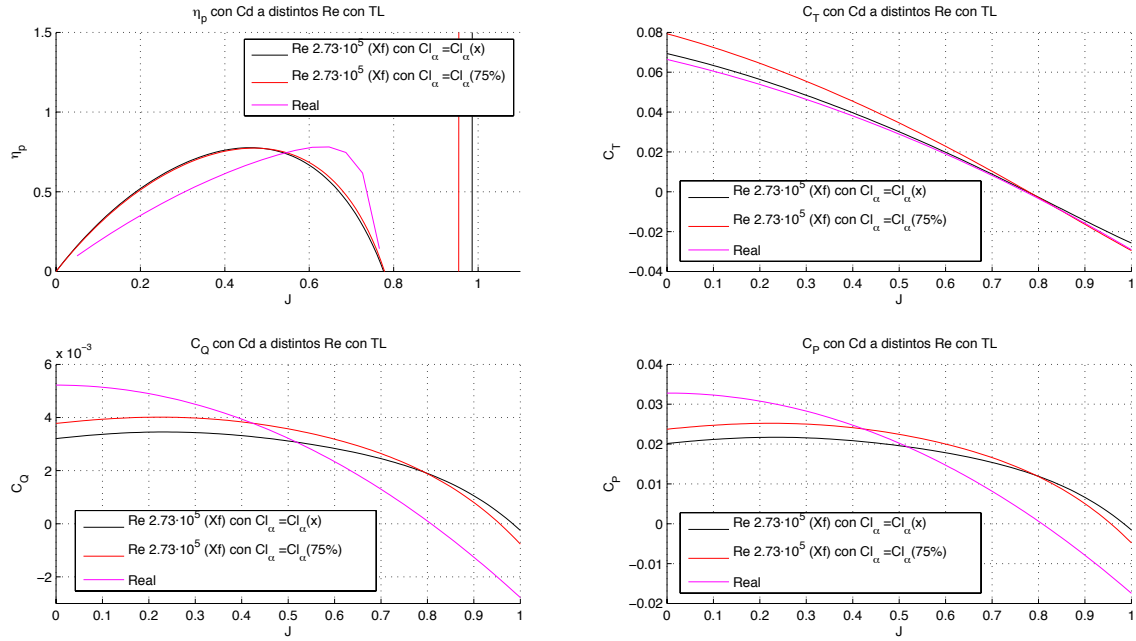
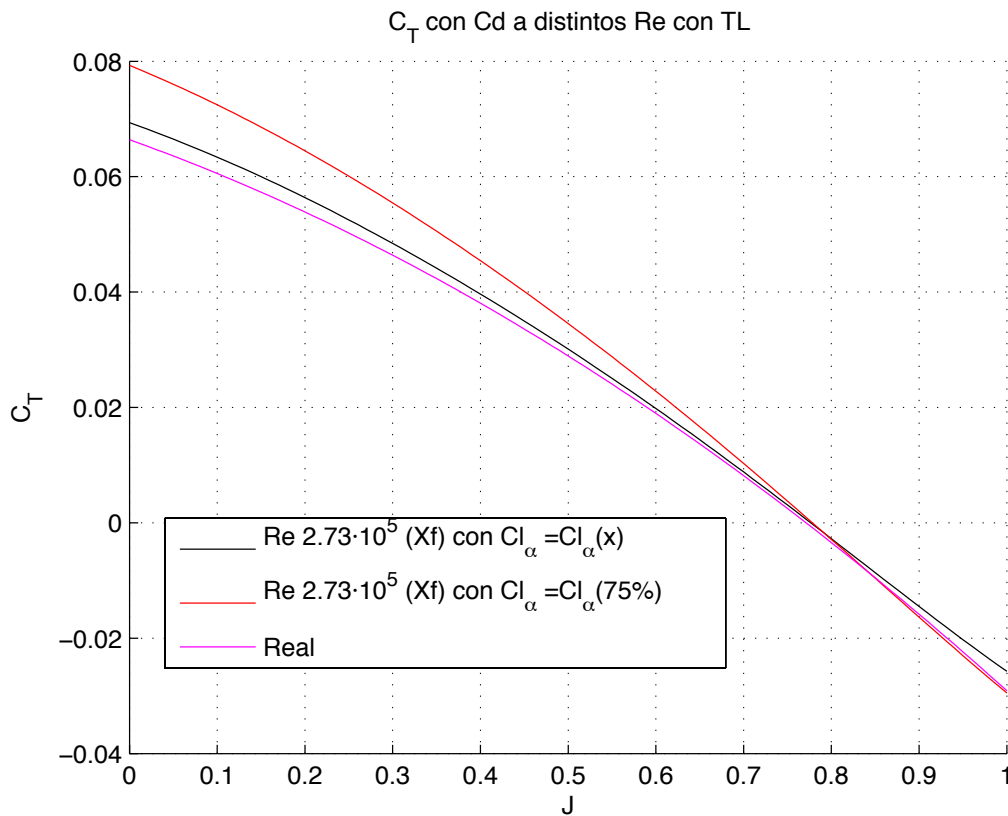


Figura 86 Errores normalizados MSE en CT y CP para distintos Reynolds con pérdida de punta de pala

Se observa como la inclusión de la formulación de Prandtl mejora tanto las estimaciones de la tracción como de la potencia. Un error en torno al 6% en el coeficiente de tracción es una muy buena aproximación, mientras que la potencia sigue estando lejos de los valores proporcionados por el fabricante. Al igual que se comentó anteriormente, los modelos de resistencia utilizados no son buenos, aunque también debe tenerse en cuenta que para los valores con los que se están comprobando no se tienen datos sobre los ensayos en los que se han obtenido. Por ello, si la configuración utilizada no es la adecuada, con bujes que crean resistencia o cualquier otra fuente de error, la validez de los resultados no puede discutirse ya que no se tiene información suficiente. Por esta razón son importantes los ensayos en túnel de viento que se han realizado con la hélice APC 22x10E, ya que las condiciones del experimento se controlan y pueden identificarse las fuentes de error.

Una constante en la literatura sobre palas, es la de tomar la sección al 75% de la pala como la representativa de la pala completa. Sin embargo, esta hipótesis puede no ser siempre válida, como se demostró en la segunda validación (Apartado 3.2.2.1). En la figura 52 se muestra cómo el error que se comete identificando el modelo de resistencia con el correspondiente al 75% de la pala, es mayor que el cometido usando el del 85%. Por ello, se va a analizar en esta ocasión como afecta el considerar la pendiente de la curva de sustentación constante a lo largo de la pala. El valor elegido ha sido el correspondiente al 75% de la pala.



Figura 87 Comparación de resultados para distintas distribuciones de  $C_{l_\alpha}$ Figura 88 Comparación de  $C_T$  para distintas distribuciones de  $C_{l_\alpha}$

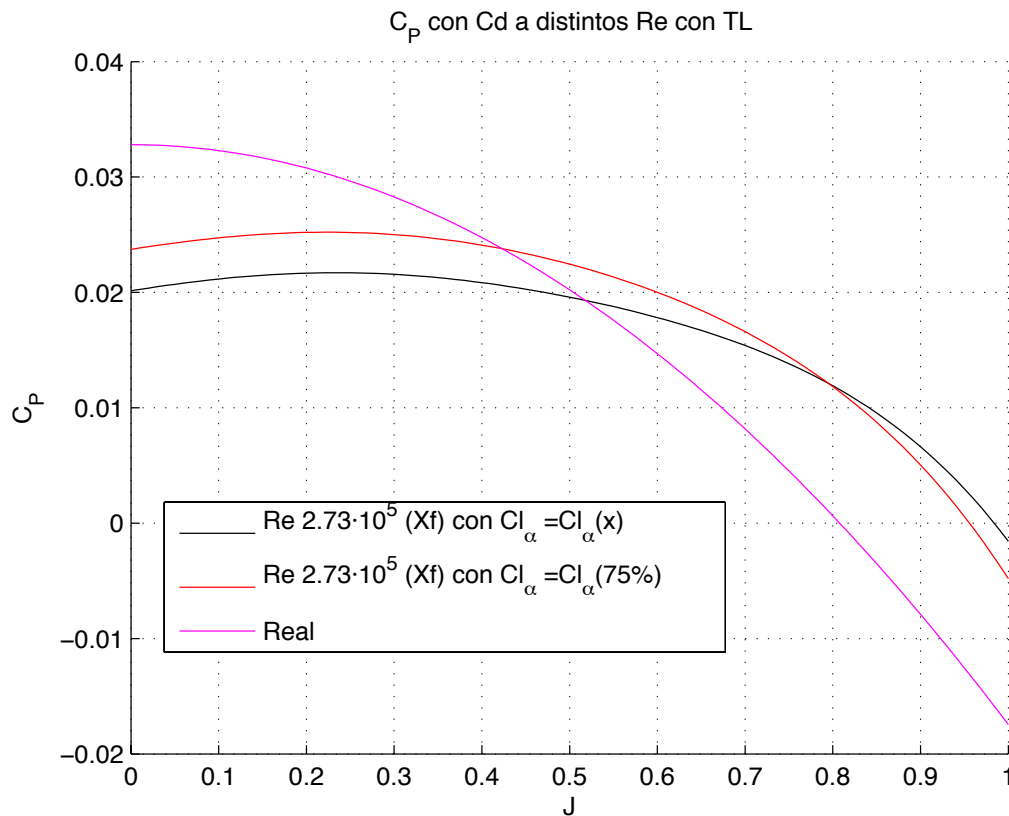


Figura 89 Comparación de  $C_p$  para distintas distribuciones de  $C_{l_\alpha}$

Para reflejar el error que se comete introduciendo la distribución constante de  $C_{l_\alpha}$  correspondiente al 75% de la pala se ha introducido el error cuadrático medio en la comparación que se realizó para distintos números de Reynolds. Para no crear conflicto con la figura 86, se han añadido los valores del error de la nueva simulación como puntos, ya que el número de Reynolds es el mismo.

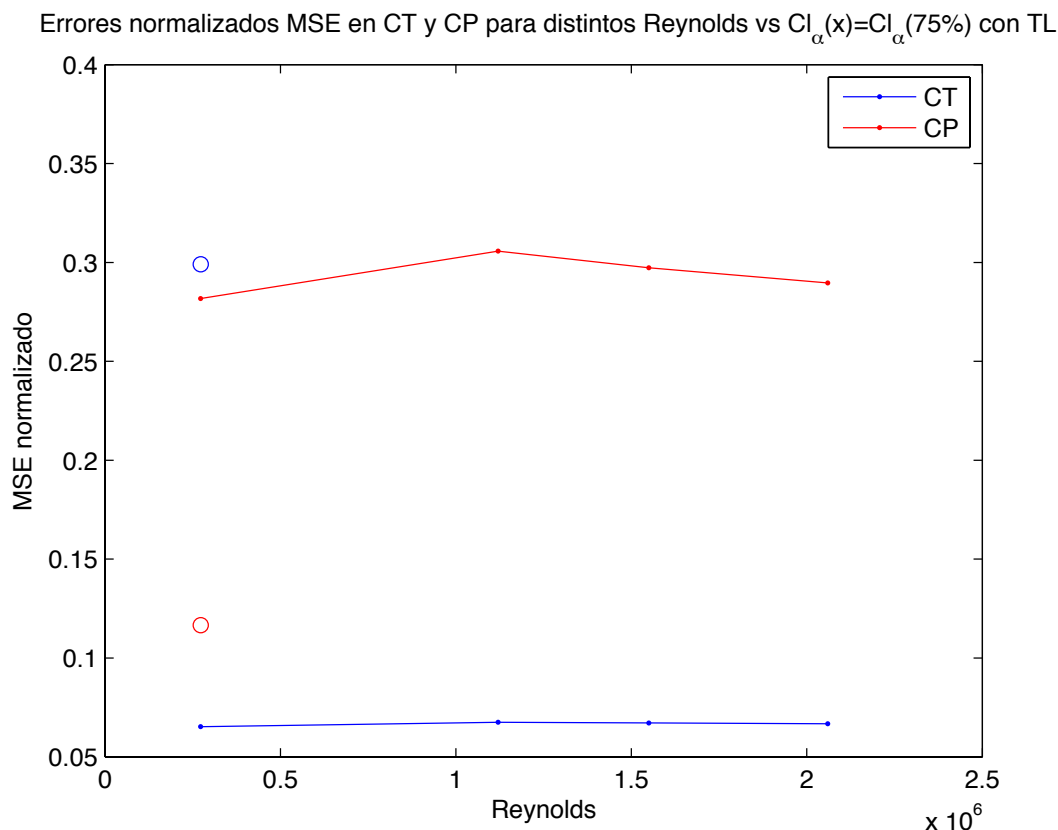


Figura 90 Comparación del error para distintas distribuciones de  $C_{l_\alpha}$

Los resultados representan que el coeficiente de tracción ha empeorado claramente mientras que la potencia ha mejorado. En este punto debe tenerse en cuenta el hecho comentado en varias ocasiones de la independencia de la tracción con la resistencia. Por ello, la medida para validar los nuevos resultados debe ser con el error cometido en el coeficiente de tracción ya que la resistencia no está modelada de forma adecuada. Se puede concluir, que para la hélice APC 22x10 la hipótesis de considerar la pendiente de la curva de sustentación a lo largo de la pala constante no es válida.

## 4.2 Caracterización hélice APC 22x10E

La hélice que portará el Céfiro 2 es la APC 22x10E, de la cual el fabricante no proporciona datos ni de geometría ni de actuaciones como si existen para la APC 22x10. Para poder modelar las características propulsivas es necesario determinar la geometría de la pala, así como las características de sus perfiles aerodinámicos. Dado que no se tienen resultados con los que comparar las estimaciones obtenidas con los modelos teóricos se han realizado ensayos en túnel de viento.

### 4.1.1 Geometría de la hélice APC 22x10E

Para caracterizar la nueva hélice se han realizado medidas sobre la cuerda, que es el factor determinante a la hora de calcular las actuaciones. Las medidas han sido

realizadas directamente sobre la pala con un calibre, por lo que están sujetas a errores en la medida. La distribución de la cuerda, así como la comparación entre las versiones de la hélice se muestran en las figuras 91 y 92.

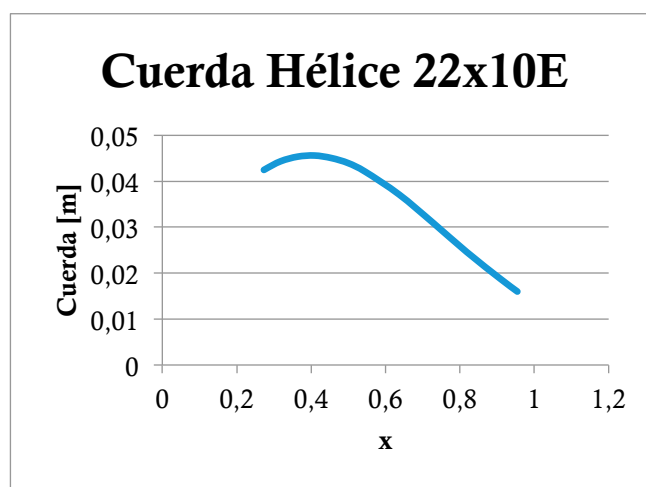


Figura 91 Distribución de cuerda hélice APC 22x10E

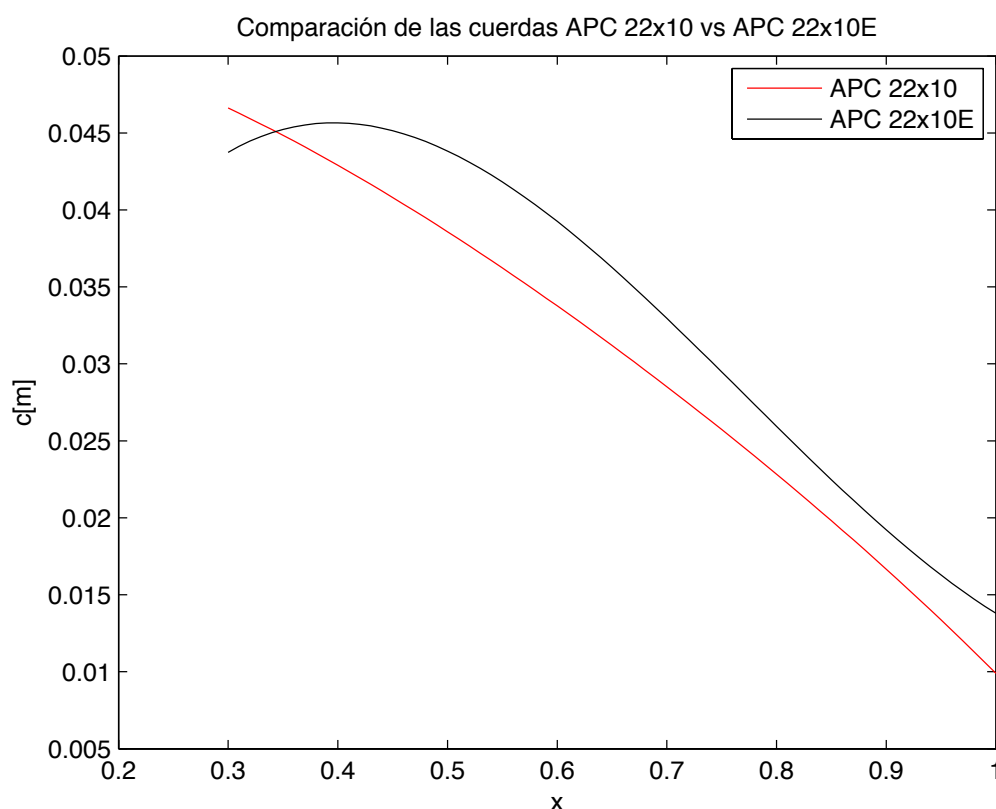


Figura 92 Comparación distribución de cuerdas APC 22x10 vs APC 22x10E

Se supone que los perfiles aerodinámicos y su distribución a lo largo de la pala se mantienen iguales a los de la APC 22x10 que se modeló en el apartado anterior. Esta afirmación no es del todo correcta, ya que al aumentar la cuerda el espesor de los perfiles aumenta, lo cual se traduce en variaciones de la pendiente de la curva de sustentación. También se ha mantenido el modelo de resistencia correspondiente a  $J=0.4$  y 75% de la pala para la hélice APC 22x10. Al modificar la cuerda se

modifica el Reynolds asociado a cada sección, por lo que el número de Reynolds para esta segunda hélice serán ligeramente mayores.

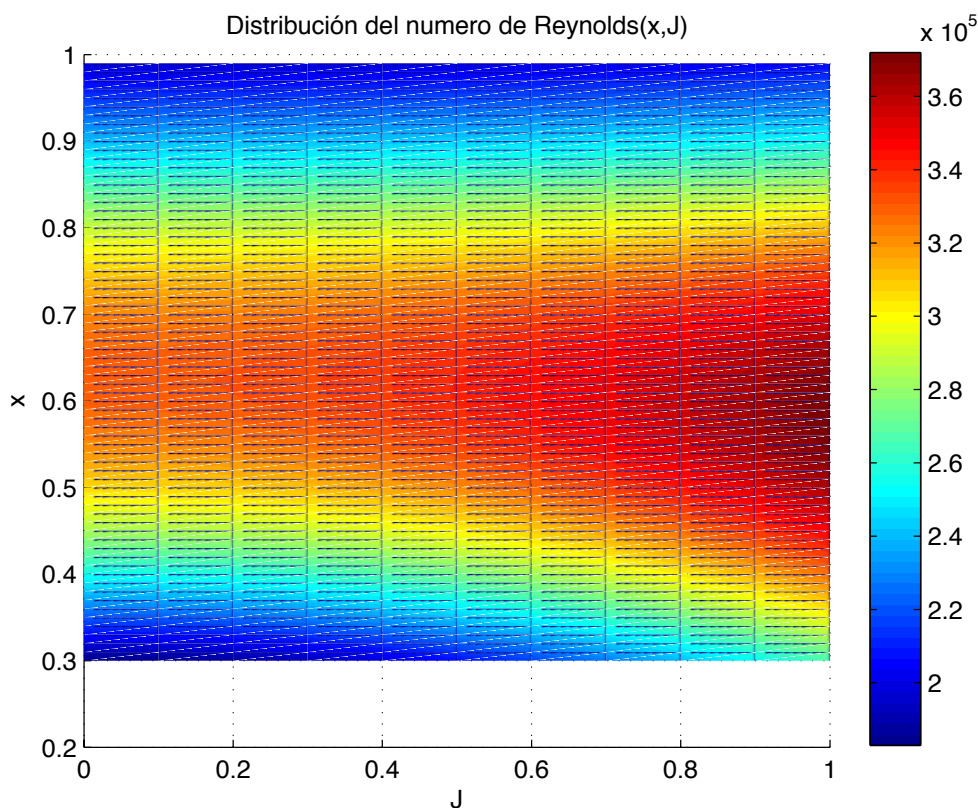


Figura 93 Distribución número de Reynolds para hélice APC 22x10E 'Plano de fases'

Si se compara la figura 93 y con la 78, se observa como el aumento de la cuerda en la hélice APC 22x10E con respecto a la APC 22x10 provoca un aumento ligero del número de Reynolds. Ya que dicho aumento es pequeño, aproximadamente  $1 \cdot 10^4$ , y que tiene esa precisión en los modelos de resistencia experimentales para estos números de Reynolds, se toma como válida la hipótesis de mantener el modelo de resistencia que se usó con la APC 22x10.

#### 4.1.3 Estimaciones para hélice APC 22x10E

El objetivo es proporcionar estimaciones sobre las actuaciones de la hélice 22x10E, de la cual se ha descrito la geometría con las hipótesis oportunas. Los resultados se comparan con los obtenidos para la APC 22x10 que han sido validados en el apartado 4.1.2.

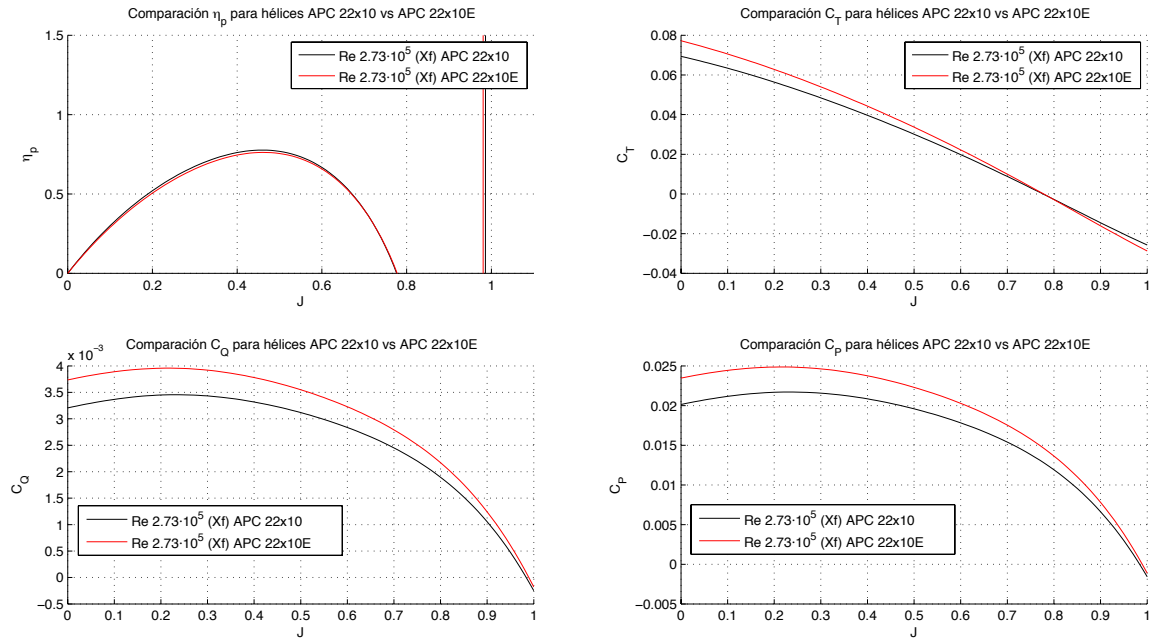
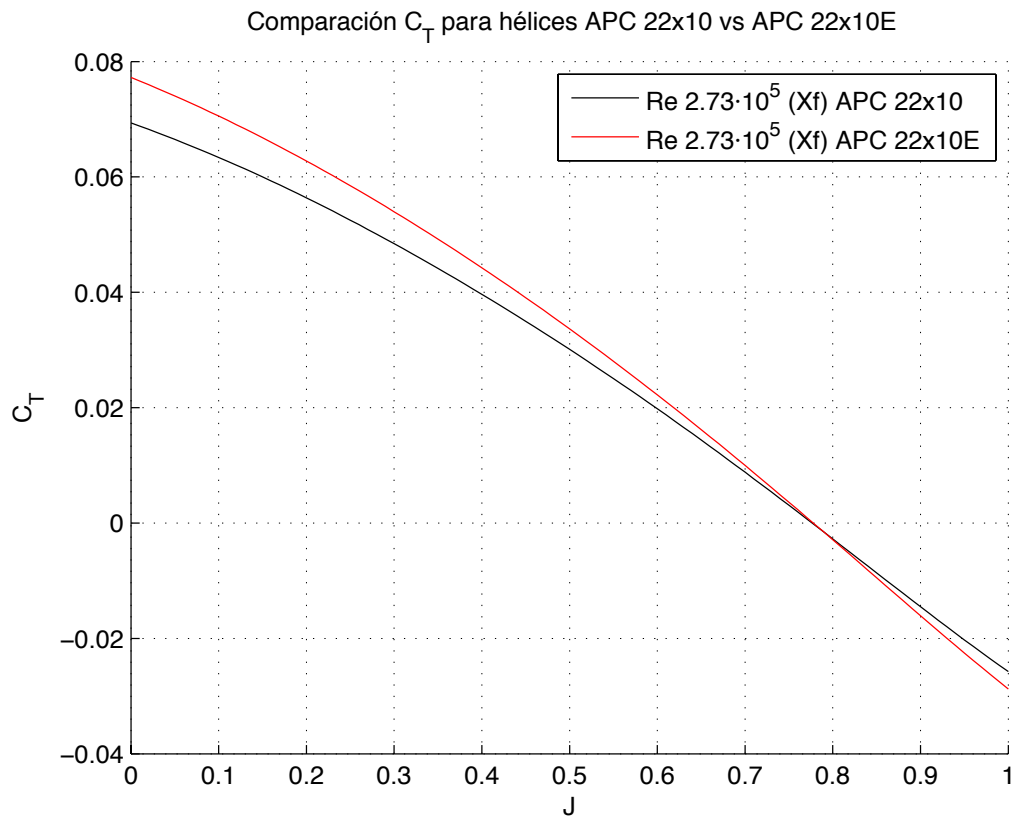


Figura 94 Comparación resultados para hélices APC 22x10 vs APC 22x10E

Figura 95 Comparación  $C_T$  para hélices APC 22x10 vs APC 22x10E

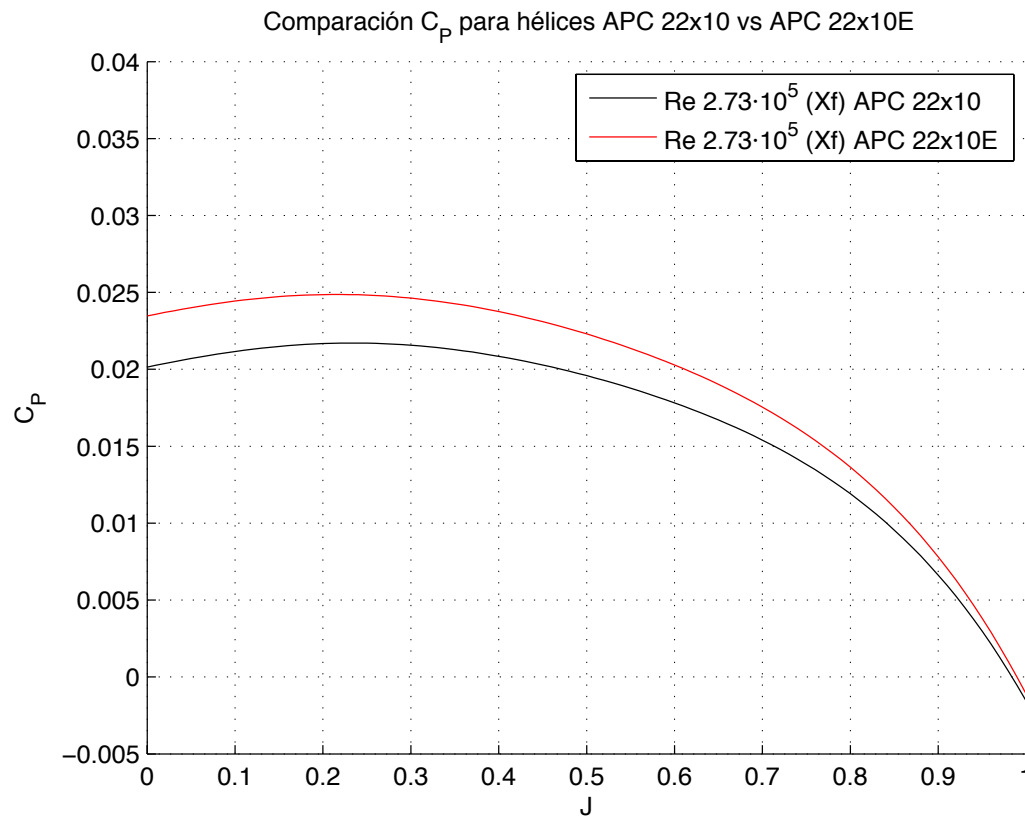


Figura 96 Comparación  $C_p$  para hélices APC 22x10 vs APC 22x10E

Debido al aumento de la cuerda a lo largo de la pala, la tracción que proporciona la pala aumenta ya que existe más superficie que sustenta. Los requerimientos de potencia también aumentan lo cual era de esperar debido al aumento de la tracción. En principio los resultados son factibles, lo que indica que las hipótesis realizadas en la definición de la geometría son razonables.

#### 4.1.3 Medidas en banco para hélice APC 22x10E

No se dispone de datos bibliográficos para la hélice APC 22x10E por lo que su caracterización propulsiva se ha realizado mediante experimentación. En primer lugar se ha realizado un estudio estático, para lo cual se ha utilizado una bancada universal. Durante el ensayo se han realizado medidas de revoluciones, tracción y par de hélice. Para obtener dichas variables se ha utilizado un sensor de revoluciones, una célula de carga y un sensor de torque. El set-up del ensayo se muestra en las siguientes figuras.



Figura 97 Bancada para ensayo en banco



Figura 98 Detalle de la cogida del motor en la bancada

El ensayo se realizó aumentando las revoluciones gradualmente hasta llegar a las 4600 rpm. Las medidas se tomaron en intervalos de revoluciones fijados por la sensibilidad de la radio utilizada para controlar el motor. Antes de encender el motor se tomó nota de la precarga de la célula de carga y del sensor de par, ya que la tara debe ser computada en la tracción y el par neto. Las siguientes figuras recogen los valores obtenidos.

| Precarga        |          |
|-----------------|----------|
| Célula de carga | 1 N      |
| Sensor de par   | -0.22 Nm |

Tabla 2 Precarga de los sensores en el ensayo en banco



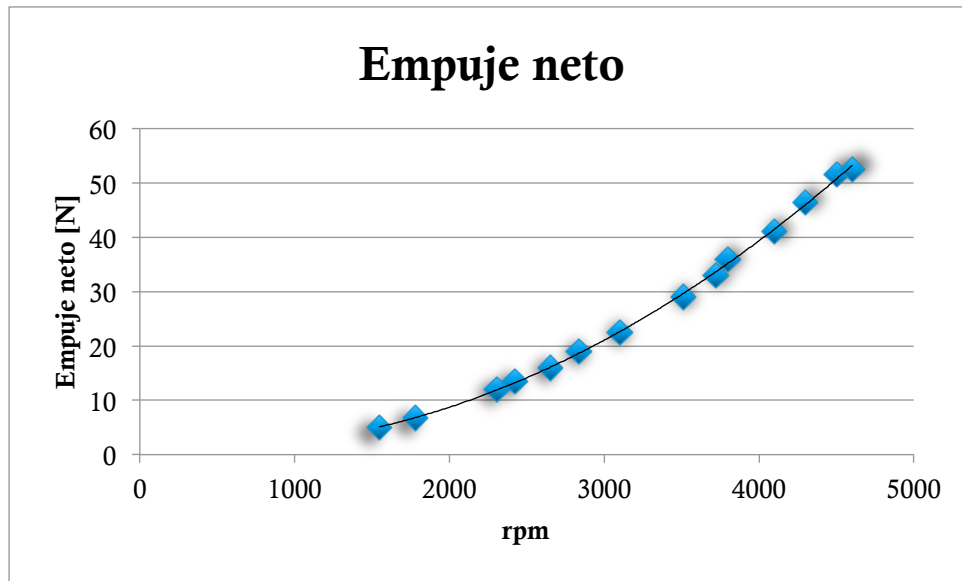


Figura 99 Empuje neto obtenido en el ensayo en banco

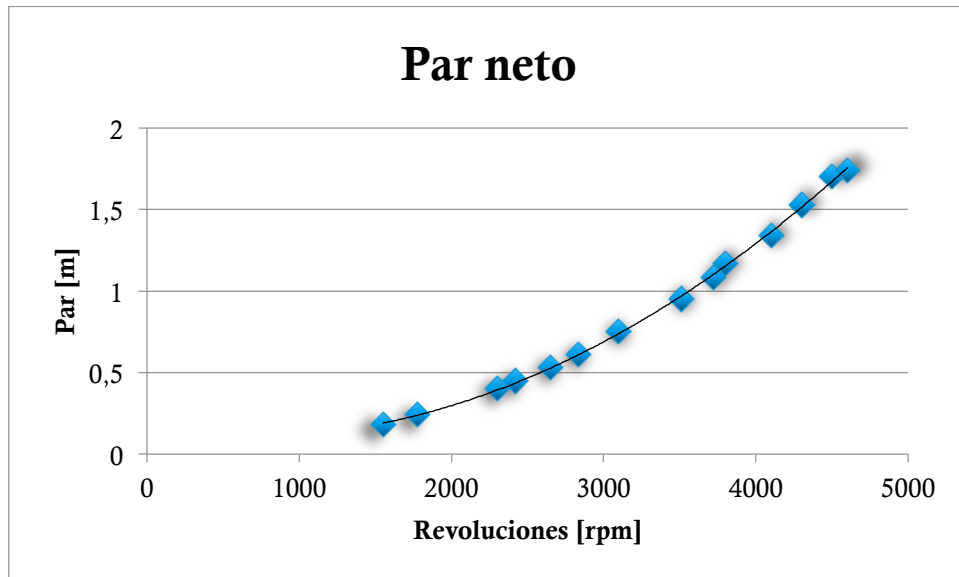


Figura 100 Par neto obtenido en el ensayo en banco

Cada valor de tracción y par proporciona un coeficiente de tracción y par respectivamente. Para obtener el valor promedio se ha calculado la media aritmética de cada uno. Las definiciones de los coeficientes utilizadas han sido las que se muestran a continuación, con la correspondiente transformación a las variables propulsivas utilizadas durante todo el proyecto.

$$C_T = \frac{T}{\rho A (\Omega R)^2}$$

$$C_Q = \frac{Q}{\rho A (\Omega R)^2 R}$$

$$C_P = 2\pi C_P$$

Para transformar las variables a propulsivas se deben multiplicar por la constante  $\pi^3/4$ , la cual se obtiene de la comparación de las definiciones de los coeficientes que se utiliza en la bibliografía.

Los valores de los coeficientes en banco se recogen en la siguiente tabla.

|       |        |
|-------|--------|
| $C_T$ | 0.071  |
| $C_Q$ | 0,0085 |
| $C_P$ | 0,053  |

**Tabla 3** Coeficientes experimentales del ensayo en banco

El valor que proporciona la estimación del coeficiente de tracción para la hélice APC 22x10E en condiciones de banco ( $J=0$ ) es  $C_T=0.0772$ , lo que representa una desviación del 8.03% respecto del valor experimental. En cuanto a la potencia, el valor obtenido en las simulaciones es  $C_P=0.0235$ , lo cual representa un error muy grande. Al margen de que pueda no se tengan modelos de polar adecuados para la hélice, debe recordarse que el modelo utilizado se generó para valores del parámetro de avance de 0.4, por lo que la potencia no está bien definida para velocidades de avance pequeñas o nulas.

#### 4.1.3 Medidas dinámicas en túnel de viento para hélice APC 22x10E

La caracterización dinámica de la hélice se ha realizado mediante ensayos en túnel de viento. Para ello se ha introducido la bancada con el motor en el túnel y se ha anclado. La configuración se muestra en la siguientes figuras.



**Figura 101** Set-up ensayo en túnel de viento

Los ensayos para caracterizar dinámicamente la planta propulsora se dividen en dos, uno para modelar la resistencia que ofrece la bancada con el túnel de viento en marcha y el segundo para obtener las evoluciones de tracción y par. A continuación se describe la metodología empleada en cada ensayo y los resultados obtenidos.

#### 4.1.3.1 Caracterización de la resistencia de la bancada en túnel de viento

El conjunto moto-propulsor se encuentra anclado en la parte superior de la bancada como se muestra en la figura 92. La tracción se obtiene mediante una célula de carga que funciona tanto a compresión como tracción, por lo que la resistencia del mástil debe ser computada para las distintas velocidades de operación. El ensayo ha consistido en realizar un barrido de velocidades del túnel de viento obteniendo los valores de la célula de carga. Es importante quitar la hélice al motor para evitar la autorrotación de ésta, ya que si se produce generaría tracción y los resultados no reflejarían solo la resistencia. También se han tomado los valores de precarga de la célula de carga. Los resultados obtenidos se muestran a continuación.

|                        |        |
|------------------------|--------|
| <b>Precarga</b>        |        |
| <b>Célula de carga</b> | 0.15 N |

Tabla 4 Precarga de la célula de carga para ensayo de resistencia de la bancada

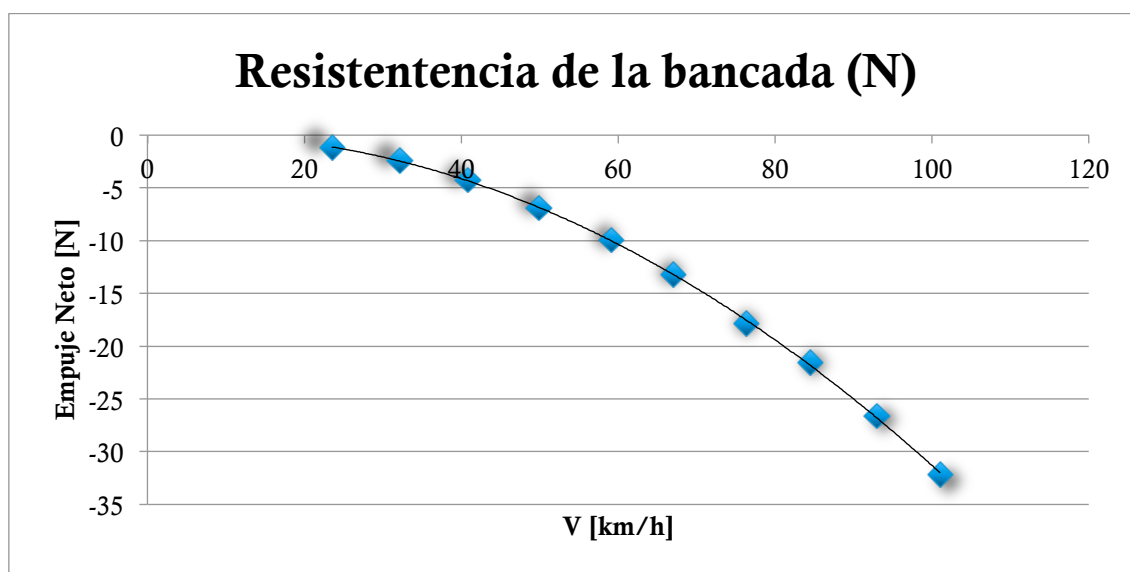


Figura 102 Resistencia de la bancada

Se observa cómo los datos experimentales pueden ajustarse por una función polinómica de segundo orden en la velocidad. Ello es de esperar ya que la resistencia aerodinámica es función de la velocidad al cuadrado.

#### 4.1.3.2 Caracterización de la hélice APC 22x10E en túnel de viento

Una vez obtenida la función de la resistencia de la bancada frente a la velocidad del aire en el túnel de viento se ha procedido a la obtención de las actuaciones de la hélice. Utilizando el set-up de la figura 101 se han realizado ensayos manteniendo

las revoluciones de la hélice constante y variando la velocidad del aire en el túnel. Las revoluciones elegidas han sido 3500 rpm ya que esta velocidad de rotación es muy estable y permite obtener datos para un rango amplio del parámetro de avance. Se ha vuelto a medir la precarga de la célula de carga y del sensor de par. Los resultados de tracción y par con la tara y la resistencia de la bancada computados se muestran a continuación.

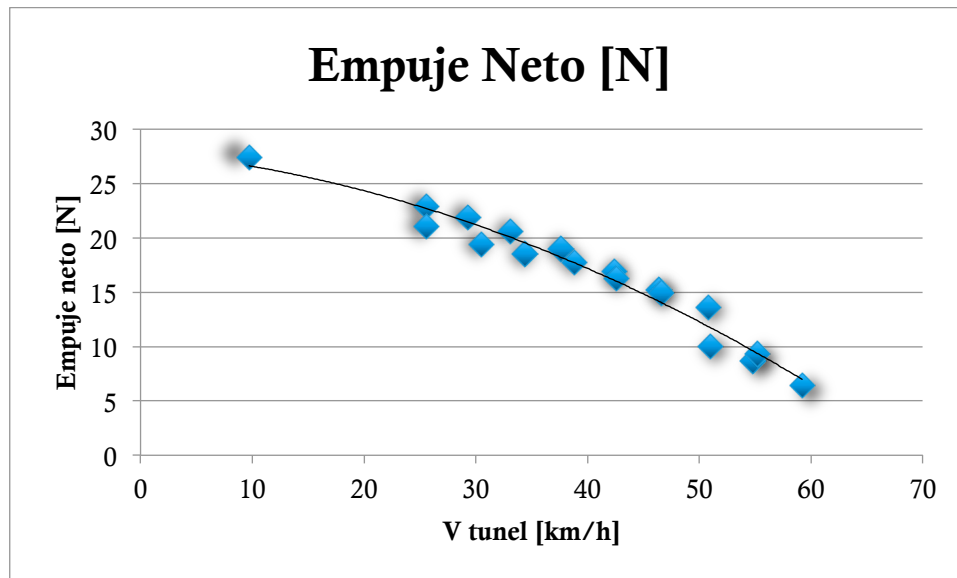


Figura 103 Empuje neto medido en ensayo en túnel de viento

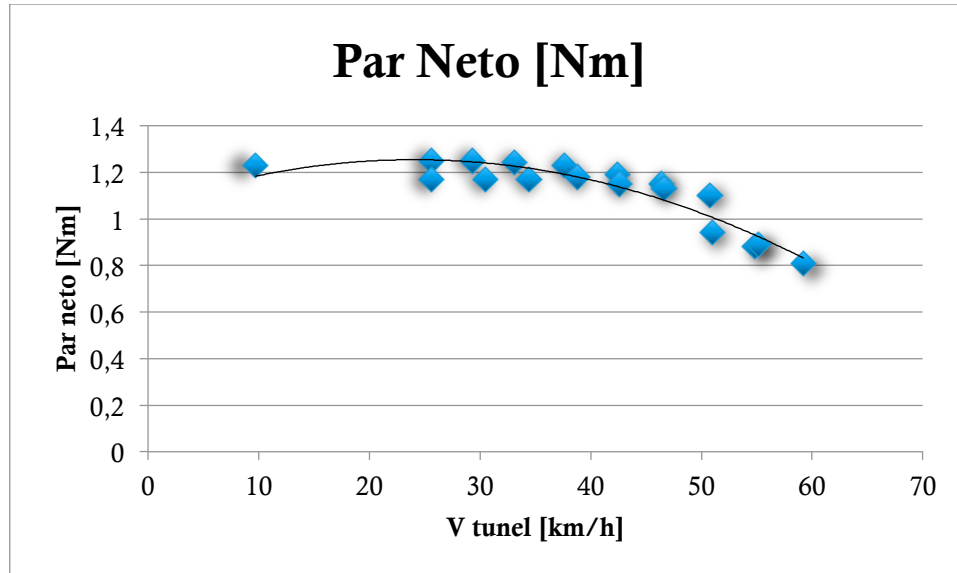


Figura 104 Par neto medido en ensayo en túnel de viento

Utilizando la definición de los coeficientes de tracción, par y potencia utilizados en el apartado 4.1.3 se han obtenido las distribuciones del coeficiente de tracción y potencia para distintos valores del parámetro de avance  $J$ .

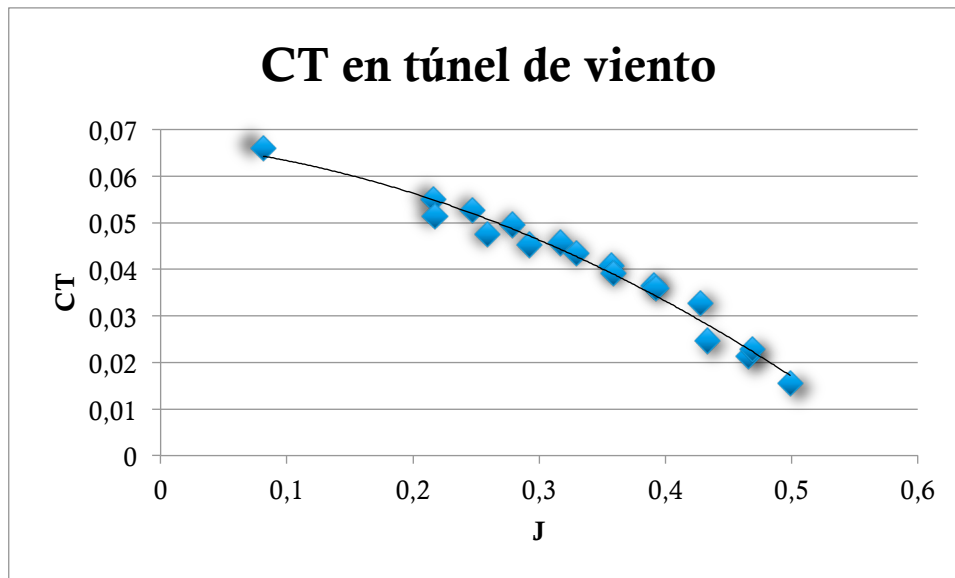


Figura 105 CT experimental en túnel de viento para hélice APC 22x10E

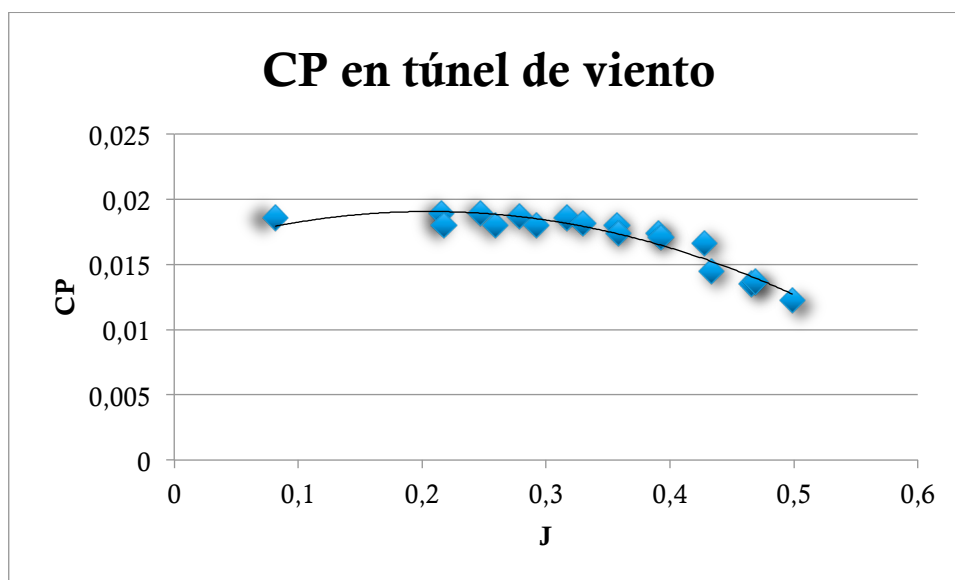


Figura 106 CP experimental en túnel de viento para hélice APC 22x10E

Las distribuciones del coeficiente de tracción y potencia muestran tendencias coherentes con los resultados calculados hasta ahora. Para poder comparar de forma más intuitiva las diferencias entre los resultados experimentales y las estimaciones teóricas se han recogido ambos resultados conjuntamente.

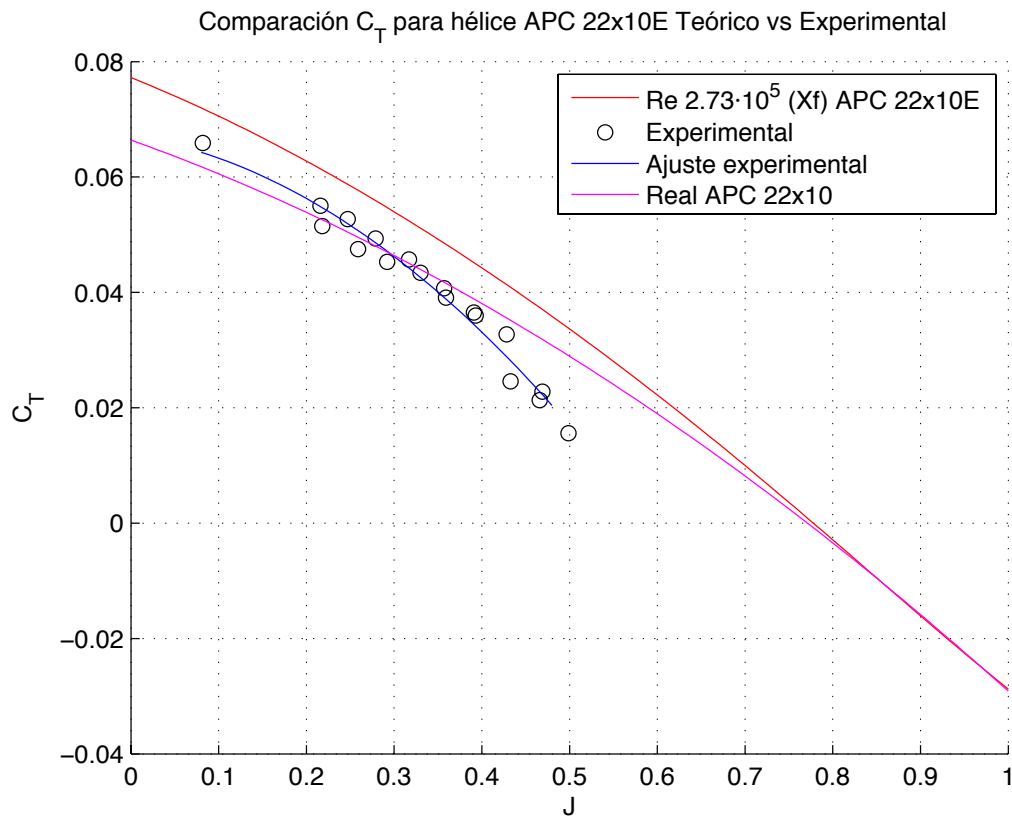


Figura 107 Comparación  $C_T$  para hélice APC 22x10E Teórico vs Experimental

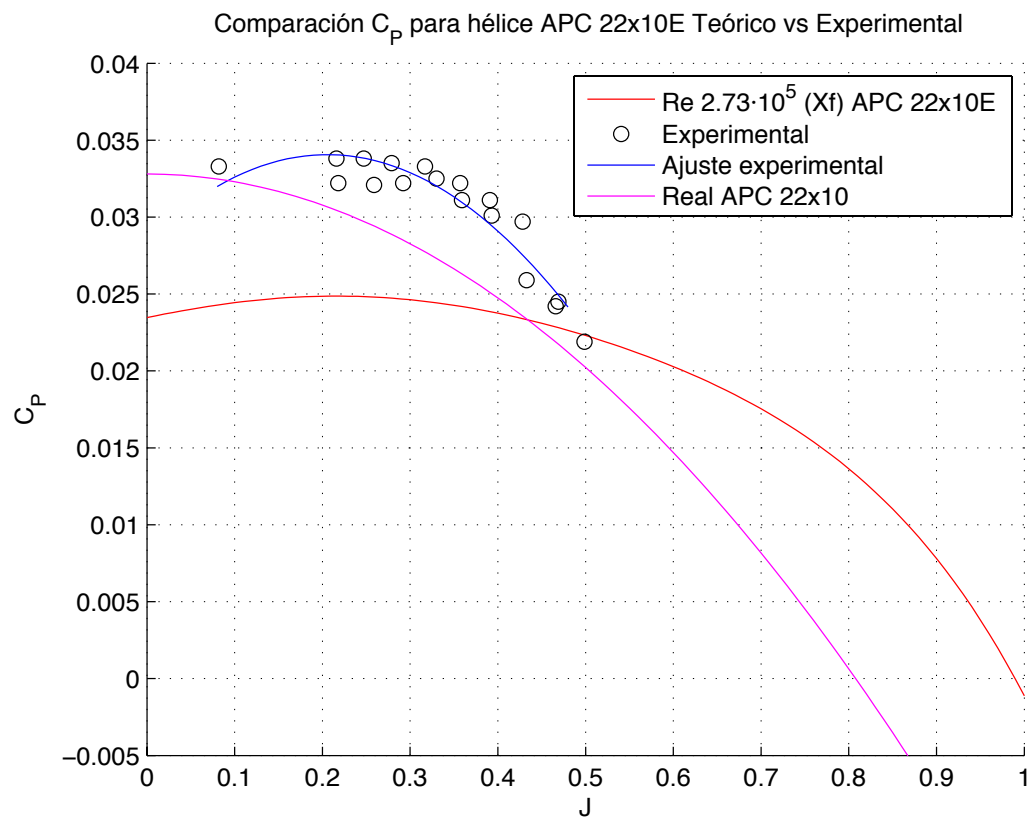


Figura 108 Comparación  $C_P$  para hélice APC 22x10E Teórico vs Experimental

Los resultados obtenidos mediante la caracterización en túnel de viento captan las tendencias esperadas según los modelos teóricos. Las diferencias entre ambas medidas puede ser debida a errores en la ejecución de los ensayos. Debe tenerse en cuenta que la velocidad en el túnel de viento se ha medido utilizando un tubo de pitot que no está calibrado. También es importante remarcar que es la primera vez que se ha utilizado la bancada, por lo que los sensores pueden no estar dando medidas precisas. Es importante remarcar que la recogida de datos se está realizando de forma manual, por lo que se pueden estar cometiendo errores significativos. Por último, el ensayo solo se ha realizado una vez, por lo que para obtener datos más fiables sería necesario repetirlo en varias ocasiones con distintas cargas y velocidades de giro de la hélice [\[ver anexo para más ensayos\]](#).

## 5 Conclusiones

---

La finalidad de este proyecto es la de proporcionar herramientas de cálculo que permitan la caracterización moto propulsora del sistema de propulsión del Céfiro. Además del modelado teórico, se solicitaba una corroboración de los resultados mediante ensayos tanto en banco como en túnel de viento. A la vista de los resultados obtenidos se considera que se han alcanzado importantes avances en la dirección esperada, aunque existe un gran margen de mejora, tanto en la caracterización de los ensayos como en los análisis teóricos. A continuación se exponen las principales conclusiones que se pueden extraer del proyecto, así como las posibles mejoras que pueden realizarse para futuros trabajos sobre la materia.

### Planta motora

- Se ha desarrollado la elección de la planta motora en función de los requisitos de potencia del Céfiro. Se ha elegido un motor de corriente continua brushless modelo AXI 5345/16 atendiendo a razones de rendimiento, limpieza y fiabilidad.
- La caracterización del motor se ha realizado mediante la utilización de los tres modelos distintos que proporcionan un modelo de la potencia consumida y entregada en función de las rpm del motor. Debido a la modulación PWM (modulación de ancho de pulso) que introduce el variador al voltaje que obtiene de las baterías no se ha podido caracterizar. Ello es debido a que no se dispone en el laboratorio de los medios adecuados para realizarla. Para compensar la falta de un modelo teórico del motor se ha caracterizado la planta motora en banco, con lo que se ha obtenido la potencia que absorbe en función de las rpm a las que gira la carga. Es importante remarcar que dicha caracterización solo es válida para la hélice APC 22x10E, y que si se cambia el experimento debe realizarse de nuevo.

### Planta propulsora

La caracterización de la planta propulsora se ha enfocado hacia la comparación de diversos modelos propulsivos. Partiendo de dos modelos distintos, se ha realizado un estudio exhaustivo y ordenado de las condiciones en las que operan las hélices.

#### **Modelo simplificado** (López García and Valenzuela Romero 2010)

- Utiliza como hipótesis fundamental que la velocidad tangencial es mucho mayor que la velocidad en el plano perpendicular a la hélice.

$$U_P \ll U_T \rightarrow \phi \ll 1$$

Se ha demostrado mediante la obtención del ángulo de entrada de corriente en función de la sección de la pala y el parámetro de avance que dicha hipótesis no es válida para hélices.



Para que se pueda considerar aceptable la hipótesis de  $\phi \ll 1$ , los valores del ángulo deben mantenerse aproximadamente en un rango de 5° a 15°. La identificación de las regiones que cumplen dicha condición son regiones pequeñas, por lo que al integrar a lo largo de la pala se obtienen errores importantes.

- Las estimaciones que propone son pobres tanto para la tracción como para la potencia.

### **Modelo completo** (Franco Espin 2010)

- No realiza la hipótesis  $U_p \ll U_T \rightarrow \phi \ll 1$ .
- Estimaciones de tracción prácticamente independientes del modelo de resistencia elegido. Ello es debido a que juega un papel de segundo orden en la definición de la tracción. Esto implica que se puede obtener una medida de la bondad de las estimaciones que produce el modelo al margen del modelo de resistencia. Para ello es necesario caracterizar correctamente la geometría (distribuciones de cuerda, espesor y torsión) y las características aerodinámicas (coeficiente de sustentación para cada sección a lo largo de la pala) de la hélice.
- Fuerte dependencia con el modelo de resistencia que se utilice en la obtención de estimaciones de potencia. Necesidad de modelos de polar precisos para cada sección de la pala.
- El uso del programa Xfoil debe realizarse con cautela a la hora de obtener medidas de la resistencia de un perfil. Ello es debido a que usa perfiles perfectos para la obtención de las estimaciones. Desde el punto de vista de la resistencia esto es un problema, ya que en la realidad las palas tienen imperfecciones. Ello provoca, entre otros, que la capa límite pase a turbulento antes de lo estimado por el Xfoil, con lo que se genera más resistencia de la que proporciona el programa. Solo debe usarse como complemento para los modelos de resistencia experimentales.
- El reducido número de modelos de resistencia experimentales disponibles (Silverstein 1934) ha motivado la creación un procedimiento general que permite elegir un modelo de resistencia en base a una lógica clara que permita elecciones razonadas. El estudio se basa en el análisis del ángulo de ataque y el número de Reynolds para una sección de la pala y unas condiciones de operación.
- Se ha discutido la elección de la sección característica de la pala. La literatura proporciona generalmente el 75% como representativo de las actuaciones de la pala. En este documento se han obtenido resultados que ponen en entredicho dicha afirmación. La sección característica vendría determinada por las condiciones de operación concretas de la pala, por lo que puede ser necesario realizar un estudio del número de Reynolds antes de tomar siempre el 75%.

- La utilización de la hipótesis de  $C_{l\alpha}$  (pendiente de la curva de sustentación) constante a lo largo de la pala no es válida si la variación del perfil a lo largo de la pala es importante. Debe realizarse un estudio previo de la hélice.
- La inclusión del fenómeno de la pérdida de punta de pala proporciona un deterioro de las características propulsivas de la hélice. Aunque éste es el comportamiento esperado, la validez de la formulación utilizada debe ser estudiada a fondo. Esto es debido a que se ha trasladado la función de Prandtl que se utiliza normalmente en el modelo simplificado con  $\phi \ll 1$  a la TCM utilizada por el modelo sin dicha simplificación. Dado que esa inclusión es discutible, los resultados deben ser tomados con cautela.

### Ensayos en banco

- Se reafirma el buen comportamiento del modelado de la tracción, incluso en banco.
- Estimación inadmisible del coeficiente de potencia para velocidad de avance nula. Se confirma que la poca fiabilidad de los modelos de resistencia proporcionados por Xfoil. Por otra parte, la caracterización de la polar se ha realizado para una condición de vuelo con  $J=0.4$ , por lo que suma la diferencia del punto de operación de diseño al pobre modelado del Xfoil.

### Ensayos en túnel de viento

- Buena correlación entre datos de tracción estimados y experimentales. El modelo teórico sobredimensiona el empuje de la hélice.
- Se obtienen valores de potencia muy superiores a los estimados. Nuevamente se corrobora la pobre estimación que se posee de la potencia, especialmente acusada a bajos números del parámetro de avance.
- Ajuste muy satisfactorio entre las medidas realizadas en el túnel de viento y los valores que proporciona el fabricante para la APC 22x10. Evidencia una buena caracterización de los ensayos.

### *Propuestas para mejoras en trabajos futuros*

- Caracterización del motor en base los modelos desarrollados en el segundo apartado una vez que se tenga la instrumentación necesaria para llevarla a cabo.
- Obtención de nuevos modelos de polar a partir de ensayos en túnel de viento para los perfiles que se quieran estudiar. Si se requieren estimaciones de calidad para la potencia, es importante caracterizar la resistencia con respecto al número de Reynolds. Para una completa caracterización de la

resistencia sería necesario generar un modelo tridimensional en función del ángulo de ataque y el número de Reynolds.

- Medida y recogida de datos provenientes de la bancada en formato digital. Actualmente solo se encuentran registradas por la placa Hércules las señales provenientes de la célula de carga y el sensor de par, mientras que las demás variables se toman a mano. La inclusión de un nuevo mecanismo de recogida de datos eliminaría las posibles fuentes de error derivadas de leer medidas de diferentes fuentes.

(López Pérez 2011)

## 6 Referencias

### Figuras

|                                                                                                                           |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 1 Motor alternativo Céfire .....                                                                                   | 4  |
| Figura 2 Hélice APC 22x10 vs hélice APC 22x10E .....                                                                      | 6  |
| Figura 3 Ensayo en túnel de viento de la hélice APC 22x10E .....                                                          | 7  |
| Figura 4 Motor eléctrico AXI 5345/16 .....                                                                                | 9  |
| Figura 5 Geometría del motor en configuración frontal .....                                                               | 9  |
| Figura 6 Variador Jeti Spin99 Opto .....                                                                                  | 10 |
| Figura 7 Modelo First-Order DC Electric Model Motor (MIT) .....                                                           | 11 |
| Figura 8 Modelo First-Order DC Electric Model Motor (MIT) .....                                                           | 13 |
| Figura 9 Modelo Motor brushless T.Kenjo y S. Naganni .....                                                                | 15 |
| Figura 10 Modelo Motor brushless T.Kenjo y S. Naganni para experimento sin carga .....                                    | 19 |
| Figura 11 Motor desconectado para medida de resistencia interna .....                                                     | 20 |
| Figura 12 Motor sin carga para segundo ensayo .....                                                                       | 20 |
| Figura 13 Motor con carga para tercer ensayo .....                                                                        | 20 |
| Figura 14 Control de alimentación de un motor DC brushless en PWM .....                                                   | 21 |
| Figura 15 Potencia consumida por el motor sin carga .....                                                                 | 21 |
| Figura 16 Potencia consumida por el motor con carga (APC 22x10E) .....                                                    | 22 |
| Figura 17 Volumen de control TCM .....                                                                                    | 24 |
| Figura 18 Fuerzas sobre sección de la pala .....                                                                          | 26 |
| Figura 19 Caracterización de la TCMEP .....                                                                               | 29 |
| Figura 20 Geometría Hélice NACA Report 640 .....                                                                          | 40 |
| Figura 21 Resultados túnel de viento NACA Report 640 .....                                                                | 41 |
| Figura 22 Distribución ángulo de ataque (x,J) para hélice NACA Report 640 .....                                           | 42 |
| Figura 23 Distribución $\alpha$ a lo largo de la pala .....                                                               | 42 |
| Figura 24 Distribución $\alpha$ con J .....                                                                               | 42 |
| Figura 25 Distribución del número de Reynolds (x,J) .....                                                                 | 43 |
| Figura 26 Distribución Reynolds a lo largo de .....                                                                       | 44 |
| Figura 27 Distribución Reynolds con distintos J .....                                                                     | 44 |
| Figura 28 Distribución del número de Reynolds 'Plano de Fases' .....                                                      | 44 |
| Figura 29 Resultados para Cd a distintos números de Reynolds .....                                                        | 45 |
| Figura 30 CT con Cd a distintos números de Reynolds .....                                                                 | 46 |
| Figura 31 CP con Cd a distintos números de Reynolds .....                                                                 | 46 |
| Figura 32 Errores normalizados MSE en CT y CP para distintos números de Reynolds .....                                    | 47 |
| Figura 33 Modelo de resistencia para Reynolds $2 \cdot 10^6$ .....                                                        | 48 |
| Figura 34 Comparación estimaciones simplificado y completo vs real con Reynolds $2 \cdot 10^6$ .....                      | 49 |
| Figura 35 Comparación CT estimaciones simplificado y completo vs real con Reynolds $2 \cdot 10^6$ .....                   | 50 |
| Figura 36 Comparación CP estimaciones simplificado y completo vs real con Reynolds $2 \cdot 10^6$ .....                   | 50 |
| Figura 37 Influencia de la pérdida de punta de pala en el modelo simplificado para Reynolds $2 \cdot 10^6$ .....          | 51 |
| Figura 38 Influencia en el CT de la pérdida de punta de pala en el modelo simplificado para Reynolds $2 \cdot 10^6$ ..... | 52 |
| Figura 39 Influencia en el CP de la pérdida de punta de pala en el modelo simplificado para Reynolds $2 \cdot 10^6$ ..... | 52 |
| Figura 40 Influencia de la pérdida de punta de pala en el modelo completo para Reynolds $2 \cdot 10^6$ .....              | 53 |
| Figura 41 Influencia en el CT de la pérdida de punta de pala en el modelo completo para Reynolds $2 \cdot 10^6$ .....     | 54 |
| Figura 42 Influencia en el CP de la pérdida de punta de pala en el modelo completo para Reynolds $2 \cdot 10^6$ .....     | 54 |
| Figura 43 Hélices ensayadas en NACA Report 378 .....                                                                      | 55 |
| Figura 44 Geometría perfil Clark-Y .....                                                                                  | 55 |
| Figura 45 Geometría helices NACA Report 378 .....                                                                         | 56 |
| Figura 46 Pitch hélices NACA Report 378 .....                                                                             | 56 |
| Figura 47 Set-up ensayos NACA Report 378 .....                                                                            | 57 |
| Figura 48 Resultados experimentales hélice C-6 .....                                                                      | 57 |
| Figura 49 Distribución del ángulo de ataque (x,J) .....                                                                   | 58 |
| Figura 50 Distribución $\alpha$ a lo largo de la pala .....                                                               | 59 |
| Figura 51 Distribución $\alpha$ con J .....                                                                               | 59 |
| Figura 52 Distribución número de Reynolds (x,J) .....                                                                     | 60 |
| Figura 53 Distribución Reynolds a lo largo .....                                                                          | 60 |
| Figura 54 Distribución Reynolds con distintos J .....                                                                     | 60 |
| Figura 55 Distribución del número de Reynolds 'Plano de Fases' .....                                                      | 61 |
| Figura 56 Resultados para Cd a distintos números de Reynolds .....                                                        | 62 |
| Figura 57 CT para Cd a distintos números de Reynolds .....                                                                | 62 |
| Figura 58 CP para Cd a distintos números de Reynolds .....                                                                | 63 |
| Figura 59 Errores normalizados MSE en CT y CP para distintos Reynolds .....                                               | 64 |
| Figura 60 Modelo de resistencia para Reynolds $2.06 \cdot 10^6$ .....                                                     | 65 |
| Figura 61 Comparación estimaciones simplificado y completo vs real con Reynolds $2.06 \cdot 10^6$ .....                   | 65 |
| Figura 62 Comparación CT estimaciones simplificado y completo vs real con Reynolds $2.06 \cdot 10^6$ .....                | 66 |

|                                                                                                                        |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 63 Comparación CP estimaciones simplificado y completo vs real con Reynolds $2.06 \cdot 10^6$                   | 66  |
| Figura 64 Influencia de la pérdida de punta de pala en el modelo simplificado para Reynolds $2.06 \cdot 10^6$          | 67  |
| Figura 65 Influencia en el CT de la pérdida de punta de pala en el modelo simplificado para Reynolds $2.06 \cdot 10^6$ | 68  |
| Figura 66 Influencia en el CP de la pérdida de punta de pala en el modelo simplificado para Reynolds $2.06 \cdot 10^6$ | 68  |
| Figura 67 Influencia de la pérdida de punta de pala en el modelo completo para Reynolds $2.06 \cdot 10^6$              | 69  |
| Figura 68 Influencia en el CT de la pérdida de punta de pala en el modelo completo para Reynolds $2.06 \cdot 10^6$     | 69  |
| Figura 69 Influencia en el CP de la pérdida de punta de pala en el modelo completo para Reynolds $2.06 \cdot 10^6$     | 70  |
| Figura 70 Distribución de $\phi(x, J)$                                                                                 | 71  |
| Figura 71 Distribución de $\phi(x, J)$ 'Plano de fases'                                                                | 72  |
| Figura 72 Geometría Hélice APC 22x10                                                                                   | 75  |
| Figura 73 Geometría Hélice APC 22x10                                                                                   | 75  |
| Figura 74 Perfil hélice APC 22x10 en el 73% de la pala                                                                 | 76  |
| Figura 75 Distribución del número de Reynolds                                                                          | 77  |
| Figura 76 Distribución Reynolds a lo largo de la pala                                                                  | 77  |
| Figura 77 Distribución Reynolds con J                                                                                  | 77  |
| Figura 78 Distribución del número de Reynolds 'Plano de fases'                                                         | 78  |
| Figura 79 Resultados para Cd a distintos números de Reynolds                                                           | 79  |
| Figura 80 CT para Cd a distintos números de Reynolds                                                                   | 79  |
| Figura 81 CP para Cd a distintos números de Reynolds                                                                   | 80  |
| Figura 82 Errores normalizados MSE en CT y CP para distintos Reynolds                                                  | 81  |
| Figura 83 Resultados para Cd a distintos números de Reynolds con pérdida de punta de pala                              | 82  |
| Figura 84 CT para Cd a distintos números de Reynolds con pérdida de punta de pala                                      | 82  |
| Figura 85 CP para Cd a distintos números de Reynolds con pérdida de punta de pala                                      | 83  |
| Figura 86 Errores normalizados MSE en CT y CP para distintos Reynolds con pérdida de punta de pala                     | 84  |
| Figura 87 Comparación de resultados para distintas distribuciones de <b>Cl<sub>a</sub></b>                             | 85  |
| Figura 88 Comparación de CT para distintas distribuciones de <b>Cl<sub>a</sub></b>                                     | 85  |
| Figura 89 Comparación de CP para distintas distribuciones de <b>Cl<sub>a</sub></b>                                     | 86  |
| Figura 90 Comparación del error para distintas distribuciones de <b>Cl<sub>a</sub></b>                                 | 87  |
| Figura 91 Distribución de cuerda hélice APC 22x10E                                                                     | 88  |
| Figura 92 Comparación distribución de cuerdas APC 22x10 vs APC 22x10E                                                  | 88  |
| Figura 93 Distribución número de Reynolds para hélice APC 22x10E 'Plano de fases'                                      | 89  |
| Figura 94 Comparación resultados para hélices APC 22x10 vs APC 22x10E                                                  | 90  |
| Figura 95 Comparación CT para hélices APC 22x10 vs APC 22x10E                                                          | 90  |
| Figura 96 Comparación CP para hélices APC 22x10 vs APC 22x10E                                                          | 91  |
| Figura 97 Bancada para ensayo en banco                                                                                 | 92  |
| Figura 98 Detalle de la cogida del motor en la bancada                                                                 | 92  |
| Figura 99 Empuje neto obtenido en el ensayo en banco                                                                   | 93  |
| Figura 100 Par neto obtenido en el ensayo en banco                                                                     | 93  |
| Figura 101 Set-up ensayo en túnel de viento                                                                            | 94  |
| Figura 102 Resistencia de la bancada                                                                                   | 95  |
| Figura 103 Empuje neto medido en ensayo en túnel de viento                                                             | 96  |
| Figura 104 Par neto medido en ensayo en túnel de viento                                                                | 96  |
| Figura 105 CT experimental en túnel de viento para hélice APC 22x10E                                                   | 97  |
| Figura 106 CP experimental en túnel de viento para hélice APC 22x10E                                                   | 97  |
| Figura 107 Comparación CT para hélice APC 22x10E Teórico vs Experimental                                               | 98  |
| Figura 108 Comparación CP para hélice APC 22x10E Teórico vs Experimental                                               | 98  |
| Figura 109 CT en túnel de viento (Ensayo 1)                                                                            | 107 |
| Figura 110 CP en túnel de viento (Ensayo 1)                                                                            | 108 |
| Figura 111 $\eta$ en túnel de viento (Ensayo 1)                                                                        | 108 |
| Figura 112 CT en túnel de viento (Ensayo 2)                                                                            | 109 |
| Figura 113 CP en túnel de viento (Ensayo 2)                                                                            | 109 |
| Figura 114 $\eta$ en túnel de viento (Ensayo 2)                                                                        | 110 |

## Tablas

|                                                                                 |    |
|---------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabla 1 Especificaciones del motor AXI 5345/16                                  | 9  |
| Tabla 2 Precarga de los sensores en el ensayo en banco                          | 92 |
| Tabla 3 Coeficientes experimentales del ensayo en banco                         | 94 |
| Tabla 4 Precarga de la célula de carga para ensayo de resistencia de la bancada | 95 |

## 7 Bibliografía

---

- Drela, Mark. *First-Order DC Electric Motor Model*. MIT Aero & Astro, 2007.
- Drela, Mark. *Second-Order DC Electric Motor Model*. MIT Aero & Astro.
- Fernandez Lucena, Andrés. *Ensayos en vuelo para caracterización de winglets: Propuesta para ensayos en vuelo para caracterización de winglets*. Reporte interno Grupo de Ingeniería Aeroespacial, Ingeniería Aeroespacial y Mecánica de Fluidos, Sevilla: Universidad de Sevilla, 2010.
- Franco Espin, Antonio. *Modelo de propulsión de una hélice sin la aproximación de ángulo pequeño*. Reporte interno Grupo de Ingeniería Aeroespacial, Ingeniería Aeroespacial y Mecánica de Fluidos, Sevilla: Universidad de Sevilla, 2010.
- Freeman, Hugh B. *Naca Report No. 378 'Comparison of full-scale propeller having R.A.F 6 and Clark Y airfoil sections'*. Langley Memorial Aeronautical Laboratory, Langley Field, VA: National Advisory Committee for Aeronautics, 1930.
- Hartman, Edwin P., y David Biermann. *Naca Report No. 640 'The aerodynamic characteristics of full-scale propellers having 2,3 and 4 blades of Clark Y and R.A.F. 6 airfoil sections'*. Langley Memorial Aeronautical Laboratory, Langley Field, VA, VA: Langley Advisory Committee for Aeronautics, 1937.
- Kenjo, T, y S Naganni. *Permanente-magnet and brushless DC motors*.
- López García, Óscar, y Alfonso Valenzuela Romero. *Apuntes sobre teoría de helicópteros de 'Astronáutica y aeronaves diversas'*. Sevilla: Departamento de Ingeniería Aeroespacial y Mecánica de Fluidos, Universidad de Sevilla, 2010.
- López Pérez, Hugo. *Diseño y construcción de una bancada para caracterización de plantas propulsoras por hélice con motor eléctrico*. Sevilla: Ingeniería Aeroespacial y Mecánica de Fluidos, Universidad de Sevilla, 2011.
- Silverstein, Abe. *NACA Report No. 502 'Scale effect on Clark Y airfoil characteristics from NACA full-scale wind tunnel tests'*. Langley Memorial Aeronautical Laboratory, Langley Field, VA: National Advisory Committee for Aeronautics, 1934.
- Stickle, George W., y John L. Crigler. *NACA Report No. 712 'Propeller analysis from experimental data'*. Langley Memorial Aeronautical Laboratory, Langley Field, VA: National Advisory Committee for Aeronautics, 1940.
- Ventura Samblás, Francisco. *Análisis de actuaciones y planta propulsora de un avión no tripulado: El Proyecto Céfiro*. Ingeniería Aeroespacial y Mecánica de Fluidos, Sevilla: Universidad de Sevilla, 2010.

## Anexo

El ensayo en túnel de viento de la planta propulsora proporciona las medidas más fiables para su caracterización. Por ello, se han realizado experimentos dinámicos adicionales a los reflejados en el proyecto. Con ellos se pretende ampliar el conocimiento de las actuaciones de la hélice APC 22x10E mediante la repetición de ensayos que proporcionen datos con los que poder obtener la media. Así mismo, con los nuevos ensayos se pretende detectar los posibles fuentes de error que registra la bancada.

Las siguientes figuras se introducen a modo de interés, dejando su análisis para futuros estudios.

- 1) Ensayos manteniendo revoluciones constantes a 3500 rpm y realizando un barrido de velocidades con túnel de viento.

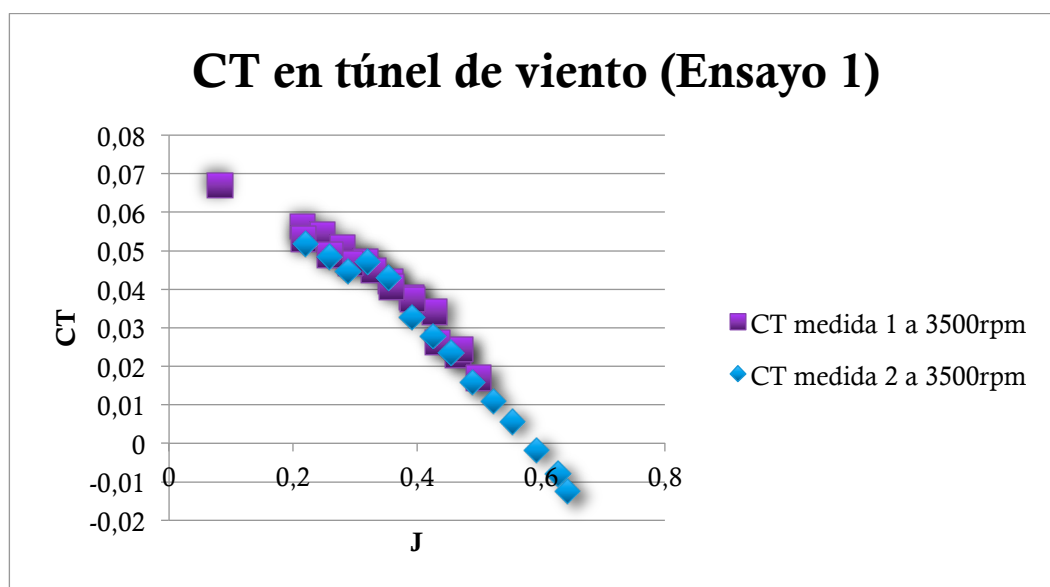


Figura 109 CT en túnel de viento (Ensayo 1)



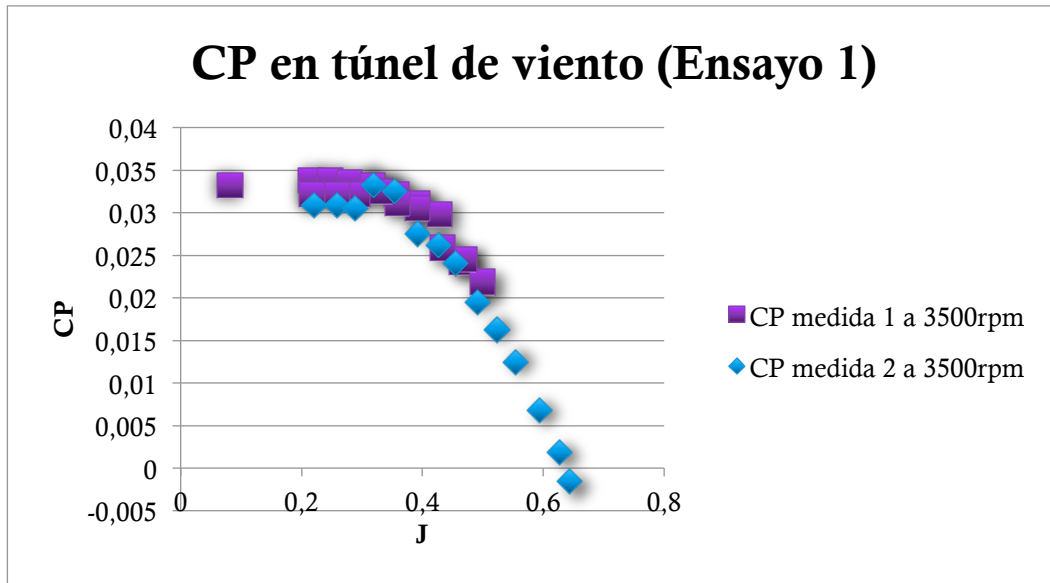
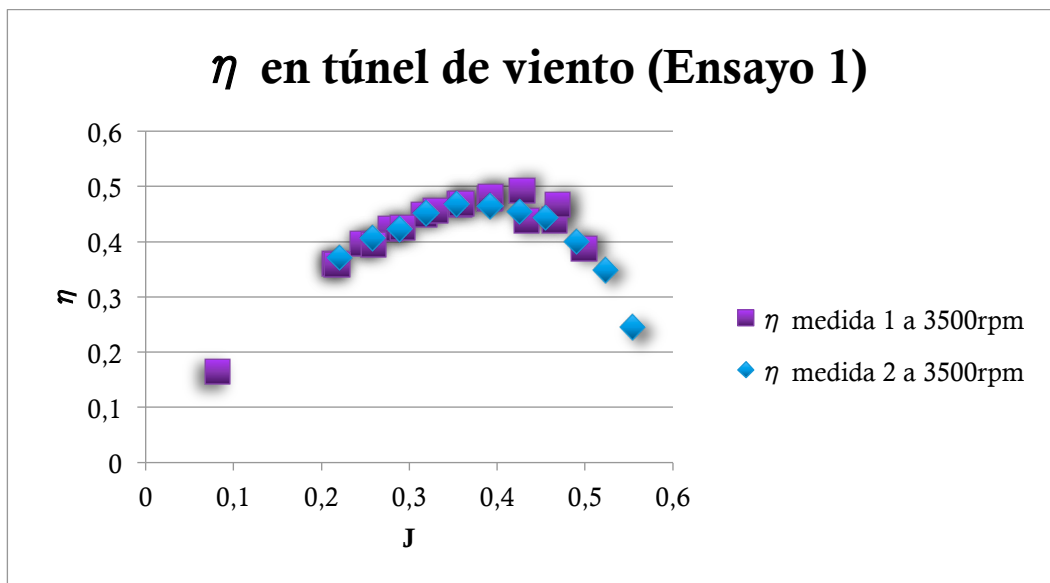


Figura 110 CP en túnel de viento (Ensayo 1)

Figura 111  $\eta$  en túnel de viento (Ensayo 1)



- 2) Ensayos manteniendo constante la velocidad del túnel de viento y realizando un barrido de revoluciones de la hélice.

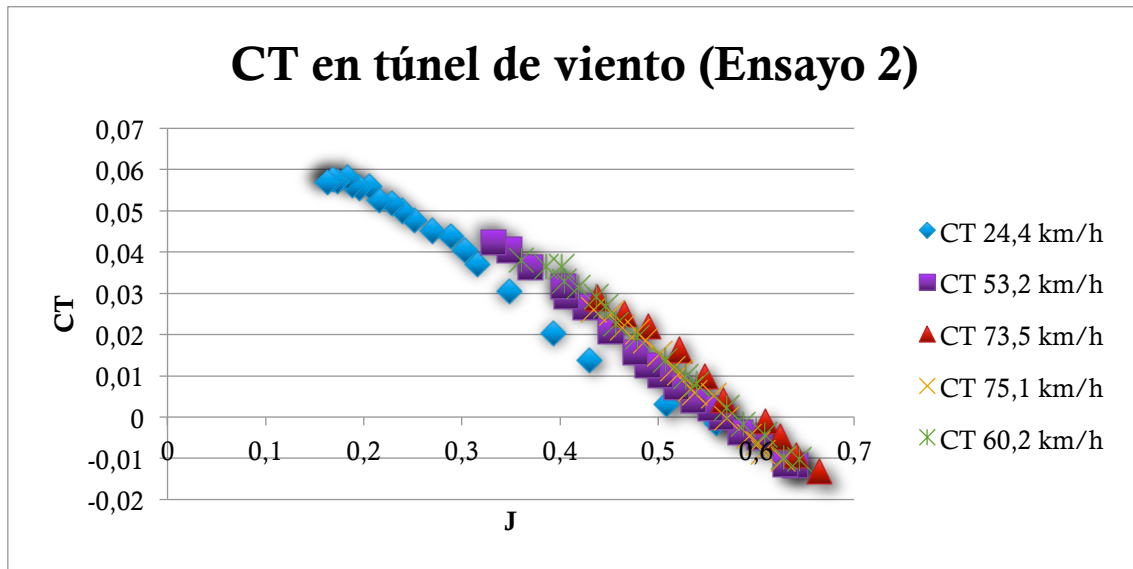


Figura 112 CT en túnel de viento (Ensayo 2)

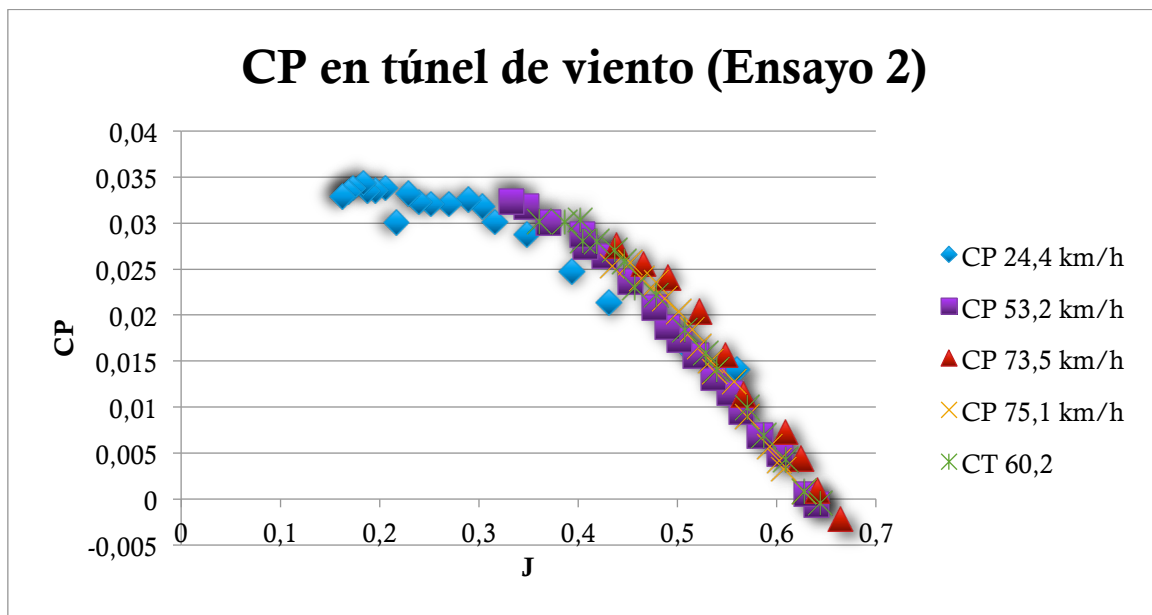
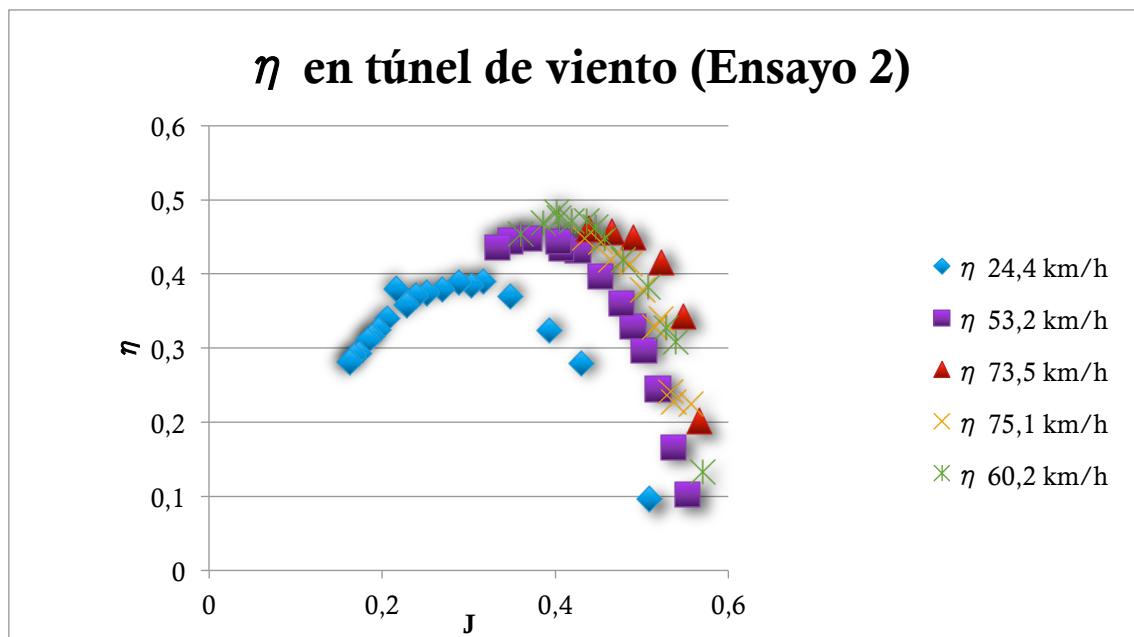


Figura 113 CP en túnel de viento (Ensayo 2)

Figura 114  $\eta$  en túnel de viento (Ensayo 2)