

Análisis de la Estabilidad y el Control de un avión no tripulado



El proyecto Céfiro

Autor: Pedro López Teruel

Tutor: Sergio Esteban Roncero

Proyecto Fin de Carrera

Escuela Superior de Ingenieros de la Universidad de Sevilla

Agradecimientos

No habría sido posible la culminación de este proyecto sin el capital humano y el talento, que entre las máquinas del laboratorio e infinidad de noches frente al ordenador, ha demostrado este magnífico equipo de trabajo.

Agradecer especialmente a mis compañeros Carlos Bernal, José Luis de Augusto, Andrés Fernández, Adrián Martín, Daniel Pérez y Francisco Samblás, los cuales me ayudaron en todo cuanto pude necesitar desde el principio. Elementos fundamentales del grupo por su capacidad de sacrificio, seriedad y compañerismo tanto dentro como fuera del taller.

La fuerte voluntad y compromiso con el trabajo por parte del tutor del mismo, el profesor Sergio Esteban. Sin su criterio, conocimiento y esfuerzo no habría sido posible realizar este proyecto.

A todos los profesores del departamento de Ingeniería Aeroespacial con especial mención al Profesor Damián Rivas, por confiar en el equipo y la idea; además de ser nuestro mentor desde el inicio de la carrera.

La profesionalidad y sabiduría aportada en todo momento durante la construcción del prototipo por el jefe de taller, Manolo González.

Por último y especialmente, a mis padres, que con su sacrificio, dedicación y consejos consiguieron brindarme la oportunidad de poder cumplir el sueño desde la infancia de estudiar ingeniería aeronáutica y me enseñaron el valor del respeto, el trabajo bien hecho y la humildad.



Índice general

Agradecimientos	I
Índice general.....	II
Índice de figuras	VII
Abreviaturas y nomenclatura	XVIII
Introducción	XXIII
1. Un nuevo baluarte: la aviación no tripulada	XXIII
2. Proyecto Céfiro: una plataforma de pruebas	XXIV
3. Céfiro: el viento del Oeste	XXV
4. La estabilidad: requisito imprescindible para el vuelo	XXVI
1. Configuración básica del avión	1
1.1. Configuración general	1
1.2. Sistema de referencia	10
2. Ecuaciones del movimiento del avión	13
2.1. Modelo de fuerzas y momentos del avión completo.....	14
2.2. Ecuaciones del movimiento con pequeñas perturbaciones	15
2.3. Linealización del movimiento.....	16
2.3.1. Linealización del movimiento longitudinal.....	16
2.3.2. Linealización del movimiento lateral-direccional.....	17
3. Estimación de las derivadas de estabilidad	19
3.1. Derivadas de estabilidad longitudinales	20
3.1.1. $C_{x\alpha}$	20
3.1.2. $C_{z\alpha}$	20
3.1.3. $C_{m\alpha}$	23
3.1.4. C_{xu}	23
3.1.5. C_{zu}	24
3.1.6. C_{mu}	24
3.1.7. C_{xq}	25



3.1.8. C_{zq}	25
3.1.9. C_{mq}	26
3.1.10. $C_{x\dot{\alpha}}$	27
3.1.11. $C_{z\dot{\alpha}}$	27
3.1.12. $C_{m\dot{\alpha}}$	27
3.1.13. $C_{x\delta e}$	28
3.1.14. $C_{z\delta e}$	28
3.1.15. $C_{m\delta e}$	28
3.1.16. $C_{x\theta}$	29
3.1.17. $C_{z\theta}$	29
3.1.18. $C_{m\theta}$	29
3.2. Derivadas de estabilidad lateral-direccionales	30
3.2.1. $C_{y\beta}$	30
3.2.2. $C_{l\beta}$	31
3.2.3. $C_{n\beta}$	34
3.2.4. $C_{y\delta a}$	36
3.2.5. $C_{l\delta a}$	36
3.2.6. $C_{n\delta a}$	38
3.2.7. $C_{y\delta r}$	38
3.2.8. $C_{l\delta r}$	39
3.2.9. $C_{n\delta r}$	39
3.2.10. C_{yp}	40
3.2.11. C_{lp}	40
3.2.12. C_{np}	40
3.2.13. C_{yr}	41
3.2.14. C_{lr}	41
3.2.15. C_{nr}	42



3.3. Validación del modelo de predicción con modelos existentes. Boeing-747.....	43
3.3.1. Derivadas longitudinales	45
3.3.2. Derivadas lateral-direccionales	56
3.4. Análisis de las derivadas de estabilidad del Céfiro.....	68
3.4.1. Derivadas longitudinales	68
3.4.2. Derivadas lateral-direccionales	78
4. Estabilidad estática longitudinal	86
4.1. Posición del punto neutro	90
4.2. Margen estático	93
4.2.1. Margen estático frente a la posición del ala	94
4.2.2. Margen estático frente a la posición de la cola	96
4.2.3. Margen estático frente a la carga de combustible	99
4.2.4. Margen estático frente la planta motora.....	102
4.3. Posición del centro de gravedad	103
4.3.1. Posición más adelantada del centro de gravedad	104
4.3.2. Posición más atrasada del centro de gravedad	107
4.3.3. Posición real del centro de gravedad	98
4.4. Carga y centrado del avión.....	110
4.4.1. Centrado de carga de pago trasera y delantera estimada	110
4.4.2. Centrado de carga de pago trasera y delantera real	113
4.4.3. Incremento de tanques de combustible	115
4.5. Criterio de estabilidad estática longitudinal	117
4.6. Interferencias entre superficies	120
4.6.1. Deflexión de estela	120
4.6.2. Configuración propulsora: modelo de helicóptero	124
4.6.3. Efecto suelo	130
4.7. Trimado longitudinal del avión.....	131
4.7.1. Coeficiente de momentos frente a trimado longitudinal	131



4.7.2. Coeficiente de momentos frente a velocidad de vuelo	134
4.7.3. Trimado de la cola frente a la carga del depósito	135
4.8. Estudio de incidencias	137
4.9. Diferentes configuraciones de vuelo.....	139
4.9.1. Configuración sucia y limpia	139
4.9.2. Velocidades altas y bajas	141
4.9.3. Regímenes de motor	143
4.10. Estudio alternativo configuración cola alta	155
5. Estabilidad dinámica longitudinal	157
5.1. Modelado matricial del sistema	161
5.2. Solución para varios segmentos de vuelo	164
5.3. Modos longitudinales.....	173
5.3.1. Modo fugoide	173
5.3.2. Modo de corto periodo	175
5.4. Aproximación de los modos	179
5.4.1. Aproximación del modo fugoide	179
5.4.2. Aproximación del modo de corto periodo	181
5.5. Estudio de la respuesta para diferentes configuraciones	184
5.5.1. Variación de la superficie del estabilizador horizontal	184
5.5.2. Variación de la longitud de los tubos de cola.....	185
5.5.3. Variación de la posición del centro de gravedad	187
6. Estabilidad estática lateral-direccional.....	190
6.1. Criterio de estabilidad estática lateral-direccional	191
6.2. Trimado del avión frente a resbalamiento.....	194
6.3. Diferentes configuraciones de vuelo.....	198
6.4. Interferencias entre superficies	200
6.4.1. Configuración propulsora y efectividad del timón de dirección	200



7. Estabilidad dinámica lateral-direccional.....	203
7.1. Modelo matricial del sistema	207
7.2. Solución para varios segmentos de vuelo	208
7.2.1. Modo de convergencia en balance	214
7.2.2. Modo de balanceo holandés	216
7.2.3. Modo espiral	218
7.3. Aproximación de los modos	220
7.3.1. Aproximación del modo de convergencia en balance	220
7.3.2. Aproximación del modo de balanceo holandés	222
7.3.3. Aproximación del modo espiral	224
7.4. Estudio de la respuesta para diferentes configuraciones	226
7.4.1. Variación de la superficie de los alerones	226
7.4.2. Variación de la superficie de la deriva vertical	229
8. Validación del modelo con resultados experimentales	232
8.1. Pruebas en vuelo	233
9. Futuras mejoras	235
9.1. Depuración del modelo de planta propulsora	235
9.2. Modelo realimentado en vuelo	236
9.3. Medida de las derivadas de estabilidad reales	237
10. Conclusiones	238
11. Bibliografía	240



Índice de figuras

Figura 1.1. – Configuración general	1
Figura 1.2. – Datos aerodinámicos.....	2
Figura 1.3. – Datos para el cálculo de la deflexión de estela	2
Figura 1.4. – Datos estructurales	3
Figura 1.5. – Datos propulsivos	3
Figura 1.6. – Tamaño reducido	4
Figura 1.7. – Argos UAV.....	4
Figura 1.8. – Aerovironment Black Widow	4
Figura 1.9. – Shadow 60	4
Figura 1.10. – Clasificación de los UAVs.....	5
Figura 1.11. – Configuración cola baja	6
Figura 1.12. – Configuración cola alta.....	6
Figura 1.13. – Céfiro vista frontal.....	7
Figura 1.14. – Ruag Ranger pakistaní.....	7
Figura 1.15. – Céfiro configuración cola alta.....	7
Figura 1.16. – Bob Cat 120	7
Figura 1.17. – Tubo de corriente del Céfiro	8
Figura 1.18. – Tubo de corriente del V-22 Osprey	8
Figura 1.19. – Dualidad del estabilizador vertical	9
Figura 1.20. – Tubos de cola de aluminio	10
Figura 1.21. – Sistema de referencia.....	11
Figura 1.22. – Definición de los ejes cuerpo respecto de los ejes Tierra	12
Figura 3.1. – Coeficiente de masa aparente del fuselaje	21
Figura 3.2. – Conjunto morro-fuselaje	22



Figura 3.3. – Ratios de sustentación K_{bw} y K_{wb}	23
Figura 3.4. – Valor del factor de interferencia ala-fuselaje.....	31
Figura 3.5. – Factor de corrección K_f del fuselaje	32
Figura 3.6. – Factor de corrección K_{ma} de compresibilidad.....	32
Figura 3.7. – Contribución de la flecha del ala a $C_{l\beta}$	33
Figura 3.8. – Contribución de la relación de aspecto a $C_{l\beta}$	33
Figura 3.9. – Contribución del diedro del ala a $C_{l\beta}$	34
Figura 3.10. – Factor de corrección $K_{m\Gamma}$ del diedro	34
Figura 3.11. – Factor de corrección K_{nn} del fuselaje	35
Figura 3.12. – Factor de corrección K_{ri} variación del Reynolds	36
Figura 3.13. – τ en función de la cuerda del alerón.....	37
Figura 3.14. – Contribución del alerón al balanceo	37
Figura 3.15. – Eficiencia de los alerones frente a la guiñada	38
Figura 3.16. – τ en función de la superficie del timón de dirección	39
Figura 3.17. –Boeing 747.....	43
Figura 3.18. –Datos aerodinámicos.....	43
Figura 3.19. –Datos para el cálculo de la deflexión de estela	44
Figura 3.20. –Datos estructurales	44
Figura 3.21. –Errores derivadas longitudinales.....	45
Figura 3.22. – $C_{x\alpha}$ y error cometido.....	46
Figura 3.23. – $C_{z\alpha}$ y error cometido	47
Figura 3.24. – $C_{m\alpha}$ y error cometido.....	47
Figura 3.25. – C_{xu} y error cometido	48
Figura 3.26. – C_{zu} y error cometido	48
Figura 3.27. – C_{mu} y error cometido.....	49
Figura 3.28. – C_{xq} y error cometido	49
Figura 3.29. – C_{zq} y error cometido	50



Figura 3.30. – C_{mq} y error cometido.....	50
Figura 3.31. – $C_{x\dot{\alpha}}$ y error cometido.....	51
Figura 3.32. – $C_{z\dot{\alpha}}$ y error cometido.....	52
Figura 3.33. – $C_{m\dot{\alpha}}$ y error cometido.....	52
Figura 3.34. – $C_{x\delta e}$ y error cometido	53
Figura 3.35. – $C_{z\delta e}$ y error cometido	54
Figura 3.36. – $C_{m\delta e}$ y error cometido	54
Figura 3.37. – Derivadas longitudinales	56
Figura 3.38. – Errores derivadas lateral-direccionales.....	57
Figura 3.39. – $C_{y\beta}$ y error cometido.....	58
Figura 3.40. – $C_{l\beta}$ y error cometido	58
Figura 3.41. – $C_{n\beta}$ y error cometido	59
Figura 3.42. – $C_{y\delta a}$ y error cometido	59
Figura 3.43. – $C_{l\delta a}$ y error cometido.....	60
Figura 3.44. – $C_{n\delta a}$ y error cometido	61
Figura 3.45. – $C_{y\delta r}$ y error cometido	61
Figura 3.46. – $C_{l\delta r}$ y error cometido	62
Figura 3.47. – $C_{n\delta r}$ y error cometido	63
Figura 3.48. – C_{yp} y error cometido.....	63
Figura 3.49. – C_{lp} y error cometido.....	64
Figura 3.50. – C_{np} y error cometido.....	64
Figura 3.51. – C_{yr} y error cometido	65
Figura 3.52. – C_{lr} y error cometido.....	66
Figura 3.53. – C_{nr} y error cometido	66
Figura 3.54. – Derivadas lateral-direccionales	67
Figura 3.55. – Valores de las derivadas de estabilidad longitudinales.....	68
Figura 3.56. – $C_{x\alpha}$ frente a la altura	69



Figura 3.57. – $C_{x\alpha}$ frente el régimen de motor.....	70
Figura 3.58. – $C_{z\alpha}$ frente la velocidad	70
Figura 3.59. – $C_{m\alpha}$ frente la velocidad.....	71
Figura 3.60. – C_{xu} frente la velocidad.....	72
Figura 3.61. – C_{zu} frente la velocidad	72
Figura 3.62. – C_{zq} frente la velocidad	73
Figura 3.63. – C_{zq} frente la posición del centro de gravedad	73
Figura 3.64. – C_{mq} frente la velocidad	74
Figura 3.65. – C_{mq} frente la posición del centro de gravedad.....	75
Figura 3.66. – $C_{z\dot{\alpha}}$ frente la posición del centro de gravedad.....	75
Figura 3.67. – $C_{m\dot{\alpha}}$ frente la velocidad.....	76
Figura 3.68. – $C_{z\delta e}$ frente el ancho del estabilizador horizontal	76
Figura 3.69. – $C_{m\delta e}$ frente el ancho del estabilizador horizontal	77
Figura 3.70. – $C_{x\theta}$ frente la velocidad.....	78
Figura 3.71. – Valores de las derivadas de estabilidad lateral-direccionales.....	78
Figura 3.72. – $C_{y\beta}$ frente la velocidad.....	79
Figura 3.73. – $C_{y\beta}$ frente el diedro	80
Figura 3.74. – $C_{l\beta}$ frente la velocidad	81
Figura 3.75. – $C_{n\beta}$ frente la velocidad.....	82
Figura 3.76. – $C_{n\delta a}$ frente la velocidad	82
Figura 3.77. – C_{lp} frente la velocidad	83
Figura 3.78. – C_{np} frente la velocidad.....	84
Figura 3.79. – C_{lr} frente la velocidad.....	84
Figura 3.80. – C_{nr} frente la velocidad.....	85
Figura 4.1. – Línea de actuación de la hélice	86
Figura 4.2. – Bisagras.....	87
Figura 4.3. – Conjunto de cola	87



Figura 4.4. – Deflexión negativa. Encabritado	87
Figura 4.5. – Deflexión positiva. Picado	87
Figura 4.6. – Diseño ubicación tanque de combustible	88
Figura 4.7. – Ubicación real del tanque de combustible.....	88
Figura 4.8. – Bahía de carga	88
Figura 4.9. – Tren de aterrizaje	89
Figura 4.10. – X_{cg} frente la posición del ala	94
Figura 4.11. – Margen estático frente al centro de gravedad del ala.....	95
Figura 4.12. – X_{cg} frente la posición de la cola	97
Figura 4.13. – Margen estático frente la longitud del tubo	98
Figura 4.14. – Margen estático frente la longitud del tubo y la posición del ala.....	99
Figura 4.15. – X_{cg} frente la carga de combustible	100
Figura 4.16. – Margen estático frente la carga de combustible. Ala fija	100
Figura 4.17. – Margen estático frente la carga de combustible. Cola fija	101
Figura 4.18. – Sobredimensionado del motor	102
Figura 4.19. – Datos estructurales para el cálculo del centro de gravedad.....	103
Figura 4.20. – Equilibrio de fuerzas $L=W$	104
Figura 4.21. – Posición del centro de gravedad respecto del % de la cuerda del ala ..	104
Figura 4.22. – Equilibrio de fuerzas en el eje vertical	105
Figura 4.23. – Medición del centro de gravedad	105
Figura 4.24. – Tabla de normales.....	105
Figura 4.25. – Posición más adelantada del X_{cg} . Limitación aerodinámica	106
Figura 4.26. – Posición más adelantada del X_{cg} . Limitación estructural	107
Figura 4.27. – Limitaciones del X_{cg} respecto del % de la cuerda del ala	109
Figura 4.28. – Carga de pago trasera	110
Figura 4.29. – Centrado carga de pago delantera estimada	111
Figura 4.30. – Centrado carga de pago trasera estimada	112



Figura 4.31. – Bandeja de aviónica modular.....	113
Figura 4.32. – Bahía de carga delantera.....	114
Figura 4.33. – Centrado para vuelo de pruebas.....	114
Figura 4.34. – Centrado de la carga de combustible.....	115
Figura 4.35. – Tabla del criterio de estabilidad estática	117
Figura 4.36. – Cabeceo frente al trimado del avión.....	118
Figura 4.37. – C_{m0} frente a las incidencias de cola y ala.....	119
Figura 4.38. – Estela turbillonaria en punta de ala	120
Figura 4.39. – Deflexión de estela.....	121
Figura 4.40. – Down-wash y Up-wash.....	121
Figura 4.41. – Efecto del motor en la deflexión de estela	122
Figura 4.42. – Deflexión de estela frente la cuerda en punta de ala	123
Figura 4.43. – Deflexión de estela frente la longitud de los tubos de cola.....	124
Figura 4.44. – Tabla de deflexiones de estela	124
Figura 4.45. – Área de referencia del rotor de helicóptero	125
Figura 4.46. – Salto de velocidades.....	125
Figura 4.47. – Velocidad en cola frente al empuje	126
Figura 4.48. – Tubo de corriente en un helicóptero	127
Figura 4.49. – Eficiencias afectadas y no afectadas	128
Figura 4.50. – Zonas afectadas y no afectadas por el chorro	129
Figura 4.51. – Hermes 450. Configuración ala alta	130
Figura 4.52. – Céfiro. Configuración ala alta	130
Figura 4.53. – Coeficiente global de cabeceo frente al trimado.....	133
Figura 4.54. – Tabla de incidencias	133
Figura 4.55. – Tabla de trimado	134
Figura 4.56. – Coeficiente global de cabeceo frente a la velocidad.....	134
Figura 4.57. – Trimado de cola frente la carga de combustible.....	136



Figura 4.58. – Ángulo de ataque frente a la incidencia del ala	137
Figura 4.59. – Trimado frente las incidencias	138
Figura 4.60. – Configuración de los flaps	139
Figura 4.61. – Datos aerodinámicos de los flaps.....	140
Figura 4.62. – Datos de estabilidad para los flaps.....	140
Figura 4.63. – Coeficiente global de cabeceo frente a la velocidad.....	143
Figura 4.64. – Trimado del ala frente a la velocidad	142
Figura 4.65. – Relación de empuje frente a velocidad.....	145
Figura 4.66. – Vuelo de crucero a 500 metros de altura.....	145
Figura 4.67. – Vuelo de crucero a nivel del mar	146
Figura 4.68. – Trimado al despegue	147
Figura 4.69. – Cabeceo al despegue.....	148
Figura 4.70. – Trimado durante aceleraciones. T=75 %.....	149
Figura 4.71. – Cabeceo durante aceleraciones. T=75 %	149
Figura 4.72. – Trimado durante aceleraciones. T=50 %.....	150
Figura 4.73. – Cabeceo durante aceleraciones. T=50 %	150
Figura 4.74. – Trimado durante deceleraciones. T=20 %.....	151
Figura 4.75. – Cabeceo durante deceleraciones. T=20 %	152
Figura 4.76. – Trimado en el aterrizaje	153
Figura 4.77. – Cabeceo en el aterrizaje.....	153
Figura 4.78. – Configuración de cola alta.....	155
Figura 4.79. – Tabla comparativa entre ambas configuraciones	156
Figura 5.1. – Trayectoria en el eje longitudinal.....	157
Figura 5.2. – Aborto en el aterrizaje	158
Figura 5.3. – Detalle del aborto en el aterrizaje.....	159
Figura 5.4. – Trimado del aborto en el aterrizaje.....	159
Figura 5.5. – Tabla de matrices del sistema	162



Figura 5.6. – Tabla de autovalores del sistema.....	163
Figura 5.7. – Tabla de derivadas de estabilidad longitudinales	164
Figura 5.8. – Velocidad longitudinal. Crucero al 25 % del motor.....	165
Figura 5.9. – Ángulo de ataque. Crucero al 25 % del motor	165
Figura 5.10. – Momento de cabeceo. Crucero al 25 % del motor	166
Figura 5.11. – Ángulo de cabeceo. Crucero al 25 % del motor	166
Figura 5.12. – Velocidad longitudinal. Crucero al 75 % del motor.....	167
Figura 5.13. – Ángulo de ataque. Crucero al 75 % del motor	167
Figura 5.14. – Momento de cabeceo. Crucero al 75 % del motor	168
Figura 5.15. – Ángulo de cabeceo. Crucero al 75 % del motor	168
Figura 5.16. – Velocidad longitudinal. Despegue.....	169
Figura 5.17. – Ángulo de ataque. Despegue	169
Figura 5.18. – Momento de cabeceo. Despegue	170
Figura 5.19. – Ángulo de cabeceo. Despegue	170
Figura 5.20. – Velocidad longitudinal. Aterrizaje	171
Figura 5.21. – Ángulo de ataque. Aterrizaje.....	171
Figura 5.22. – Momento de cabeceo. Aterrizaje.....	172
Figura 5.23. – Ángulo de cabeceo. Aterrizaje	172
Figura 5.24. – Tabla del modo fugoide.....	174
Figura 5.25. – Fugoide. Crucero al 25 %.....	174
Figura 5.26. – Fugoide. Crucero al 75 %.....	174
Figura 5.27. – Fugoide. En el despegue.....	175
Figura 5.28. – Fugoide. En el aterrizaje	175
Figura 5.29. – Tabla del modo de corto periodo.....	176
Figura 5.30. – Corto periodo. Crucero al 25 %	177
Figura 5.31. – Corto periodo. Crucero al 75 %	177
Figura 5.32. – Corto periodo. En el despegue.....	177



Figura 5.33. – Corto periodo. En el aterrizaje	177
Figura 5.34. – Tabla de la aproximación del modo fugoide	179
Figura 5.35. – Aproximación. Crucero al 25 %	179
Figura 5.36. – Aproximación. Crucero al 75 %	179
Figura 5.37. – Aproximación. En el despegue	180
Figura 5.38. – Aproximación. En el aterrizaje	180
Figura 5.39. – Tabla de la aproximación del modo de corto periodo	182
Figura 5.40. – Aproximación. Crucero al 25 %	183
Figura 5.41. – Aproximación. Crucero al 75 %	183
Figura 5.42. – Aproximación. En el despegue	183
Figura 5.43. – Aproximación. En el aterrizaje	183
Figura 5.44. – Variación tamaño estabilizador. Velocidad longitudinal.....	185
Figura 5.45. – Variación tamaño estabilizador. Ángulo de ataque	185
Figura 5.46. – Variación tamaño estabilizador. Momento de cabeceo	185
Figura 5.47. – Variación tamaño estabilizador. Ángulo de cabeceo	185
Figura 5.48. – Variación longitud de tubo. Velocidad longitudinal.....	186
Figura 5.49. – Variación longitud de tubo. Ángulo de ataque	186
Figura 5.50. – Variación longitud de tubo. Momento de cabeceo	186
Figura 5.51. – Variación longitud de tubo. Ángulo de cabeceo	186
Figura 5.52. – Autovalores	187
Figura 5.53. – Variación margen estático. Velocidad longitudinal	188
Figura 5.54. – Variación margen estático. Ángulo de ataque	188
Figura 5.55. – Variación margen estático. Momento de cabeceo	189
Figura 5.56. – Variación margen estático. Ángulo de cabeceo	189
Figura 6.1. – Diedro positivo del avión.....	191
Figura 6.2. – Criterio de estabilidad lateral.....	192
Figura 6.3. – Criterio de estabilidad direccional	193



Figura 6.4. – Derivadas de estabilidad laterales	194
Figura 6.5. – Trimado para un resbalamiento de 15°	195
Figura 6.6. – Trimado para un resbalamiento de 12°	195
Figura 6.7. – Deflexión de los alerones frente velocidad.....	195
Figura 6.8. – Deflexión del timón de dirección frente velocidad	196
Figura 6.9. – Alabeo frente velocidad	197
Figura 6.10. – Deflexión de los alerones frente el motor	198
Figura 6.11. – Deflexión del timón de dirección frente el motor	199
Figura 6.12. – Alabeo frente el motor.....	199
Figura 6.13. – Configuración de dos derivas verticales.....	200
Figura 6.14. – Proyección del chorro hacia la cola.....	201
Figura 6.15. – Viento cruzado guiñada adversa	202
Figura 7.1. – Tabla de matrices del sistema	206
Figura 7.2. – Tabla autovalores estabilidad lateral-direccional	207
Figura 7.3. – Tabla de derivadas de estabilidad laterales	207
Figura 7.4. – Variación de " β " frente perturbación del alerón.....	209
Figura 7.5. – Variación de " Φ " frente perturbación del alerón	209
Figura 7.6. – Variación de " p " frente perturbación del alerón	210
Figura 7.7. – Variación de " Ψ " frente perturbación del alerón	210
Figura 7.8. – Variación de " r " frente perturbación del alerón	211
Figura 7.9. – Variación de " β " frente perturbación del timón de dirección.....	211
Figura 7.10. – Variación de " Φ " frente perturbación del timón de dirección	212
Figura 7.11. – Variación de " p " frente perturbación del timón de dirección	212
Figura 7.12. – Variación de " Ψ " frente perturbación del timón de dirección	213
Figura 7.13. – Variación de " r " frente perturbación del timón de dirección	213
Figura 7.14. – Modo de convergencia en balance	214
Figura 7.15. – Tabla del modo de convergencia en balance.....	214



Figura 7.16. – Respuesta de la convergencia en balance.....	215
Figura 7.17. – Modo de balanceo holandés.....	216
Figura 7.18. – Tabla del modo de balanceo holandés	217
Figura 7.19. – Respuesta del balanceo holandés.....	217
Figura 7.20. – Modo espiral	218
Figura 7.21. – Tabla del modo espiral	218
Figura 7.22. – Respuesta del modo espiral	219
Figura 7.23. – Tabla de la aproximación de la convergencia en balance.....	220
Figura 7.24. – Respuesta aproximada y real. Convergencia en balance.....	221
Figura 7.25. – Tabla de la aproximación del balanceo holandés	222
Figura 7.26. – Respuesta aproximada y real. Balanceo holandés.....	223
Figura 7.27. – Tabla de la aproximación del modo espiral	224
Figura 7.28. – Respuesta aproximada y real. Modo espiral.....	225
Figura 7.29. – Respuesta en el ángulo " β ". Variación del tamaño del alerón	226
Figura 7.30. – Respuesta en el ángulo " Φ ". Variación del tamaño del alerón	227
Figura 7.31. – Respuesta en " p ". Variación del tamaño del alerón	227
Figura 7.32. – Respuesta en el ángulo " Ψ ". Variación del tamaño del alerón	228
Figura 7.33. – Respuesta en " r ". Variación del tamaño del alerón.....	228
Figura 7.34. – Respuesta en el ángulo " β ". Variación del tamaño del timón.....	229
Figura 7.35. – Respuesta en el ángulo " Φ ". Variación del tamaño del timón	230
Figura 7.36. – Respuesta en " p ". Variación del tamaño del timón.....	230
Figura 7.37. – Respuesta en el ángulo " Ψ ". Variación del tamaño del timón	231
Figura 7.38. – Respuesta en " r ". Variación del tamaño del timón.....	231
Figura 8.1. – Vuelo del Céfiro.....	233
Figura 9.1. – Modelo realimentado en vuelo.....	236
Figura 9.2. – Pruebas en túnel de viento	237



Abreviaturas y nomenclatura

α	Ángulo de ataque
$A_{hélice}$	Área del plano de la hélice
AR	“Aspect ratio” (alargamiento del ala)
β	Ángulo de resbalamiento
b	Envergadura del ala
b_{fmax}	Máximo ancho del fuselaje
c	Cuerda media del ala
C_d	Coeficiente de resistencia total del avión
C_{d0}	Coeficiente de resistencia parásita
CFD	“Computer Fluid Dynamics”
Cl	Coeficiente de sustentación total del avión
Cl_0	Coeficiente de sustentación a ángulo de ataque nulo
Cl_{0t}	Coeficiente de sustentación de la cola a ángulo de ataque nulo
Cl_{0wb}	Coeficiente de sustentación del ala a ángulo de ataque nulo
$Cl_{\alpha e}$	Coeficiente de sustentación del ala expuesta
$Cl_{\alpha f}$	Coeficiente de sustentación del fuselaje
$Cl_{\alpha N}$	Coeficiente de sustentación de la nariz del morro
$Cl_{\alpha t}$	Coeficiente de sustentación de la cola
$Cl_{\alpha wb}$	Coeficiente de sustentación del ala
$Cl_{\delta e}$	Coeficiente de sustentación del timón de profundidad
Cl_{elev}	Coeficiente de sustentación del elevador
$C_{l\beta}$	Coeficiente de alabeo respecto del ángulo de resbalamiento
$C_{l\delta a}$	Coeficiente de alabeo respecto de la deflexión de los alerones
$C_{l\delta r}$	Coeficiente de alabeo respecto de la deflexión del timón de dirección
C_{lp}	Coeficiente de alabeo respecto de la velocidad angular lateral
C_{lr}	Coeficiente de alabeo respecto de la velocidad angular direccional
C_{m0}	Coeficiente de momento de cabeceo respecto del ángulo de ataque nulo
C_{m0wb}	Coeficiente de momento de cabeceo del ala respecto del ángulo de ataque nulo
$C_{m\alpha}$	Coeficiente de momento de cabeceo respecto del ángulo de ataque
$C_{m\dot{\alpha}}$	Coeficiente de momento de cabeceo respecto de la variación del ángulo de ataque



C_{mat}	Coeficiente de momento del estabilizador horizontal
C_{mawb}	Coeficiente de momento del ala
$C_{m\delta e}$	Coeficiente de momento de cabeceo respecto de la deflexión del timón
C_{mq}	Coeficiente de momento de cabeceo respecto de la velocidad angular longitudinal
C_{mu}	Coeficiente de momento de cabeceo respecto de la velocidad longitudinal
$C_{n\beta}$	Coeficiente de guiñada respecto del ángulo de resbalamiento
$C_{n\delta a}$	Coeficiente de guiñada respecto de la deflexión de los alerones
$C_{n\delta r}$	Coeficiente de guiñada respecto de la deflexión del timón de dirección
C_{np}	Coeficiente de guiñada respecto de la velocidad angular lateral
C_{nr}	Coeficiente de guiñada respecto de la velocidad angular direccional
$C_{nn})tail_{perturbado}$	Coeficiente de estabilidad genérico perturbado por el chorro
$C_{nn})tail_{sinperturbar}$	Coeficiente de estabilidad genérico sin perturbar por el chorro
c_t	Cuerda media del estabilizador horizontal
c_{tail}	Cuerda de la cola
c_{tip}	Cuerda en la punta del ala
$C_{x\alpha}$	Coeficiente de fuerza longitudinal respecto del ángulo de ataque
$C_{x\dot{\alpha}}$	Coeficiente de fuerza longitudinal respecto de la variación del ángulo de ataque
$C_{x\delta e}$	Coeficiente de fuerza longitudinal respecto de la deflexión del timón
C_{xq}	Coeficiente de fuerza longitudinal respecto de la velocidad angular longitudinal
C_{xu}	Coeficiente de fuerza longitudinal respecto de la velocidad longitudinal
$C_{y\beta}$	Coeficiente de alabeo respecto del ángulo de resbalamiento
$C_{y\delta a}$	Coeficiente de alabeo respecto de la deflexión de los alerones
$C_{y\delta r}$	Coeficiente de alabeo respecto de la deflexión del timón de dirección
C_{yp}	Coeficiente de alabeo respecto de la velocidad angular lateral
C_{yr}	Coeficiente de alabeo respecto de la velocidad angular direccional
$C_{z\alpha}$	Coeficiente de sustentación respecto del ángulo de ataque
$C_{z\dot{\alpha}}$	Coeficiente de sustentación respecto de la variación del ángulo de ataque
$C_{z\delta e}$	Coeficiente de sustentación respecto de la deflexión del timón
C_{zq}	Coeficiente de sustentación respecto de la velocidad angular longitudinal
C_{zu}	Coeficiente de sustentación respecto de la velocidad longitudinal
D	Diámetro de la hélice



δ_e	<i>Deflexión del timón de profundidad</i>
$\frac{d\epsilon}{d\alpha}$	<i>Deflexión de estela</i>
env	<i>Envergadura del ala</i>
F_x	<i>Fuerza en el eje longitudinal</i>
F_y	<i>Fuerza en el eje del ala del avión</i>
F_z	<i>Fuerza en el eje vertical</i>
h	<i>Diferencia de cotas entre centro de gravedad de la cola y centro de gravedad del avión</i>
H	<i>Momento angular</i>
i_t	<i>Incidencia de la cola</i>
i_w	<i>Incidencia del ala</i>
I_y	<i>Inercia longitudinal</i>
$\hat{I}_y$	<i>Inercia longitudinal adimensionalizada</i>
K_1	<i>Primer coeficiente de la polar del avión</i>
K_2	<i>Segundo coeficiente de la polar del avión</i>
$K_2 - K_1$	<i>Segundo coeficiente de la polar del avión</i>
K_a	<i>Coeficiente de relación de aspecto</i>
K_{bw}	<i>Coeficiente de perturbación de un cuerpo en presencia de un ala</i>
K_H	<i>Coeficiente de geometría</i>
K_λ	<i>Coeficiente de estrechamiento</i>
K_N	<i>Coeficiente de perturbación de la nariz del morro</i>
K_{wb}	<i>Coeficiente de perturbación del ala en presencia de un cuerpo</i>
λ	<i>Estrechamiento "taper ratio"</i>
L	<i>Momento de balance</i>
l_h	<i>Distancia entre centro aerodinámico del ala y el centro aerodinámico de cola</i>
l_{tubo}	<i>Longitud del tubo de cola</i>
m	<i>Masa del avión</i>
M	<i>Momento de cabeceo</i>
μ	<i>Masa del avión adimensionalizada</i>
M_x	<i>Momento en el eje longitudinal</i>
N	<i>Momento de guiñada</i>
N_0	<i>Punto neutro del avión</i>



$\eta_{afectada}$	<i>Eficiencia en cola afectada por el chorro</i>
$\eta_{noafectada}$	<i>Eficiencia en cola no afectada por el chorro</i>
p	<i>Velocidad angular lateral</i>
q	<i>Variación del momento de cabeceo</i>
$q_{perturbada}$	<i>Presión dinámica perturbada por el chorro</i>
$q_{sinperturbar}$	<i>Presión dinámica sin perturbar por el chorro</i>
ρ	<i>Densidad del aire</i>
r	<i>Velocidad angular direccional</i>
S	<i>Superficie del ala</i>
S_0	<i>Sección del fuselaje en la cual la corriente deja de ser uniforme</i>
$S_{afectada}$	<i>Superficie afectada por el chorro del motor</i>
S_{bmax}	<i>Sección lateral máxima del fuselaje</i>
SM	<i>Margen estático</i>
S_e	<i>Superficie expuesta del ala</i>
S_t	<i>Superficie del estabilizador horizontal</i>
S_{total}	<i>Superficie total de referencia</i>
θ	<i>Ángulo de cabeceo</i>
T	<i>Empuje que genera el motor</i>
u	<i>Velocidad longitudinal</i>
UAV	<i>“Unmanned Aerial Vehicle” (vehículo aéreo no tripulado)</i>
v_2	<i>Velocidad inducida en la hélice</i>
V_∞	<i>Velocidad del vehículo</i>
V_b	<i>Volumen total del fuselaje</i>
V_{climb}	<i>Velocidad de ascenso</i>
V_{cruise}	<i>Velocidad de crucero</i>
V_H	<i>Ratio de volumen del estabilizador horizontal</i>
V_{land}	<i>Velocidad de aterrizaje</i>
V_{max}	<i>Velocidad máxima</i>
V_{tail}	<i>Velocidad real que llega a la cola</i>
W	<i>Peso total del avión</i>
W_b	<i>Peso del cuerpo</i>
W_{carga1}	<i>Peso de la carga de pago delantera</i>
W_{carga2}	<i>Peso de la carga de pago trasera</i>
$W_{deposito}$	<i>Peso del depósito de combustible</i>



W_{hori}	<i>Peso del estabilizador horizontal</i>
W_{motor}	<i>Peso del motor</i>
W_{tb}	<i>Peso de los tubos de cola</i>
W_{trend}	<i>Peso del tren delantero</i>
W_{trent}	<i>Peso del tren trasero</i>
W_{vert}	<i>Peso del estabilizador vertical</i>
W_{wb}	<i>Peso del ala</i>
X_b	<i>Posición del centro de gravedad del cuerpo</i>
X_{carga1}	<i>Posición del centro de gravedad de la carga de pago delantera</i>
X_{carga2}	<i>Posición del centro de gravedad de la carga de pago trasera</i>
X_{cat}	<i>Posición del centro aerodinámico del estabilizador horizontal</i>
X_{cawb}	<i>Posición del centro aerodinámico del ala</i>
X_{cgt}	<i>Posición del centro de gravedad del estabilizador horizontal</i>
X_{cgwb}	<i>Posición del centro de gravedad del ala</i>
$X_{deposito}$	<i>Posición del centro de gravedad del depósito de combustible</i>
X_{motor}	<i>Posición del centro de gravedad del motor</i>
X_{trend}	<i>Posición del centro de gravedad del tren delantero</i>
X_{trent}	<i>Posición del centro de gravedad del tren trasero</i>



Introducción

1. Un nuevo baluarte: la aviación no tripulada

Desde el siglo pasado, la aviación ha significado el nexo de unión entre los continentes y las distintas civilizaciones, para intercambios culturales y mercantiles, así como uno de los pilares fundamentales en las numerosas contiendas de ese siglo. En estos conflictos bélicos la pérdida de equipos aun siendo muy cuantiosa, no llegaba a ser comparable a las incontables bajas humanas.

Con la intención de que en el presente no ocurra una tragedia tan grande, así como para otros usos de tipo civil, se investiga a finales de siglo y presente del actual para crear una generación de aviones no tripulados que, aun siendo prototipos en su mayoría, abren las puertas del progreso y hacen volar la imaginación de los científicos que investigan en el desarrollo de estos aparatos.

Los aviones no tripulados desempeñarán a lo largo de los próximos años muy variadas misiones en todos los ámbitos, tanto civiles como militares, pudiéndose destacar entre otras: la fotografía aérea, vigilancia de costas, control de inmigración, mejora del ATM actual, control de incendios, aplicaciones todo-tiempo y un largo etcétera de utilidades.

Estos aviones son designados por sus siglas inglesas como UAVs (Unmanned Aerial Vehicles). El término no tripulado proviene de la suficiencia propia del sistema de control y telemetría de estos vehículos para volar autónomamente sin necesidad de agentes exteriores como pueden ser radios, ayudas o humanos a bordo. Son el origen de una segunda generación de estos vehículos pero adaptados al ámbito particular, lo que se denominará en el futuro PAVs (Personal Aerial Vehicles) y los nuevos aviones de combate UCAVs (Unmanned Combat Aerial Vehicles).

La motivación que lleva a este equipo de estudiantes de último curso de ingeniería a adentrarse en esta tarea tan compleja de diseño y construcción de una aeronave no tripulada, viene suscitada por el interés científico que en gente tan joven despiertan las nuevas tecnologías, en especial todos los progresos técnicos que se están dando hoy día en el ámbito del diseño de aeronaves, los sistemas de control y la aviónica.

En una ingeniería tan reciente como es la aeronáutica, estos avances han sido vertiginosos evolucionando desde aviones de tela y cañas como el de los hermanos Wright, hasta el surcar de los cielos de auténticos “ordenadores con alas”, todo ello en menos de un siglo de historia de la aviación.



2. Proyecto Céfiro: una plataforma de pruebas

El proyecto Céfiro consiste en el diseño y construcción de un avión no tripulado, llevado a cabo por un grupo de cinco estudiantes de ingeniería aeronáutica en un ámbito meramente universitario. Este proyecto es sugerido, financiado y supervisado por el Departamento de Ingeniería Aeroespacial y Mecánica de Fluidos de la Universidad de Sevilla.

En la asignatura de Cálculo de aviones se propuso el diseño de una aeronave no tripulada, que debía cumplir una serie de especificaciones previamente consensuadas por el Departamento. Toda esta información se registró en un RFP “Request for proposal” de forma que, entre las características del avión se pueden subrayar las siguientes:

1. Peso máximo al despegue de no más de 70 kg.
2. Autonomía de vuelo inicial de 30 minutos.
3. Velocidad de crucero mínima 90 km/h y máxima de 140 km/h.
4. Distancia de despegue y aterrizaje inferior a 230 metros.
5. Altitud de crucero operación a 500 metros sobre el nivel del suelo.
6. Ser capaz de alojar 10 kg de carga de pago.
7. Tren de aterrizaje fijo.

Todo comienza con un simple diseño en servilleta, y le siguen una infinidad de procesos de diseño, programación, fabricación, construcción y verificación hasta llegar a ver construido y volando al prototipo, el Céfiro.

La culminación de este proyecto es la construcción de este avión, cuya finalidad primordial, entre otras muchas, será la de emplearse como una plataforma de pruebas para futuros ensayos y estudios. Se pretende que el proyecto tenga continuidad, introduciendo las mejoras pertinentes para la realización de numerosos ensayos, así como la mejora de este primer prototipo.

Para garantizar la continuidad y viabilidad del proyecto se abordarán, en futuras versiones, las mejoras necesarias para hacer más atractivo y práctico este producto, entendiendo que la finalidad del proyecto es la construcción de aviones no tripulados como plataformas de pruebas para ensayos a baja velocidad y la sintetización de las técnicas de construcción necesarias para la realización de diseños “llave en mano”. En este sentido, se realizará un completo análisis del comportamiento en vuelo del avión, así como el estudio de las diferentes mejoras desde el ámbito de la estabilidad que quedarán plasmadas en las conclusiones del proyecto.



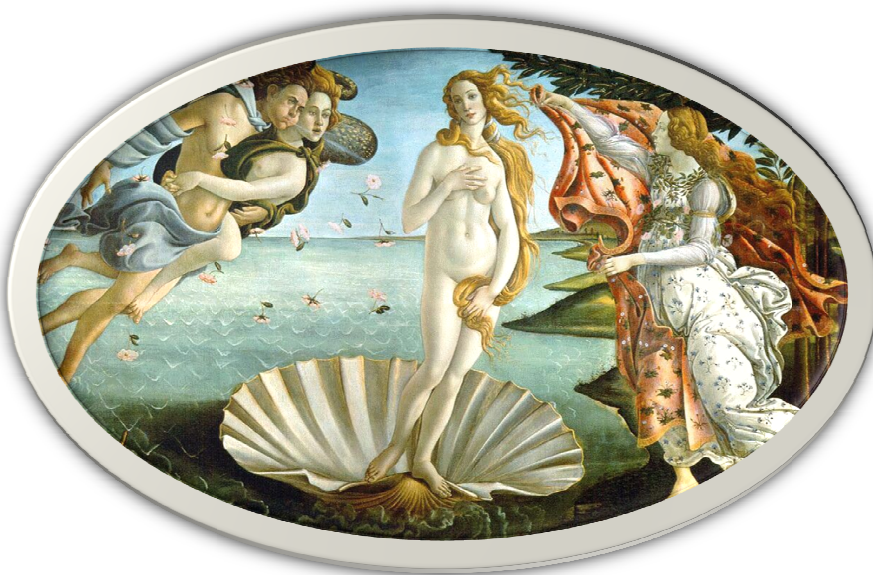
3. Céfiro: un viento del Oeste

La literatura se ha encargado de engrandecer el nombre de este avión, en conocidas obras de los mejores literatos de todos los tiempos. Así queda reflejado por ejemplo en la obra del genial Julio Verne, Escuela de Robinsones: “Oficial de contramaestre, el Céfiro sopla suave pero con silbido firme, arríe velas y emprendamos de nuevo nuestro viaje”.

En la mitología griega, Céfiro (en griego Ζέφυρος Zephyros) era el dios del viento del Oeste, hijo de Astreo y de Eos. Céfiro era el más suave de todos y se le conocía como el viento fructificador, mensajero de la primavera.

Se decidió este nombre por unanimidad, de forma que el avión tuviera una designación no demasiado abstracta, como ocurre en ciertas ocasiones con los proyectos científicos. Un avión como el Hércules carecería de personalidad si sólo se hiciera referencia a él como C-130. Por tanto, el tener un nombre era fundamental para hacer referencia al proyecto.

El deseo que se tiene con este nombre es que traiga suerte a la hora del vuelo y, como su nombre indica, sea tan suave y liviano como se creía en la Grecia clásica.



4. La estabilidad: requisito imprescindible para el vuelo

Un avión no puede llegar a cumplir los objetivos previstos para el mismo, si no es capaz de seguir un vuelo estable y a la vez, sea posible controlarlo. Para ello, este proyecto en concreto, intenta dar solución a este problema, de modo que las decisiones importantes sobre ubicación de las superficies de control y la configuración del avión se tomarán y estudiarán en el mismo.

El estudio de la dinámica del vuelo es uno de los aspectos más fascinantes de la ingeniería aeronáutica puesto que mezcla los tres pilares básicos de la aeronáutica con suma elegancia. Estas tres disciplinas clásicas son la mecánica, la aerodinámica y las matemáticas.

La estabilidad de una aeronave se analiza desde distintos puntos de vista, dependiendo del tipo de movimiento o performance que se quiera estudiar. La estabilidad puede ser estática y dinámica.

Por **estabilidad estática** se entiende la respuesta de un sistema cuando se le cambia de su posición de equilibrio. En este caso, la estabilidad que interesa es la capacidad del avión para recobrar una posición de equilibrio después de sufrir una perturbación que la haya modificado (turbulencia, ráfaga de viento, etc.). La estabilidad estática se clasifica en tres tipos: positiva, neutra y negativa.

Por **estabilidad dinámica** se comprende la evolución temporal de las variables características del equilibrio. Se tiene que en ocasiones, las fuerzas que tienden a recuperar la posición de equilibrio pueden ser tan grandes que fuercen al sistema a ir más allá de la posición inicial. Estabilidad dinámica es la propiedad que amortigua estas oscilaciones haciéndolas cada vez menores en intensidad. Un sistema posee estabilidad dinámica si la tendencia del sistema es producir una fuerza que se oponga a ese movimiento, lo comúnmente conocido como amortiguamiento.

Frente a una perturbación, si el avión es capaz de recuperar su posición de equilibrio, se dice que el avión es estable; mientras que, si la tendencia no es la de amortiguar, sino que se desplaza hacia una posición diferente de la de equilibrio, se tiene un sistema inestable.

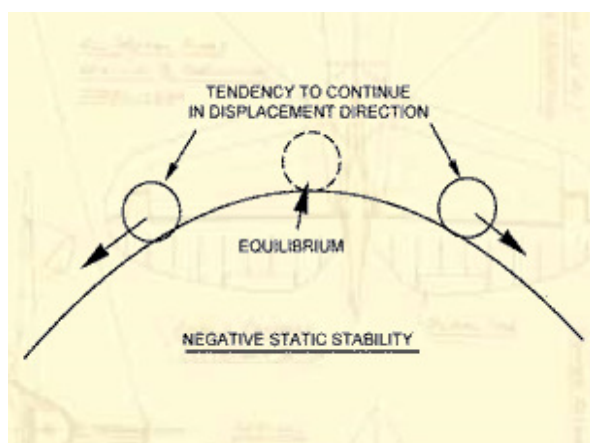
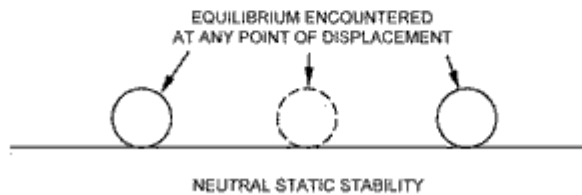
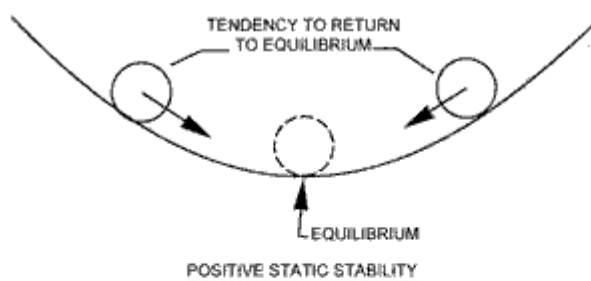
La estabilidad según el eje en el que se estudie su variación, puede ser longitudinal y lateral-direccional. La **estabilidad longitudinal**, se refiere al movimiento del avión sobre el eje paralelo al ala, y es la más importante porque determina en gran medida las características de cabeceo del mismo, particularmente las relativas a la pérdida.

De todas las características que afectan al balance y controlabilidad del avión, la de mayor importancia es la estabilidad longitudinal. Aunque es difícil obtener un grado exacto de estabilidad longitudinal para todas las condiciones de vuelo, es esencial conseguir un compromiso aceptable para que el vuelo sea seguro y confortable. La estabilidad longitudinal del avión está resuelta primariamente por el estabilizador horizontal de cola. Esta superficie de control genera las fuerzas necesarias para contrarrestar el efecto de fuerzas externas. Al ser la parte más alejada del centro de gravedad cualquier fuerza, por pequeña que sea, ejercida sobre este dispositivo, tendrá un gran efecto de corrección.



La **estabilidad lateral-direccional** se refiere a la mostrada por el avión sobre su eje longitudinal. Un avión que tiende a volver a su posición de alas niveladas, después de que una ráfaga de viento levante o baje una de ellas, se dice que es lateralmente estable. En aviones con dos motores, el fallo de uno, puede producir inestabilidades en el vuelo. Para corregirlo, se debe aprovechar el efecto del timón de dirección además de la inclinación del ángulo de alabeo.

En esta línea, el proyecto abordará el estudio de la estabilidad estática y dinámica, tanto longitudinal como lateral y se adentrará en el modelado de las derivadas de estabilidad y su comprobación con modelos reales. Se analizarán también las diferentes configuraciones de vuelo, centrado de la carga de pago, margen estático, centro de gravedad, trimado y configuración propulsora del motor; así como de la respuesta dinámica del sistema en sus tres ejes estudiando los modos tanto longitudinales como laterales.



1. Configuración básica del avión

1.1. Configuración general

El avión presenta unas características técnicas limitantes a la hora del vuelo y que van a condicionar fuertemente las capacidades del mismo. La configuración básica del avión es la que se puede apreciar en la figura 1.1:



Figura 1.1. - Configuración General

Las características principales que presenta son las siguientes:

1. Tamaño reducido del avión.
2. Configuración de cola baja.
3. Configuración propulsora (pusher) del motor.
4. Doble timón de dirección.
5. Tubos de cola (tail-booms) como sustitutos de la mitad trasera del fuselaje.
6. Extensión de alerones hasta finalizar en la punta del ala.
7. Utilización de flaps como elementos de hipersustentación.



Datos: los datos estructurales, propulsivos y aerodinámicos con los que se realizará el estudio son los que se presentan en las tablas 1.2, 1.3, 1.4, y 1.5. Se han recopilado de los proyectos fin de carrera [11], [12] y [13] de la bibliografía:

Datos coeficientes aerodinámicos estabilidad longitudinal		
Pendiente de la curva de sustentación del ala a ángulo de ataque nulo	Cl_{0wb}	0,29927
Pendiente de la curva de sustentación del ala a ángulo de ataque α	$Cl_{\alpha wb}$	3,8804 rad⁻¹
Coeficiente de momento del ala a ángulo de ataque nulo	Cm_0	-0,0455
Coeficiente de momento del ala a ángulo de ataque α	$Cm_{\alpha wb}$	0,39937 rad⁻¹
Pendiente de la curva de sustentación de la cola a ángulo de ataque nulo	Cl_{0t}	0
Pendiente de la curva de sustentación de la cola a ángulo de ataque α	$Cl_{\alpha t}$	2,773 rad⁻¹
Coeficiente de momento de la cola a ángulo de ataque α	$Cm_{\alpha t}$	0 rad⁻¹
Pendiente de la curva de sustentación del timón de profundidad	Cl_{elev}	1,937 rad⁻¹
Polar limpia	$Cd = Cd_0 + K_1 \cdot C_l + K_2 \cdot C_l^2$	$Cd = 0,02866 + 0,0012 \cdot C_l + 0,04279 \cdot C_l^2$

Figura 1.2. - Datos aerodinámicos

Datos aerodinámicos y estructurales para cálculo de deflexión de estela		
Cuerda media del ala	c	0,39299 m
Cuerda en la punta del ala	c_{tip}	0,295 m
Cuerda media de la cola	c_t	0,28 m
Envergadura del ala	env	2,8124 m
Alargamiento	AR	8,2569

Figura 1.3. - Datos para el cálculo de la deflexión de estela



Datos estructurales para estabilidad longitudinal		
Superficie alar	S	1,088 m²
Superficie cola	S_t	0,16038 m²
Longitud del tubo de cola	l_{tubo}	1,1 m
Centro gravedad del ala	X_{cgwb}	1,25 m
Centro aerodinámico del ala	X_{cawb}	1,1685 m
Centro gravedad de la cola	X_{cgt}	2,4957 m
Centro aerodinámico de la cola	X_{cat}	2,4776 m
Centro gravedad del cuerpo	X_b	1,0218 m
Centro gravedad carga 1	X_{carga1}	0,73 m
Centro gravedad carga 2	X_{carga2}	1,18 m
Centro gravedad del depósito	$X_{deposito}$	1,5846 m
Centro gravedad del motor	X_{motor}	1,8444 m
Centro gravedad del tren delantero	X_{trend}	0,529 m
Centro gravedad del tren trasero	X_{trent}	1,3454 m
Peso del ala	W_{wb}	4,4 kg
Peso del fuselaje	W_b	3,15 kg
Carga de pago 1	W_{carga1}	7 kg
Carga de pago 2	W_{carga2}	3 kg
Peso del depósito	$W_{deposito}$	2 kg
Peso del motor	W_{motor}	1,8 kg
Peso del tren delantero	W_{trend}	0,406 kg
Peso del tren trasero	W_{trent}	0,806 kg
Peso del tubo de cola	W_{tb}	1,346 kg
Peso estabilizador horizontal	W_{hori}	0,499 kg
Peso estabilizador vertical	W_{vert}	0,105 kg

Figura 1.4. - Datos estructurales

Datos propulsivos		
Diámetro de la hélice	Φ	18 in
Velocidad de crucero	V_{cruise}	90 km/h
Máxima velocidad	V_{max}	172 km/h
Velocidad en aterrizaje	V_{land}	50 km/h
Velocidad en despegue	V_{climb}	60 km/h

Figura 1.5. - Datos propulsivos



Tamaño reducido: el avión mide unos 3 metros de envergadura por otros 3 metros de longitud. Las superficies sustentadoras (ala y cola), así como las superficies de control (alerones, timón de profundidad y timones de dirección) tendrán un tamaño adecuado en función de los requisitos de actuaciones.



Figura 1.6. – Tamaño reducido



Figura 1.7. - Argos UAV

Dicho dimensionado viene condicionado por las características técnicas que se le exigen a la aeronave. La carga de pago, así como las características de vuelo del avión limitan el tamaño del mismo. Un pequeño estudio aerodinámico y de estabilidad y control dictará el tamaño y la ubicación de las superficies de control. Con posterioridad se estudiará la eficiencia de las mismas, y se determinará un posible cambio de tamaño de éstas, así como un cambio de ubicación respecto de la aeronave.

Dentro del mercado de los aviones no tripulados, existe una amplia gama de estos vehículos que dependiendo de sus capacidades de vuelo, envergadura y peso se puede clasificar tal y como se puede apreciar en la figura 1.10. Dentro de esta clasificación se encuentran gran cantidad de modelos, que van desde el Shadow 600, que aparece en la figura 1.9, con más de 5 metros de envergadura, hasta micro UAV's de menos de 4 kg de peso, como el Black Widow de la figura 1.8.



Figura 1.8. - Aerovironment Black Widow

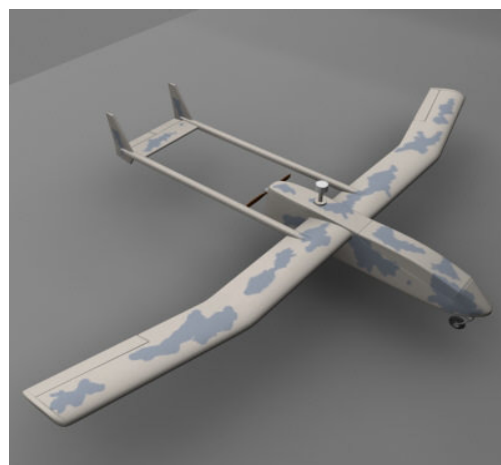


Figura 1.9. - Shadow 600



Categoría	Acrónimo	Alcance (km)	Altitud de vuelo (m)	Autonomía (horas)	Carga máxima en despegue (Kg.)
Micro	μ (micro)	<10	250	1	<5
Mini	Mini	<10	150 a 300	<2	<30
Alcance cercano	CR	10 a 30	3000	2 a 4	150
Alcance corto	SR	30 a 70	3000	3 a 6	200
Alcance medio	MR	70 a 200	5000	6 a 10	1250
Altitud baja Penetración profunda	LADP	>250	50 a 9000	0,5 a 1	350
Autonomía media	MRE	>500	8000	10 a 18	1250
Autonomía alta Altitud baja	LALE	>500	3000	>24	<30
Autonomía alta Altitud media	MALE	>500	14000	24 a 48	15000
Autonomía alta Altitud alta	HALE	>2000	20000	24 a 48	12000
Combate	UCAV	Aprox. 1500	10000	Aprox. 2	10000
Ofensivo	LETH	300	4000	3 a 4	250
Señuelo	DEC	0 a 50	5000	<4	250
Estratosférico	STRATO	>2000	Entre 20000 y 30000	>48	ND (no disponible)
Exo-estratosférico	EXO	ND	>30000	ND	ND

Figura 1.10. - Clasificación de los UAVs

Observando la anterior tabla, se puede apreciar como el Céfiro se encuentra englobado dentro de este sector entre los UAVs de tamaño mini, aunque con el tiempo y un incremento de tanques de combustible, podría llegar a englobarse dentro de las aeronaves de alcance corto.

El tamaño reducido del mismo hace que no sean aplicables para este tipo de vehículos no tripulados la normativa de especificación técnica vigente, que para aviones de tamaño medio y reducido sería la CS-23. Para el diseño de la estabilidad, las actuaciones y la aerodinámica se han utilizado criterios típicos de diseño de aviones de mayor tamaño, por lo que se espera que el avión presente las limitaciones y características típicas de este tipo de aviones. Debido a esto, su tamaño reducido no ha de inferir el error de intentar considerar el comportamiento de este UAV similar al de un avión de aeromodelismo, puesto que no debe de ser similar.

La CS-23 es la nueva normativa europea que suplanta a las antiguas JAR, de forma que su contenido trata aspectos tanto de autonomía, aerodinámica, estructuras y por supuesto, estabilidad en su apartado B de vuelo. Como se ha comentado, esta normativa no será de estricto cumplimiento para el caso de las aeronaves no tripuladas, aunque puede servir como pauta de diseño



Configuración de cola baja: este tipo de configuración tiene menor efectividad que la cola alta debido a que el ala envía una estela turbillonaria hacia atrás. Esta estela hace que la corriente que percibe la cola tenga una menor velocidad además de un ángulo de incidencia diferente, la denominada deflexión de estela o “down-wash” en inglés.

Este efecto hace que se reduzca la efectividad de las superficies de la cola con efectos muy adversos para la controlabilidad del avión sobre todo a bajas velocidades. La efectividad se puede llegar a ver reducida en torno al 90% para configuraciones de cola alta y al 80% en configuraciones de cola baja.

A continuación se presentan en las siguientes ilustraciones dos posibles configuraciones de cola. La figura 1.11 se trata de un avión radiocontrol con la configuración propulsora y tractora simultánea y la cola baja. Se observará en precedentes apartados como la hélice no compromete el diseño de la cola y refuerza la teoría que se estudiará más adelante acerca del modelo de helicópteros.

La figura 1.12 se trata de un famoso avión radiocontrol de configuración propulsora también, pero con la cola alta, de forma que el chorro de la hélice no incide sobre la cola en la mayor parte de las configuraciones de vuelo.



Figura 1.11. - Configuración cola baja



Figura 1.12. - Configuración cola alta

Una solución posible para evitar al máximo el efecto pernicioso que la estela tiene sobre el estabilizador horizontal, es ubicar una cola en T alta, aunque para la configuración de hélice trasera que se tiene este resultado no es posible. De modo que, la única posibilidad de mejora en la configuración de la cola sería pasar de una configuración en H como se tiene actualmente, a una configuración en H pero con el estabilizador horizontal sobre los dos estabilizadores verticales, creando un encajonado y evitando el chorro directo sobre el estabilizador horizontal. Esta posibilidad será estudiada en un apartado más adelante, como validación del modelo en caso de que el primer diseño con estabilizador horizontal abajo, no fuera eficiente. Con esta solución se tiende una alternativa real de diseño, aunque será de escasa importancia tal y como se advertirá en un estudio posterior.

En las siguientes fotografías se tienen dos aviones, en la figura 1.13 está el Céfiro con la configuración de cola baja y la foto contigua, la figura 1.14 corresponde con uno de los aviones no tripulados israelíes con diseño muy parecido al Céfiro.



El Ruag Ranger es un UAV de capacidades de alcance y autonomía medias. Suele montarse sobre patines sin tren de aterrizaje, pero en la figura la configuración que se tiene es la utilizada por el ejército de Pakistán, más conocido como Flamingo.



Figura 1.13. - Céfiro vista frontal



Figura 1.14. - Ruag Ranger pakistani

A continuación se muestran dos fotos de aviones con configuración en cola alta. Por un lado el diseño posible del Céfiro con la cola elevada en la figura 1.15. Por otra parte, el Super Falcon 120 (Bob Cat 120) en la figura 1.16. El Falcon 120 es un avión de aeromodelismo que actualmente tiene muy buena aceptación en todo el mundo. Es el más grande de la familia Bob Cat. Posee esta configuración de cola alta, porque el chorro que envía a la cola es demasiado fuerte y generaría picados considerables si no se situara en esta posición.

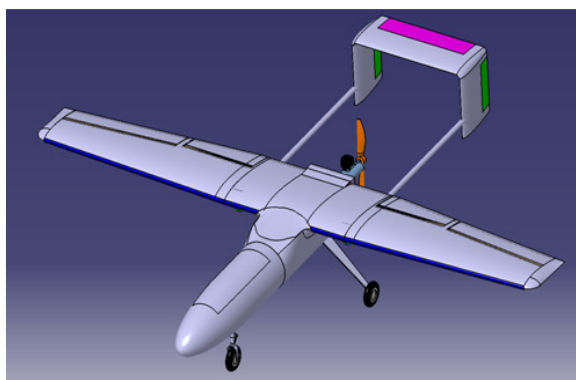


Figura 1.15. - Céfiro configuración cola alta



Figura 1.16. - Bob Cat 120

Finalmente, tal y como se observará con posterioridad, la configuración de cola baja del Céfiro será la más idónea para el vuelo y la construcción del mismo.

Configuración propulsora del motor: con este tipo de configuración de planta propulsora, se tiene un soplado de las superficies de control traseras, de forma que se aumenta la velocidad de la corriente que incide sobre el estabilizador horizontal. La hélice trasera está cumpliendo la función de inyectar una cantidad de movimiento adicional, de modo que, la efectividad de la superficie de control se puede ver incrementada en una



velocidad superior a la de vuelo. Así la efectividad puede llegar a ser del orden del 115% en ocasiones, según predicciones del modelo real.

Esta hipótesis quedará plasmada en un apartado posterior, en el cual se modelará el comportamiento del tubo de corriente que proyecta hacia atrás la hélice como un modelo de helicóptero en vuelo axial ascendente. En este tipo de actuación a punto fijo de esta clase de aeronaves, dicho tubo de corriente que proyecta el rotor principal se emplea en sustentar el propio helicóptero.

En las siguientes imágenes se tiene en la figura 1.17 el tubo de corriente que proyecta la hélice hacia la cola en el Céfiro. En la figura 1.18, la proyección de corriente que tienen los dos rotores del V-22 Osprey sobre el fuselaje del avión. Cabe destacar en la foto del V-22 que el tubo de corriente se ve disminuido a distancias mayores de un diámetro conforme se prolonga hacia atrás, lo cual será un hecho muy relevante a la hora de estudiar el modelo helicóptero con posterioridad.

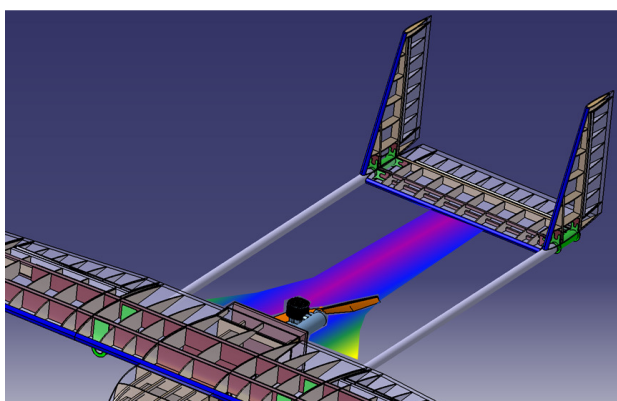


Figura 1.17. - Tubo de corriente del Céfiro

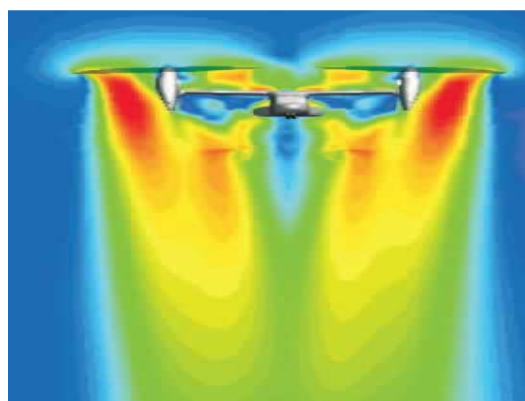


Figura 1.18. - Tubo de corriente del V-22 Osprey

Dos timones de dirección: según la configuración de tipo propulsora que se tiene, el tubo de corriente proyectado a mayor velocidad no incide en los estabilizadores verticales. Durante la realización de virajes en guiñada, no se incrementará la efectividad de las mismas.

Por estos motivos no presenta la ventaja de poseer mayor velocidad, pero tampoco el inconveniente de encontrarse dentro de la estela turbillonaria del ala, por lo que su efectividad se mantendrá bastante elevada. Además, dada la configuración de tubos de cola que se tiene es imposible tener otra configuración viable para la ubicación del estabilizador vertical.



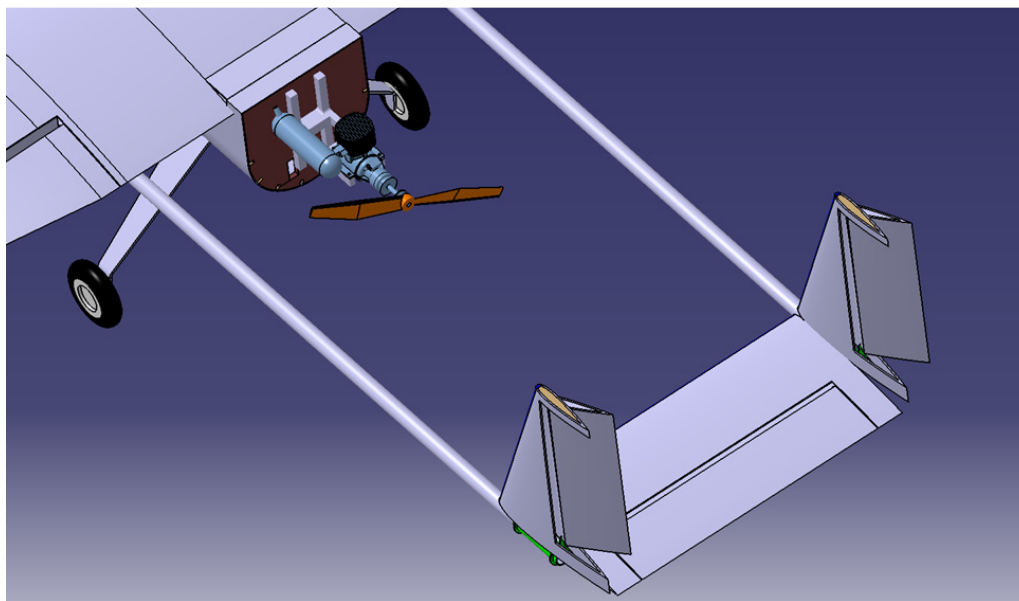


Figura 1.19. - Dualidad del estabilizador vertical

Para condiciones de vuelo con resbalamiento se tiene que una pequeña parte del timón de dirección sí es afectada por el tubo de corriente, de forma que incrementa su velocidad y en consecuencia su sustentación. Haciendo uso de modelo de polar parabólica, se obtendrá que la resistencia aerodinámica inducida por el chorro es mayor en un timón que en el otro; de tal forma que, se generarán momentos de guiñada inestables según el criterio de signos que se seguirá más adelante, en la sección 6.4.1.

Tubos de cola: debido a la configuración de tipo propulsora para el problema de estudio, estructuralmente será imposible conectar la cola con el resto del fuselaje, puesto que se interpone la hélice. Por lo tanto, la única solución estructural viable para este tipo de configuración es conectar la cola con el ala mediante unos tubos de fibra de carbono denominados “tail-booms”. Finalmente, se decidió que los tubos fueran de aluminio por razones económicas, aunque es importante hacer hincapié en recomendar que su naturaleza sea de fibra de carbono, para reducir peso en la cola y así poder facilitar el equilibrado de pesos y la reducción del peso global del conjunto. Estos tubos se han de ubicar mediante una cogida especial al ala y tendrán la limitación estructural de no ser demasiado largos, debido a que durante la maniobra de despegue se podría llegar a tener una colisión con el suelo, si el ángulo de rotación es demasiado elevado.

Para el análisis de la estabilidad estática longitudinal se creó un programa con el software EES (Engineering Equation Solver). Este programa está diseñado de forma que cualquier modificación en la longitud de estos tubos queda reflejada con la suficiente robustez, como para poder considerarlo un parámetro más del predimensionado.



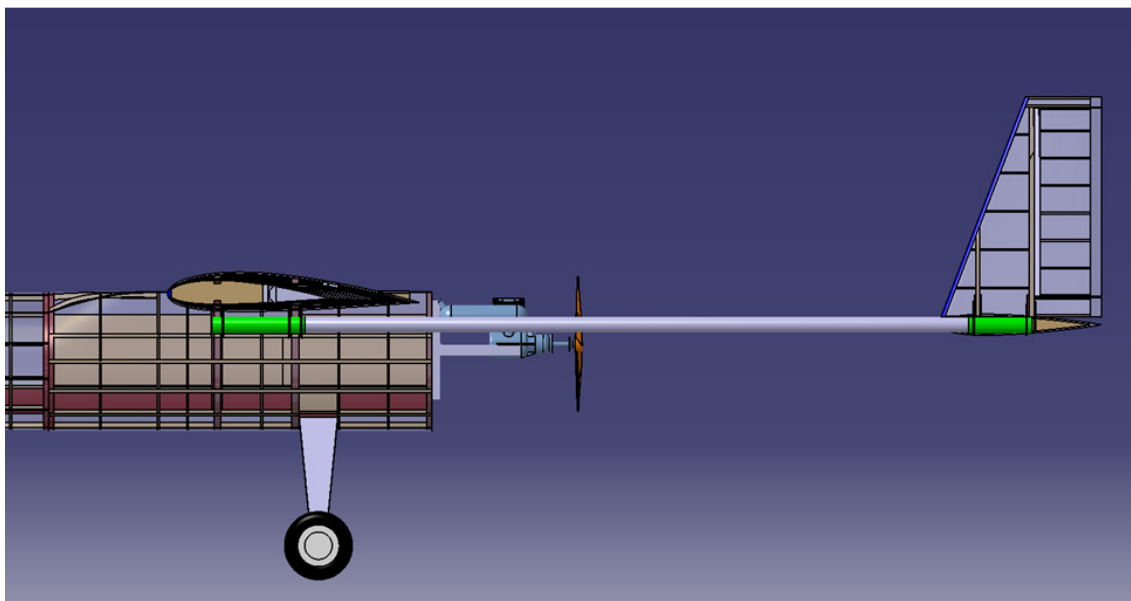


Figura 1.20. - Tubos de cola de aluminio



1.2. Sistema de referencia

Para realizar el estudio de la estabilidad tanto longitudinal como lateral-direccional se ha de considerar una convención de signos, de forma que se cumplan los criterios de estabilidad impuestos para cada eje. En el siguiente esquema está representado el sistema de referencia del avión, con los ejes situados en el centro de gravedad del mismo.

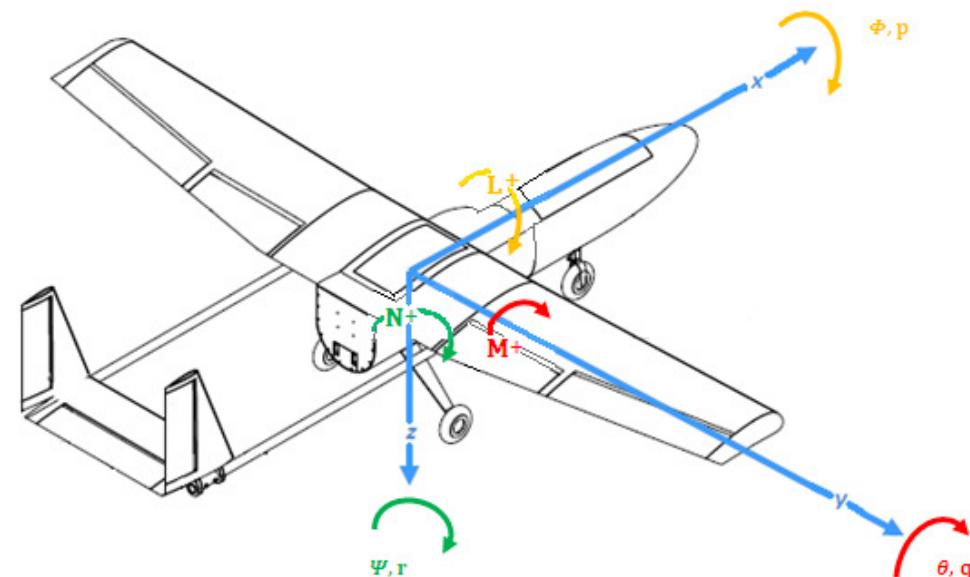


Figura 1.21. - Sistema de referencia

El eje “x” es el eje longitudinal del avión. Se encuentra paralelo a la dirección de la corriente incidente. Los giros según este eje determinarán el alabeo del avión.

El eje “y” se corresponde con el eje que abarca la longitud del semiala derecha. Giros según este eje determinará el cabeceo del sistema.

El eje “z” completa el triedro dextrógiro de tal forma que apunta hacia el suelo dentro de este sistema de ejes. Este eje será el decisivo a la hora de plantear la mayor parte de las derivadas de estabilidad referidas a los timones de dirección.

El criterio de signos adoptado para el eje “z”, es similar al utilizado en [1] y opuesto al utilizado en [2]. Este hecho será de capital importancia para los sucesivos estudios. Se ha escogido el utilizado por Bandu Pamadi [1], puesto que, la mayoría de las derivadas de estabilidad que se han utilizado, han sido calculadas con los métodos de este texto. Este sistema de coordenadas es móvil con el cuerpo, por lo que todo se deberá referir a un sistema de referencia inercial. En la figura 1.22 se aprecia cómo varía el sistema no inercial respecto del inercial.



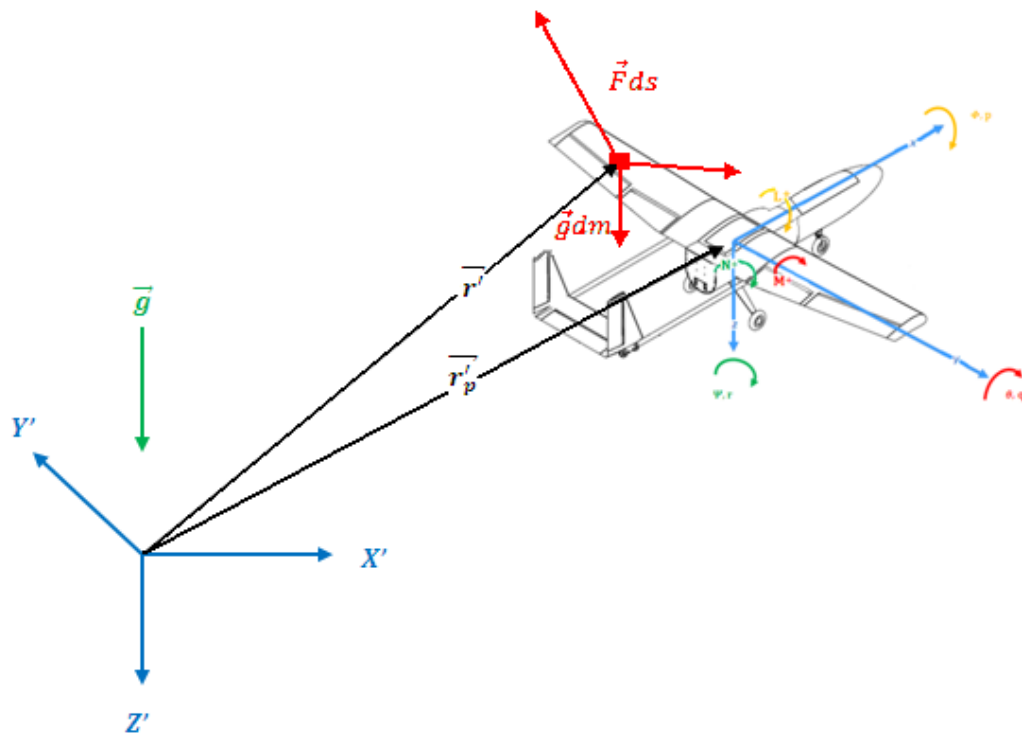


Figura 1.22. - Definición de los ejes cuerpo respecto de los ejes Tierra



2. Ecuaciones del movimiento del avión

Para el estudio de la estabilidad de un avión, es necesario definir unos ejes dentro del mismo para poder contabilizar las fuerzas y momentos que se generan durante el vuelo. Éstos ya fueron definidos en el apartado anterior, con lo que ahora es necesario ofrecer las expresiones que son necesarias para el estudio del movimiento, proyectadas en dichos ejes.

Este apartado partirá de una base general hasta llegar a las ecuaciones que se analizarán para el estudio de la estabilidad. Para ello se irán realizando las hipótesis necesarias para obtener la simplificación.

El movimiento del avión va estar gobernado por seis grados de libertad: tres en fuerzas y otros tres en momentos. Las componentes de la velocidad y del momento pueden ser proyectadas dentro de los ejes XYZ, de forma que la “U” será la proyección de la velocidad según en eje “x”, “V” es la velocidad lateral del avión y está proyectada según el eje “y” y por último, se tiene la velocidad vertical “W” que es proyectada sobre el eje “z”. Por lo tanto el vector velocidad será el compuesto por las tres componentes U, V y W.

El movimiento rotacional viene dado por las componentes de la velocidad angular en cada uno de los tres ejes respectivamente. Sobre el eje “x” se tendrá la tasa de variación de momento de balance “p”, en el eje “y” se tendrá la tasa de variación de momento de cabeceo “q” y por último según el eje “z”, se tiene la tasa de variación de momento de guiñada “r”.

Los momentos son representados con otras letras: el momento de balance por “L”, el de cabeceo por “M” y el de guiñada por “N”.



2.1. Modelo de fuerzas y momentos del avión completo

El modelo de fuerzas y momentos del avión proviene de aplicar las leyes de Newton al sistema. La forma general de expresar la fuerza y el momento se tiene en las siguientes ecuaciones, que provienen de la referencia [1]:

$$F = m \left(\frac{dV}{dt} \right)_i \quad (2.1)$$

$$M = \left(\frac{dH}{dt} \right)_i \quad (2.2)$$

El sufijo “i” implica que la aceleración y el momento angular están medidos con respecto a un cuerpo inercial de referencia.

El momento angular tiene la siguiente expresión:

$$M = \left(\frac{dH}{dt} \right)_i = \left(\frac{d(I\omega)}{dt} \right)_i = \left(\frac{dI}{dt} \right)_i \omega + I \left(\frac{d\omega}{dt} \right)_i \quad (2.3)$$

El avión es un sistema de referencia móvil, por lo que todos los momentos y fuerzas van variando según la siguiente ley, o más comúnmente conocida como la ley de Poisson:

$$\left(\frac{d\vec{A}}{dt} \right)_i = \left(\frac{d\vec{A}}{dt} \right)_b + \vec{\omega}_{i,b}^b \times \vec{A}_b \quad (2.4)$$

El siguiente paso lógico, sería expresar la velocidad y la aceleración según las coordenadas del movimiento. Sin ánimo de entrar en la demostración de estas ecuaciones de ejes, sólo se va a comentar que tras un laborioso proceso de tratamiento de las ecuaciones vectoriales, se puede llegar a la siguiente expresión de las fuerzas y momentos del movimiento:

$$F_x = m(\dot{U} + qW - rV) \quad (2.5)$$

$$F_y = m(\dot{V} + rU - pW) \quad (2.6)$$

$$F_z = m(\dot{W} + pV - qU) \quad (2.7)$$

$$L = \dot{p}I_x - I_{xz}(pq + \dot{r}) + qr(I_z - I_y) \quad (2.8)$$

$$M = \dot{q}I_y + rp(I_x - I_z) + I_{xz}(p^2 - r^2) \quad (2.9)$$

$$N = \dot{r}I_z - I_{xz}(\dot{p} - qr) + pq(I_y - I_x) \quad (2.10)$$

Donde la aceleración angular es el vector de componentes en estos ejes $\omega = (p, q, r)$ y el vector velocidad es $v = (U, V, W)$.



2.2. Ecuaciones del movimiento con pequeñas perturbaciones

Si las variables se expresan como un término de equilibrio más un incremento de la variable, entonces las ecuaciones se pueden reducir mucho más aún. Esos incrementos de las variables son las pequeñas perturbaciones en torno a la posición de equilibrio.

$$\begin{aligned}
 U &= U_0 + \Delta U & V &= V_0 + \Delta V & W &= W_0 + \Delta W \\
 p &= p_0 + \Delta p & q &= q_0 + \Delta q & r &= r_0 + \Delta r \\
 F_x &= F_{x0} + \Delta F_x & F_y &= F_{y0} + \Delta F_y & F_z &= F_{z0} + \Delta F_z \\
 L &= L_0 + \Delta L & M &= M_0 + \Delta M & N &= N_0 + \Delta N
 \end{aligned}
 \tag{2.11)-(2.22}$$

El siguiente paso sería definir una serie de variables que se introducirán dentro de las ecuaciones del movimiento y con las pequeñas perturbaciones, con el ánimo de linealizar el sistema y facilitar así su tratamiento posterior.

$$\begin{aligned}
 u &= \frac{\Delta U}{U_0} & v &= \frac{\Delta V}{U_0} & w &= \frac{\Delta W}{U_0} \\
 \Delta C_x &= \frac{\Delta F_x}{\frac{1}{2} \rho U_0^2 S} & \Delta C_y &= \frac{\Delta F_y}{\frac{1}{2} \rho U_0^2 S} & \Delta C_z &= \frac{\Delta F_z}{\frac{1}{2} \rho U_0^2 S} \\
 \Delta C_l &= \frac{\Delta L}{\frac{1}{2} \rho U_0^2 S b} & \Delta C_m &= \frac{\Delta M}{\frac{1}{2} \rho U_0^2 S \bar{c}} & \Delta C_n &= \frac{\Delta N}{\frac{1}{2} \rho U_0^2 S b} \\
 \Delta \alpha &\approx \frac{\Delta W}{U_0} = w & \Delta \beta &\approx \frac{\Delta V}{U_0} = v
 \end{aligned}
 \tag{2.23)-(2.33}$$

Si se introducen finalmente estos términos dentro de la ecuación del movimiento, se obtendrá una expresión adimensional tanto de los momentos así como de las fuerzas.

$$\begin{aligned}
 \Delta C_x &= \frac{m U_0}{\frac{1}{2} \rho U_0^2 S} \cdot \dot{u} & \Delta C_y &= \frac{m U_0}{\frac{1}{2} \rho U_0^2 S} \cdot (\Delta \dot{\beta} + r) & \Delta C_z &= \frac{m U_0}{\frac{1}{2} \rho U_0^2 S} \cdot (\Delta \dot{\alpha} - q) \\
 \Delta C_l &= \frac{(\dot{p} I_x - \dot{r} I_{xz})}{\frac{1}{2} \rho U_0^2 S b} & \Delta C_m &= \frac{I_y \dot{q}}{\frac{1}{2} \rho U_0^2 S \bar{c}} & \Delta C_n &= \frac{(\dot{r} I_z - \dot{p} I_{xz})}{\frac{1}{2} \rho U_0^2 S b}
 \end{aligned}
 \tag{2.34)-(2.39}$$

Y las anteriores serían las ecuaciones adimensionales del movimiento.



2.3. Linealización del movimiento

Tanto las fuerzas como los momentos pueden ser desarrollados en series de Taylor, de forma que despreciando términos de orden mayor que el lineal, se obtendrán las ecuaciones linealizadas en función de las denominadas derivadas de estabilidad. Una vez linealizado el modelo se puede desacoplar fácilmente las ecuaciones del movimiento longitudinal respecto de las ecuaciones del movimiento lateral y además se simplifica a un modelo de seis grados de libertad.

$$\begin{aligned}
 \Delta C_x &= \frac{\partial C_x}{\partial u} u + \frac{\partial C_x}{\partial \alpha} \Delta \alpha + \frac{\partial C_x}{\partial \theta} \Delta \theta + \frac{\partial C_x}{\partial \dot{\alpha}} \Delta \dot{\alpha} + \frac{\partial C_x}{\partial q} q + \frac{\partial C_x}{\partial \delta_e} \Delta \delta_e \dots \\
 \Delta C_y &= \frac{\partial C_y}{\partial \beta} \Delta \beta + \frac{\partial C_y}{\partial \Phi} \Delta \Phi + \frac{\partial C_y}{\partial \dot{\beta}} \Delta \dot{\beta} + \frac{\partial C_y}{\partial p} p + \frac{\partial C_y}{\partial r} r + \frac{\partial C_y}{\partial \delta_a} \Delta \delta_a + \frac{\partial C_y}{\partial \delta_r} \Delta \delta_r \dots \\
 \Delta C_z &= \frac{\partial C_z}{\partial u} u + \frac{\partial C_z}{\partial \alpha} \Delta \alpha + \frac{\partial C_z}{\partial \theta} \Delta \theta + \frac{\partial C_z}{\partial \dot{\alpha}} \Delta \dot{\alpha} + \frac{\partial C_z}{\partial q} q + \frac{\partial C_z}{\partial \delta_e} \Delta \delta_e \dots \\
 \Delta C_l &= \frac{\partial C_l}{\partial \beta} \Delta \beta + \frac{\partial C_l}{\partial \dot{\beta}} \Delta \dot{\beta} + \frac{\partial C_l}{\partial \Phi} \Delta \Phi + \frac{\partial C_l}{\partial p} p + \frac{\partial C_l}{\partial r} r + \frac{\partial C_l}{\partial \delta_a} \Delta \delta_a + \frac{\partial C_l}{\partial \delta_r} \Delta \delta_r \dots \\
 \Delta C_m &= \frac{\partial C_m}{\partial u} u + \frac{\partial C_m}{\partial \alpha} \Delta \alpha + \frac{\partial C_m}{\partial \theta} \Delta \theta + \frac{\partial C_m}{\partial \dot{\alpha}} \Delta \dot{\alpha} + \frac{\partial C_m}{\partial q} q + \frac{\partial C_m}{\partial \delta_e} \Delta \delta_e \dots \\
 \Delta C_n &= \frac{\partial C_n}{\partial \beta} \Delta \beta + \frac{\partial C_n}{\partial \dot{\beta}} \Delta \dot{\beta} + \frac{\partial C_n}{\partial \Phi} \Delta \Phi + \frac{\partial C_n}{\partial p} p + \frac{\partial C_n}{\partial r} r + \frac{\partial C_n}{\partial \delta_a} \Delta \delta_a + \frac{\partial C_n}{\partial \delta_r} \Delta \delta_r \dots
 \end{aligned}
 \tag{2.40)-(2.45}$$

2.3.1. Linealización del movimiento longitudinal

El modelo linealizado objeto de estudio se analizará mediante las cuatro ecuaciones diferenciales de primer orden que se presentan a continuación. Estas ecuaciones provienen de la anterior Linealización y desacoplamiento del sistema en un problema longitudinal y otro lateral. En él aparecen todas las variables, los parámetros adimensionales, así como las derivadas de estabilidad que se modelarán en este apartado.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{t}} &= \frac{1}{\mu} \cdot [(C_{x\hat{u}} + \xi_1 \cdot C_{z\hat{u}}) \cdot \hat{u} + (C_{x\alpha} + \xi_1 \cdot C_{z\alpha}) \cdot \Delta \alpha + [C_{xq} \cdot c_1 + \xi_1 \cdot (\mu + C_{zq} \cdot c_1)] \cdot q \\
 &\quad + (C_{x\theta} + \xi_1 \cdot C_{z\theta}) \cdot \Delta \theta + (C_{x\delta_e} + \xi_1 \cdot C_{z\delta_e}) \cdot \Delta \delta_e] \\
 \frac{\partial \Delta \alpha}{\partial \hat{t}} &= \frac{1}{(\mu - C_{z\dot{\alpha}} \cdot c_1)} \cdot [C_{z\hat{u}} \cdot \hat{u} + C_{z\alpha} \cdot \Delta \alpha + (\mu + C_{zq} \cdot c_1) \cdot q + C_{z\theta} \cdot \Delta \theta + C_{z\delta_e} \cdot \Delta \delta_e] \\
 \frac{\partial \hat{q}}{\partial \hat{t}} &= \frac{1}{\hat{I}_y} \cdot [(C_{m\hat{u}} + \xi_2 \cdot C_{z\hat{u}}) \cdot \hat{u} + (C_{m\alpha} + \xi_2 \cdot C_{z\alpha}) \cdot \Delta \alpha + [C_{mq} \cdot c_1 + \xi_2 \cdot (\mu + C_{zq} \cdot c_1)] \cdot q \\
 &\quad + \xi_2 \cdot C_{z\theta} \cdot \Delta \theta + (C_{m\delta_e} + \xi_2 \cdot C_{z\delta_e}) \cdot \Delta \delta_e]
 \end{aligned}$$



$$\frac{\partial \Delta \theta}{\partial \hat{t}} = \hat{q}$$

(2.46)-(2.49)

Las variables que definen el comportamiento del sistema son cinco y su significado es el siguiente: “u” es la velocidad longitudinal, “α” es el ángulo de ataque del avión, “θ” es el ángulo de cabeceo y “q” es el momento de cabeceo del avión respecto de la velocidad angular longitudinal y es proporcional a la variación del ángulo de cabeceo del avión. La variable de control sobre la que se actuará será “δ_e” que es la deflexión del timón de profundidad.

El conjunto de ecuaciones tiene una serie de términos que se han adimensionalizado, de forma que los dos términos más utilizados en esta nomenclatura son el término de inercia y el de masa adimensionales:

$$\hat{I}_y = \frac{I_y}{1/2 \rho V^2 S c}$$

$$\mu = \frac{2m}{\rho S c}$$

$$c_1 = c / (2U_0)$$

$$\xi_1 = \frac{C_{x\dot{\alpha}} c_1}{\mu - C_{z\dot{\alpha}} c_1}$$

$$\xi_2 = \frac{C_{m\dot{\alpha}} c_1}{\mu - C_{z\dot{\alpha}} c_1}$$

(2.50)-(2.54)

2.3.2. Linealización del movimiento lateral-direccional

El modelo linealizado objeto de estudio se analizará mediante las cinco ecuaciones diferenciales de primer orden que se presentan a continuación. En él aparecen todas las variables, los parámetros adimensionales, así como las derivadas de estabilidad que se modelarán en este apartado.

$$\frac{\partial \beta}{\partial t} = \left(\frac{1}{\mu - b_{med} \cdot C_{y\dot{\beta}}} \right) \cdot [C_{Y\beta} \cdot \Delta \beta + C_{Y\Phi} \cdot \Delta \Phi + b_{med} \cdot C_{Yp} \cdot p - (\mu - b_{med} \cdot C_{Yr}) \cdot r + C_{y\delta_a} \cdot \Delta \delta_a + C_{y\delta_r} \cdot \Delta \delta_r]$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{I_{x1}} \cdot [C_{l\beta} \cdot \Delta \beta + b_{med} \cdot C_{l\dot{\beta}} \cdot \Delta \dot{\beta} + b_{med} \cdot C_{lp} \cdot p + b_{med} \cdot C_{lr} \cdot r + I_{xz1} \cdot \dot{r} + C_{l\delta_a} \cdot \Delta \delta_a + C_{l\delta_r} \cdot \Delta \delta_r]$$

$$\frac{\partial r}{\partial t} = \frac{1}{I_{z1}} \cdot [C_{n\beta} \cdot \Delta \beta + b_{med} \cdot C_{n\dot{\beta}} \cdot \Delta \dot{\beta} + b_{med} \cdot C_{np} \cdot p + b_{med} \cdot C_{nr} \cdot r + I_{xz1} \cdot \dot{p} + C_{n\delta_a} \cdot \Delta \delta_a + C_{n\delta_r} \cdot \Delta \delta_r]$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \hat{t}} = p$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial \hat{t}} = r$$



(2.55)-(2.59)

Las variables que definen el comportamiento del sistema son cinco y su significado es el siguiente: “ β ” es el ángulo de resbalamiento, “ p ” es la velocidad angular lateral, “ r ” es la velocidad angular direccional, “ ϕ ” es el ángulo de balance del avión y “ Ψ ” es el ángulo de guiñada del avión. Las variables de control del problema son: “ δ_a ” que es la deflexión de los alerones y “ δ_r ” que es la deflexión del timón de dirección.

El conjunto de ecuaciones tiene una serie de términos que se han adimensionalizado, de forma que los dos términos más utilizados en esta nomenclatura son el término de inercia y el de masa adimensionales:

$$I_{x1} = \frac{I_x}{1/2 \rho v^2 S b}$$

$$I_{z1} = \frac{I_z}{1/2 \rho v^2 S b}$$

$$I_{xz1} = \frac{I_{xz}}{1/2 \rho v^2 S b}$$

$$I_{x1}' = \frac{I_{x1}}{I_{x1}I_{z1} - I_{xz1}^2}$$

$$I_{z1}' = \frac{I_{z1}}{I_{x1}I_{z1} - I_{xz1}^2}$$

$$I_{xz1}' = \frac{I_{xz1}}{I_{x1}I_{z1} - I_{xz1}^2}$$

$$\mu = \frac{2W}{\rho S v}$$

$$b_{med} = \frac{b}{2U_0}$$

$$\xi_1 = I_{z1}' \cdot C_{l\beta} + I_{xz1}' \cdot C_{n\beta}$$

$$\xi_1 = I_{x1}' \cdot C_{n\beta} + I_{xz1}' \cdot C_{l\beta}$$

(2.60)-(2.69)

Una vez definidos estos términos, se pasa a estudiar las derivadas de estabilidad necesarias para el estudio del modelo y la posterior obtención de las fuerzas y momentos en cada eje. Las derivadas rotativas son todas idénticamente nulas y no se estudiarán en este caso.

$$C_{y\beta} = C_{l\beta} = C_{n\beta} = 0$$

(2.70)



3. Estimación de las derivadas de estabilidad

El concepto de derivada de estabilidad como número adimensional, ya ha sido definido en el apartado anterior al realizar el desarrollo de Taylor de las ecuaciones del movimiento. Estos coeficientes o derivadas de estabilidad, son la expresión adimensional de las fuerzas y momentos con respecto a un cierto parámetro como puede ser la velocidad, el ángulo de ataque y otra serie de parámetros de los que dependen las ecuaciones del movimiento.

Las derivadas de estabilidad son de capital importancia para el estudio de la estabilidad, puesto que determinan el comportamiento del avión en el movimiento tanto lateral como longitudinal. El método de estimación de derivadas que se va a estudiar proviene de la utilización de los métodos numéricos estudiados en [1] y [3].

Este capítulo se distribuirá en tres grandes bloques, de forma que los métodos de estimación estudiados será el primer punto a analizar. Posteriormente se realizará un análisis comparativo de resultados para un avión muy conocido como es el Boeing 747, utilizando los métodos numéricos estudiados para los datos estructurales y aerodinámicos de dicho avión. Por último, se verá un estudio muy detallado de las derivadas de estabilidad del Céfiro y su variación respecto de los parámetros más representativos para cada una de ellas.



3.1. Derivadas de estabilidad longitudinales

3.1.1. $C_{x\alpha}$

La derivada de estabilidad $C_{x\alpha}$ corresponde con el coeficiente de fuerza longitudinal respecto del ángulo de ataque y se determina cómo:

$$\begin{aligned}
 C_{x\alpha} &= C_l - C_{D\alpha} \\
 C_{D\alpha} &= 2 \cdot k \cdot C_l \cdot C_{l\alpha} \\
 C_l &= C_{l\alpha} \cdot \alpha \\
 k &= \frac{1}{(\pi \cdot A \cdot e)} \\
 e &= \frac{1,1 \cdot C_{l\alpha}}{(R \cdot C_{l\alpha} + (1 - R) \cdot \pi \cdot A)} \\
 \lambda &= A \cdot \lambda_1 \\
 R &= a_1 \cdot \lambda^3 + a_2 \cdot \lambda^2 + a_3 \cdot \lambda + a_4 \\
 a_1 &= 0,0004 \\
 a_2 &= -0,008 \\
 a_3 &= 0,0501 \\
 a_4 &= 0,8642
 \end{aligned}
 \tag{3.1)-(3.11)}$$

3.1.2. $C_{z\alpha}$

Esta derivada de estabilidad representa la sustentación que se genera en el avión al variar el ángulo de ataque del mismo. El signo según el convenio adoptado será el opuesto.

$$\begin{aligned}
 C_{l\alpha} &= C_{l\alpha wb} + C_{lat} \cdot \left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}\right) \cdot \left(\eta_{hafe} \cdot S_{afe}/S + \eta_{hnoafe} \cdot S_{noafe}/S\right) \\
 C_{z\alpha} &= -C_{l\alpha}
 \end{aligned}
 \tag{3.12)-(3.13)}$$

El fuselaje del avión tendrá efectos sobre el coeficiente de sustentación del conjunto. Este efecto deberá ser cuantificado. Para ello se puede estimar la contribución del conjunto ala-fuselaje mediante dos procedimientos diferentes. Como se observará, ambos resultados proporcionan resultados adecuados y muy similares, de forma que finalmente se continuará con el segundo método, debido a que será el proceso previo para el cálculo de más derivadas de estabilidad longitudinales.



Primer método:

El primer método consiste en sumar a la propia sustentación del ala total, la contribución a la sustentación del propio fuselaje del avión, utilizando los métodos cuantitativos adecuados. La ecuación que proporciona dicha sustentación es la siguiente:

$$C_{l\alpha f} = 2 \cdot (K_2 - K_1) \cdot \frac{S_0}{V_b^{2/3}} \quad (3.14)$$

Donde se ha tenido en cuenta que los parámetros de la expresión S_0 , V_b y $K_2 - K_1$ han sido definidos en el apartado de Abreviaturas y Nomenclatura.

El último factor es función del “fineness ratio” (longitud/máximo espesor) y se obtiene este valor de la figura 3.1. Esta figura pertenece a [1].

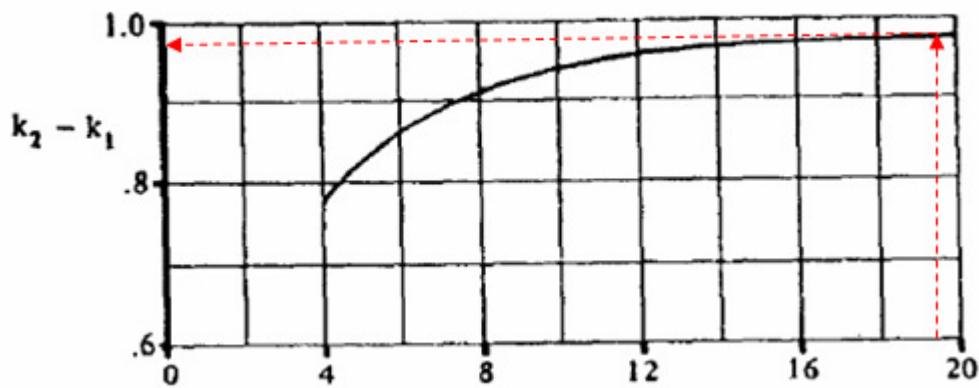


Figura 3.1. - Coeficiente de masa aparente del fuselaje

Sumando la contribución del ala expuesta con la contribución del fuselaje, se obtiene finalmente:

$$C_{l\alpha wb} = C_{l\alpha e} + C_{l\alpha f} \quad (3.15)$$

Este dato en comparación con la sustentación del ala no se va a despreciar puesto que representa un 12 % de la sustentación del conjunto, tal y como se apreciará cuando se discutan las derivadas del Céfiro. Además, la ubicación de la aplicación de esta sustentación será una tarea compleja, que necesitará de un estudio cualitativo con un programa como el CFD por ejemplo.

Todos los datos aerodinámicos de pendientes de sustentación tanto del ala como de las superficies de control han sido proporcionados por Adrián Martín Cañal en [11].





Figura 3.2. – Conjunto morro-fuselaje

Segundo método:

El segundo método consiste en calcular la contribución ala-fuselaje, de forma tal que la superficie alar que se va a considerar es la superficie alar expuesta. La ecuación que proporciona dicha pendiente de sustentación es la siguiente:

$$C_{la_{wb}} = (K_N + K_{wb} + K_{bw}) \cdot C_{la_e} \cdot S_e / S \quad (3.16)$$

Donde se ha tenido en cuenta que los parámetros de la expresión representan lo siguiente:

$$K_N = \frac{C_{laN}}{C_{la_e}} \cdot \frac{S}{S_e} \quad (3.17)$$

C_{laN} , es la contribución del morro del fuselaje.

$$C_{laN} = 2 \cdot (K_2 - K_1) \cdot S_{bmax} / S \quad (3.18)$$

S_{bmax} , es la máxima sección transversal del fuselaje

K_{wb} , es la sustentación del ala en presencia del cuerpo

K_{bw} , es la sustentación del cuerpo en presencia del ala

Estos términos se expresan a continuación y se pueden obtener de la gráfica 3.3 directamente. Esta gráfica pertenece a la referencia [1]:

$$K_{wb} = 0,1714 \cdot \left(\frac{b_{fmax}}{b}\right)^2 + 0,8326 \cdot \left(\frac{b_{fmax}}{b}\right) + 0,9974 = 1,0882 \quad (3.19)$$

$$K_{bw} = 0,781 \cdot \left(\frac{b_{fmax}}{b}\right)^2 + 1,1976 \cdot \left(\frac{b_{fmax}}{b}\right) + 0,0088 = 0,1454 \quad (3.20)$$



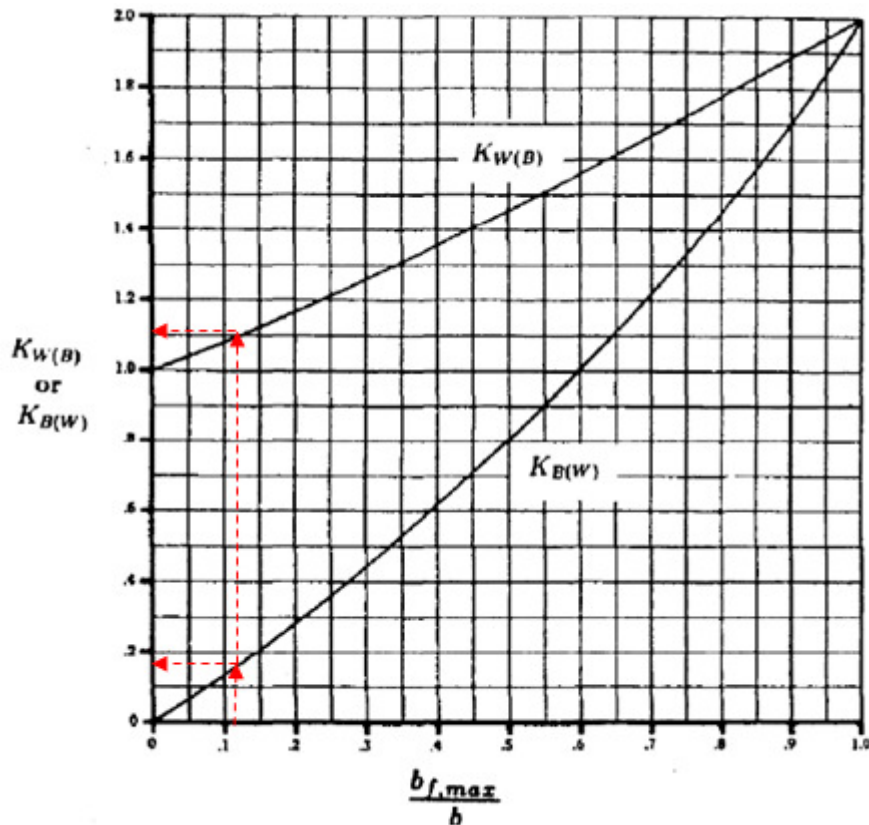


Figura 3.3. - Ratios de sustentación Kbw y Kwb

Con este método tal y como se apreciará en la aplicación al Céfiro se obtiene un coeficiente de sustentación del conjunto ala-fuselaje prácticamente idéntico al obtenido con el método anterior. Se podrá elegir cualquiera de las dos soluciones, aunque por conveniencia en este proyecto se utilizará el segundo método para ser más coherente con sucesivos apartados del estudio de derivadas.

3.1.3. $C_{m\alpha}$

Esta derivada de estabilidad representa el momento que se genera en el avión al variar el ángulo de ataque del mismo. El signo ha de ser negativo, para que el avión vuele de forma estable y sea capaz de recuperar su posición de equilibrio. Además, se utilizará como criterio de estabilidad para la estabilidad estática longitudinal.

$$C_{m\alpha} = -C_{l\alpha} \cdot (N_0 - \overline{X_{cg}}) \quad (3.21)$$

3.1.4. $C_{x\hat{u}}$

Esta derivada de estabilidad representa la variación de la velocidad longitudinal en el eje longitudinal del avión. La ecuación que determina esta derivada de estabilidad es la que se expresa a continuación, aunque el procedimiento utilizado será la simplificación para caso de vuelo subsónico bajo.



$$C_{x\hat{u}} = \left(\frac{2}{\rho V S} \left[\frac{\partial T}{\partial u} \right] - 2 \cdot (C_{D0} + C_{L0} \tan \theta_0) \right) \cdot \cos \alpha_T - M \cdot \left(\frac{\partial C_D}{\partial M} \right) \quad (3.22)$$

$$C_{du} = 0 \quad (3.23)$$

Este término será nulo para el vuelo subsónico bajo.

$$C_d = C_{d0} + k \cdot C_l^2 \quad (3.24)$$

$$C_{x\hat{u}} = -2 \cdot C_d - C_{du} \quad (3.25)$$

3.1.5. $C_{z\hat{u}}$

Esta derivada de estabilidad representa la variación de la velocidad longitudinal en el eje vertical del avión y depende directamente del trimado, teniendo en cuenta que la mayor contribución para éste término será el coeficiente de sustentación para ángulo de ataque nulo, puesto que las otras aportaciones al estar expresadas en radianes se obtienen valores muy inferiores, por lo que la mayor variación se aprecia en el término de C_{l0} .

$$C_{z\hat{u}} = \left(\frac{2}{\rho V S} \left[\frac{\partial T}{\partial u} \right] - 2 \cdot (C_{D0} + C_{L0} \tan \theta_0) \right) \cdot \sin \alpha_T - M \cdot \left(\frac{\partial C_D}{\partial M} \right) \approx 0$$

$$C_{z\hat{u}} = -2 \cdot C_l - C_{lu} - 2 \cdot \mu \cdot q_0$$

$$C_l = C_{l0} + C_{l\alpha} \cdot \alpha + C_{l\delta e} \cdot \delta e$$

$$C_{lu} = 0$$

$$q_0 = 0$$

(3.26)-(3.30)

3.1.6. $C_{m\hat{u}}$

Esta derivada de estabilidad representa la variación del coeficiente de momentos con respecto la velocidad longitudinal del avión y depende directamente de la pendiente de variación de la sustentación respecto del Mach de vuelo. Sin embargo, esta curva es idénticamente nula para un vuelo subsónico bajo como el caso de estudio, por ello se podrá aproximar como cero su valor.

$$C_{m\hat{u}} = \left(M \cdot \left(\frac{\partial C_m}{\partial M} \right) - \frac{2}{\rho V S} \left[\frac{\partial T}{\partial u} \right] - 2 \cdot (C_{D0} + C_{L0} \tan \theta_0) \right) \cdot (\cos \alpha_T \cdot Z_T - \sin \alpha_T \cdot X_T) \approx 0 \quad (3.31)$$



3.1.7. C_{xq}

Esta derivada es comúnmente conocida como el coeficiente de fuerza longitudinal respecto de la velocidad angular longitudinal y su valor puede aproximarse como idénticamente nulo.

$$C_{xq} \approx 0 \quad (3.32)$$

3.1.8. C_{zq}

Esta derivada es una medida del efecto en el cabeceo en el eje de sustentación respecto de la velocidad angular longitudinal. Para la configuración que se tiene de un largo fuselaje virtual y una pequeña relación de aspecto, la expresión que se utilizará para contabilizar esta derivada es el conjunto de ecuaciones que aparece a continuación.

$$\begin{aligned} C_{zq} &= -(C_{lqwb} + C_{lqt}) \\ C_{lqt} &= 2 \cdot C_{lha} \cdot V_h \cdot \left(\eta_{hafe} \cdot \frac{S_{afe}}{S} + \eta_{hnoafe} \cdot \frac{S_{noafe}}{S} \right) \\ C_{lqwb} &= (K_{wb} + K_{bw}) \cdot \left(\frac{S_e \cdot c_e}{S \cdot c} \right) \cdot C_{lqe} + C_{lqb} \cdot \left(\frac{S_{bmax} \cdot l_f}{S \cdot c} \right) \\ C_{lqe} &= (1/2 + 2 \cdot \xi) \cdot C_{lae} \\ \xi &= \frac{0,07054}{c} \\ C_{lqb} &= 2 \cdot C_{la'} \cdot \left(1 - \frac{X_{cg}}{l_f} \right) \\ C_{la'} &= C_{lab} \cdot \frac{V_b^{2/3}}{S_{bmax}} \\ C_{lab} &= 2 \cdot k \cdot \frac{S_{bmax}}{V_b^{2/3}} \end{aligned} \quad (3.33)-(3.40)$$

Todos los factores que aparecen en las ecuaciones anteriores han sido definidos previamente en la sección de Abreviaturas y Nomenclatura.



3.1.9. C_{mq}

Esta es una de las derivadas de estabilidad longitudinales más importantes, de forma que es capaz de medir el momento de cabeceo generado por la tasa de variación de la velocidad angular longitudinal.

$$C_{mq} = C_{mqwb} + C_{mqt}$$

$$C_{mqt} = -2 \cdot C_{lha} \cdot V_h \cdot \left(\eta_{hafe} \cdot S_{afe}/S + \eta_{hnoafe} \cdot S_{noafe}/S \right) \cdot \frac{l_t}{c}$$

$$C_{mqwb} = (K_{wb} + K_{bw}) \cdot \left(\frac{S_e \cdot c_e}{S \cdot c} \right)^2 \cdot C_{mqe} + C_{mqb} \cdot \left(\frac{S_{bmax} \cdot l_f}{S \cdot c} \right)^2$$

$$C_{mqb} = 2 \cdot C_{ma'} \cdot \left(\frac{(1 - X_{m1})^2 - V_{b1} \cdot (X_{c1} - X_{m1})}{1 - X_{m1} - V_{b1}} \right)$$

$$V_{b1} = \frac{V_b}{S_{bmax} \cdot l_f}$$

$$X_{c1} = \frac{X_c}{l_f}$$

$$X_c = \frac{1}{V_b} \cdot \int_0^{l_f} S_B \cdot x \cdot dx$$

$$X_{m1} = \frac{X_{cg}}{l_f}$$

$$C_{ma'} = C_{mab} \cdot V_b / S_{bmax}$$

$$C_{mab} = 2 \cdot K_1 / V_B \cdot \int_0^{X_B} \frac{dS_B}{dx} \cdot (X_{cg} - x) \cdot dx$$

$$C_{mqe} = \left(\frac{c_1/c_3 + c_2}{c_1/c_4 + 3} \right) \cdot C_{mqe02}$$

$$C_{mqe02} = -0,7 \cdot C_{l\alpha} \cdot \cos\Lambda \cdot \left(\frac{A \cdot (0,5 \cdot \xi + 2 \cdot \xi^2)}{c_5} + \frac{c_1}{24 \cdot c_4} + \frac{1}{8} \right)$$

$$c_1 = A^3 \cdot \tan\Lambda^2$$

$$c_2 = 3/B$$

$$c_3 = A \cdot B + 6 \cdot \cos\Lambda$$

$$c_4 = A + 6 \cdot \cos\Lambda$$

$$c_5 = A + 2 \cdot \cos\Lambda$$

$$B = \sqrt{1 - (M \cdot \cos\Lambda)^2}$$

(3.41)-(3.58)



3.1.10. $C_{x\dot{\alpha}}$

Esta derivada de estabilidad representa la variación de la fuerza longitudinal respecto de la variación del ángulo de ataque. Este término será siempre idénticamente nulo.

$$C_{x\dot{\alpha}} = 0 \quad (3.59)$$

3.1.11. $C_{z\dot{\alpha}}$

Esta derivada estima la variación que se produce en la sustentación del ala cuando el ángulo de ataque va variando con el tiempo. Esta derivada de estabilidad no puede ser estimada mediante el método del Vortex Lattice de forma consistente, por lo que para su comprobación se debería de acudir a la experimentación en túnel de viento.

En el estudio que se realizará de la comprobación de las derivadas de estabilidad con un modelo ya existente, se verá como se ha de despreciar toda la contribución del ala-fuselaje para su estudio.

$$C_{z\dot{\alpha}} = -C_{l\dot{\alpha}t}$$

$$C_{l\dot{\alpha}t} = 2 \cdot C_{l\alpha} \cdot V_h \cdot \left(\eta_{h\alpha fe} \cdot \frac{S_{\alpha fe}}{S} + \eta_{hno\alpha fe} \cdot \frac{S_{no\alpha fe}}{S} \right) \cdot \frac{d\varepsilon}{d\alpha}$$

$$C_{l\dot{\alpha}wb} = (K_{wb} + K_{bw}) \cdot \left(\frac{c_e}{c} \right) \cdot \frac{S_e}{S} \cdot C_{l\dot{\alpha}e} + C_{l\dot{\alpha}b} \cdot \frac{S_{bmax}}{S} \cdot \frac{l_f}{c}$$

$$C_{l\dot{\alpha}b} = 2 \cdot C_{l\alpha'} \cdot \frac{V_b}{S_{bmax}} \cdot l_f$$

$$C_{l\alpha'} = C_{l\alpha b} \cdot \frac{V_b^{2/3}}{S_{bmax}}$$

$$C_{l\alpha b} = 2 \cdot k \cdot \frac{S_{bmax}}{V_b^{2/3}}$$

(3.60)-(3.65)

3.1.12. $C_{m\dot{\alpha}}$

Esta derivada de estabilidad mide la variación del momento de cabeceo respecto de la variación del ángulo de ataque. Esta derivada de estabilidad, al igual que ocurría con la anterior, es recomendable calcularla empíricamente puesto que la contribución del ala-fuselaje induce a error.

$$C_{m\dot{\alpha}} = C_{m\dot{\alpha}t} + C_{m\dot{\alpha}wb}$$

$$C_{m\dot{\alpha}t} = 2 \cdot C_{m\alpha} \cdot V_h \cdot \left(\eta_{h\alpha fe} \cdot \frac{S_{\alpha fe}}{S} + \eta_{hno\alpha fe} \cdot \frac{S_{no\alpha fe}}{S} \right) \cdot \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \cdot \frac{l_t}{c}$$



$$\begin{aligned}
 C_{m\dot{w}b} &= (K_{wb} + K_{bw}) \cdot \left(\frac{c_e}{c}\right)^2 \cdot \frac{S_e}{S} \cdot C_{m\dot{a}e} + C_{m\dot{a}b} \cdot \frac{S_{bmax}}{S} \cdot \left(\frac{l_f}{c}\right)^2 \\
 C_{m\dot{a}b} &= 2 \cdot C_{mab'} \cdot \left(\frac{X_{c1} - X_{m1}}{1 - X_{m1} - V_{b1}}\right) \cdot \frac{V_b}{(S_{bmax} \cdot l_f)} \\
 C_{m\dot{a}e} &= 2 \cdot C_{mae''} + \left(\frac{X_{cgle}}{c}\right) \cdot C_{l\dot{a}e} \\
 C_{mae''} &= -\left(\frac{81}{32}\right) \cdot \left(\frac{X_{cale}}{c_e}\right)^2 \cdot C_{l\dot{a}e} + 9/2 \cdot C_{m0g} \\
 C_{m0g} &= -\left(\frac{\pi \cdot A_e}{2 \cdot \beta^2}\right) \cdot (0,0008 \cdot \tau^4 + 0,0075 \cdot \tau^3 + 0,0185 \cdot \tau^2 + 0,0128 \cdot \tau - 0,0003) \\
 \tau &= \beta \cdot A_e \\
 \beta &= \sqrt{1 - M^2}
 \end{aligned}
 \tag{3.66)-(3.74}$$

3.1.13. $C_{x\delta e}$

Esta derivada de estabilidad mide la variación de la fuerza longitudinal ejercida por la corriente sobre el avión cuando se defleca el timón de profundidad. Este valor es siempre nulo o prácticamente despreciable.

$$C_{x\delta e} = 0 \tag{3.75}$$

3.1.14. $C_{z\delta e}$

Esta derivada de estabilidad mide la variación de la sustentación cuando se defleca el timón de profundidad. Para el vuelo de crucero el valor de este parámetro es el que se presenta a continuación.

$$C_{z\delta e} = -C_{lh\alpha} \cdot \frac{S_h}{S} \tag{3.76}$$

3.1.15. $C_{m\delta e}$

Esta derivada de estabilidad mide la variación del momento de cabeceo del avión respecto del timón de profundidad. Ese ratio de volumen depende directamente de la superficie del estabilizador horizontal.

$$C_{m\delta e} = -C_{lh\alpha} \cdot V_H \tag{3.77}$$

$$V_H = \frac{l_t \cdot S_t}{S \cdot c} \tag{3.78}$$



3.1.16. $C_{x\theta}$

Por último se tiene el grupo de derivadas de estabilidad correspondientes al ángulo " θ " de forma que no se pueden hallar teóricamente estos resultados, pero normalmente se suele suponer nulo a falta de datos. La componente correspondiente a " x " suele ser distinta de cero y para diferentes ensayos de vuelo, se determina que su valor es el que se presenta a continuación.

$$C_{x\theta} = -C_l \quad (3.79)$$

3.1.17. $C_{z\theta}$

El valor de esta derivada de estabilidad será siempre nulo según el criterio del libro de Bandu Pamadi que es el que se está utilizando para el análisis de todas las derivadas de estabilidad.

$$C_{z\theta} = 0 \quad (3.80)$$

3.1.18. $C_{m\theta}$

Al igual que sucedía con la derivada de estabilidad anterior, ésta se supone también siempre nula.

$$C_{m\theta} = 0 \quad (3.81)$$



3.2. Derivadas de estabilidad lateral-direccionales

El número de derivadas que serán necesarias para el estudio de la estabilidad lateral estática es de nueve. Se clasifican en tres grandes grupos y a su vez se hace otra subdivisión dentro de los mismos. Se tiene el grupo de derivadas correspondientes a las fuerzas laterales que se representará con la letra “y”, el grupo de derivadas correspondientes al balanceo del avión y se representarán con la letra “l” y por último, el grupo de derivadas correspondientes a la guiñada del avión que se representará con la letra “n”.

Cada uno de estos bloques contiene tres derivadas: una contribución del ángulo de resbalamiento del avión y se representa por “ β ”, una contribución de la deflexión de los alerones y se representa por “ δa ” y por último, una contribución del timón de dirección que se representa por “ δr ”.

Algunas de las derivadas están expresadas en radianes y otras en grados, de forma que al introducirlas en la matriz y para el posterior estudio que se hará de verificación y validación de estas derivadas se expresarán todas por radián.

3.2.1. $C_{y\beta}$

Esta derivada representa la fuerza lateral que se ejerce sobre la aeronave cuando vuela con un cierto ángulo de resbalamiento o con viento cruzado.

$$C_{y\beta} = C_{y\beta wb} + C_{y\beta f} + C_{y\beta v}$$

$$C_{y\beta wb} = -0,0001 \cdot \Gamma$$

$$C_{y\beta v} = -2 \cdot a_v \cdot \left(1 + \frac{\partial \sigma}{\partial \beta}\right) \cdot \eta_v \cdot \frac{S_v}{S}$$

$$\left(1 + \frac{\partial \sigma}{\partial \beta}\right) \cdot \eta_v = 0,724 + \frac{3,06 \frac{S_v}{S}}{1 + \cos \Lambda} + \frac{0,4 \cdot z_w}{d_{fmax}} + 0,0009 \cdot A$$

$$C_{y\beta f} = -K_i \cdot C_{l\alpha f} \cdot \frac{V_b^{2/3}}{S_0}$$

$$C_{l\alpha f} = 2 \cdot K_1 \cdot \frac{S_0}{V_b^{2/3}}$$

(3.82)-(3.87)



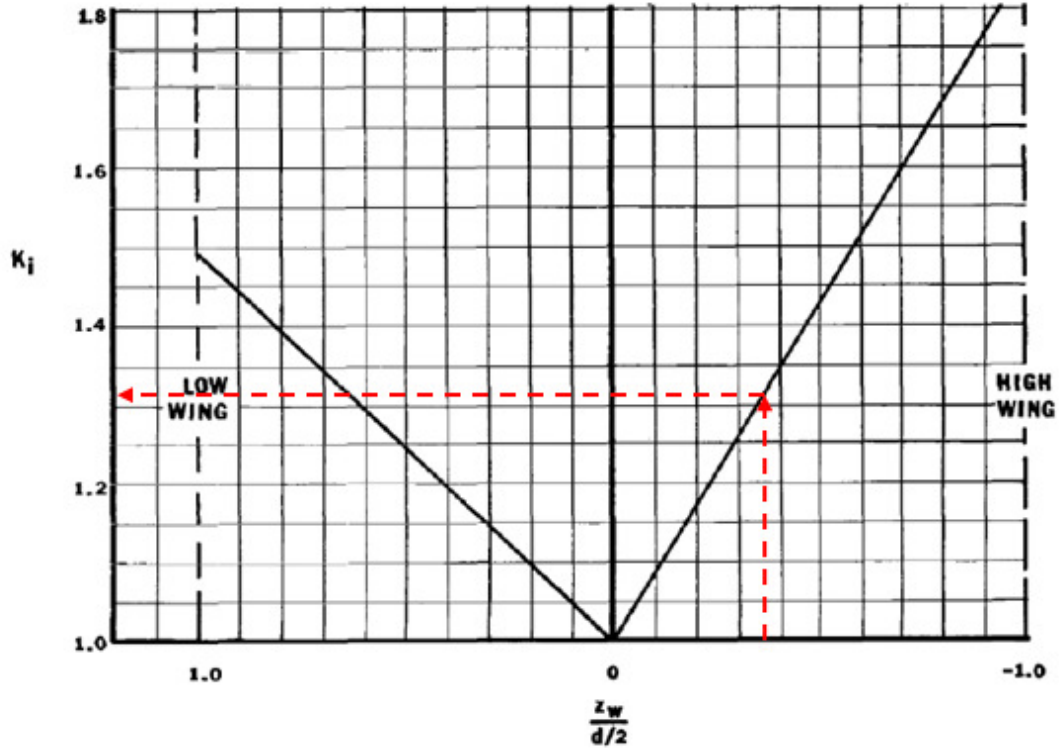


Figura 3.4. - Valor del factor de interferencia ala-fuselaje

Donde el factor $K_i = 1,32$, se obtiene de la figura 3.4. Esta figura aparece en [1].

3.2.2. $C_{l\beta}$

Esta derivada de estabilidad representa el momento de balance que se ejerce sobre la aeronave cuando el avión vuela con un cierto ángulo de resbalamiento o con viento cruzado.

Las ecuaciones que rigen esta derivada son las que se presentan a continuación:

$$C_{l\beta} = C_{l\beta wb} + C_{l\beta v}$$

$$C_{l\beta v} = -2 \cdot a_v \cdot \left(1 + \frac{\partial \sigma}{\partial \beta}\right) \cdot \eta_v \cdot \frac{S_v}{S} \cdot \frac{(z_v \cdot \cos \alpha - l_v \cdot \sin \alpha)}{b}$$

$$C_{l\beta wb} = C_l \cdot \left(\left(\frac{C_{l\beta}}{C_l} \right)_A \cdot K_{ma} \cdot K_f + \left(\frac{C_{l\beta}}{C_l} \right)_A \right) + \Gamma \cdot \left(\frac{C_{l\beta}}{\Gamma} \cdot K_{m\Gamma} + \frac{\Delta C_{l\beta}}{\Gamma} \right) + 1,2 \cdot \frac{\sqrt{A}}{57,3} \cdot \frac{z_w}{b} \cdot \frac{2 \cdot d}{b}$$

$$\frac{\Delta C_{l\beta}}{\Gamma} = -0,0005 \cdot \sqrt{A} \cdot \left(\frac{d}{b} \right)^2$$

(3.88)-(3.91)

Los diferentes factores que se utilizan para la nomenclatura se obtienen cada uno correspondientemente de las siguientes gráficas. Estas gráficas ya han sido estudiadas y validadas experimentalmente en [1] y [2].



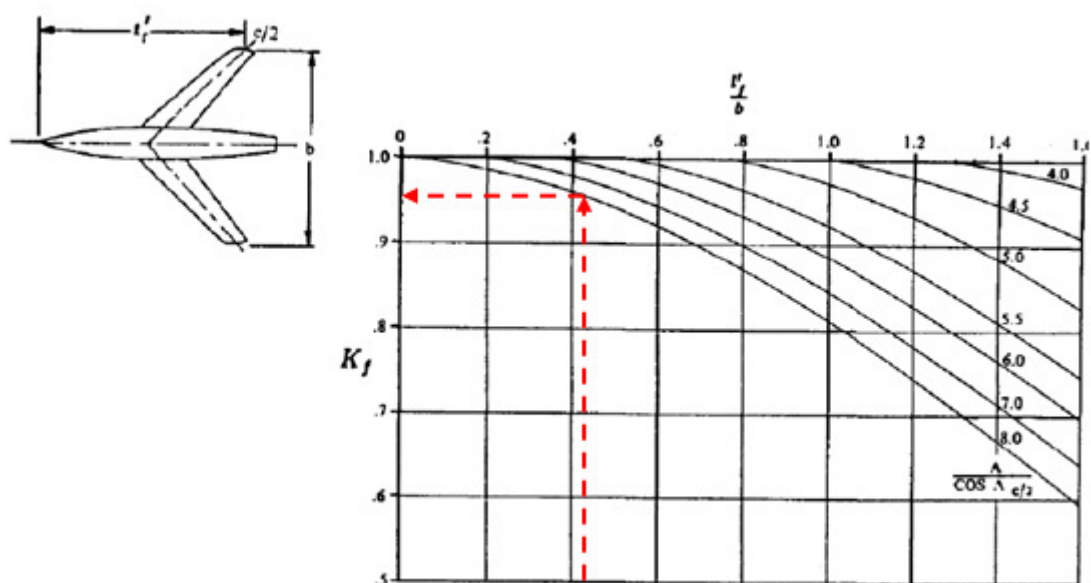


Figura 3.5. - Factor de corrección K_f del fuselaje

$$K_f = 0,98$$

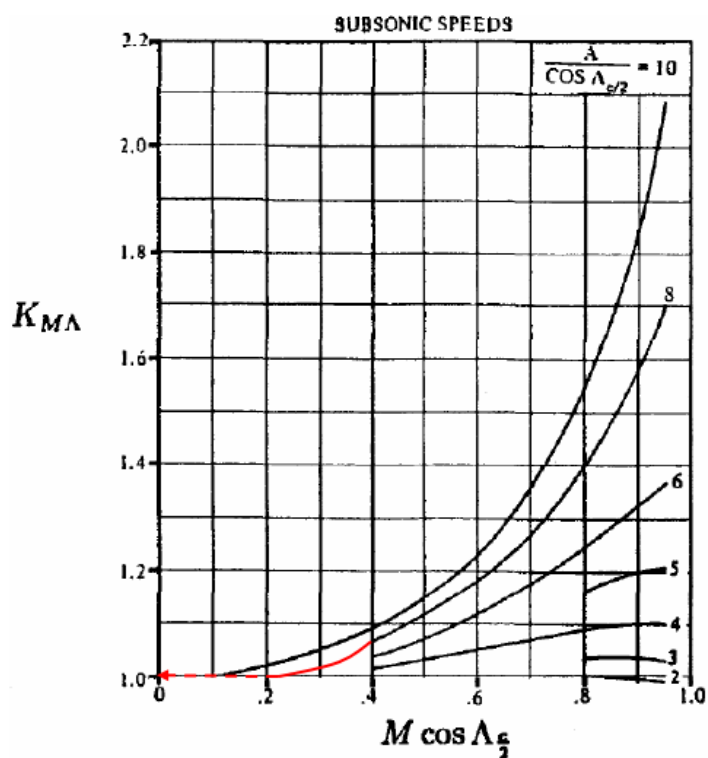


Figura 3.6. - Factor de corrección K_{ma} de compresibilidad

$$K_{ma} = 1$$



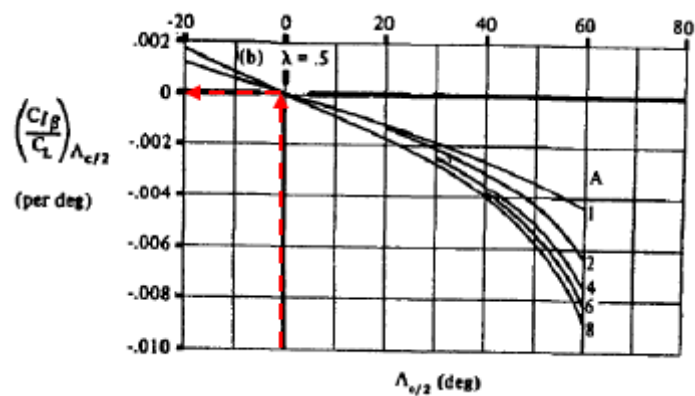


Figura 3.7. - Contribución de la flecha del ala a $C_{l\beta}$

$$\left(\frac{C_{l\beta}}{C_l}\right)_A = -0,000$$

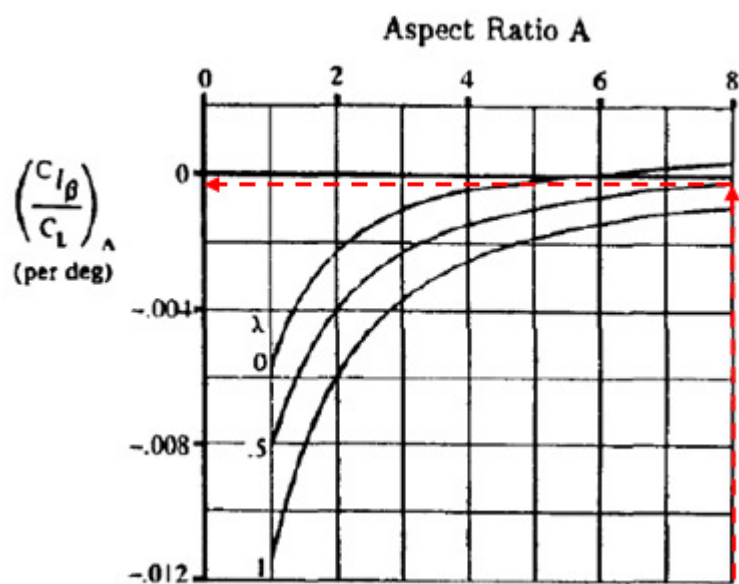


Figura 3.8. - Contribución de la relación de aspecto a $C_{l\beta}$

$$\left(\frac{C_{l\beta}}{C_l}\right)_A = -0,0005$$



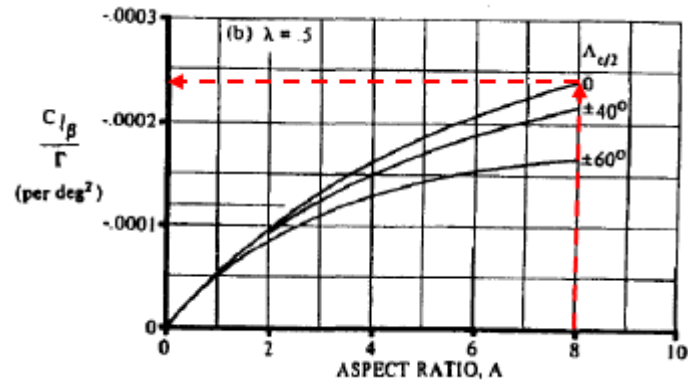


Figura 3.9. - Contribución del diedro del ala a Cl_β

$$\frac{C_{l\beta}}{\Gamma} = -0,00024$$

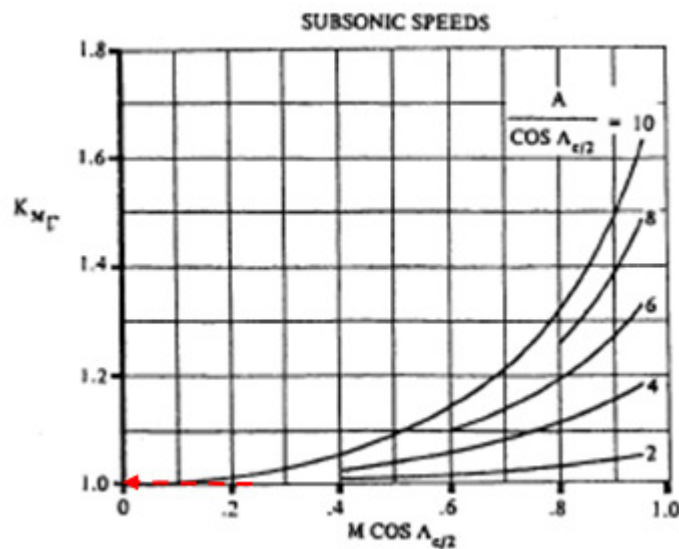


Figura 3.10. - Factor de corrección $K_{m\Gamma}$ del diedro

$$K_{m\Gamma} = 1$$

3.2.3. $C_{n\beta}$

Esta derivada de estabilidad representa el momento de guiñada que se ejerce sobre la aeronave cuando el avión vuela con un cierto ángulo de resbalamiento o con viento cruzado. Las ecuaciones que rigen esta derivada son las que se presentan a continuación.

$$C_{n\beta} = C_{n\beta w} + C_{n\beta v}$$

$$C_{n\beta w} = C_{n\beta wb} + C_{n\beta \Gamma} + C_{n\beta \Lambda}$$

$$C_{n\beta wb} = -K_{nn} \cdot K_{ri} \cdot \frac{S_{bs}}{S} \cdot \frac{l_f}{b} \cdot \frac{360}{2\pi}$$



$$C_{n\beta\Gamma} = -0,075 \cdot \Gamma \cdot C_l$$

$$C_{n\beta\Lambda} = \frac{C_l^2}{(4 \cdot \pi \cdot A_e)}$$

$$C_{n\beta v} = 2 \cdot a_v \cdot \frac{l_v}{b} \cdot \frac{S_v}{S} \cdot \left(1 + \frac{\partial \sigma}{\partial \beta}\right) \cdot \eta_v \quad (3.92)-(3.97)$$

Los coeficientes necesarios para la definición de las ecuaciones son los que se presentan en las siguientes gráficas que aparecen en [1].

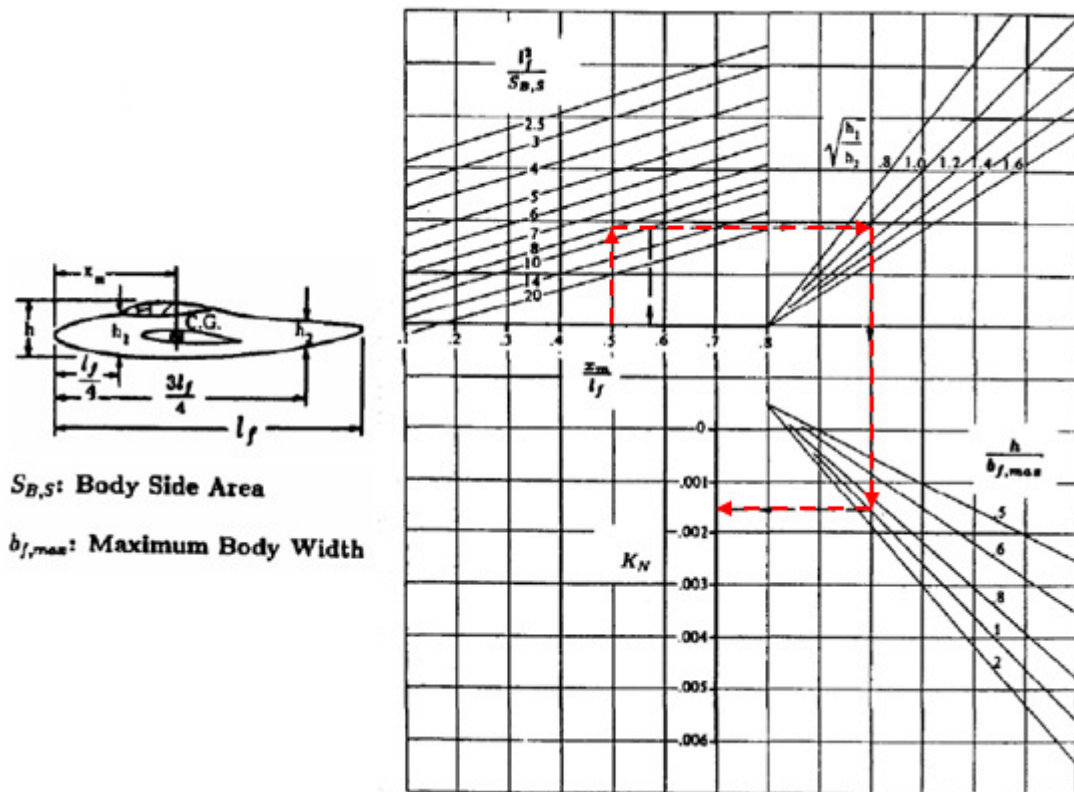


Figura 3.11. - Factor de corrección K_{nn} del fuselaje

$$K_{nn} = 0,0015$$



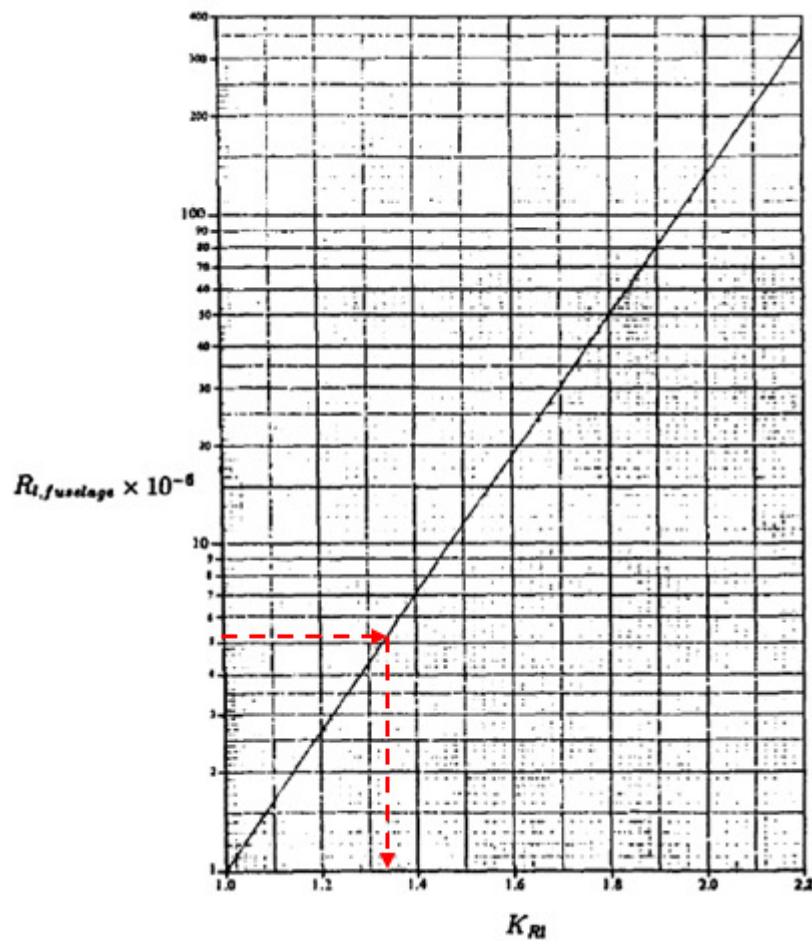


Figura 3.12. - Factor de corrección K_{Ri} de variación del Reynolds

$$K_{ri} = 1,35$$

3.2.4. $C_{y\delta a}$

Esta derivada de estabilidad representa la fuerza lateral que ejercen los alerones al deflectarse una cierta cantidad. Su valor es siempre idénticamente nulo como era esperable, puesto que la fuerza lateral que los alerones son capaces de ejercer será infinitamente menor que la contribución de la cola o el ala.

$$C_{y\delta a} = 0 \quad (3.98)$$

3.2.5. $C_{l\delta a}$

Esta derivada de estabilidad representa el momento de balanceo lateral que ejercen los alerones al deflectarse una cierta cantidad. Su expresión es la siguiente:

$$C_{l\delta a} = \frac{c_{l\delta a}}{\tau} \cdot \tau \quad (3.99)$$



Los coeficientes necesarios para la definición de esta derivada de estabilidad son los que se representan en las siguientes tablas y la magnitud de esta derivada variará según lo hagan dichas gráficas. Al igual que ocurría con las anteriores, pertenecen al texto [1].

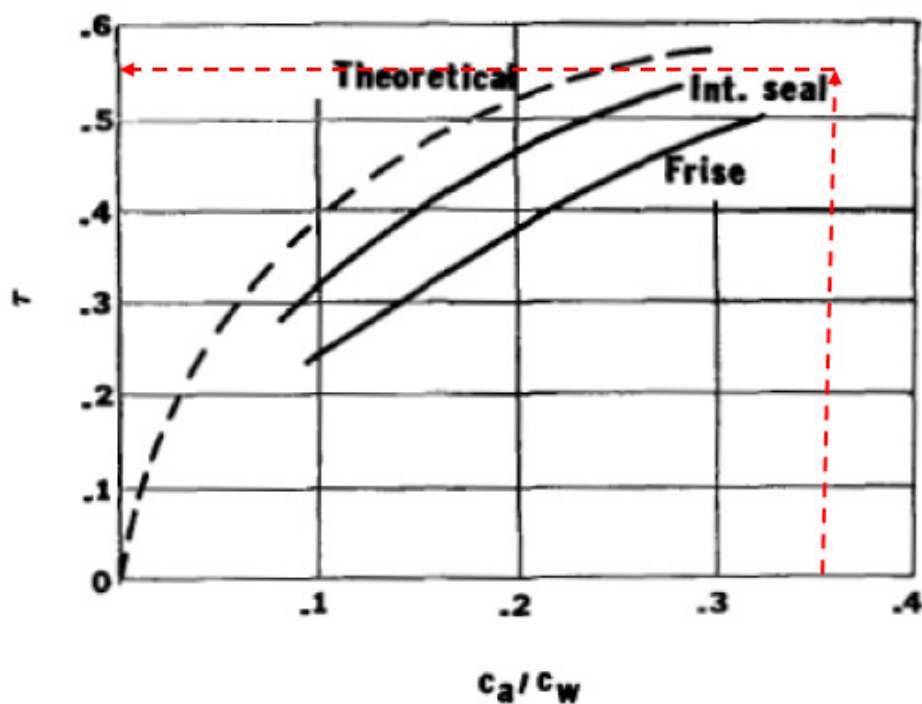


Figura 3.13. - τ en función de la cuerda del alerón

$$\tau = 0,55$$

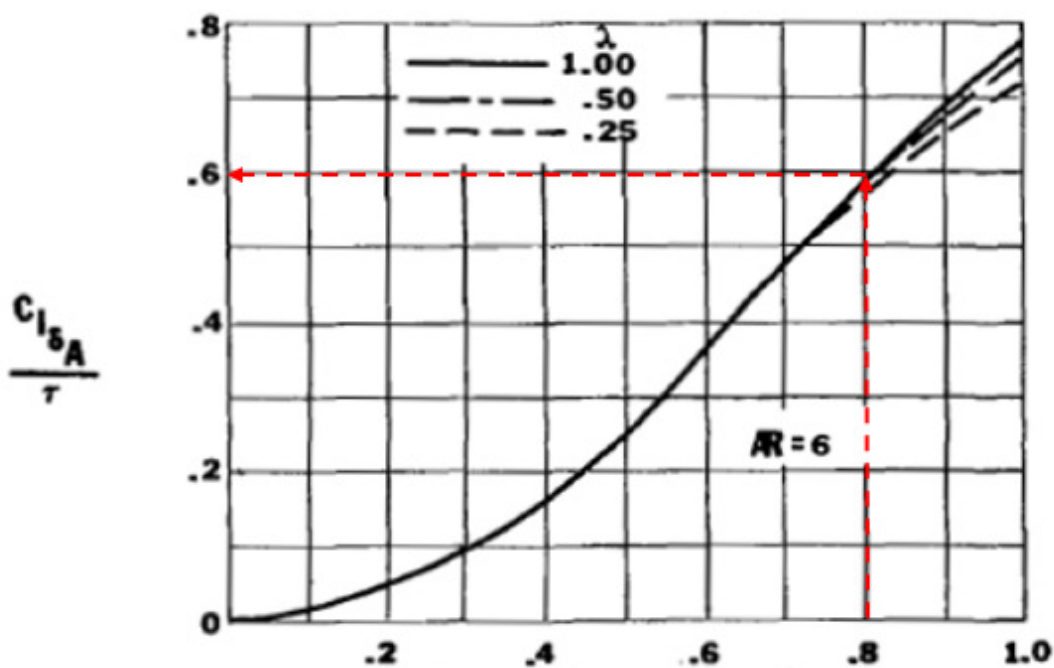


Figura 3.14. - Contribución del alerón al balanceo



$$\frac{C_{l\delta a}}{\tau} = 0,6$$

3.2.6. $C_{n\delta a}$

Esta derivada de estabilidad representa el momento de guiñada que ejercen los alerones al deflectarse una cierta cantidad. Su expresión es la siguiente y el factor de corrección se adjunta en la gráfica inferior.

$$C_{n\delta a} = 2 \cdot K_{11} \cdot C_l \cdot C_{l\delta a} \quad (3.100)$$

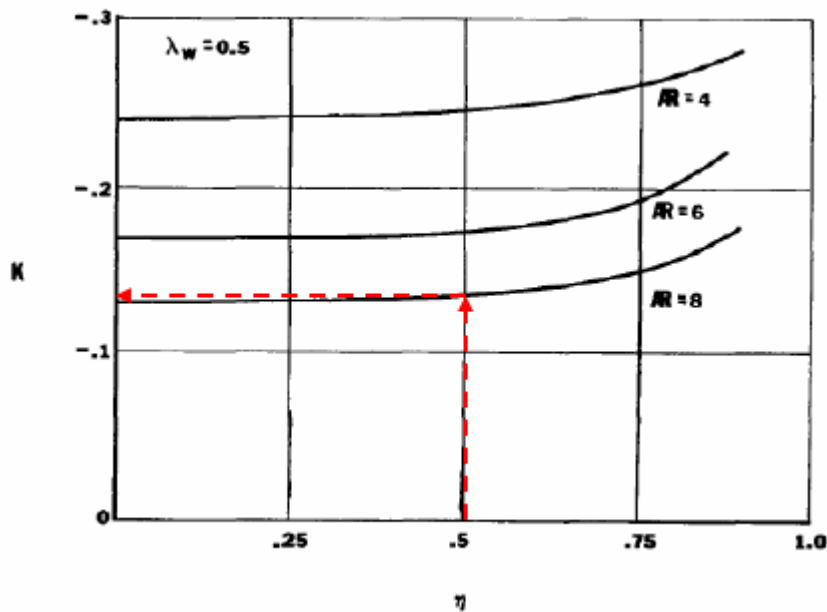


Figura 3.15. - Eficiencia de los alerones frente a la guiñada

$$K_{11} = -0,13$$

3.2.7. $C_{y\delta r}$

Esta derivada de estabilidad representa la fuerza lateral que ejercen los timones de dirección al deflectarse una cierta cantidad. Su expresión es la siguiente y el factor de corrección se adjunta en la gráfica inferior.

$$C_{y\delta r} = 2 \cdot a_v \cdot \tau_1 \cdot \frac{S_v}{S} \quad (3.101)$$



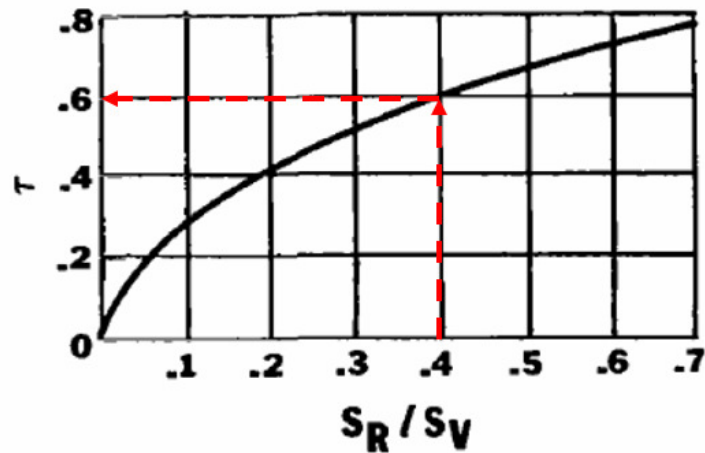


Figura 3.16. - τ en función de la superficie del timón de dirección

$$\tau_1 = 0,6$$

3.2.8. $C_{l\delta r}$

Esta derivada de estabilidad representa el momento de balance lateral que ejercen los timones de dirección al deflectarse una cierta cantidad. Su expresión es directamente proporcional a la fuerza lateral ejercida por éstos y no requerirá más análisis porque para ello se debería acudir a la variación de la envergadura del ala y la cola. Este estudio debería ser optimizado según criterios aerodinámicos concretos y no será objeto de estudio para la sección de Estabilidad y Control.

$$C_{l\delta r} = C_{y\delta r} \cdot \frac{z_v}{b} \quad (3.102)$$

3.2.9. $C_{n\delta r}$

Esta derivada de estabilidad representa el momento de guiñada que ejercen los timones de dirección al deflectarse una cierta cantidad. Su expresión es directamente proporcional a la fuerza lateral ejercida por éstos y no requerirá más análisis porque para ello se debería acudir a cambiar la envergadura del ala y la cola. Se repite la misma situación que ocurría con el caso anterior.

$$C_{n\delta r} = -C_{y\delta r} \cdot \frac{l_v}{b} \cdot \eta_v \quad (3.103)$$



3.2.10. C_{yp}

La derivada de estabilidad C_{yp} corresponde con el coeficiente de fuerza lateral respecto de la velocidad angular lateral. Su valor es siempre idénticamente nulo, puesto que la velocidad angular lateral no genera excesiva fuerza lateral.

$$C_{yp} = 0 \quad (3.104)$$

3.2.11. C_{lp}

La derivada de estabilidad C_{lp} corresponde con el coeficiente de momento de balance respecto de la velocidad angular lateral. Su valor se obtendrá a partir de las siguientes expresiones y se encuentra fuertemente dominado por términos relacionados con la velocidad.

$$C_{lp} = C_{lpw} + C_{lpv}$$

$$C_{lpw} = -\frac{1}{6} \cdot (C_{l\alpha} + C_d)$$

$$C_d = C_{d0} + k_1 \cdot C_l + k_2 \cdot C_l^2$$

$$C_{lpv} = -2 \cdot \frac{z}{b} \cdot \frac{z - z_v}{b} \cdot C_{y\beta v}$$

$$z = z_v \cdot \cos\alpha - l_v \cdot \sin\alpha$$

(3.105)-(3.109)

3.2.12. C_{np}

La derivada de estabilidad C_{np} corresponde con el coeficiente de momento de guiñada respecto de la velocidad angular lateral. Su valor se obtendrá a partir de las siguientes expresiones y se encuentra fuertemente dominado por términos relacionados con la velocidad.

$$C_{np} = C_{npw} + C_{npv}$$

$$C_{npw} = -\frac{1}{6} \cdot (C_l - C_{D\alpha})$$

$$C_{x\alpha} = -C_{D\alpha}$$

$$C_{D\alpha} = 2 \cdot k \cdot C_l \cdot C_{l\alpha}$$



$$C_l = C_{l\alpha} \cdot \alpha$$

$$k = \frac{1}{(\pi \cdot A \cdot e)}$$

$$e = \frac{1,1 \cdot C_{l\alpha}}{(R \cdot C_{l\alpha} + (1 - R) \cdot \pi \cdot A)}$$

$$R = a_1 \cdot \lambda^3 + a_2 \cdot \lambda^2 + a_3 \cdot \lambda + a_4$$

$$\lambda = A \cdot \lambda_1$$

$$a_1 = 0,0004$$

$$a_2 = -0,008$$

$$a_3 = 0,0501$$

$$a_4 = 0,8642$$

$$C_{npv} = -\frac{2}{b} \cdot (l_v \cdot \cos\alpha + z_v \cdot \sin\alpha) \cdot \frac{z - z_v}{b} \cdot C_{y\beta v}$$

(3.110)-(3.123)

3.2.13. C_{yr}

La derivada de estabilidad C_{yr} corresponde con el coeficiente de fuerza lateral respecto de la velocidad angular direccional. Su valor es siempre idénticamente nulo, puesto que la velocidad angular direccional no genera excesiva fuerza lateral.

$$C_{yr} = 0 \quad (3.124)$$

3.2.14. C_{lr}

La derivada de estabilidad C_{lr} corresponde con el coeficiente de momento de balance respecto de la velocidad angular direccional. Su valor se obtendrá a partir de las siguientes expresiones y se encuentra fuertemente dominado por términos relacionados con la velocidad.

$$C_{lr} = C_{lrw} + C_{lrv}$$

$$C_{lrv} = -\frac{2}{b^2} \cdot (l_v \cdot \cos\alpha + z_v \cdot \sin\alpha) \cdot z \cdot C_{y\beta v}$$

$$C_{lrw} = \frac{C_l}{3}$$

(3.125)-(3.127)



3.2.15. C_{nr}

La derivada de estabilidad C_{nr} corresponde con el coeficiente de momento de guiñadae respecto de la velocidad angular direccional. Su valor se obtendrá a partir de las siguientes expresiones y se encuentra fuertemente dominado por términos relacionados con la velocidad.

$$C_{nr} = C_{nrw} + C_{nrv}$$

$$C_{nrv} = \frac{2}{b^2} \cdot (l_v \cdot \cos\alpha + z_v \cdot \sen\alpha)^2 \cdot C_{y\beta v}$$

$$C_{nrw} = -\frac{C_{d\alpha}}{3}$$

(3.128)-(3.130)



3.3. Validación del modelo de predicción con modelos existentes. Boeing-747

El Boeing 747, apodado normalmente “jumbo”, ha sido uno de los aviones de transporte de fuselaje ancho más populares de la historia de la aviación. Se conoce gran cantidad de información acerca de este avión, concretamente sus dimensiones, perfil aerodinámico del ala y la cola y las derivadas de estabilidad del mismo para varias configuraciones de vuelo.

La validación del modelo de predicción con un modelo existente es muy necesaria por el hecho de ofrecer gran cantidad de información acerca del modelo elegido. Cuando se tienen datos reales de derivadas de estabilidad de aviones es preciso comprobar con el modelo analizado con anterioridad la validez del mismo, introduciendo para ello los datos geométricos y aerodinámicos del avión en cuestión y comparando los resultados obtenidos con los reales.



Figura 3.17. - Boeing 747

Datos de los coeficientes aerodinámicos para la estabilidad longitudinal

Coeficiente de sustentación del ala a ángulo de ataque nulo	Cl_{0wb}	0,227
Coeficiente de sustentación del ala a ángulo de ataque α	$Cl_{\alpha wb}$	3,786
Coeficiente de momento del ala a ángulo de ataque α	Cm_{0wb}	-0,042
Coeficiente de sustentación de la cola a ángulo de ataque nulo	Cl_{0t}	0
Coeficiente de sustentación de la cola a ángulo de ataque α	$Cl_{\alpha t}$	3,5141
Coeficiente de momento de la cola a ángulo de ataque α	$Cm_{\alpha t}$	0
Coeficiente de sustentación del timón de profundidad	Cl_{elev}	2,9578
Polar limpia	$Cd = Cd_0 + K_1 \cdot C_l + K_2 \cdot C_l^2$	$Cd = 0,0751 + 0,0012 \cdot C_l + 0,04279 \cdot C_l^2$

Figura 3.18. - Datos aerodinámicos



<i>Datos aerodinámicos y estructurales para cálculo de de la deflexión de estela</i>		
<i>Cuerda media del ala</i>	c	8,321 m
<i>Cuerda en la punta del ala</i>	c_{tip}	4,054 m
<i>Cuerda media de la cola</i>	c_t	6,1595 m
<i>Envergadura del ala</i>	env	59,74 m
<i>Alargamiento del ala</i>	AR	6,96

Figura 3.19. - Datos para el cálculo de la deflexión de estela

<i>Datos estructurales para la estabilidad longitudinal</i>		
<i>Superficie alar</i>	S	510,96 m²
<i>Superficie cola</i>	S_t	136,582 m²
<i>Centro gravedad</i>	X_{cg}	33,8 m
<i>Centro aerodinámico del ala</i>	X_{cawb}	31,72 m
<i>Centro aerodinámico de la cola</i>	X_{cat}	63,44 m
<i>Peso</i>	W	288723

Figura 3.20. - Datos estructurales

Una vez que se conocen todos los datos necesarios para el estudio de la estabilidad tanto longitudinal como lateral de este avión, se procede a la estimación de las derivadas de estabilidad mediante los modelos teóricos que se han estudiado anteriormente. Con ello se validará el modelo numérico de estimación de derivadas que se ha utilizado en este proyecto.

Cada una de las derivadas de estabilidad tendrá contribuciones de las diferentes partes del avión, de forma que algunas de estas contribuciones serán difíciles de modelar e introducirán error en la estimación. Por ello, en tal caso, se obviará esa aportación eliminándose si fuera necesario.



El criterio que se va a utilizar para la validación del modelo es admitir fallos que se encuentren dentro de un orden de magnitud de dicha derivada. Errores menores del 100 % del valor real permitirán admitir que el modelo numérico utilizado para la definición de esa derivada es válido. Este margen de tolerancia del 100 % es muy estricto, puesto que en publicaciones de artículos de la Universidad de Concepción en Argentina, aportan como muy positivos resultados obtenidos mediante procesos de Vortex-Lattice que emiten errores de hasta un 300 % de magnitud.

3.3.1. Derivadas longitudinales

Para el correcto estudio de estas derivadas, se procederá a diferenciar claramente entre la contribución de la cola y la contribución del conjunto ala fuselaje, que son los dos términos predominantes dentro de la definición de las derivadas longitudinales.

El criterio de validación de derivadas de estabilidad que se va a utilizar es el anteriormente mencionado. En la figura 3.21 se pueden apreciar los errores cometidos en cada derivada de estabilidad longitudinal, haciendo especial mención a la derivada $C_{m\dot{\alpha}}$ que se aprecia claramente como se desvía mucho de la realidad, llamando la atención de que algún error se ha cometido.



Figura 3.21. - Errores derivadas longitudinales

Cuando se tiene un error representado en el gráfico de forma negativa, significa que el valor real de la derivada de estabilidad en cuestión es menor que el valor calculado.

A continuación se realizará un estudio detallado de cada una de las derivadas de estabilidad, encuadrándolas en bloques de tres términos.



$C_{x\alpha}$

Esta derivada varía un 90 %, por lo que se encuentra dentro de los límites de discriminación que se habían planteado. Tiene una gran influencia la polar del avión para esta derivada de estabilidad, por lo que un error acusado en la misma indicaría un error en el trimado del avión, siempre y cuando la siguiente derivada de estabilidad ($C_{z\alpha}$) también tuviera un gran error. Como se comprobará, el error de la derivada $C_{z\alpha}$ es pequeño, lo cual indica que los datos aerodinámicos están bien y a su vez demuestra un posible error en la polar.

<i>Real</i>	<i>Calculado</i>	<i>% error</i>
1,13	0,1091	90,35 %

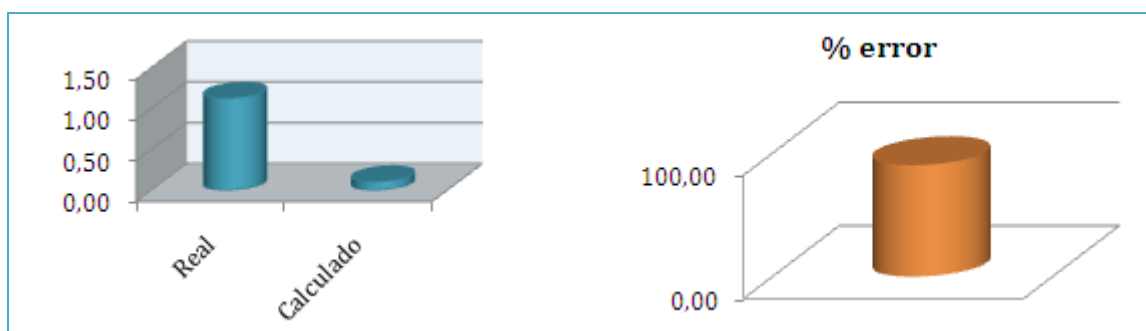


Figura 3.22. – $C_{x\alpha}$ y error cometido

$C_{z\alpha}$

Esta derivada de estabilidad tiene un resultado que se ajusta muy bien a la realidad, incluso en el signo. Aporta gran cantidad de información puesto que representa la sustentación del avión completo con respecto del ángulo de ataque, de forma que los datos aerodinámicos se puede asegurar que se asemejan mucho a la realidad.

Con esto se comprueba además que los resultados aportados por el grupo de aerodinámica son bastante acertados, puesto que son ellos los que han aportado los datos necesarios para este estudio de estabilidad.

<i>Real</i>	<i>Calculado</i>	<i>% error</i>
-5,57	-4,93	11,49 %



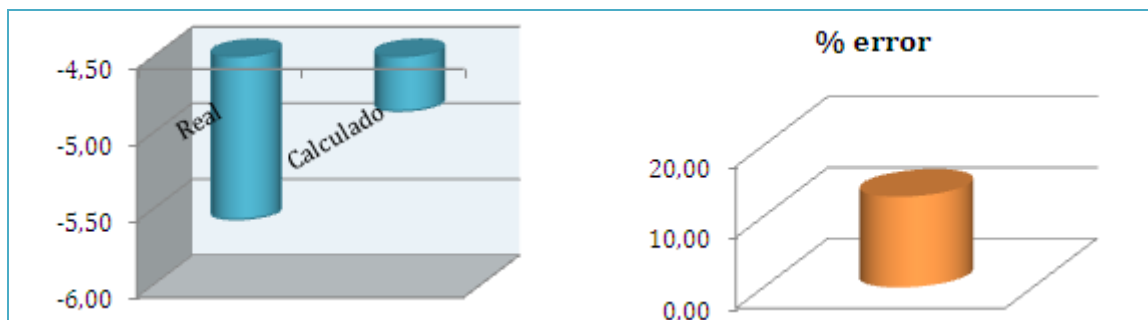


Figura 3.23. - C_{za} y error cometido

$$C_{m\alpha}$$

Un error del 40 % en la más importante derivada de estabilidad, es un error considerable que se ve reflejado en el margen estático. De forma que, el error cometido puede consistir en que la sustentación del avión sea menor de la real. Esta sustentación calculada se ha obtenido a través del método del Vortex-Lattice.

<i>Real</i>	<i>Calculado</i>	<i>% error</i>
-1,45	-0,88	39,38 %

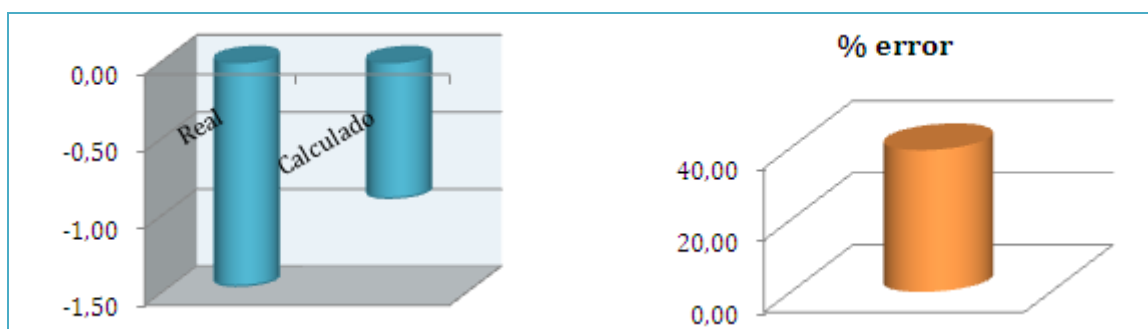


Figura 3.24. - $C_{m\alpha}$ y error cometido

$$C_{xu}$$

Esta derivada tiene un error del 100 %; sin embargo, ello no quiere decir que no esté bien calculada, sino que en el modelo real es muy pequeña y se ha obviado esta contribución. Para el caso del Céfiro también es muy pequeña y podría llegar a considerarse 0 sin ningún error que pueda llegar a comprometer la estabilidad.

<i>Real</i>	<i>Calculado</i>	<i>% error</i>
0,00	-0,15	100 %



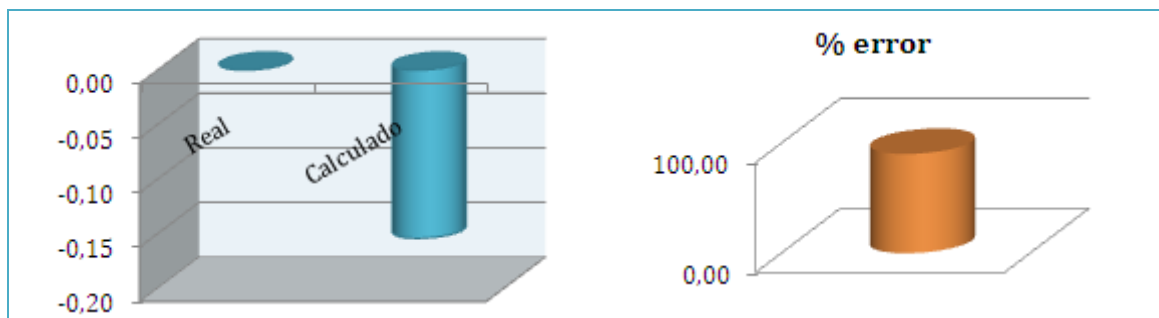


Figura 3.25. - C_{xu} y error cometido

C_{zu}

Esta derivada varía sólo un 85 %. Se encuentra dentro de los límites del criterio de discriminación. Afectará en la velocidad longitudinal angular del avión y será un término importante dentro del estudio del corto periodo.

<i>Real</i>	<i>Calculado</i>	<i>% error</i>
-0,2200	-0,4070	85 %

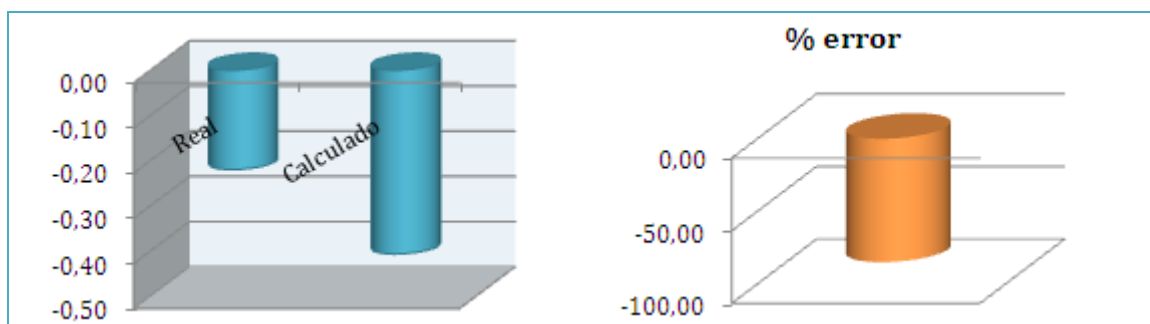


Figura 3.26. - C_{zu} y error cometido

C_{mu}

Esta derivada varía un 100 %, de forma que se tiene que el valor real es 0,07 tras haber sido medido en pruebas de vuelo, mientras que la hipótesis que se ha realizado en este proyecto era suponerlo idénticamente nulo. Por tanto, este error del 100 % no es significativo en una magnitud tan pequeña.

Esta derivada se encuentra fuertemente influida por los efectos de compresibilidad que para el régimen de vuelo del Céfiro es despreciable; sin embargo, para una velocidad de 440 km/h como se está haciendo la simulación del Boeing 747, esta contribución empieza a ser apreciable.



<i>Real</i>	<i>Calculado</i>	<i>% error</i>
0,07	0,00	100,00 %

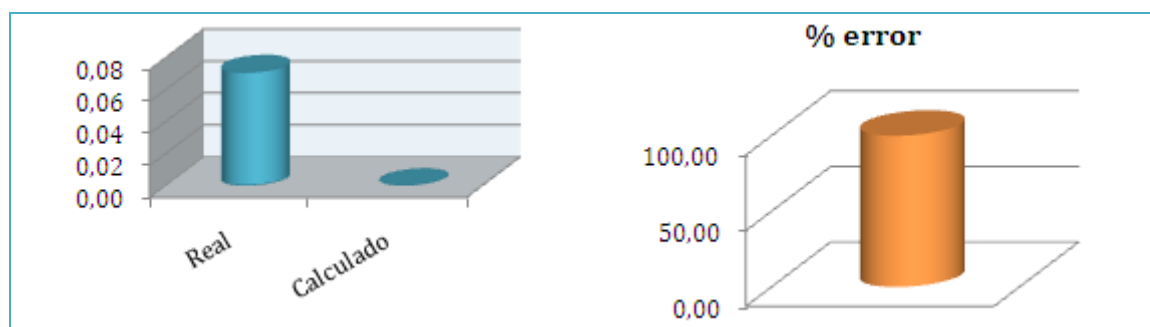


Figura 3.27. - C_{mu} y error cometido

El siguiente conjunto de derivadas será el correspondiente al cabeceo del avión, de forma que se estudiará:

$$C_{xq}$$

Esta derivada está perfecta, puesto que no se puede producir un aporte de momento de cabeceo en el eje "x" del avión.

<i>Real</i>	<i>Calculado</i>	<i>% error</i>
0	0	0 %

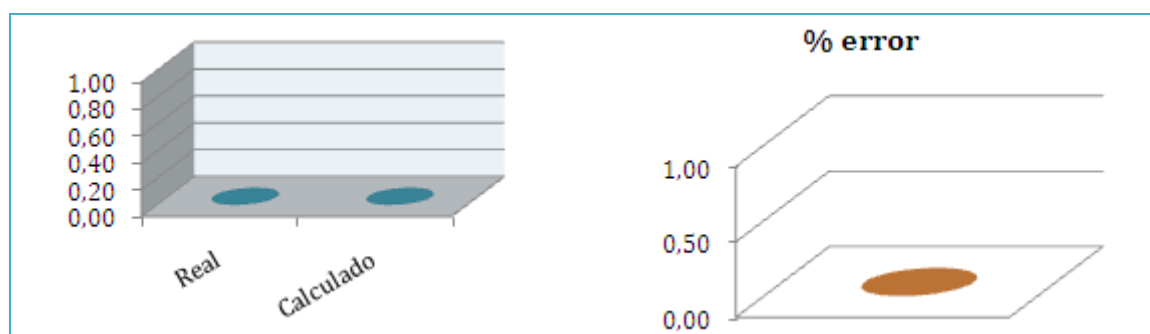


Figura 3.28. - C_{xq} y error cometido



C_{zq}

Un error del 36 % es aceptable si además sigue manteniendo el signo. Por tanto, se observa como el valor calculado es menor que el real, por lo que será necesaria la aportación de los dos términos, tanto el correspondiente a la cola como el del conjunto ala fuselaje.

<i>Real</i>	<i>Calculado</i>	<i>% error</i>
-5,65	-3,62	35,90 %

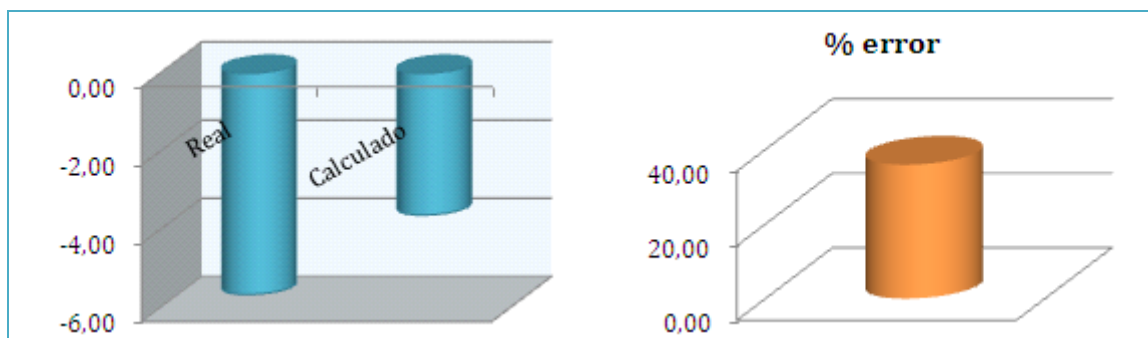


Figura 3.29. - C_{zq} y error cometido

C_{mq}

Esta derivada de estabilidad está perfecta y el procedimiento ha de ser el adecuado, cuando se observa que, siendo una de las derivadas de mayor valor, es una de las que tiene el menor error.

<i>Real</i>	<i>Calculado</i>	<i>% error</i>
-21,40	-20,98	1,96 %

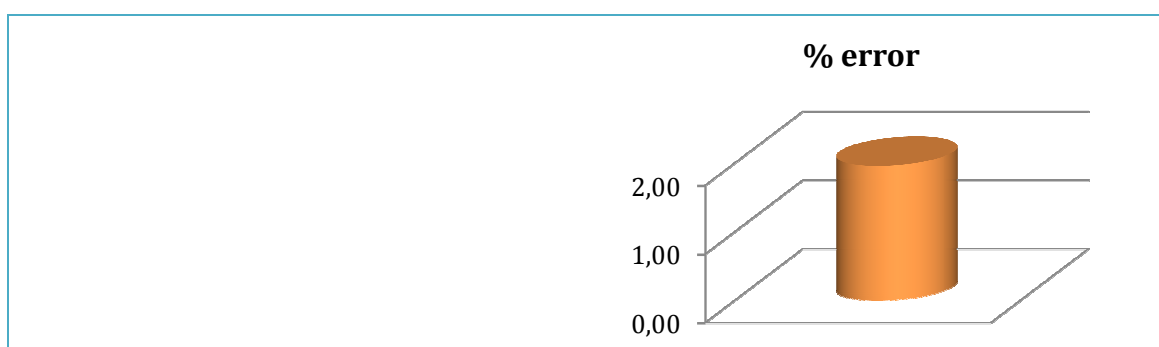


Figura 3.30. - C_{mq} y error cometido



El cuarto bloque de derivadas de estabilidad que se presenta a continuación, representa la variación del ángulo de ataque respecto del tiempo. Normalmente, las variaciones respecto de este parámetro son muy despreciables frente a otras ya estudiadas.

$$C_{x\dot{\alpha}}$$

Esta derivada es nula y por lo tanto el error que se comete es nulo también. Por ello, no se entrará a mayor discusión de la misma.

<i>Real</i>	<i>Calculado</i>	<i>% error</i>
0	0	0 %

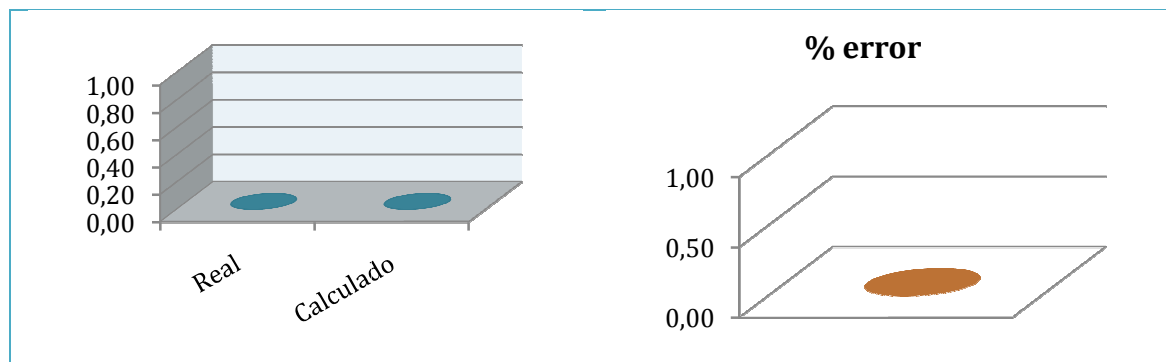


Figura 3.31. - $C_{x\dot{\alpha}}$ y error cometido

$$C_{z\dot{\alpha}}$$

Esta derivada de estabilidad se encuentra dentro del margen de seguridad que se había impuesto para la validación de las derivadas de estabilidad; sin embargo, no se aleja excesivamente del modelo y se puede observar que la contribución del conjunto ala-fuselaje es excesiva.

<i>Real</i>	<i>Calculado</i>	<i>% error</i>
-6,70	-14,90	122,36 %



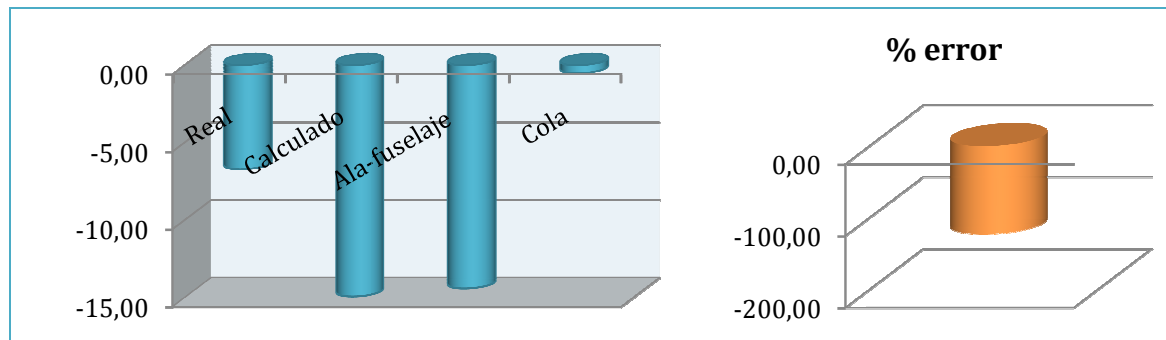


Figura 3.32. - $C_{z\alpha}$ y error cometido

Se observa como la contribución más importante a la hora de estudiar esta derivada, se debe a la contribución del conjunto ala-fuselaje, en ella reside la fuente de error.

$$C_{m\alpha}$$

En esta derivada la proporción que aporta la contribución ala-fuselaje es claramente la fuente de error de la derivada, de forma que se debe eliminar en el modelado de esta derivada de estabilidad. Esta es la gran variación que se va a realizar en esta derivada, aunque el error que introduce en el comportamiento dinámico es ínfimo, puesto que aparece como una contribución de un término muy poco significativo, pero que no compromete la estabilidad dinámica.

Si se desprecia la contribución del conjunto ala-fuselaje el error pasa a estar dentro de los límites de diseño, concretamente al 49,5 %. El despreciar este término hace que la estabilidad del conjunto tenga un modo del corto periodo mucho más acorde con los datos de la realidad.

Real	Calculado	% error
-3,30	-104,59	3069,47 %

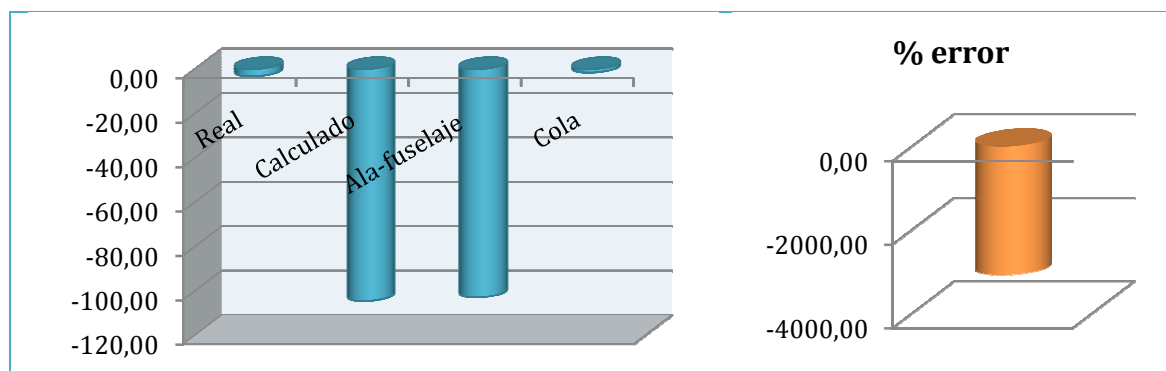


Figura 3.33. - $C_{m\alpha}$ y error cometido



El quinto bloque de derivadas de estabilidad que van a ser objeto de estudio son las variaciones de los coeficientes respecto de las deflexiones del timón de profundidad:

$$C_{x\delta e}$$

Esta derivada de estabilidad es correcta puesto que es nula en cualquier aproximación; por tanto, el error relativo que se comete en la misma es nulo.

<i>Real</i>	<i>Calculado</i>	<i>% error</i>
0	0	0 %

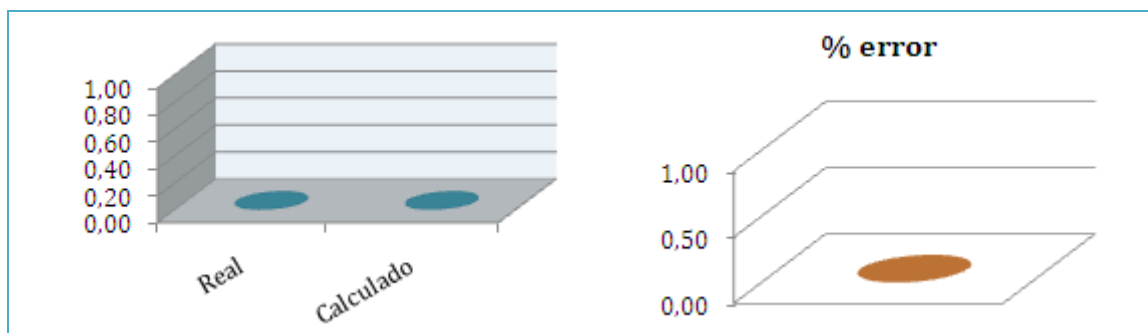


Figura 3.34. - $C_{x\delta e}$ y error cometido

$$C_{z\delta e}$$

Esta derivada de estabilidad tiene una definición tan simple que el error que se comete es sustancial y realmente no se conoce el origen del mismo. Sólo influyen en la misma la superficie alar, la superficie del estabilizador horizontal y el coeficiente de sustentación de la cola. El error es de un 160 % por lo tanto el efecto se está magnificando.

Sin embargo, la situación de estos términos dentro del sistema de ecuaciones diferenciales es formar parte de la matriz B, de forma que su valor se ve aumentado pero no en un orden de magnitud suficiente para comprometer la estabilidad. Por tanto, junto con la próxima derivada, se tratan del único par de derivadas para las cuales si se estará dispuesto a asumir un error de esa envergadura.



<i>Real</i>	<i>Calculado</i>	<i>% error</i>
-0,36	-0,94	160,92 %

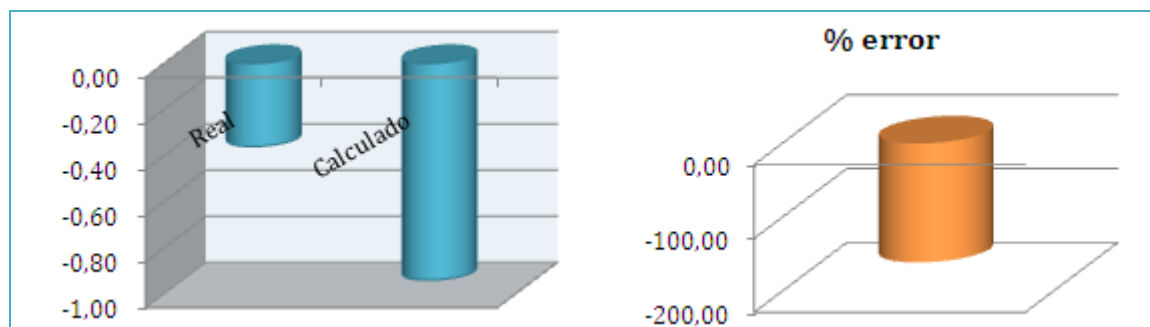


Figura 3.35. - $C_{z\delta e}$ y error cometido

$C_{m\delta e}$

Con esta derivada se tiene la misma situación que con la anterior. Se trata de una derivada que no compromete la estabilidad, que introduce un error y que tiene una definición muy sencilla.

$$C_{m\delta e} = -C_{lh\alpha} \cdot V_H$$

<i>Real</i>	<i>Calculado</i>	<i>% error</i>
-1,40	-3,07	119,32 %

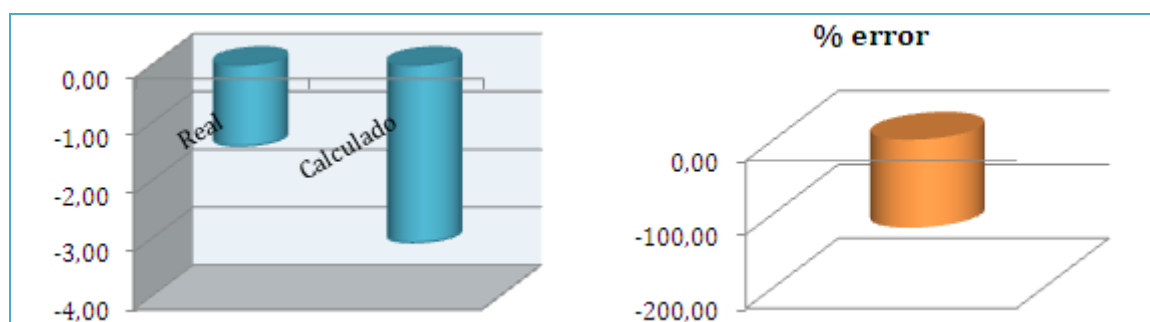


Figura 3.36. - $C_{m\delta e}$ y error cometido

Por último, se tiene el grupo de derivadas de estabilidad correspondientes al ángulo θ , de forma que no se pueden hallar teóricamente estos resultados, pero normalmente se suele suponer nulo a falta de datos.



La componente correspondiente a “x” suele ser distinta de cero y para diferentes ensayos de vuelo, se determina que su valor es el que se presenta a continuación.

$$C_{x\theta}$$

$$C_{x\theta} = -C_l$$

$$C_{z\theta}$$

$$C_{z\theta} = 0$$

$$C_{m\theta}$$

$$C_{m\theta} = 0$$

A continuación se presenta la tabla de resultados para las derivadas de estabilidad longitudinales. Aparecen tres columnas: la primera es el valor real de las derivadas del avión, la segunda muestra los valores calculados y por último aparece el error que se comete en estas derivadas al estimarlas con el modelo teórico.



<i>Derivadas longitudinales</i>			
<i>Coeficientes</i>	<i>Real</i>	<i>Calculado</i>	<i>% error</i>
$C_{x\alpha}$	1,13	0,1091	108,35 %
$C_{z\alpha}$	-5,57	-4,93	12,78 %
$C_{m\alpha}$	-1,45	-0,88	39,38 %
$C_{x\hat{u}}$	0,00	-0,1542	15,00 %
$C_{z\hat{u}}$	-0,22	-0,40	85,00 %
$C_{m\hat{u}}$	0,07	0,00	100,00 %
C_{xq}	0,00	0,00	0,00 %
C_{zq}	-5,65	-3,62	35,90 %
C_{mq}	-21,40	-20,98	1,96 %
$C_{x\dot{\alpha}}$	0,00	0,00	0,00 %
$C_{z\dot{\alpha}}$	-6,70	-14,90	122,36 %
$C_{m\dot{\alpha}}$	-3,30	-104,59	3069,47 %
$C_{x\delta e}$	0,00	0,00	0,00 %
$C_{z\delta e}$	-0,36	-0,94	160,92 %
$C_{m\delta e}$	-1,40	-3,07	119,32 %

Figura 3.37. - Derivadas longitudinales

3.3.2. Derivadas lateral-direccionales

Para las derivadas de estabilidad laterales se ha de tener en cuenta que el b-747 posee una configuración alar totalmente diferente a la del Céfiro. Por ello, en estas derivadas se deberá ser muy meticuloso a la hora de contabilizar los efectos de cada parte del avión.

La posición de las alas en el Céfiro es alta por lo que confiere mucha estabilidad al avión, mientras que en el Boeing 747 es baja, de forma que será más maniobrable. Además el diedro del 747 es positivo, de forma que su efecto es disminuir la estabilidad. Al Céfiro se le introdujeron 2° de diedro positivo con el afán de mejorar la maniobrabilidad del mismo.



La flecha será otro punto importante a tener en cuenta dentro del análisis de estabilidad, puesto que el Céfiro carece totalmente de ella. Cuando se trata de la contribución del ala-fuselaje, se tendrá en cuenta que en ella aparecerá reflejado tanto el diedro como la flecha, así como la posición de la misma.

Las derivadas relacionadas con el balanceo del avión, se va a suponer que tienen como contribución principal la de los alerones, los cuales se encuentran ubicados en el extremo de ala. De forma que este efecto se incluirá en el conjunto ala-fuselaje.

Se observará que en la contribución de cada uno de los términos a las derivadas de balance, el efecto predominante es el del conjunto ala-fuselaje, mientras que, para las derivadas de guiñada, la principal contribución se debe al estabilizador vertical de cola.

Al igual que se hizo con las derivadas de estabilidad longitudinal, ahora se procederá a realizar un análisis detallado de cada una de las derivadas laterales. En la gráfica 3.38 aparece reflejado el hecho de que todas las derivadas laterales se encuentran dentro del rango de definición que se le ha dado para la validación del modelo.



Figura 3.38. - Errores derivadas lateral-direccionales

$C_{y\beta}$

Esta derivada representa la fuerza lateral que se ejerce sobre el avión, de forma que la superficie que más contribuye a este hecho es el timón vertical como cabría esperar. Será determinante para la guiñada del avión.

Real	Calculado	Ala-fuselaje	Timón vertical	% error
-1,0800	-1,1510	-0,0401	-1,1109	6,5741



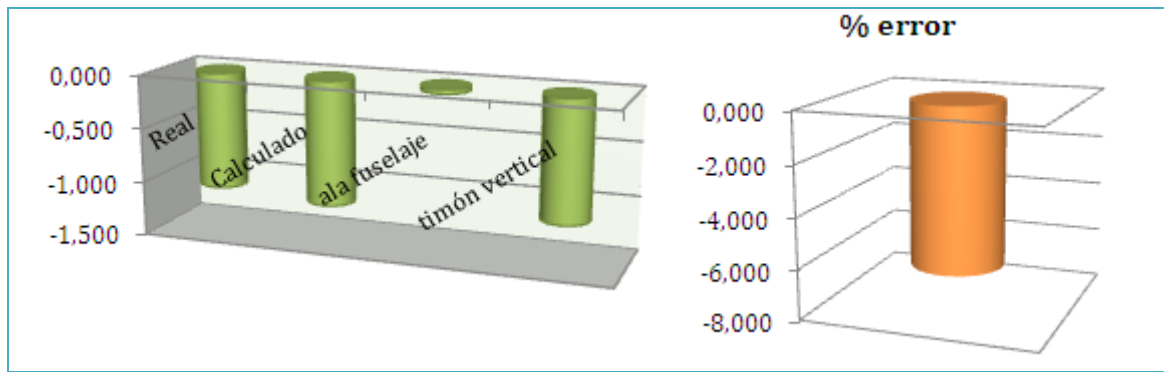


Figura 3.39. - $C_{y\beta}$ y error cometido

$C_{l\beta}$

La contribución del conjunto ala-fuselaje y la del timón vertical son muy parecidas. Por tanto, el orden de magnitud del error no se sabe a priori si es de uno de los términos o de ambos. Como el orden de error es menor que el 100 %, indica que las ecuaciones están aproximadamente ajustadas a la realidad.

<i>Real</i>	<i>Calculado</i>	<i>Ala-fuselaje</i>	<i>Timón vertical</i>	<i>% error</i>
-0,2810	-0,1342	-0,0759	-0,0584	52,2420

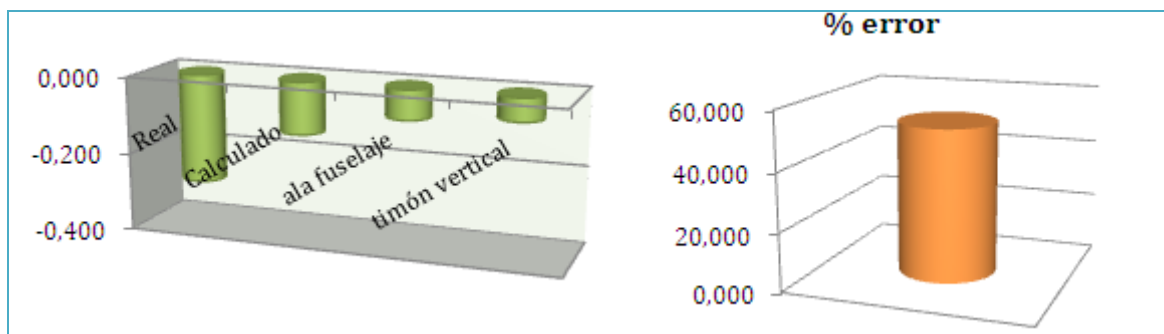


Figura 3.40. - $C_{l\beta}$ y error cometido

$C_{n\beta}$

Esta podría llegar a convertirse en la derivada de estabilidad más problemática a la hora de calcular, puesto que toda la configuración del B-747 hace que la tendencia natural fuera ser inestable convirtiéndolo en negativo el término. Se observa como el conjunto ala-fuselaje contribuye de forma negativa a la estabilidad del sistema, mientras que el timón vertical introduce un efecto estabilizador en el sistema. Dentro de la contribución negativa del ala el valor más importante a la inestabilidad es el efecto del diedro.



<i>Real</i>	<i>Calculado</i>	<i>Ala- fuselaje</i>	<i>Timón vertical</i>	<i>% error</i>
0,1840	0,1946	-0,3500	0,5446	5,7609

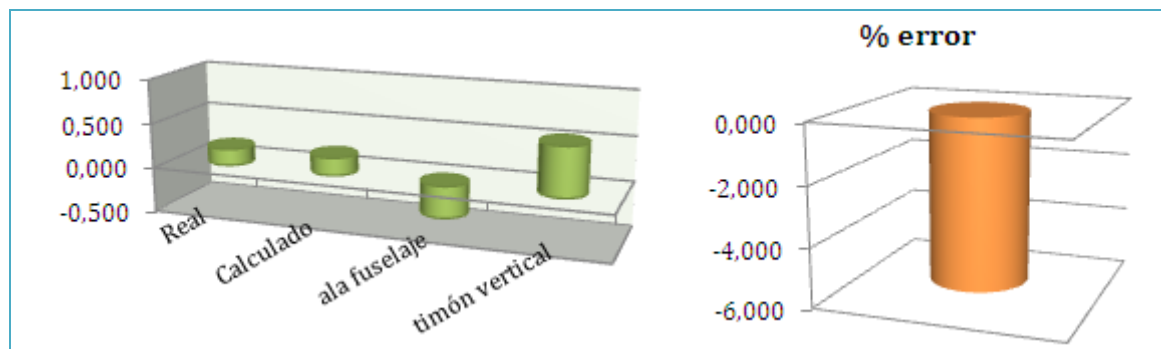


Figura 3.41. - $C_{n\beta}$ y error cometido

$$C_{y\dot{\alpha}}$$

La fuerza lateral que ejercen los alerones obviamente será prácticamente nula; y, en caso de su existencia, solamente contribuiría el término del conjunto ala-fuselaje que es donde se encuentran los mismos. En este caso es idénticamente nulo.

<i>Real</i>	<i>Calculado</i>	<i>Ala- fuselaje</i>	<i>Timón vertical</i>	<i>% error</i>
0	0	0	0	0

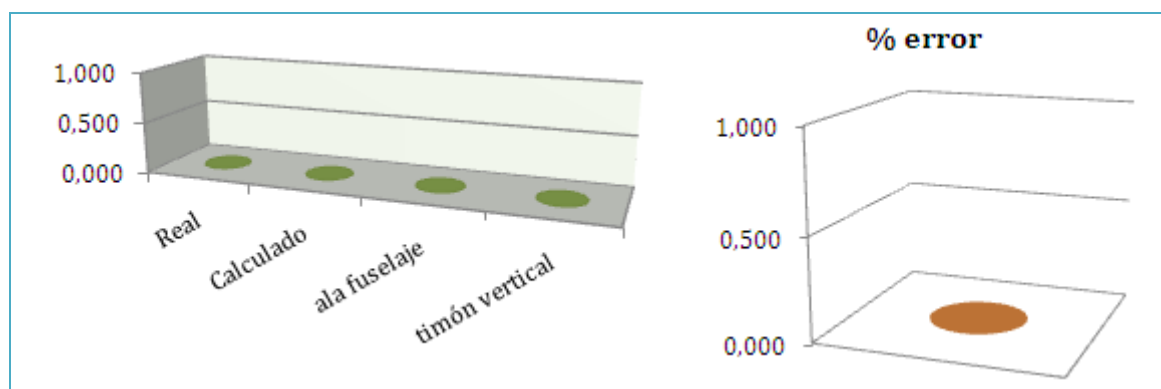


Figura 3.42. - $C_{y\dot{\alpha}}$ y error cometido



$C_{l\delta a}$

La contribución de los alerones dentro del balanceo será decisiva y muy superior a la contribución de los mismos dentro de la siguiente derivada de estabilidad, que será la de guiñada. El error que se induce sigue siendo asumible y proviene de la medida de la distancia entre el eje del avión y la posición de los mismos. Para esta derivada la definición queda bien clara a partir del método mostrado en el Smetana, [3].

<i>Real</i>	<i>Calculado</i>	<i>Ala-fuselaje</i>	<i>Timón vertical</i>	<i>% error</i>
0,0530	0,0250	0,0250	0,0000	52,8302

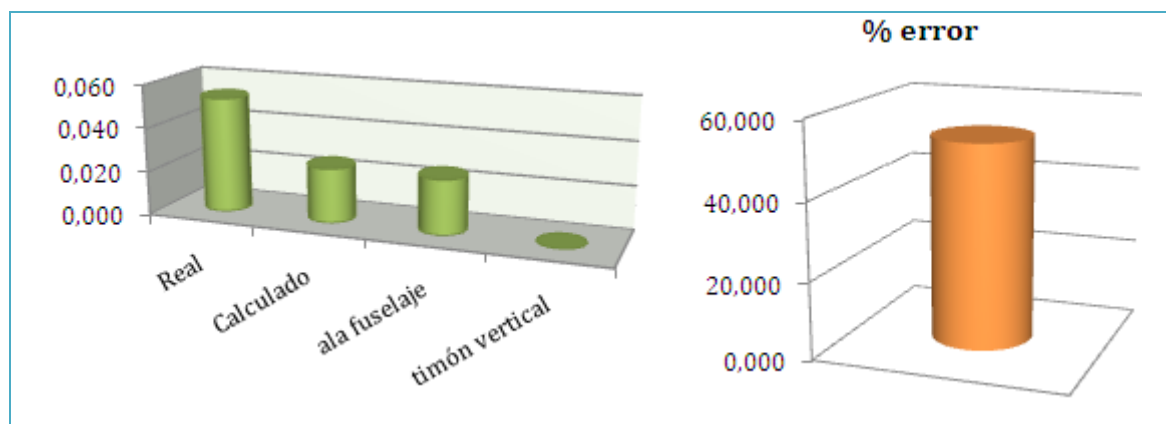


Figura 3.43. - $C_{l\delta a}$ y error cometido

$C_{n\delta a}$

Tal y como se comentaba con anterioridad, la contribución de los alerones dentro de la guiñada será mucho menor, de forma que aunque el error sea grande, no compromete el trimado lateral del avión, de forma que este resultado no debe ser motivo para desvirtuar el resultado final.

<i>Real</i>	<i>Calculado</i>	<i>Ala-fuselaje</i>	<i>Timón vertical</i>	<i>% error</i>
0,0083	0,0013	0,0013	0,0000	84,3373



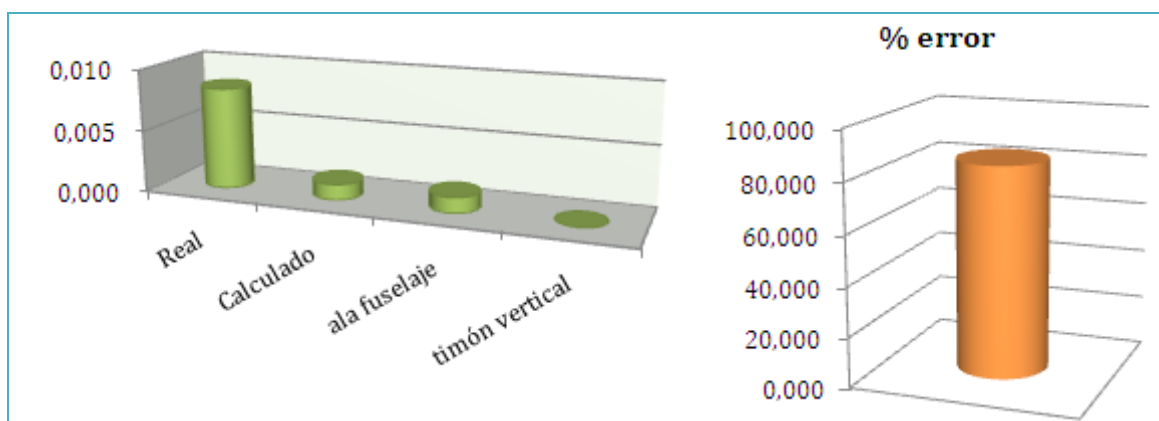


Figura 3.44. - $C_{n\delta a}$ y error cometido

$C_{y\delta}$

Obviamente, la contribución del timón de dirección a la fuerza lateral ejercida en el avión, si será un término considerable. Toda la contribución provendrá del timón vertical y el error que se comete es asumible.

<i>Real</i>	<i>Calculado</i>	<i>Ala-fuselaje</i>	<i>Timón vertical</i>	<i>% error</i>
0,1790	0,2760	0,0000	0,2760	54,1899

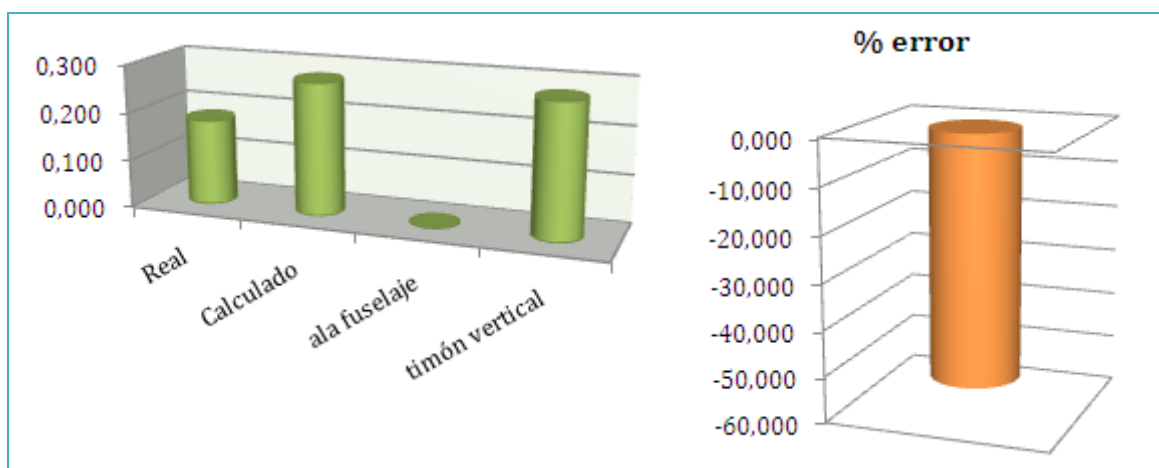


Figura 3.45. - $C_{y\delta r}$ y error cometido



$$C_{l\delta r}$$

La contribución del timón de dirección al balanceo del avión será nula puesto que no tiene influencia alguna en dicho eje longitudinal.

<i>Real</i>	<i>Calculado</i>	<i>Ala-fuselaje</i>	<i>Timón vertical</i>	<i>% error</i>
0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

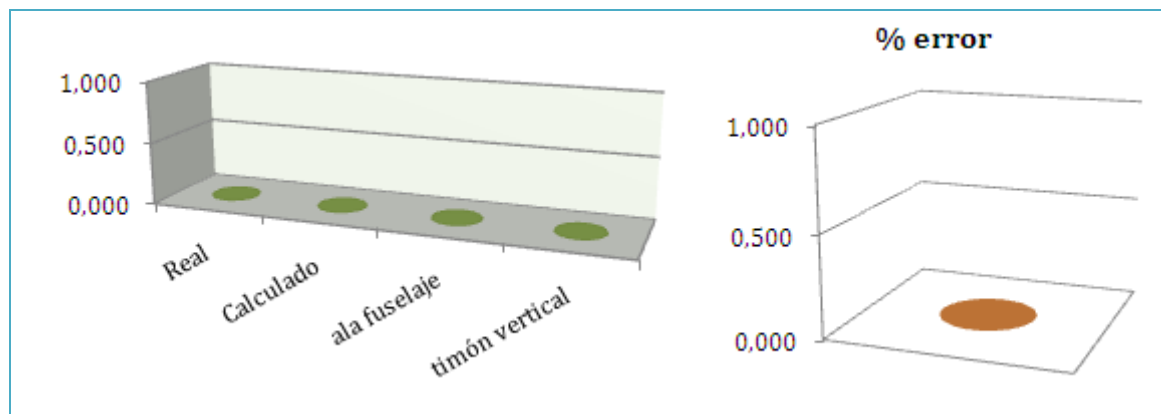


Figura 3.46. - $C_{l\delta r}$ y error cometido

$$C_{n\delta r}$$

La contribución del timón de dirección a la guiñada del avión si va a ser considerable. Concretamente la guiñada del avión se corresponderá casi en su totalidad con el timón vertical del avión.

<i>Real</i>	<i>Calculado</i>	<i>Ala-fuselaje</i>	<i>Timón vertical</i>	<i>% error</i>
-0,1130	-0,1401	0,0000	-0,1401	23,9823



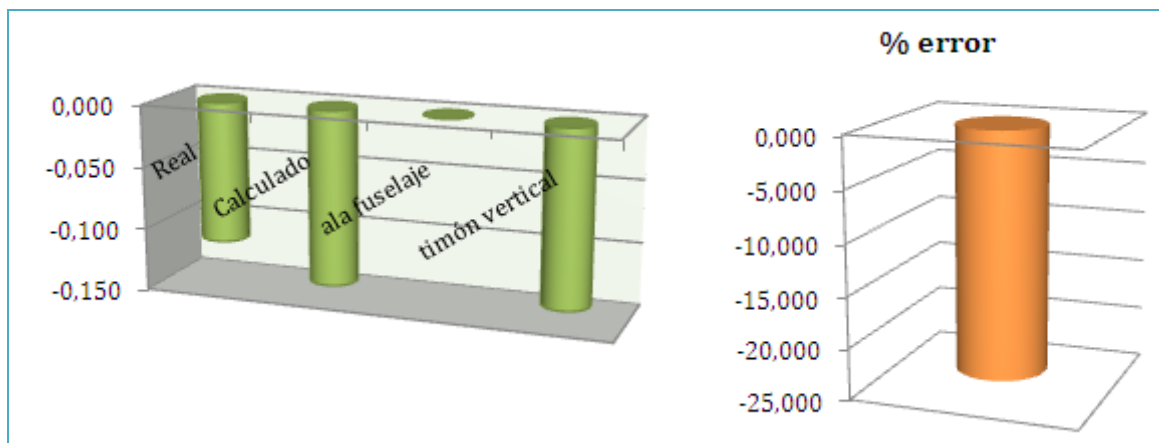


Figura 3.47. - $C_{n\delta r}$ y error cometido

$$C_{yp}$$

La fuerza lateral respecto de la velocidad angular lateral será idénticamente nula.

Real	Calculado	Ala-fuselaje	Timón vertical	% error
0	0	0	0	0

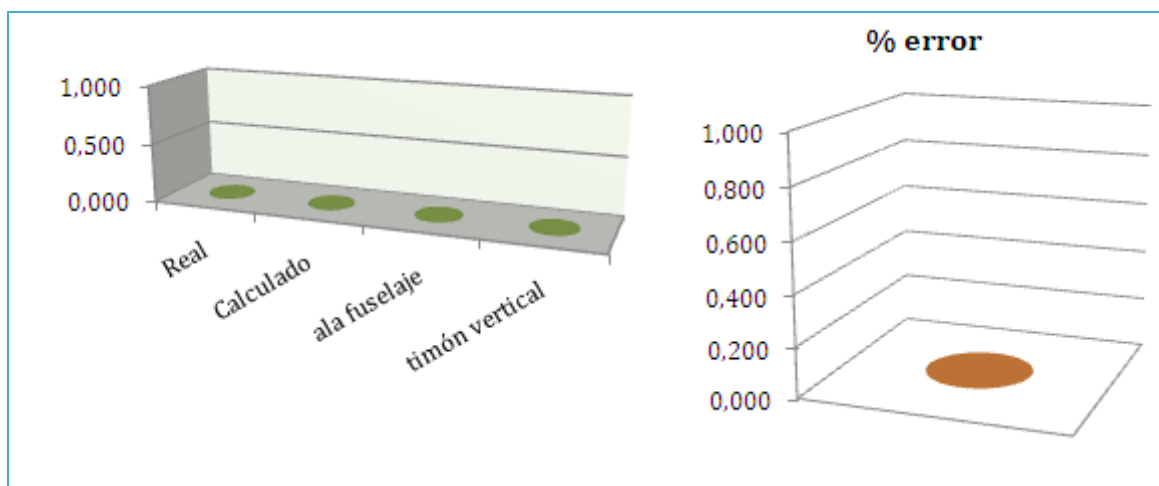


Figura 3.48. - C_{yp} y error cometido

$$C_{lp}$$

El momento de balance respecto de la velocidad angular lateral será un término significativo dentro de las ecuaciones dinámicas de estabilidad y el error que se tiene es admisible.



<i>Real</i>	<i>Calculado</i>	<i>Ala- fuselaje</i>	<i>Timón vertical</i>	<i>% error</i>
-0,5020	-0,3157	0,0000	-0,3157	37,1116

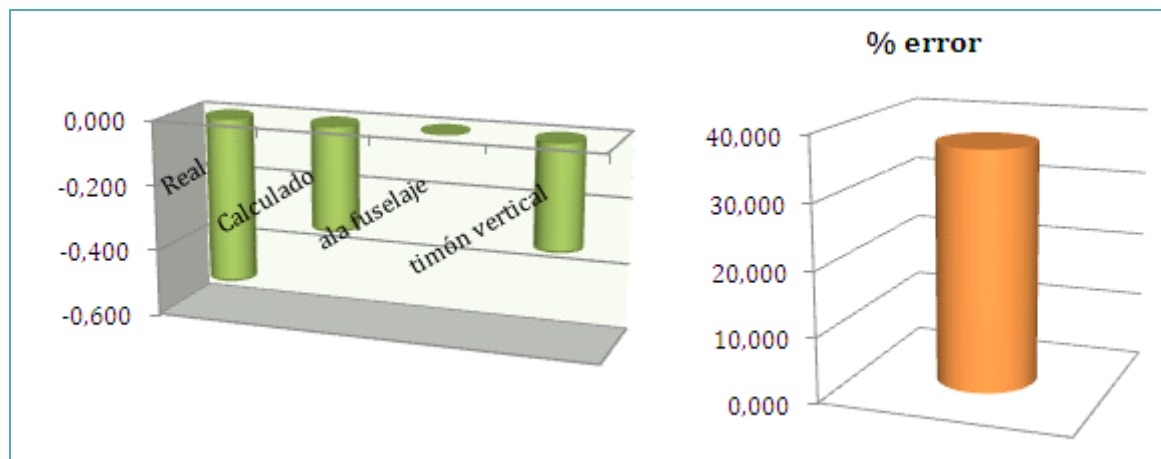


Figura 3.49. - C_{lp} y error cometido

C_{np}

El momento de guiñada respecto de la velocidad angular lateral será un término significativo dentro de las ecuaciones dinámicas de estabilidad y el error será admisible.

<i>Real</i>	<i>Calculado</i>	<i>Ala- fuselaje</i>	<i>Timón vertical</i>	<i>% error</i>
-0,2220	-0,0484	-0,0223	-0,0261	78,1982

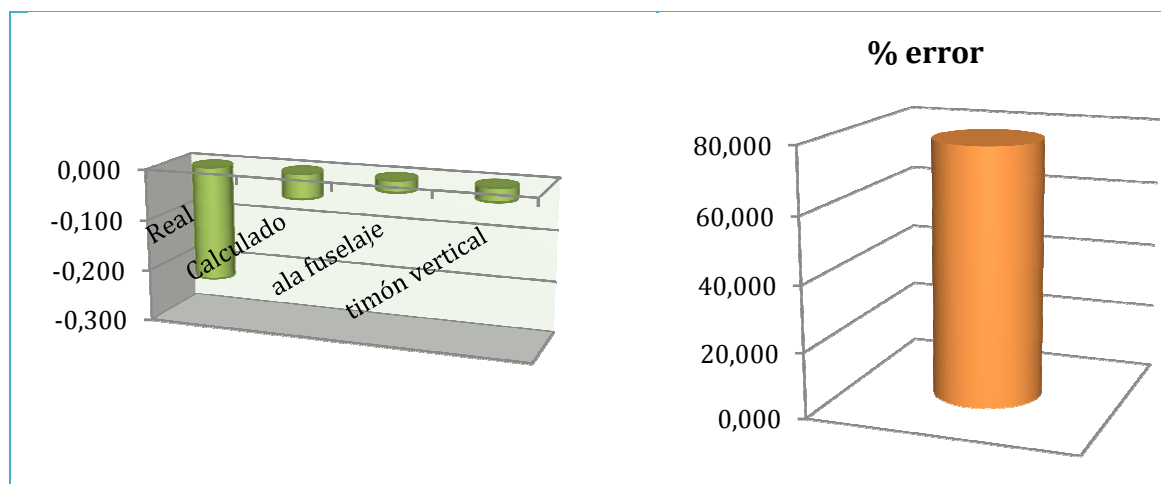


Figura 3.50. - C_{np} y error cometido



C_{yr}

La fuerza lateral respecto de la velocidad angular direccional será idénticamente nula.

<i>Real</i>	<i>Calculado</i>	<i>Ala- fuselaje</i>	<i>Timón vertical</i>	<i>% error</i>
0	0	0	0	0

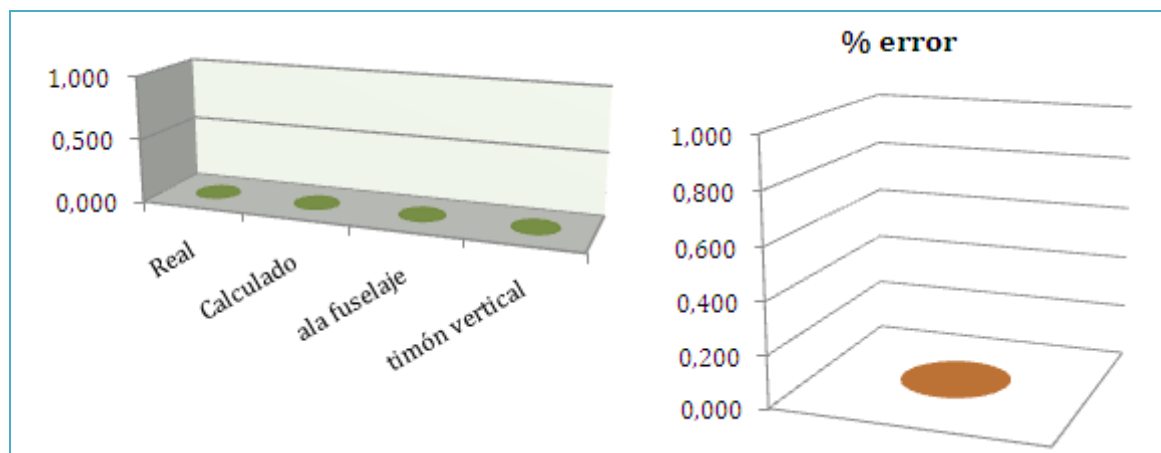


Figura 3.51. - C_{yr} y error cometido

C_{lr}

El momento de balance respecto de la velocidad angular direccional será un término importante y su mayor contribución por el contrario la tendrá el timón vertical. El error que se comete es despreciable, por lo que el método empleado para su cálculo es bastante exacto.

<i>Real</i>	<i>Calculado</i>	<i>Ala- fuselaje</i>	<i>Timón vertical</i>	<i>% error</i>
0,1950	0,2009	0,0678	0,1331	3,0256



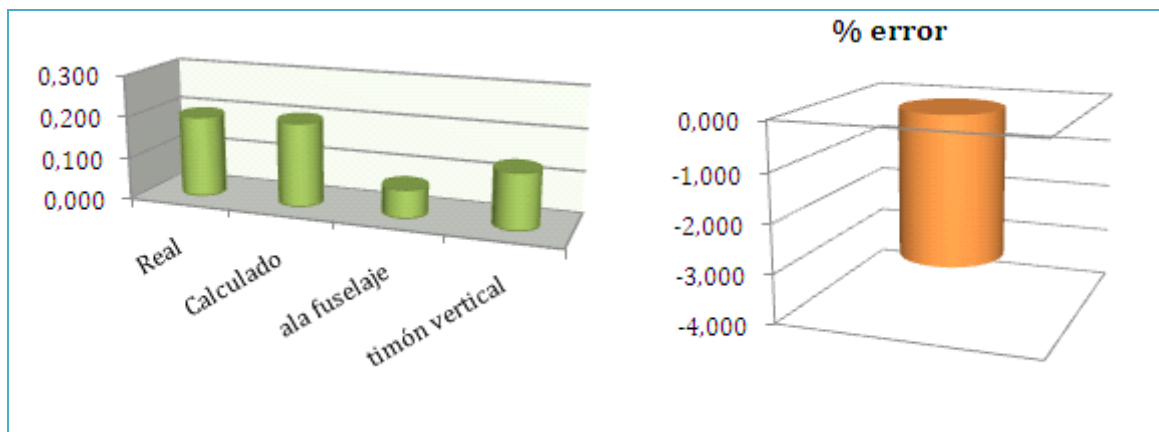


Figura 3.52. - C_{lr} y error cometido

C_{nr}

El momento de guiñada respecto de la velocidad angular direccional será un término importante y su mayor contribución por el contrario la tendrá el timón vertical. El error que se comete es apreciable, pero se sigue encontrando dentro de los márgenes de error aceptables para el modelo.

<i>Real</i>	<i>Calculado</i>	<i>Ala-fuselaje</i>	<i>Timón vertical</i>	<i>% error</i>
-0,360	-0,663	-0,036	-0,628	84,028

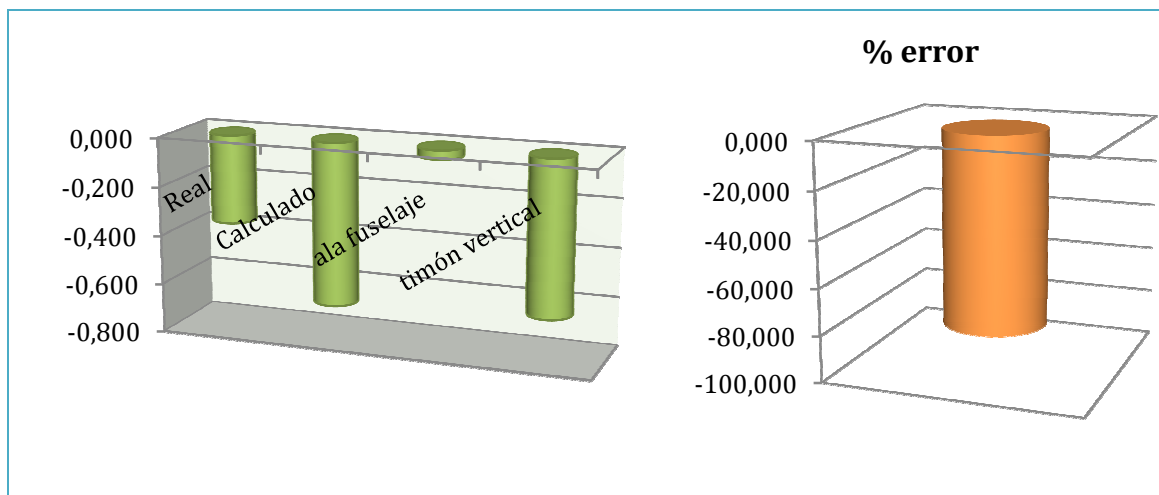


Figura 3.53. - C_{nr} y error cometido



<i>Derivadas lateral-direccionales</i>					
<i>Coeficientes</i>	<i>Real</i>	<i>Calculado</i>	<i>Ala-fuselaje</i>	<i>Timón vertical</i>	<i>% error</i>
$C_{y\beta}$	-1,0800	-1,1510	-0,0401	-1,1109	6,5741 %
$C_{l\beta}$	-0,2810	-0,1342	-0,0759	-0,0584	52,2420 %
$C_{n\beta}$	0,1840	0,1946	-0,3500	0,5446	5,7609 %
$C_{y\delta a}$	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000 %
$C_{l\delta a}$	0,0530	0,0250	0,0250	0,0000	52,8302 %
$C_{n\delta a}$	0,0083	0,0013	0,0013	0,0000	84,3373 %
$C_{y\delta r}$	0,1790	0,2760	0,0000	0,2760	54,1899 %
$C_{l\delta r}$	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000 %
$C_{n\delta r}$	-0,1130	-0,1401	0,0000	-0,1401	23,9823 %
C_{yp}	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000 %
C_{lp}	-0,5020	-0,3157	0,0000	-0,3157	37,1116 %
C_{np}	-0,2220	-0,0484	-0,0223	-0,0261	78,1982 %
C_{yr}	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000 %
C_{lr}	0,1950	0,2009	0,0678	0,1331	3,0256 %
C_{nr}	-0,3600	-0,6625	-0,0355	-0,6275	84,0278 %

Figura 3.54. - Derivadas lateral-direccionales



3.4. Análisis de las derivadas de estabilidad del Céfiro

Algunas de las derivadas de estabilidad tienen un especial interés el ver su comportamiento para diferentes velocidades, puesto que determinarán la estabilidad del sistema. Se va a estudiar cuatro segmentos de vuelo: un crucero a alta velocidad, un crucero a media velocidad, fase de despegue y fase de aterrizaje.

La pendiente de sustentación que genera el ala completa la proporciona el programa Tornado en el proyecto [11] y tiene el siguiente valor:

$$C_{l\alpha wb} = 3,8804$$

$$C_{l\alpha e} = 3,1316$$

3.4.1. Derivadas longitudinales

En la tabla 3.55 se tienen los diferentes valores de las derivadas de estabilidad longitudinales. Tras esta tabla se analizarán con detalle parte de las derivadas de estabilidad longitudinales importantes para el vuelo y que varíen con respecto algún parámetro de interés. Las derivadas de estabilidad que sean idénticamente nulas no se analizarán.

Valor de las derivadas de estabilidad longitudinales				
Derivadas de estabilidad	Crucero 25 %	Crucero 75 %	Despegue	Aterrizaje
$C_{x\dot{u}}$	-0,0593	-0,0607	-0,2661	-0,2476
$C_{z\dot{u}}$	-0,3038	0,3992	-3,1486	-2,9904
$C_{m\dot{u}}$	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$C_{x\alpha}$	0,1022	-0,1342	1,0366	1,0051
$C_{z\alpha}$	-3,8752	-3,8808	-4,1883	-3,9753
$C_{m\alpha}$	-0,5273	-0,5431	-1,2024	-0,5467
C_{xq}	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
C_{zq}	-3,4418	-3,4500	-3,7956	-3,4519
C_{mq}	-14,527	-14,735	-23,364	-14,779
$C_{x\dot{\alpha}}$	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$C_{z\dot{\alpha}}$	-0,9989	-1,0147	-1,6784	-1,0184
$C_{m\dot{\alpha}}$	-3,8382	-3,8989	-6,4488	-3,9130
$C_{x\delta e}$	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$C_{z\delta e}$	-0,4282	-0,4282	-0,4282	-0,4282
$C_{m\delta e}$	-1,6453	-1,6453	-1,6453	-1,6453
$C_{x\theta}$	-0,5789	-0,2379	-1,8750	-1,8750
$C_{z\theta}$	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$C_{m\theta}$	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Figura 3.55. - Valores de las derivadas de estabilidad longitudinales



$C_{x\alpha}$

Para la configuración de vuelo de crucero, el valor de esta derivada de estabilidad es el anterior. Variando la altura, se puede apreciar en la figura 3.56 como no influye significativamente, ya que el avión no ascenderá más de 200 metros en los primeros vuelos. En esta figura y en posteriores figuras, la velocidad viene expresada en km/h. El régimen de motor no afectará en exceso a la derivada de estabilidad, de modo que la variación fundamental de ésta será la velocidad de vuelo como se aprecia en la figura 3.57.

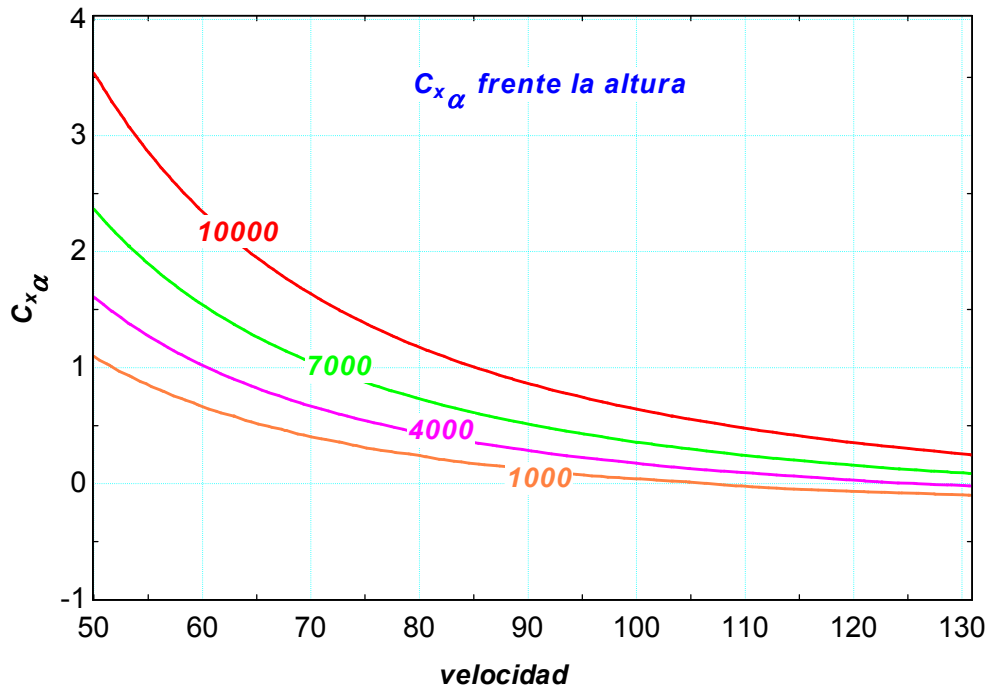


Figura 3.56. - $C_{x\alpha}$ frente a la altura



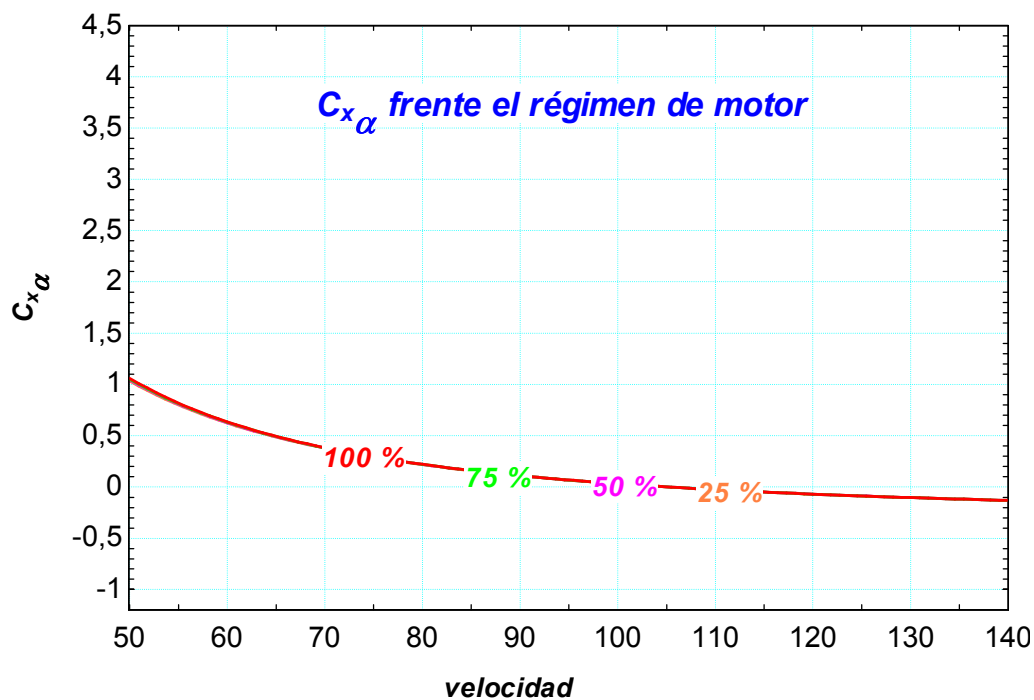


Figura 3.57. - $C_{x\alpha}$ frente al régimen de motor

$C_{z\alpha}$

El valor de esta derivada de estabilidad para el punto de estudio es el obtenido anteriormente. En la figura 3.58 se estudia la variación de ésta frente la velocidad y los diferentes regímenes de motor.

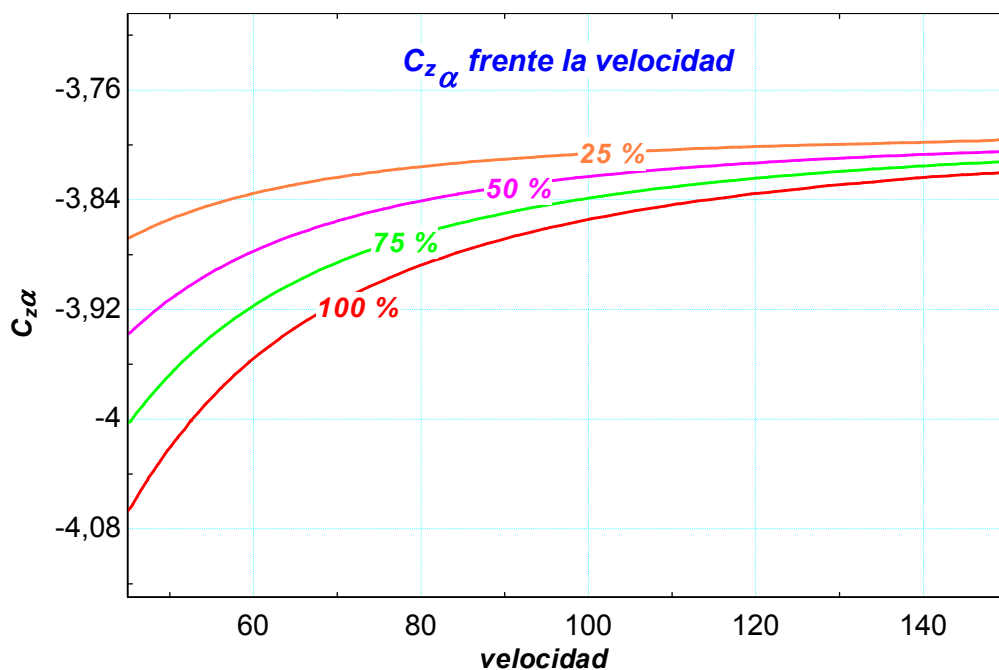


Figura 3.58. - $C_{z\alpha}$ frente la velocidad



$C_{m\alpha}$

En la figura 3.59 se estudia su variación con respecto a los diferentes parámetros y como la tendencia es la misma que la derivada anterior, puesto que es esa derivada multiplicada por el margen estático.

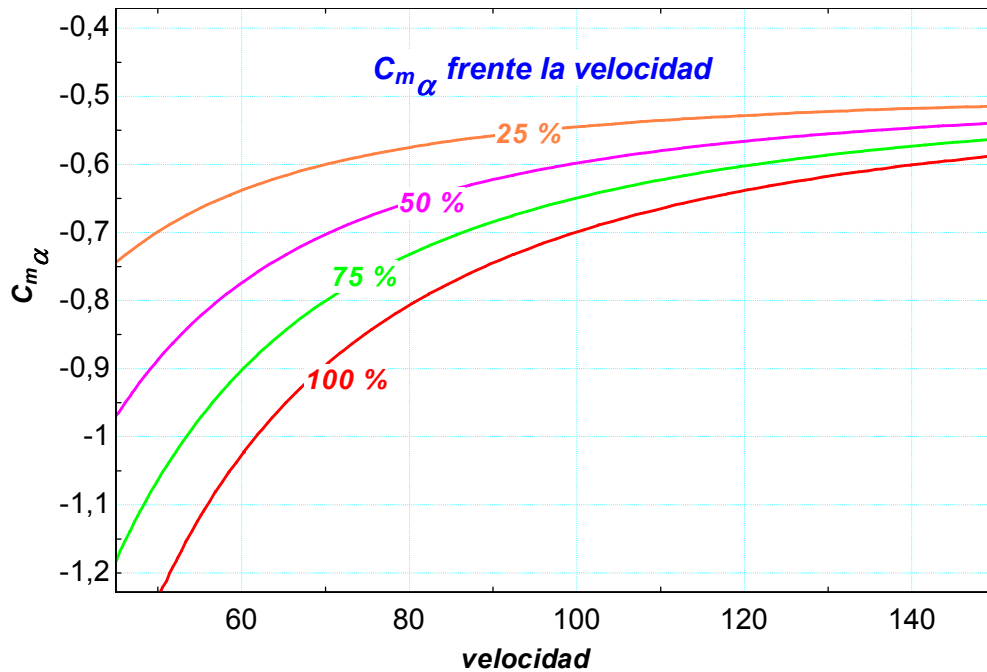


Figura 3.59. - $C_{m\alpha}$ frente a la velocidad

$C_{x\dot{u}}$

En la gráfica 3.60 se aprecia como para muy bajas velocidades la variación de esta derivada de estabilidad es muy importante; sin embargo, para la mayor parte del vuelo se mantiene prácticamente constante.



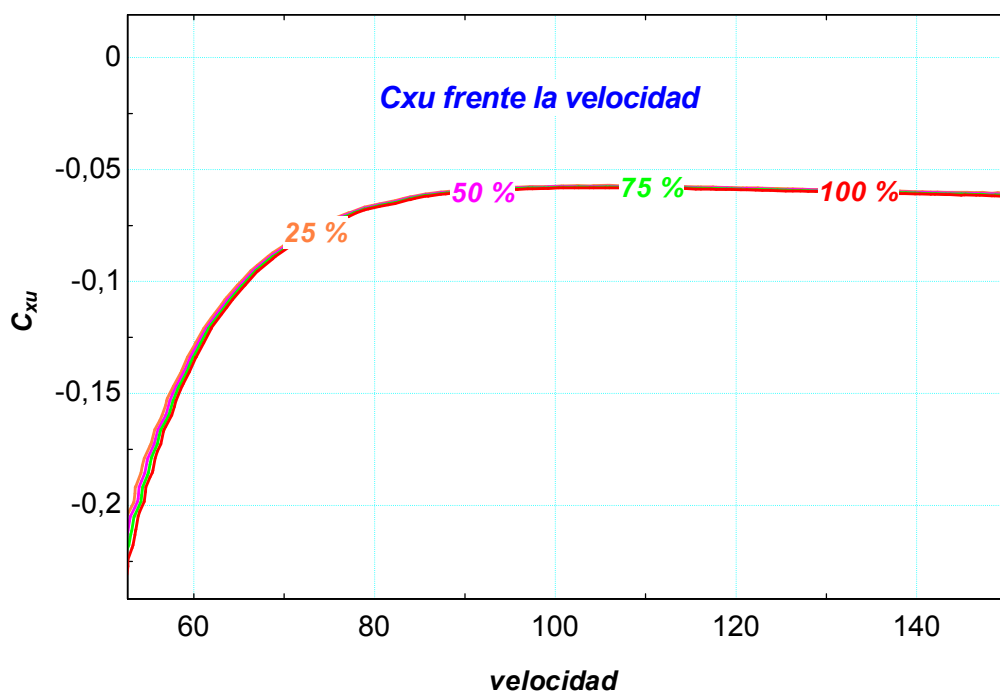


Figura 3.60. - C_{xu} frente la velocidad

$$C_{z\hat{u}}$$

En la gráfica 3.61 se puede observar como la variación de las diferentes posiciones de la palanca de gases no afecta en absoluto a esta derivada, puesto que el trimado no varía de forma apreciable. Sin embargo, la velocidad si afecta de forma considerable a todo el sistema.

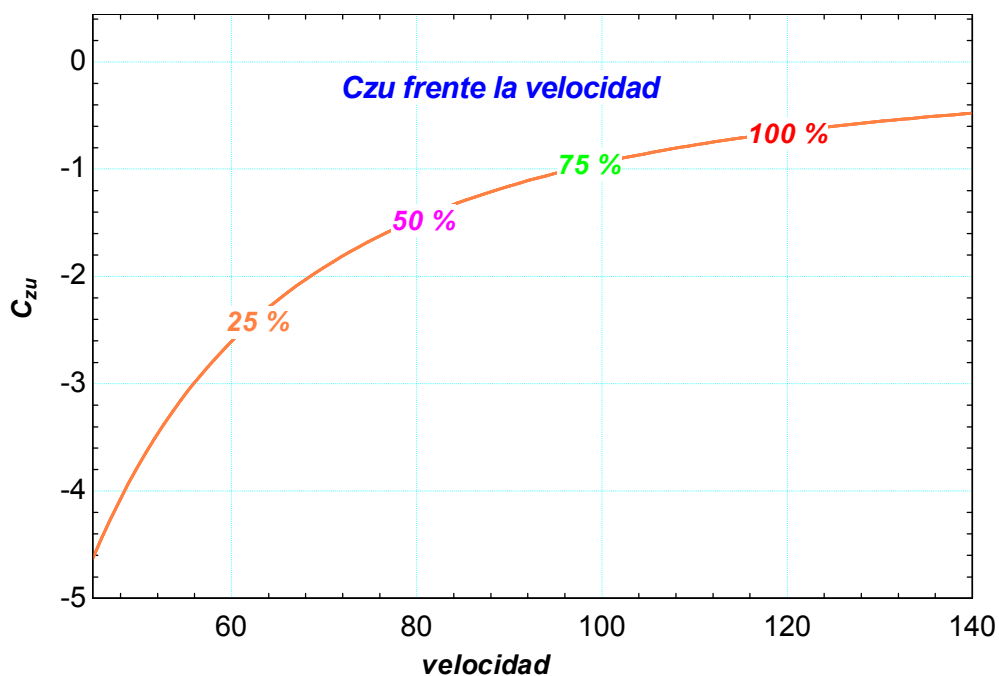


Figura 3.61. - C_{zu} frente la velocidad



C_{zq}

El resultado de esta derivada de estabilidad para el vuelo de crucero en el punto de estudio es el obtenido con anterioridad.

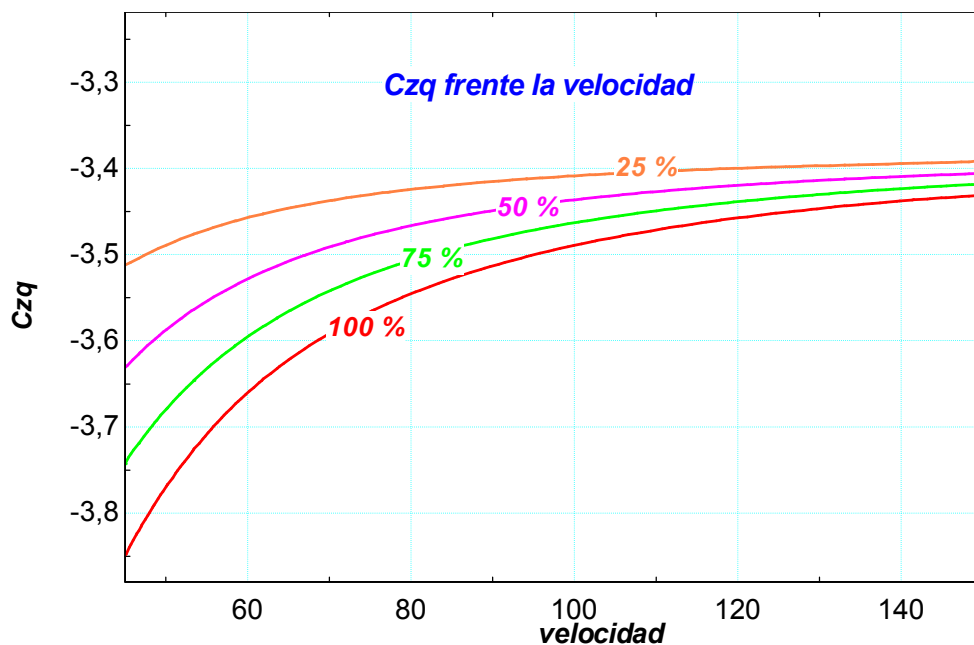


Figura 3.62. - C_{zq} frente a la velocidad

En la gráfica 3.62 se puede observar cómo varía el valor de esta derivada de estabilidad respecto de la velocidad para diferentes regímenes de motor. La mayor aportación a esta derivada de estabilidad es la contribución del fuselaje, por tanto será interesante estudiar el efecto de la variación de la posición del centro de gravedad del avión.

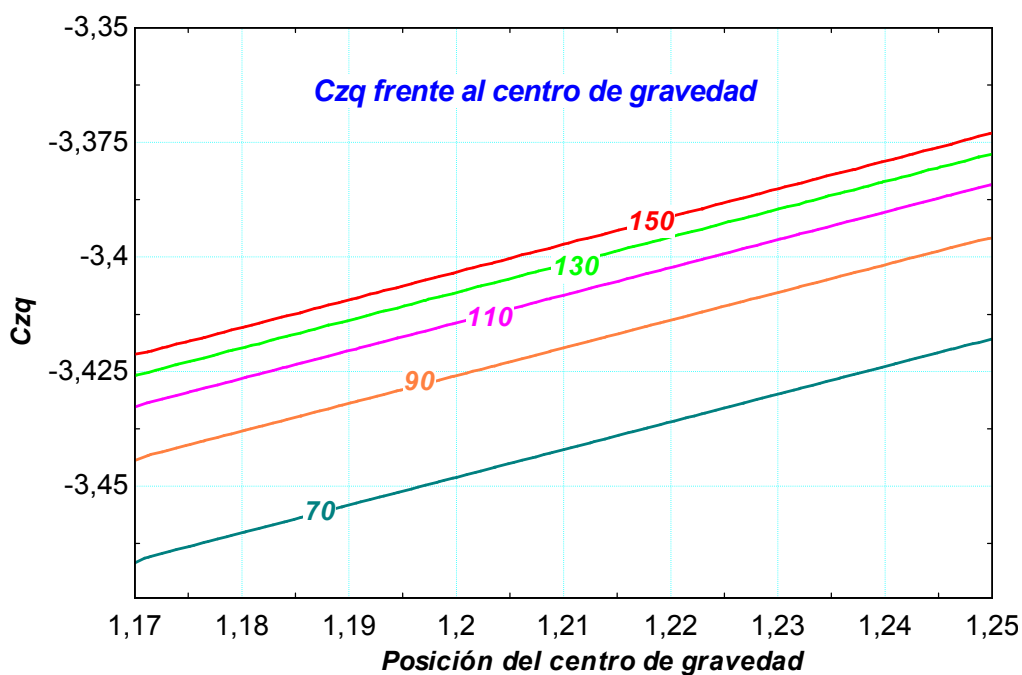


Figura 3.63. - C_{zq} frente a la posición del centro de gravedad



En la gráfica 3.63 se puede apreciar cómo conforme se va atrasando el centro de gravedad del avión, este valor de la derivada de estabilidad va disminuyendo progresivamente.

$$C_{mq}$$

En la siguiente figura se puede apreciar la variación de esta derivada de estabilidad respecto de la velocidad de vuelo.

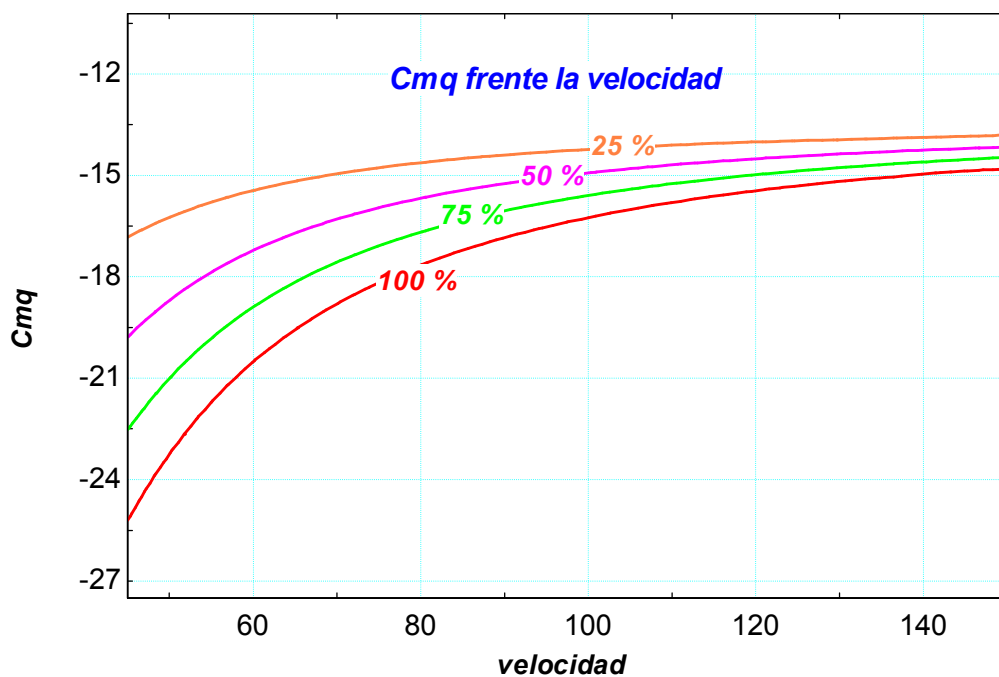


Figura 3.64. - C_{mq} frente la velocidad

El cabeceo del avión también se verá influenciado por la posición del centro de gravedad del mismo, tal y como se puede apreciar en la figura 3.65, aunque no de forma muy acuciada.



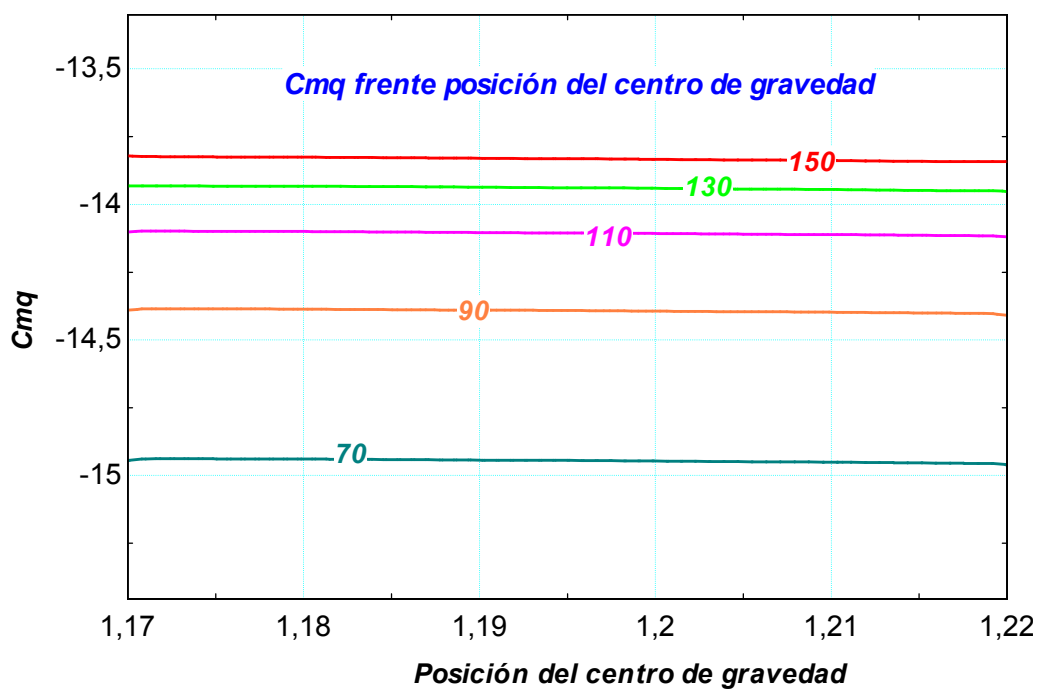


Figura 3.65. - C_{mq} frente a la posición del centro de gravedad

$$C_{z\dot{\alpha}}$$

La contribución de la cola a este término se representa en la figura 3.66.

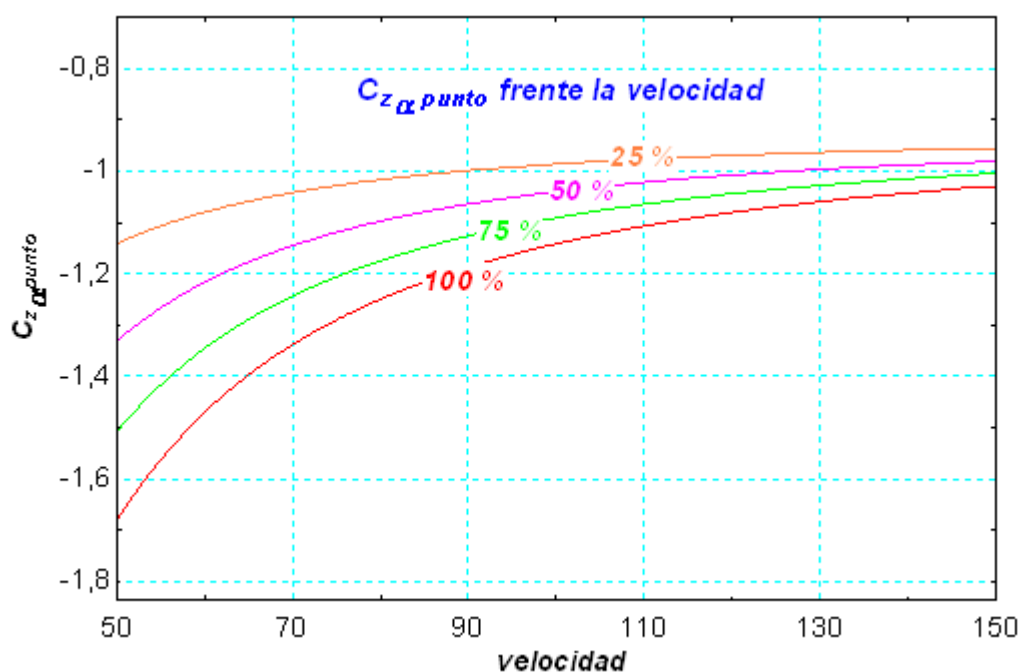


Figura 3.66. - $C_{z\dot{\alpha}}_{punto}$ frente a la velocidad



$$C_{m\dot{\alpha}}$$

A continuación se presenta su variación con respecto de la velocidad de vuelo. El comportamiento de las curvas es el mismo que el de la figura anterior puesto que la contribución que se estudia es únicamente la de cola multiplicada por un factor de ajuste $\frac{l_t}{c}$.

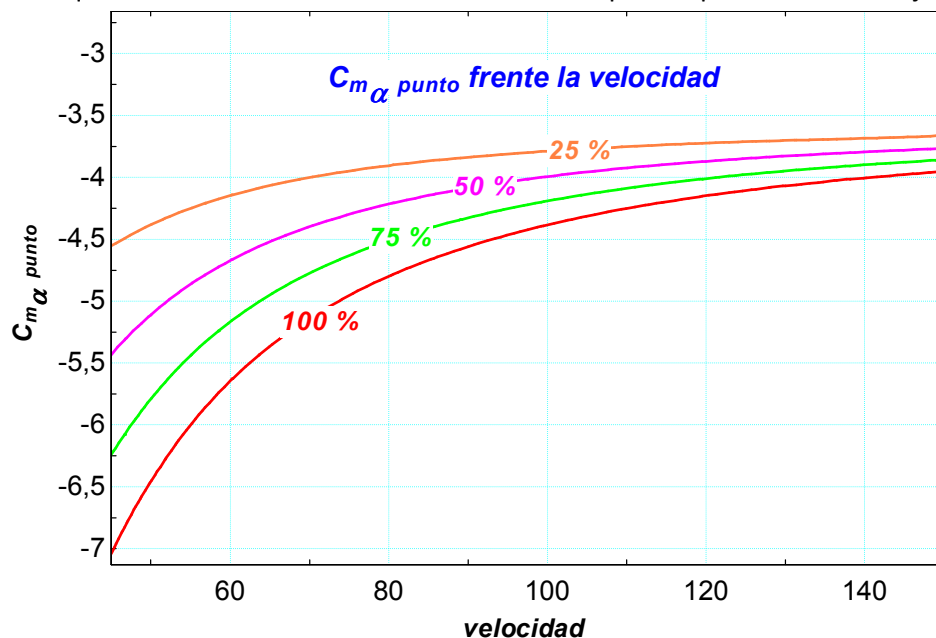


Figura 3.67. - $C_{m\dot{\alpha}}$ punto frente la velocidad

$$C_{z\delta\epsilon}$$

Se estudia ahora, la variación de este parámetro en función del ancho del timón de profundidad, puesto que es el único parámetro medible que se puede estudiar.

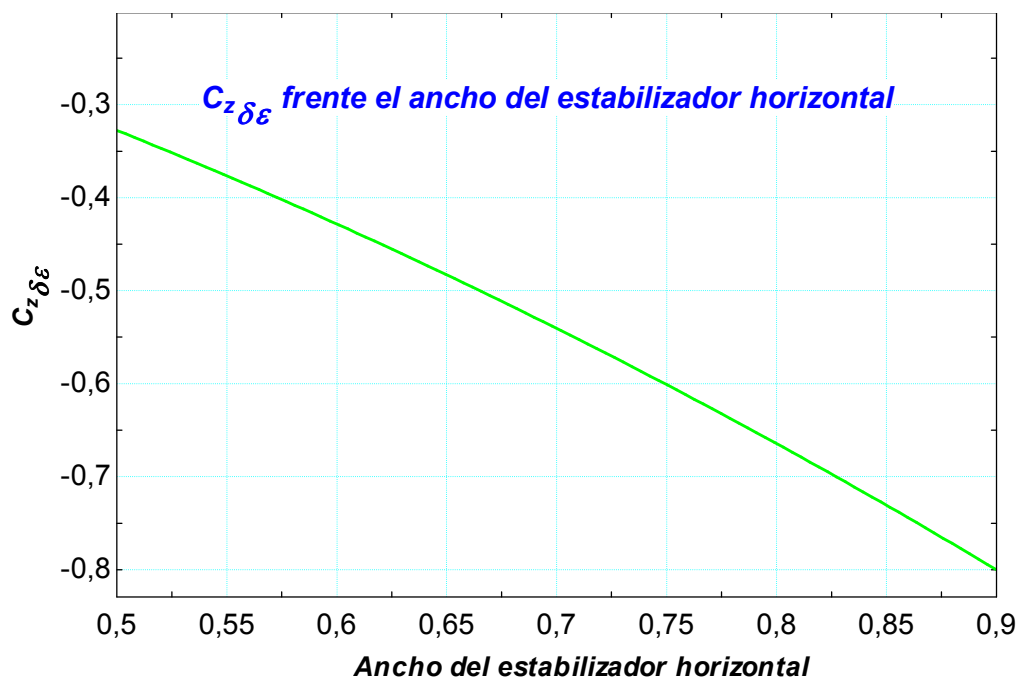


Figura 3.68. - $C_{z\delta\epsilon}$ frente el ancho del estabilizador horizontal



$$C_{m\delta e}$$

La variación de esta derivada respecto del ancho del timón de profundidad se representa a continuación.

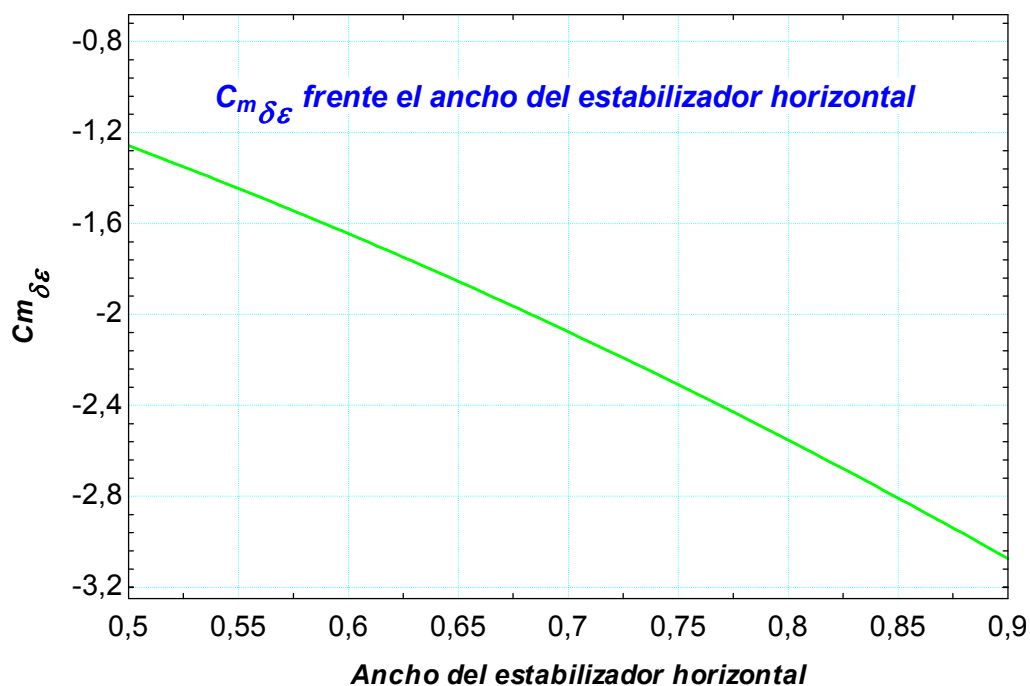


Figura 3.69. - $C_{m\delta e}$ frente al ancho del estabilizador horizontal

$$C_{x\theta}$$

Para diferentes velocidades y posición de la palanca de gases el trimado del avión cambia sustancialmente, de forma que esta derivada de estabilidad varía de forma contundente al variar esas condiciones; sin embargo, la contribución de esta derivada a los modos de estabilidad es muy pequeña y su efecto será prácticamente despreciable.



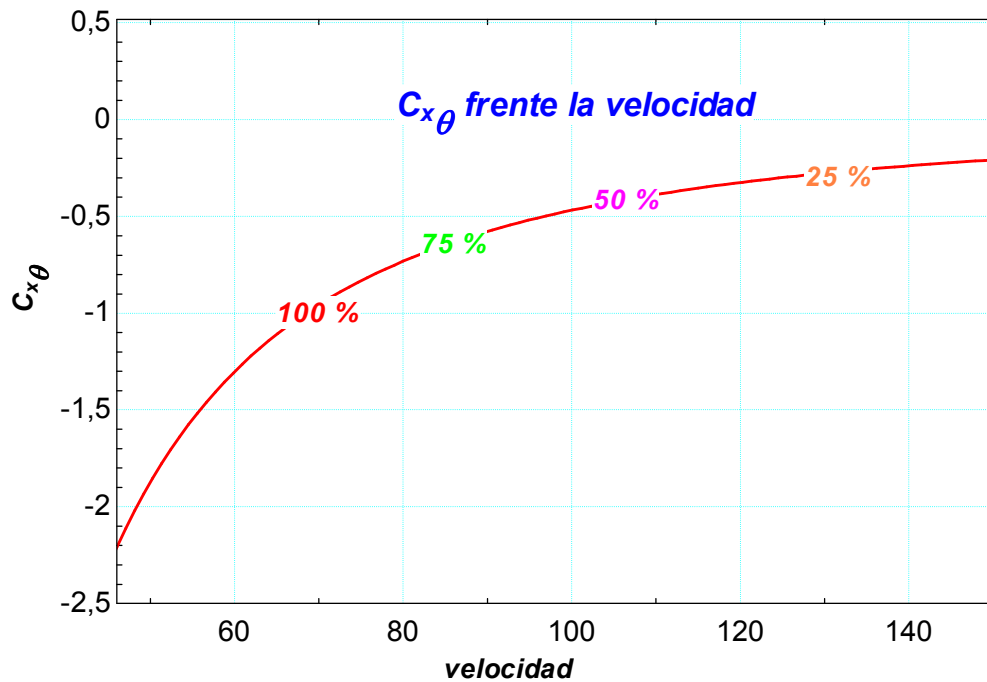


Figura 3.70. - $C_{x\theta}$ frente a la velocidad

3.4.2. Derivadas longitudinales

En la tabla 3.71 se tienen los diferentes valores de las derivadas de estabilidad lateral-direccional. Tras esta tabla se analizarán con detalle parte de las derivadas de estabilidad importantes para el vuelo y que varíen con respecto algún parámetro de interés. Las derivadas de estabilidad que sean idénticamente nulas no se analizarán.

Valor de las derivadas de estabilidad laterales				
Derivadas de estabilidad	Crucero 25 %	Crucero 75 %	Despegue	Aterrizaje
$C_{y\beta}$	-0,4990	-0,4990	-0,4990	-0,4990
$C_{l\beta}$	0,0817	0,0828	0,1038	0,1014
$C_{n\beta}$	-0,0364	-0,0452	-0,0047	-0,0024
$C_{y\delta a}$	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$C_{l\delta a}$	-0,0088	0,0114	-0,0906	-0,0860
$C_{n\delta a}$	0,2200	0,2200	0,2200	0,2200
$C_{y\delta r}$	0,2565	0,2565	0,2565	0,2565
$C_{l\delta r}$	-0,1277	-0,1277	-0,1277	-0,1277
$C_{n\delta r}$	0,0233	0,0233	0,0233	0,0233
C_{yp}	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
C_{lp}	-0,6439	-0,6411	-0,6754	-0,6393
C_{np}	-0,0265	0,0340	-0,2625	-0,2571
C_{yr}	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
C_{lr}	0,0795	-0,0179	0,4762	0,4493
C_{nr}	-0,2464	-0,2009	-0,4007	-0,3846

Figura 3.71. - Valores de las derivadas de estabilidad lateral-direccional



$C_{y\beta}$

Como se puede apreciar en la figura 3.72 esta derivada de estabilidad no varía con respecto de la velocidad. Será interesante pues realizar el estudio de su variación respecto del diedro del ala. Aparecerán en la gráfica 3.73 todas y cada una de las contribuciones a esta derivada, destacando la contribución del ala. Se puede observar como varía el signo al variar el signo del diedro.

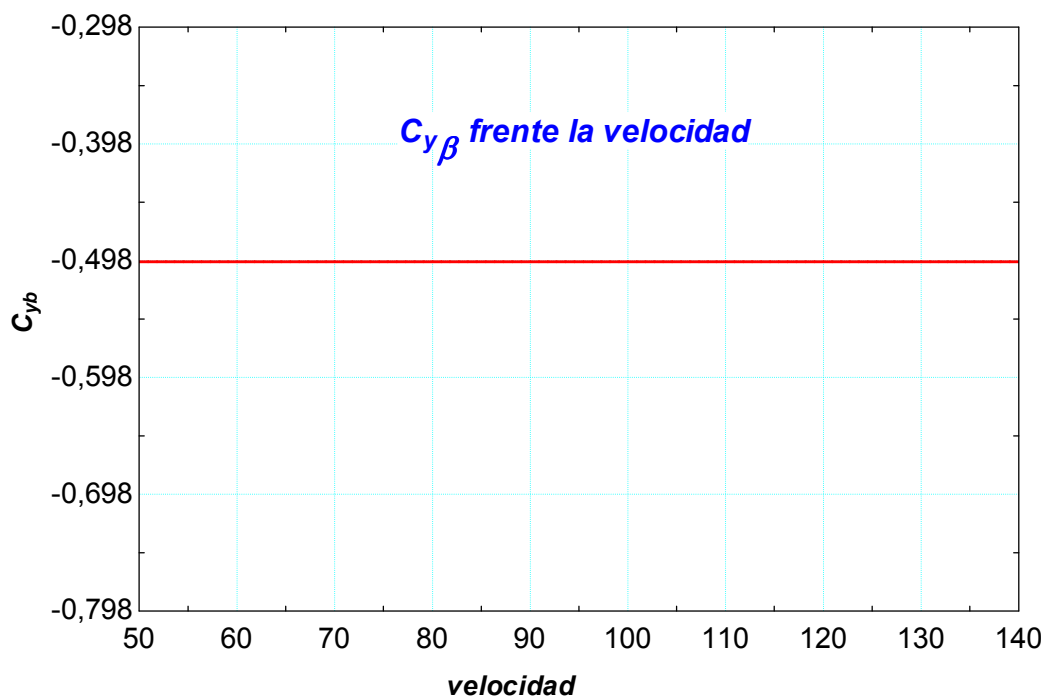


Figura 3.72. - $C_{y\beta}$ frente la velocidad



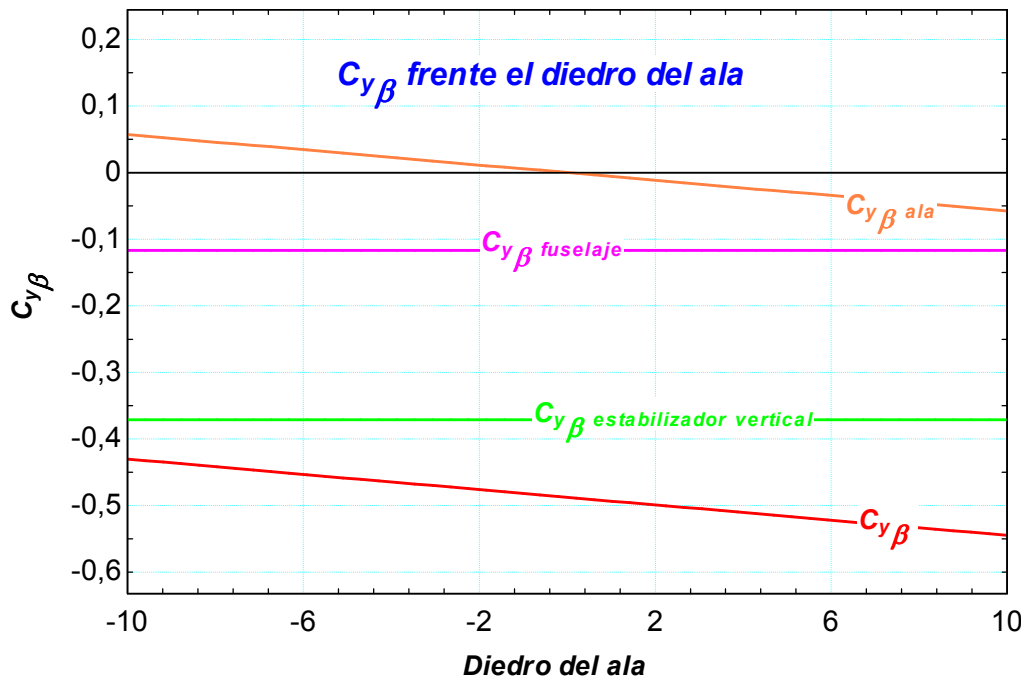


Figura 3.73. - $C_{y\beta}$ frente al diedro

$C_{l\beta}$

Esta derivada de estabilidad representa el momento de balance que se ejerce sobre la aeronave cuando el avión vuela con un cierto ángulo de resbalamiento o con viento cruzado. Las ecuaciones que rigen esta derivada son las que se presentan a continuación:

A continuación se presenta un estudio de esta derivada de estabilidad para diferentes configuraciones del diedro del ala.



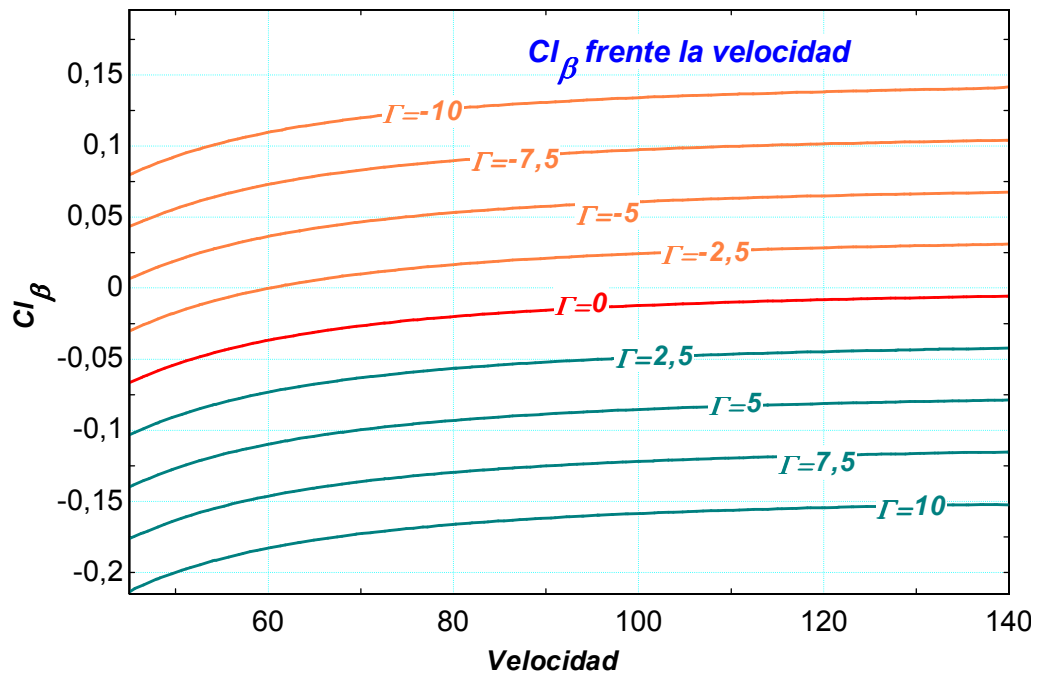


Figura 3.74. - Cl_{β} frente la velocidad

El diedro si contribuye de forma decisiva al criterio de estabilidad lateral, de forma que la decisión de introducir 2° de diedro fue acertada.

$$C_{n\beta}$$

Como se puede apreciar, el diedro no compromete el criterio de estabilidad direccional, a diferencia de lo que ocurría con el criterio de estabilidad lateral. La velocidad hace que tienda a converger a un punto.



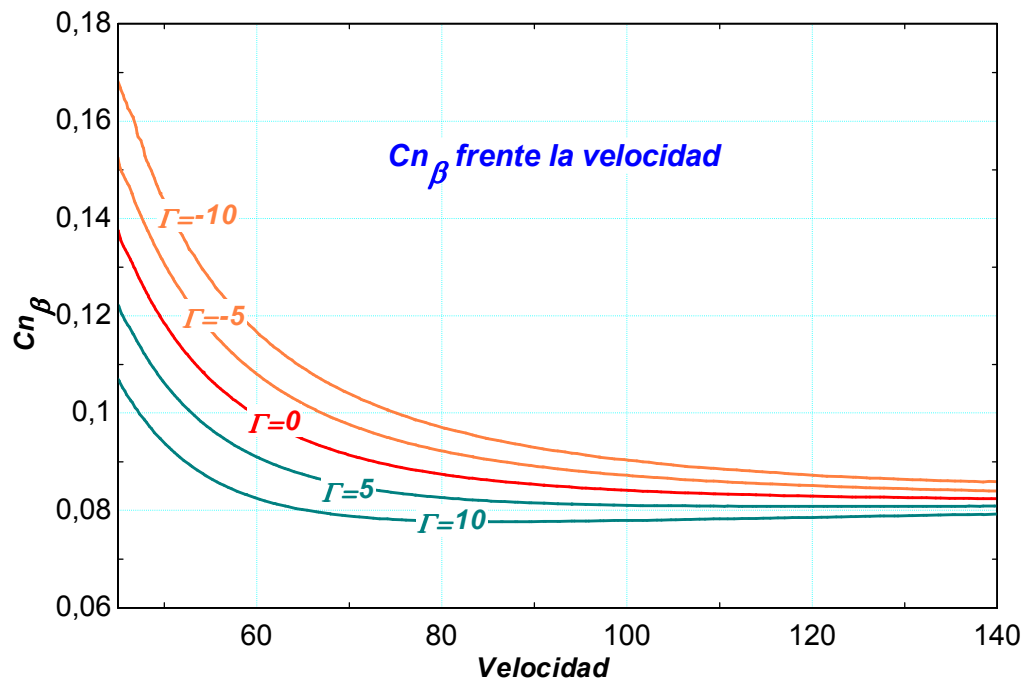


Figura 3.75. - $C_{n\beta}$ frente a la velocidad

$$C_{n\delta a}$$

Se comprueba fácilmente cómo esta derivada es mayor a mayor velocidad, puesto que la efectividad de las superficies de control se hace más patente a altas velocidades.

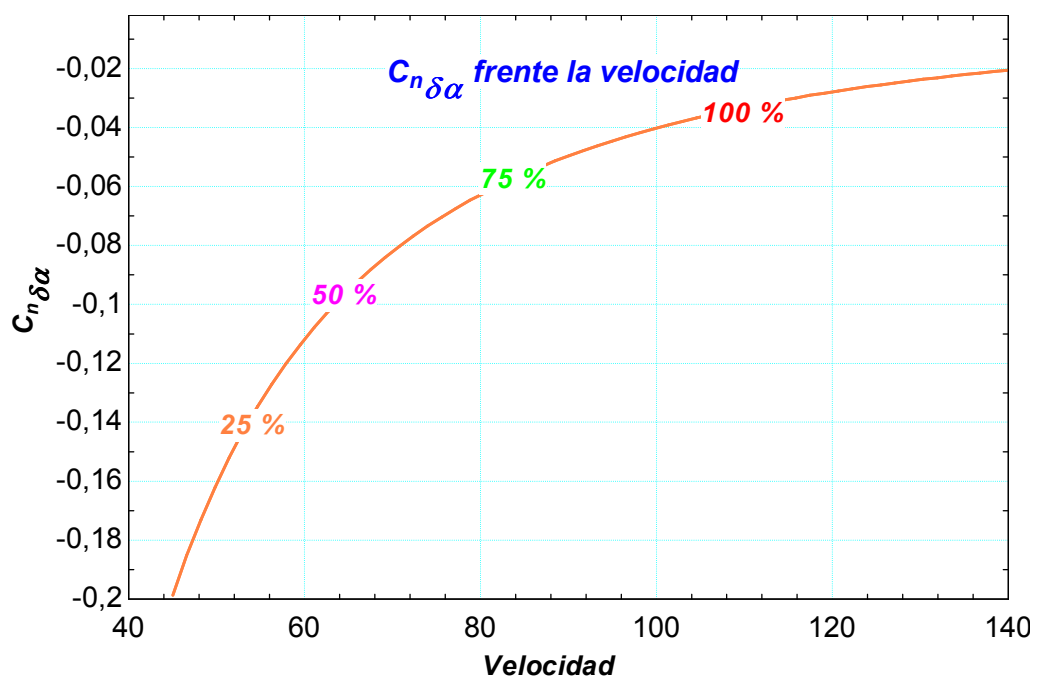


Figura 3.76. - $C_{n\delta a}$ frente a la velocidad



C_{lp}

La derivada de estabilidad C_{lp} se ve fuertemente influenciada por la velocidad de vuelo y la contribución del trimado longitudinal.

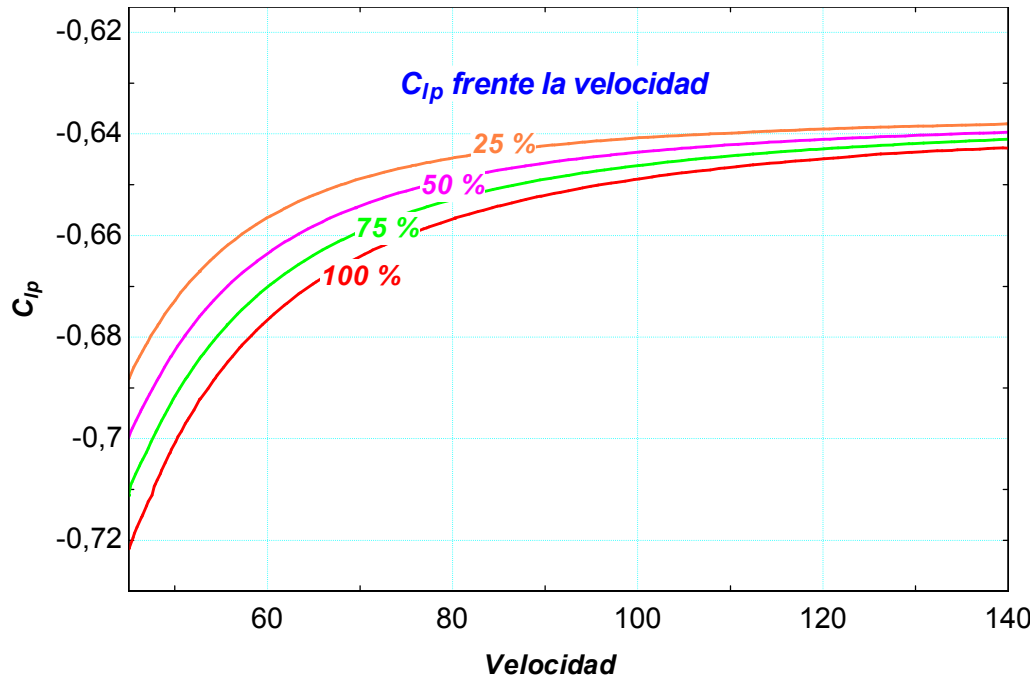


Figura 3.77. - C_{lp} frente a la velocidad

C_{np}

Esta derivada de estabilidad presenta pequeñas variaciones respecto del régimen de motor. Será interesante advertir que cambia de signo para una velocidad de crucero superior a los 100 km/h por lo que a grandes velocidades el avión podría llegar a comportarse de forma no aconsejable. Aunque esto no podrá ser demostrable hasta que no se haga un estudio de los modos de estabilidad laterales.



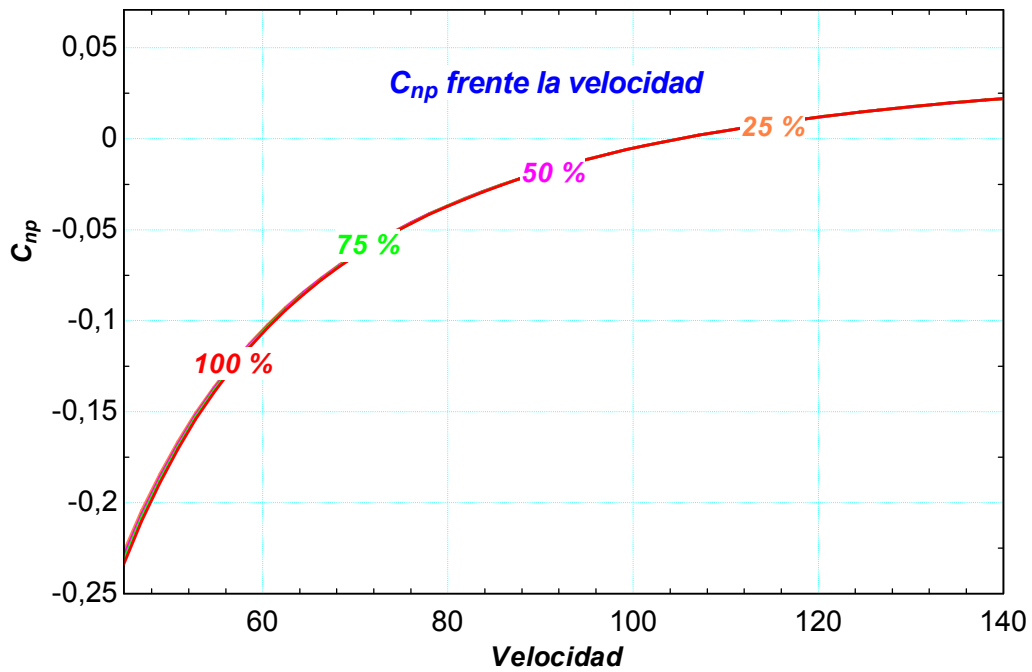


Figura 3.78. - C_{np} frente a la velocidad

C_{lr}

Se puede apreciar como a grandes velocidades al igual que ocurría con la derivada anterior, ésta es capaz de variar su signo, por lo que se necesitará de un estudio de los modos para poder conocer la estabilidad real del sistema en esa situación de vuelo.

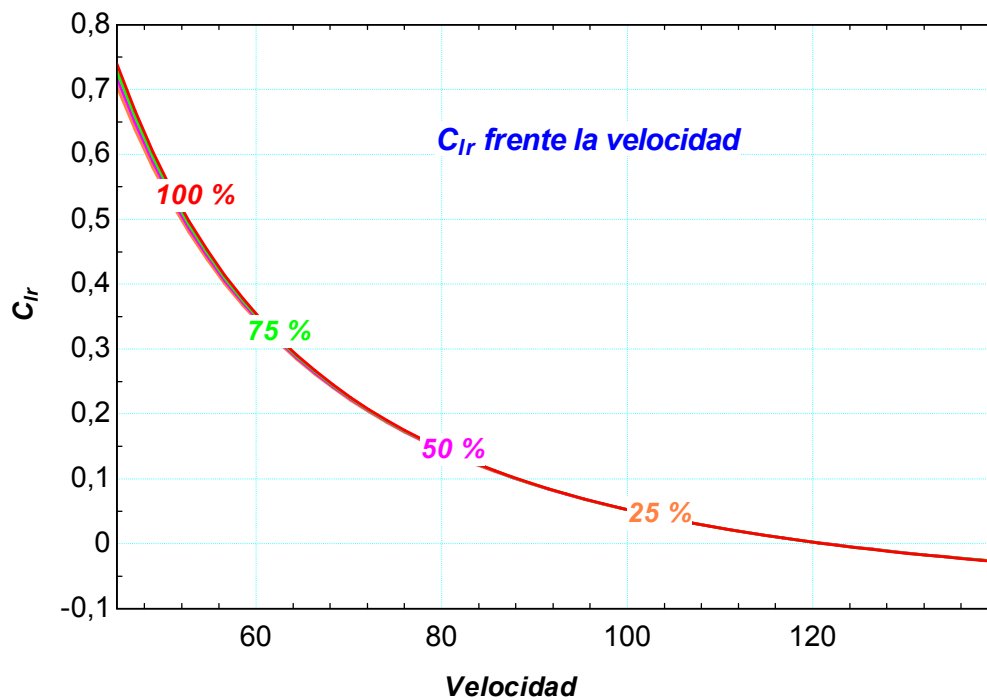


Figura 3.79. - C_{lr} frente a la velocidad



C_{nr}

Esta derivada de estabilidad no cambia de signo a lo largo del vuelo, a diferencia de lo que ocurría con las anteriores.

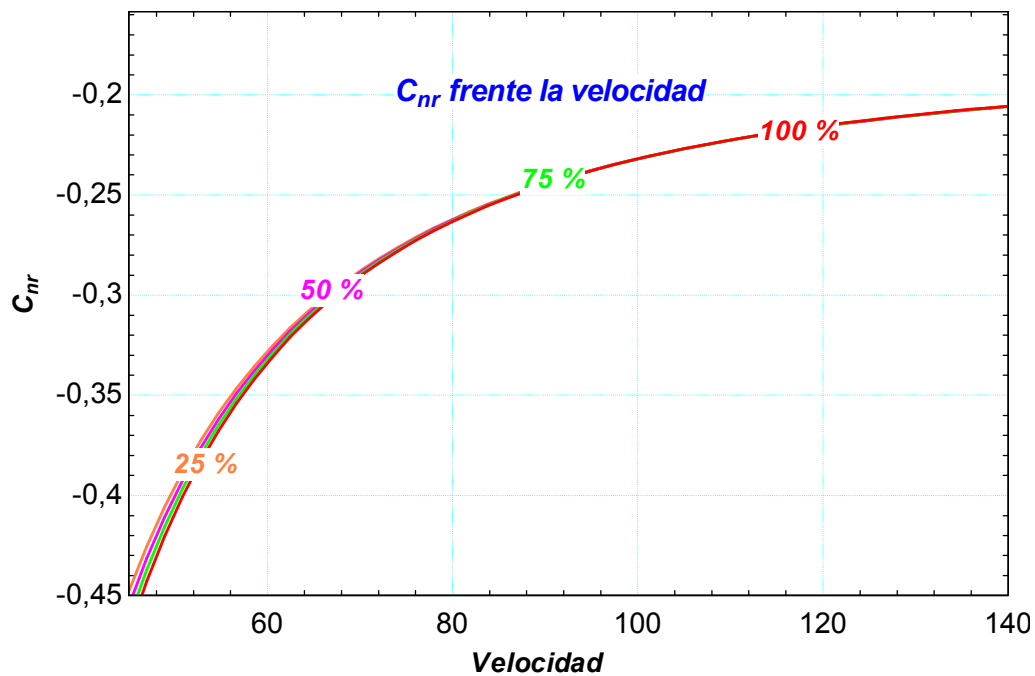


Figura 3.80. - C_{nr} frente a la velocidad



4. Estabilidad estática longitudinal

El concepto de estabilidad se define como la cualidad en la que un avión estable tiende a regresar a la condición de equilibrio de forma autónoma. El estudio de la estabilidad se dividirá en dos apartados bien diferenciados. Por un lado se estudiará la estabilidad estática y con posterioridad se abordará el estudio de la estabilidad dinámica.

La estabilidad estática está presente cuando las fuerzas creadas por una perturbación, tienden a recuperar al sistema: por ejemplo, el momento de cabeceo debido a un incremento en el ángulo de ataque, es estable si la misma naturaleza de la perturbación empuja al avión a recuperar su estado original. Si las fuerzas de recuperación son demasiado fuertes, el avión puede sobrepasar sus valores iniciales y entrar en un modo inestable.

Para generar estabilidad estática en cabeceo es necesario que para cualquier cambio en el ángulo de ataque se generen momentos que se opongan al cambio, lo que implica que la derivada del momento de cabeceo con respecto del ángulo de ataque tiene que ser negativa.

Las ecuaciones de estabilidad se conforman como un conjunto de datos aerodinámicos del avión, así como de datos estructurales, tales como el centro de gravedad del mismo, el centro aerodinámico del ala, derivadas de estabilidad, etc. Obviamente, también tendrá un papel importante dentro del control la línea de actuación del motor respecto del centro de gravedad, aunque para facilitar todos los cálculos se va a realizar la hipótesis de suponer la línea de actuación del motor, sobre el centro de gravedad, de forma que no se generan momentos debido a la propulsión de la hélice. Además esta será una máxima en el diseño de la aeronave.



Figura 4.1. - Línea de actuación de la hélice

El movimiento longitudinal, es controlado por el elevador o timón de profundidad y la variable controlada es el ángulo de cabeceo o más comúnmente conocido por su denominación inglesa como “pitch”. El elevador está localizado sobre el plano horizontal de la



aeronave, abisagrado al estabilizador horizontal, y alejado del centro de gravedad de ésta, para que al deflectar, su fuerza produzca un momento que genere una variación en el ángulo de ataque del avión. Todo esto se puede apreciar en las fotografías con referencia 4.1, 4.2 y 4.3.

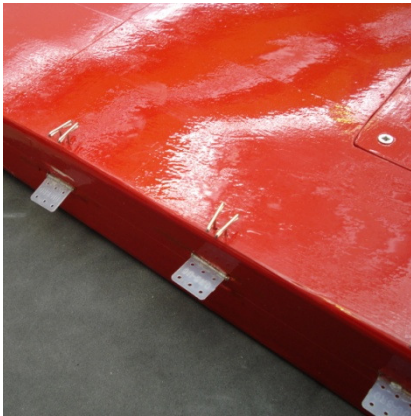


Figura 4.2. – Bisagras

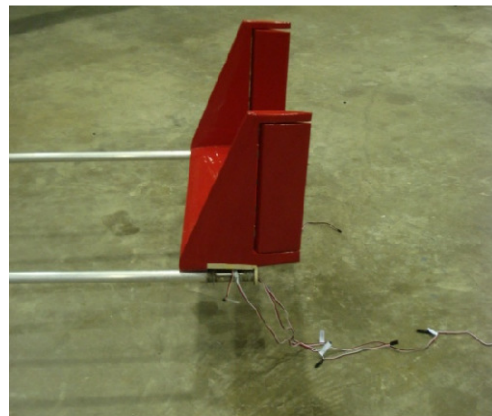


Figura 4.3. - Conjunto de cola

Se define como positiva la deflexión del elevador cuando éste baja según la cuerda media del ala, y negativa en caso contrario. Este hecho queda reflejado en las fotografías 4.4.y 4.5.

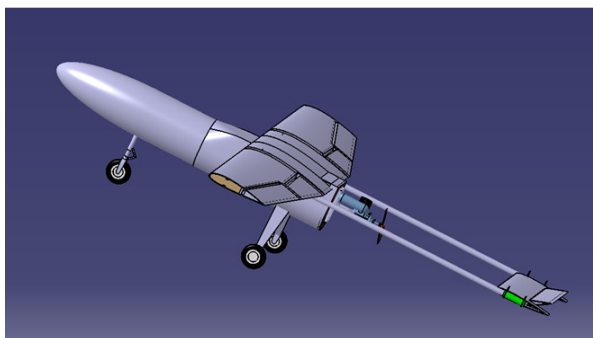


Figura 4.4. - Deflexión negativa. Encabritado

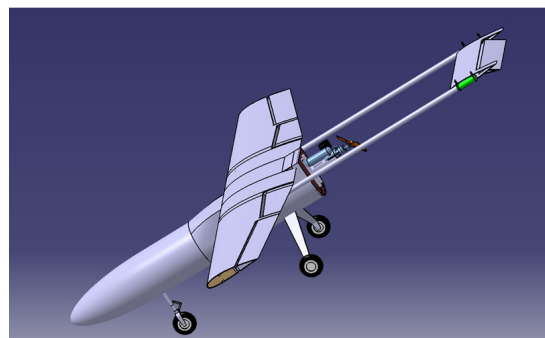


Figura 4.5. - Deflexión positiva. Picado

Se procurará ubicar los depósitos de combustible lo más cercanos posible al centro de gravedad, para que conforme vaya progresando el vuelo y se vacíen los mismos, éstos no generen un incremento de distancia entre el centro de gravedad y el centro aerodinámico del avión. La configuración inicial que se tiene es que los depósitos de combustible, se encuentran ubicados por detrás del centro de gravedad del sistema, de forma que conforme el avión va consumiendo gasolina, el centro de gravedad se adelanta así que la estabilidad aumenta, tal y como se verá en estudios posteriores. Las fotografías 4.6 y 4.7 aportan mucha información a este respecto.





Figura 4.6. - Diseño ubicación tanque de combustible



Figura 4.7. - Ubicación real del tanque de combustible

La bahía de carga es suficientemente amplia y en ella se puede ubicar la carga de pago en diferentes posiciones, lo cual para el caso en estudio, a la hora de variar algún parámetro, se puede mover la posición de la carga de pago en vez de la posición del ala. Esta solución es viable y en la práctica suele ser la más utilizada. En principio una de las hipótesis que se propone desde el equipo de estructuras es que la carga de pago se encuentre distribuida, en vez de concentrada en un cierto punto, de forma que el avión si se consigue que sea estable, lo va a seguir siendo para cualquier configuración de vuelo. Detalle de la bahía de carga en la figura 4.8.



Figura 4.8. - Bahía de carga

Otra hipótesis sería suponer el momento del fuselaje despreciable, aunque su sustentación no lo sea. Posteriormente se hará un cálculo estimativo de la contribución a la sustentación por parte del fuselaje y consecuentemente al momento del conjunto. En el cálculo de las derivadas de estabilidad laterales direccionales se comprobará que su contribución será decisiva, no pudiéndose despreciar ésta.

El tren de aterrizaje se supondrá que el momento de picado que genera es nulo, puesto que se le ha creado un carenado alrededor y la forma del mismo ha intentado que generase la mínima resistencia inducida posible.



Figura 4.9. - Tren de aterrizaje

A continuación se detallan las secciones que se van a abordar en esta amplia sección para el estudio de la estabilidad. El mismo se dividirá en diez áreas bien características siendo éstas: posición del punto neutro, margen estático, posición del centro de gravedad, carga y centrado del avión, criterio de estabilidad estática longitudinal, interferencias entre superficies, trimado del avión, estudio de incidencias, diferentes configuraciones de vuelo y el estudio alternativo para configuración de cola alta.

4.1. Posición del punto neutro

El análisis aerodinámico moderno para el estudio de la estabilidad de un aeromodelo, está basado en el efecto que el ala y la cola del avión representan para la sustentación global del mismo, al estar colocadas ambas superficies en tándem una detrás de la otra. Cada una de estas superficies tienen su propio centro aerodinámico, pero la combinación de este par de fuerzas, da lugar a un centro aerodinámico medio del avión equivalente donde se puede reducir tanto la sustentación como la resistencia globales del modelo. Este modelo también puede llegar a considerar los efectos del fuselaje dentro de este par de fuerzas limitantes de la estabilidad y actuaciones del avión. Esta posición del centro aerodinámico medio se denomina “punto neutro” del avión.

El punto neutro se encontrará entre el centro aerodinámico de las dos superficies y más cercano a la superficie que más contribuya a la sustentación del conjunto. Alguna perturbación en el momento de cabeceo del avión que en un instante saque momentáneamente al avión de su envolvente de vuelo estable, causará un cambio en el ángulo de ataque de ambos perfiles. Esto se traducirá en un incremento o decremento en el total de la sustentación en el punto neutro del avión.

El sistema es longitudinalmente estable si el cambio de sustentación produce un efecto corrector, y esto ocurrirá siempre que el punto neutro se encuentre detrás del centro de gravedad del avión. Si el centro de gravedad se encuentra detrás del punto neutro del avión, se tendrá que un incremento en el ángulo de ataque del avión, causará un efecto desestabilizador, tendiendo la aeronave a incrementar el mismo.

El nivel inherente de estabilidad viene gobernado por la distancia entre el centro de gravedad y el punto neutro. Esta distancia es denominada “margen estático” y se estudiará con posterioridad. Para el cálculo del punto neutro del avión con precisión influyen gran cantidad de factores como se citan a continuación:

- La eficiencia de la superficie de cola.
- La superficie tanto del ala, así como de la cola.
- La distancia entre los centros aerodinámicos de la cola y del ala.
- Las pendientes correspondientes a las curvas de sustentación de las superficies sustentadoras. Por una parte la mayor sustentación de la superficie mayor, el ala; y por otra, la superficie menor, la cola que tendrá una sustentación menor.
- La deflexión de estela y el efecto pernicioso que pueda tener sobre las superficies de cola.
- Efectos de la hélice. No poseen el mismo comportamiento una configuración propulsora que una tractora. La configuración tractora introduce mayores perturbaciones en la corriente, así como un elevado número de vórtices. Por el



contrario, la configuración propulsora, como en el caso del avión no tripulado objeto de estudio, el efecto que aporta será beneficioso.

La posición del punto neutro se tiene cuando el coeficiente de momentos para un ángulo de ataque sea nulo. En ese caso coincide con el centro de gravedad del avión. Por lo tanto:

$$C_{m\alpha} = C_{lawb} \cdot (\overline{X_{cg}} - \overline{X_{cawb}}) - C_{lat} \cdot \left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}\right) \cdot \left(\eta_{hafe} \cdot S_{afe}/S + \eta_{hnoafe} \cdot S_{noafe}/S\right) \cdot (\overline{X_{cat}} - \overline{X_{cg}}) \quad (4.1)$$

En esta ecuación se tiene que la contribución del ala tiene un efecto desestabilizante, mientras que la contribución del estabilizador horizontal tiene un efecto contrario.

$$0 = C_{lawb} \cdot (\overline{X_{cg}} - \overline{X_{cawb}}) - C_{lat} \cdot \left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}\right) \cdot \left(\eta_{hafe} \cdot S_{afe}/S + \eta_{hnoafe} \cdot S_{noafe}/S\right) \cdot (\overline{X_{cat}} - \overline{X_{cg}}) \quad (4.2)$$

$$0 = C_{lawb} \cdot (N_0 - \overline{X_{cawb}}) - C_{lat} \cdot \left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}\right) \cdot \left(\eta_{hafe} \cdot S_{afe}/S + \eta_{hnoafe} \cdot S_{noafe}/S\right) \cdot (\overline{X_{cat}} - N_0) \quad (4.3)$$

La diferencia entre la ecuación 4.2 y 4.3 es que cuando el coeficiente de momentos para ángulo de ataque es idénticamente nulo, la posición del centro de gravedad coincide con la del punto neutro del avión. Esa será la definición de punto neutro del avión: “la posición del centro de gravedad del avión para que el coeficiente de momentos sea nulo”. Despejando en esta última ecuación, se obtiene el valor del punto neutro del avión en función de todos los parámetros conocidos:

$$N_0 = \frac{C_{lawb} \cdot \overline{X_{cawb}} + C_{lat} \cdot \left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}\right) \cdot \left(\eta_{hafe} \cdot S_{afe}/S + \eta_{hnoafe} \cdot S_{noafe}/S\right) \cdot \overline{X_{cat}}}{C_{lawb} + C_{lat} \cdot \left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}\right) \cdot \left(\eta_{hafe} \cdot S_{afe}/S + \eta_{hnoafe} \cdot S_{noafe}/S\right)} = 1,2741 \text{ m} \quad (4.4)$$

Una vez que se tiene este parámetro, es muy simple expresar algunas de las condiciones de estabilidad en función del mismo, además de proporcionar en numerosas ocasiones una valiosa información acerca del sistema.

$$C_{m\alpha} = (\overline{X_{cg}} - N_0) \cdot \left(C_{lawb} + C_{lat} \cdot \left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}\right) \cdot \left(\eta_{hafe} \cdot S_{afe}/S + \eta_{hnoafe} \cdot S_{noafe}/S\right)\right) \quad (4.5)$$

$$C_{m\alpha} = (\overline{X_{cg}} - N_0) \cdot C_{la} \quad (4.6)$$



$$C_{m\alpha} = -C_{l\alpha} \cdot (N_0 - \overline{X_{cg}}) \quad (4.7)$$

Para el cálculo del punto neutro de aviones reales, se realizan modelos a escala y se someten a un túnel de viento para calcular de forma precisa esa posición, y por consiguiente, la posición más atrasada posible del centro de gravedad del mismo. Para modelos más pequeños se suele ubicar el punto neutro del avión a un 35 % de la cuerda media del perfil desde el borde de ataque del ala.

La conclusión es que ya se trate de un avión o un modelo a escala, la contribución más decisiva en la posición del punto neutro será la configuración del mismo.



4.2. Margen estático

El margen estático es un parámetro muy importante dentro de la estabilidad longitudinal, puesto que su magnitud determinará la versatilidad del mismo frente a perturbaciones en el ángulo de cabeceo del avión. El margen estático es la diferencia entre la posición del punto neutro y el centro de gravedad, multiplicado por el coeficiente de sustentación para ángulo de ataque distinto de cero. Su magnitud siempre ha de ser mayor que cero, excepto en el caso de aviones militares, en los cuales se busca una configuración inestable para aumentar la maniobrabilidad. En estos casos el margen estático es negativo.

Para aviones grandes lo habitual es tener un margen estático de un 20 % medido en tanto por ciento de la cuerda media. Todos los estudios anteriormente realizados se han hecho con el criterio de diseño de que el margen estático fuera de un 20 %. En la práctica, para aviones de radiocontrol, se suele ubicar el centro de gravedad del aeromodelo entorno a un 25 % de la cuerda media, y el punto neutro a un 35 %. La estabilidad en este caso es buena y genera un margen estático del orden del 10 %.

El mínimo margen estático aconsejable para que se tenga estabilidad estática es del orden del 5 %, lo cual conllevaría retrasar el centro de gravedad a la posición del 30 % de la cuerda media. SM son las conocidas siglas en inglés de “static margin”.

$$\text{Margen estático} = SM = N_0 - X_{cg} \approx 15 \% - 20\%$$

La diferencia entre la posición del centro de gravedad y la del punto neutro (margen estático) va a generar una derivada de estabilidad de cabeceo tan pequeña que la tendencia a recuperar del avión será mucho menor, por lo que la versatilidad del mismo aumenta, sin llegar a verse comprometida la estabilidad longitudinal.

$$C_{m\alpha} = -C_{l\alpha} \cdot (N_0 - \overline{X_{cg}}) \quad (4.8)$$

$$C_{m\alpha} = -C_{l\alpha} \cdot SM \quad (4.9)$$

La ubicación del centro de gravedad demasiado atrasada respecto de la cuerda media, puede llegar a ser peligroso. A la hora del diseño, este hecho será trascendente para la ubicación de los tanques de combustible. Conforme el combustible se va consumiendo a lo largo de la trayectoria, el centro de gravedad del avión va retrocediendo, de forma que en alguna ocasión puede llegar a verse comprometida la estabilidad del conjunto. En ocasiones, si el diseño no es bueno puede llegar a darse el caso de que el centro de gravedad se sitúe detrás del punto neutro de la aeronave tras consumirse parte del combustible, de forma que se genere inestabilidad frente al cabeceo.

Este hecho no va a ser demasiado influyente para el caso del Céfiro, puesto que el tanque de combustible se encuentra situado unos 25 cm por detrás del centro de gravedad del conjunto, de forma que conforme avanza la maniobra y se consume combustible, la tendencia natural del sistema es a adelantar un poco el centro de gravedad del sistema, aumentando por consiguiente la estabilidad. A continuación se presenta un estudio de la variabilidad del



margen estático frente a variaciones en la posición del ala, la posición de la cola y la variación del peso del depósito.

4.2.1. Margen estático frente a la posición del ala

Al variar la posición del ala respecto del resto del avión, ocurren gran cantidad de efectos significativos. Como la cola va unida al ala mediante el sistema de “tail-booms” , se tiene entonces que conforme varía la posición del ala, la posición de la cola también varía, por lo tanto la variación del centro de gravedad es mayor que la variación del punto neutro, tal y como se muestra en la siguiente figura, todas las distancias están dadas en metros:

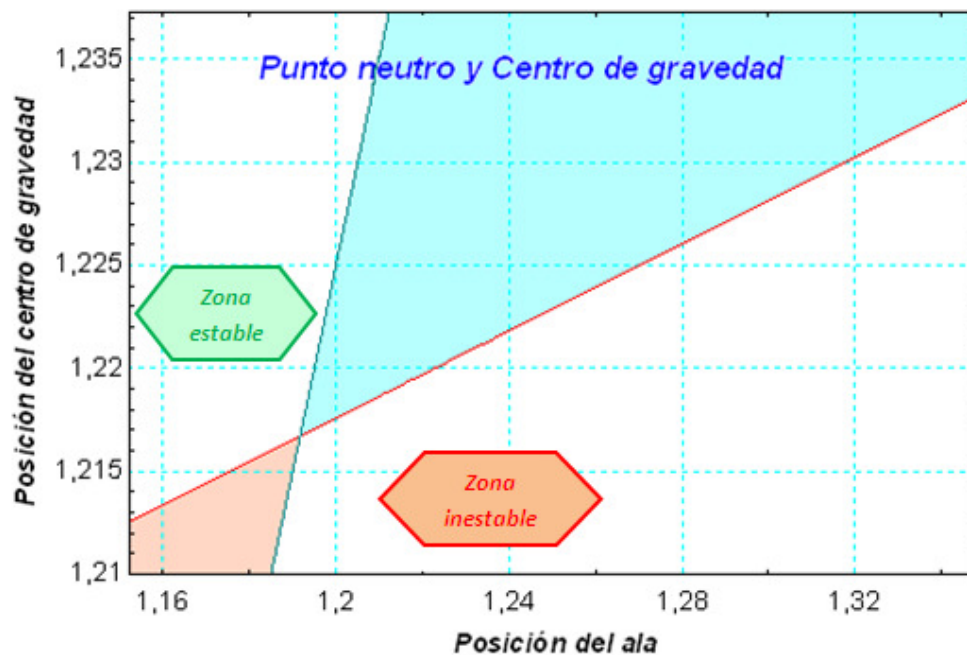


Figura 4.10. - Xcg frente la posición del ala

La línea roja representa el centro de gravedad del avión, mientras que la línea verde es el punto neutro de todo el conjunto. Conforme varía la posición del ala, se observa como la tendencia del sistema es tener una mayor variación del punto neutro del avión; mientras que, el centro de gravedad del mismo se ve menos afectado puesto que, el peso de las superficies sustentadoras es mucho menor que el del fuselaje con la carga de pago y el motor. Todo esto es debido a que, la pendiente de la curva del punto neutro es mayor que la pendiente de la curva del centro de gravedad.

Siempre y cuando el centro de gravedad se sitúe por delante del punto neutro del avión, se tendrá que la aeronave será estable. Por lo tanto, sólo la zona coloreada de verde será estable y en ella el margen estático será mayor que cero. Además, en esa zona, la controlabilidad será la adecuada para este tipo de sistema.



Conforme la diferencia entre el centro de gravedad del avión y el punto neutro del mismo se hace más acusada en la zona estable, la tendencia del avión es a ser más estable. Interesa un margen estático que no sea demasiado significativo. El estudio de cómo varía el margen estático frente a la posición del ala se tiene en la siguiente figura.

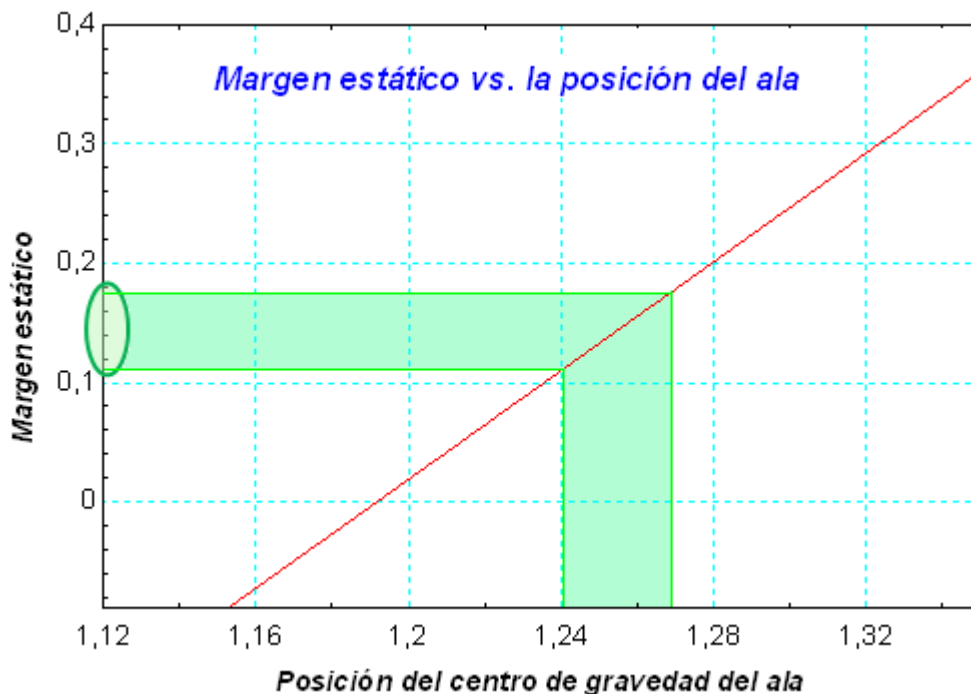


Figura 4.11. - Margen estático frente al centro de gravedad del ala

Como se puede apreciar en la Figura 4.11, la posición del centro de gravedad del ala hace que varíe el margen estático del avión de forma considerable, de forma que el rango de viabilidad del diseño se encuentra situado entre la posición de 1,23 metros y 1,26 metros. Si el ala se sitúa más atrás de 1,29, por ejemplo, cuatro centímetros más atrás, supondría un margen estático superior al 25 %, de forma que sería demasiado estable como para controlarlo.

El diseño inicial se ha realizado para un margen estático del 15 %. Si se sitúa el centro de gravedad del ala unos 3 centímetros por delante de la posición de 1,24 metros, se tendría una estabilidad neutra. Este hecho es observable en la primera de las dos gráficas, puesto que es dónde se sitúa el punto de corte entre punto neutro y centro de gravedad del avión. Por lo tanto, lo ideal sería colocar el ala en el rango de margen estático que va de 15 % al 20 %.

Siendo conservador en cuanto a la estabilidad, de forma que se recomendaría un margen estático del 20 %, aunque para maniobrar mejor el avión y dar libertad al piloto se situará la carga de pago para un margen del orden del 15 %.

Se observa en la gráfica 4.11, que pequeñas variaciones en la posición del ala del avión se traducen en grandes variaciones del margen estático. Por lo tanto, para variar el margen estático deseado, la solución de variar la posición del ala es demasiado comprometida y perjudica sobremanera al diseño, puesto que solamente se puede variar su posición en torno a 4 centímetros y hace que el margen varíe del 10 % al 20 %.



Dicho esto, queda demostrado que para la variación de la estabilidad, (en caso de una excesiva desviación en los cálculos realizados mediante métodos teóricos y durante las pruebas en vuelo) lo ideal, no sería variar la posición del ala, sino otra serie de parámetros. El origen de esta fuerte variabilidad reside en que el punto neutro del avión varía mucho al variar la posición del ala respecto del aeromodelo.

4.2.2. Margen estático frente a la posición de la cola

Al variar la posición de la cola respecto del conjunto del avión, se tiene que varía el centro de gravedad de la misma, pero sin variar el centro de gravedad del ala como ocurría en el caso anterior. Por lo que, a priori, esta solución va a ser menos sensible a posibles modificaciones que la anterior. Para el siguiente estudio, se va a proceder de forma que la posición del ala va a ser la que se tenía con anterioridad. Así que, el único parámetro de variación va a ser la posición del centro de gravedad de la cola.

Al variar la posición del centro de gravedad de la cola, no se puede proceder de cualquier forma, puesto que la cola está conectada al ala a través de los tubos de cola. Por lo tanto, variaciones en la longitud de estos tubos, supone una variación del centro de gravedad de los mismos, así como variaciones del peso. Además, la cola se acerca más a la estela del motor, por lo que el efecto de la corriente habrá que modelarlo dentro de la eficiencia de la superficie del timón de dirección.

En la gráfica 4.12 se tiene que el punto neutro viene representado por la línea roja al igual que en el estudio anterior, mientras que el centro de gravedad del UAV es la línea verde. En la misma se puede apreciar como al variar la posición del centro de gravedad de la cola, el punto neutro del avión varía muy poco, por eso la recta que representa el punto neutro tiene una pendiente muy pequeña. Esto es debido a que la mayor contribución al término del punto neutro de la aeronave la aporta el ala, puesto que su curva de sustentación y su tamaño son mucho mayores que los respectivos a la cola.



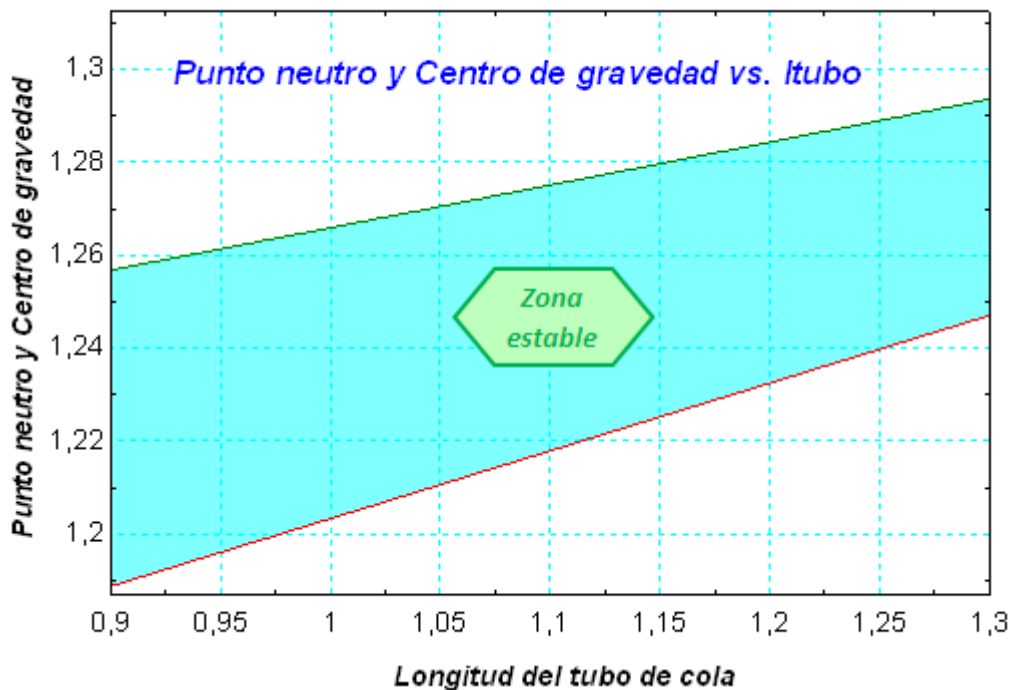


Figura 4.12. - Xcg frente la posición de la cola

El centro de gravedad del avión también varía muy poco. Si el avión se había diseñado para que la distancia entre centro de gravedad y el punto neutro produjese un margen estático del orden del 15 %, esto significa que al introducir cambios en la cola, este parámetro no variará excesivamente, tal y como se verá a continuación.

Al realizar el estudio, se obtiene que la variación del centro de gravedad y el punto neutro es tan ínfima que, si se había realizado un diseño para que fuera estable, seguirá siéndolo sin variar demasiado el margen estático. Por este hecho, en la figura 4.12 se tiene que todas las combinaciones posibles de longitud del tubo de cola serán estables, puesto que no se cortan las líneas verde y roja en ningún momento. Por ello, todo el gráfico se encuentra representado en verde. La elección de la longitud de tubo de cola ha sido lo más conservadora posible de forma que se ha puesto una longitud de tubo suficiente para evitar lo máximo posible la estela del avión, mientras que al mismo tiempo, no fuera excesiva para la rotación del mismo. La variación del margen estático respecto de la posición del centro de gravedad de la cola viene representada en la figura 4.13:



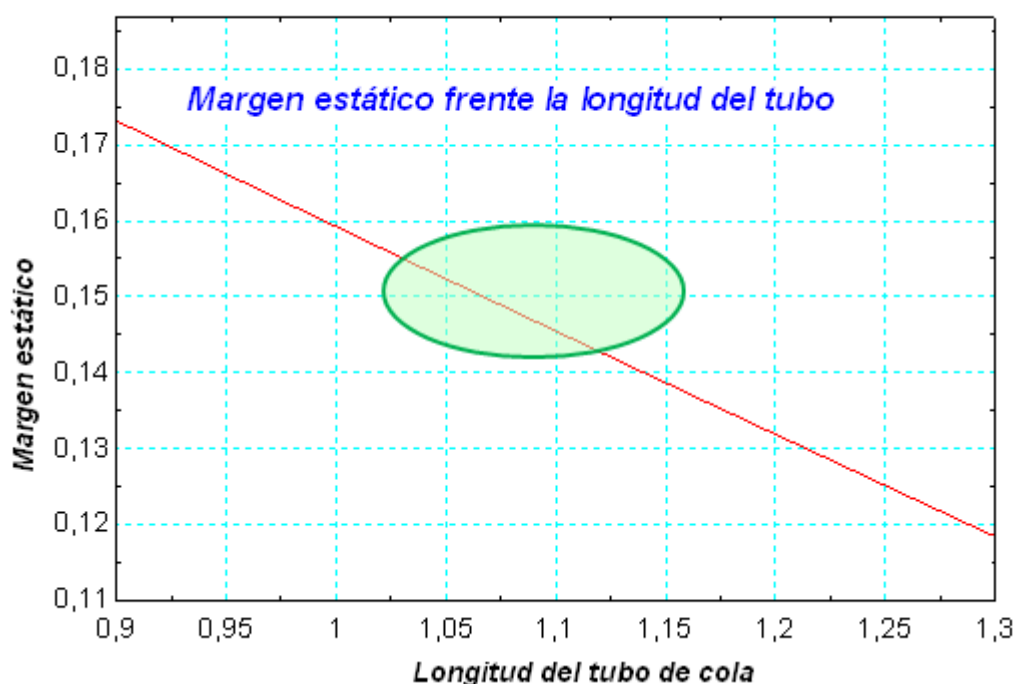


Figura 4.13. - Margen estático frente a la longitud del tubo

De la gráfica se deduce que si se disminuye la longitud de los tubos de cola, la magnitud del margen estático aumenta; por lo que, el avión se hace demasiado estable, aunque se podrían modificar otros parámetros para mejorar este hecho. En la zona que aparece coloreada, se tiene un aumento de la longitud de los tubos de cola disminuiría el margen estático, de forma que se tendría mayor versatilidad en el vuelo. La longitud de los mismos ha de disminuir del orden de unos 10 cm para conseguir un margen estático entorno al 15 %.

Con los resultados obtenidos se aprecia que no es una solución aconsejable el incrementar la longitud de los tubos de cola, debido a que puede empeorar la condición de despegue del avión, puesto que puede llegar a chocar la cola con el suelo en el momento de la rotación, además de un aumento de la posición del centro de gravedad hacia atrás no incrementa el margen estático.

Existe una solución alternativa que pasaría por hacer un estudio variando un porcentaje la posición del ala y a la misma vez reduciendo la longitud del tubo. Este estudio queda reflejado en la figura 4.14 que se mostrará a continuación. En la gráfica, la solución optimizada se presenta dentro de un círculo verde. Dentro de ese círculo el margen estático es menor, con lo que se consigue más versatilidad. En primer lugar, se atrasa el ala respecto de su antiguo centro de gravedad un centímetro y medio, sin afectar demasiado a la estabilidad del conjunto. En segundo lugar, se acorta del orden de unos 10 centímetros el tubo de cola, de manera que se ahorra en material en los tubos, además de aumentar el ángulo de rotación en el despegue.



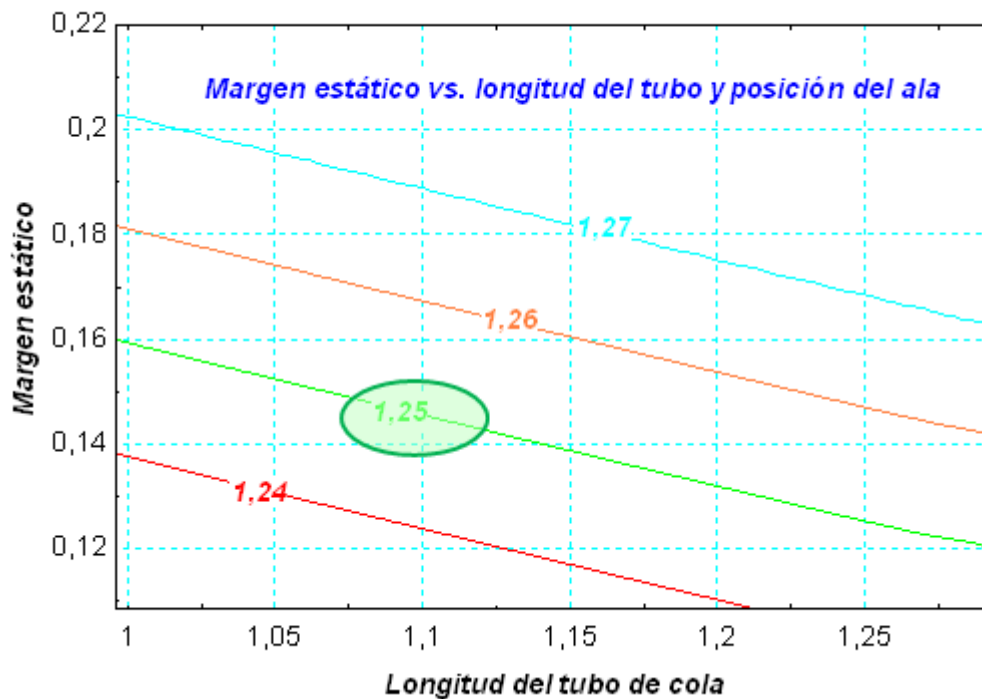


Figura 4.14. - Margen estático frente longitud del tubo y posición del ala

4.2.3. Margen estático frente a la carga de combustible

El depósito de combustible, se encuentra unos 30 centímetros por detrás del centro de gravedad del avión, de forma que conforme va variando su peso, la posición del centro de gravedad también lo hace, mientras que la posición del punto neutro no. Por lo tanto, el margen estático varía, pero no de forma tan apreciable como ocurría en los casos anteriores, en los que variaban ambos y con diferentes pendientes, existiendo periodos de tendencia estable y de tendencia inestable.

El depósito de combustible es capaz de cargar del orden de unos 1000 gramos de gasolina. A lo largo de la envolvente de la misión, este combustible se irá consumiendo, de forma que su masa disminuirá y la tendencia del centro de gravedad del sistema será avanzar hacia delante, mientras que el punto neutro se mantendrá constante. Este hecho hace que la estabilidad del sistema tienda a incrementarse, por lo que será más controlable el avión cuando esté cargado al despegue que vacío al aterrizaje. Solamente queda por determinar cuán de importante es este efecto a lo largo del vuelo, lo cual queda reflejado en la figura 4.15.

Se observa como en todo el rango de variación del combustible, el avión es estable puesto que el punto neutro, representado en rojo, está detrás del centro de gravedad, representado en color verde. La diferencia entre ambos es considerable y se hace más patente conforme disminuye la carga de combustible. Por lo tanto, cuando el avión ha realizado la espera, es posible que la controlabilidad del avión se vea comprometida; así que, se ha de optar por el estudio de una solución alternativa entre los tres casos que se han discutido. Para esta gráfica el punto neutro es la línea roja y el centro de gravedad la línea verde.



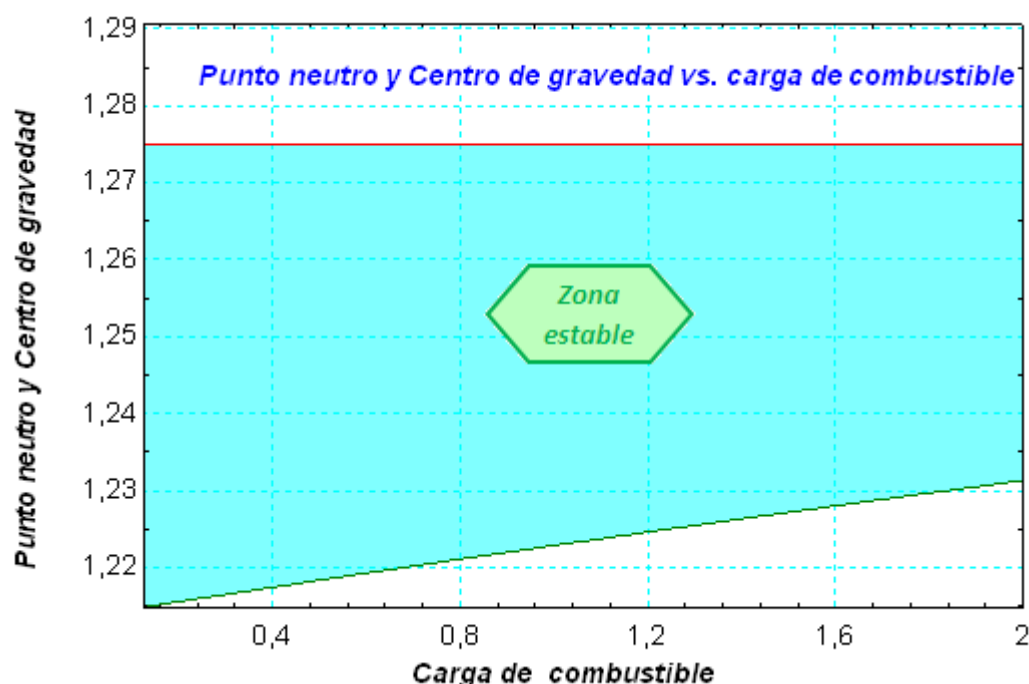


Figura 4.15. - Xcg frente la carga de combustible

La solución alternativa pasa por variar la posición del ala y la longitud de los tubos de cola, de manera que cuando el depósito de combustible se encuentre prácticamente vacío, la estabilidad del sistema no llegue a ser excesiva. En la siguiente gráfica se hace un estudio muy parecido al anterior, pero con variable de contorno la longitud del tubo, dejando fija la posición del ala en su posición actual.

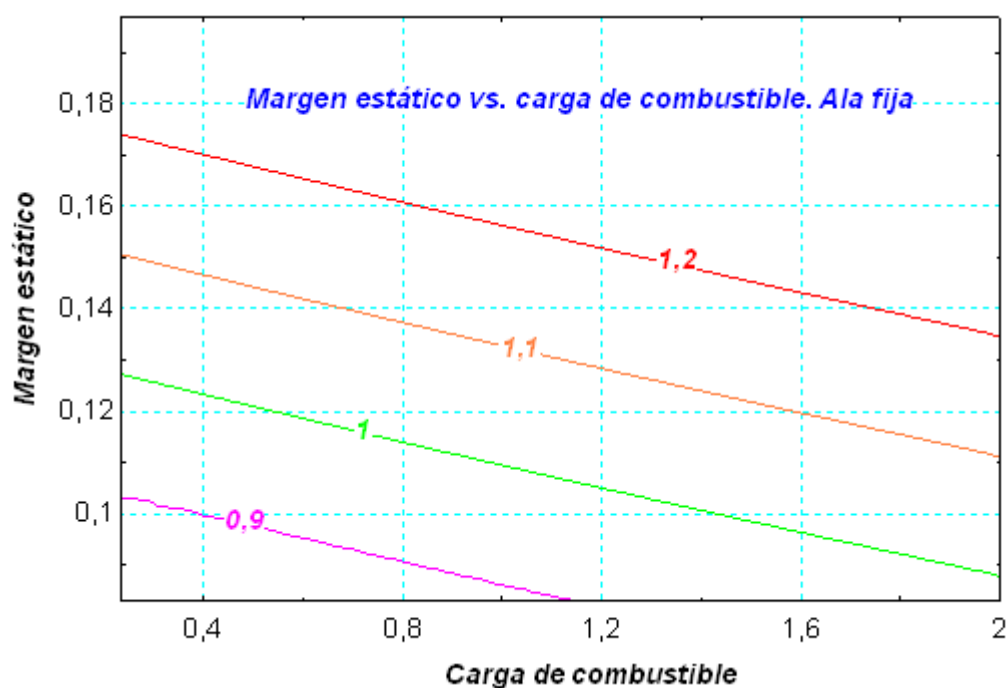


Figura 4.16. - Margen estático frente la carga de combustible. Ala fija



Observando la figura 4.16 se tiene que, para la posición del centro de gravedad del ala y la longitud de tubo reales; el margen estático se reduce un poco del orden del 2 %, cuando el depósito está lleno. Cuando el depósito se encuentra casi vacío, el margen es del orden del 16 %, por lo que es elevado pero sin perjudicar al control. Por lo tanto, la decisión adoptada acerca de la posición del ala y la longitud de los tubos de cola está muy optimizada.

Para el caso de dejar fija la longitud del tubo, se obtiene que adelantando el centro de gravedad del ala, la estabilidad disminuye. Este resultado se ha de analizar con mucho detenimiento, porque pequeñas variaciones en el centro de gravedad del ala, conllevan fuertes variaciones en la estabilidad global. Conforme disminuye la cantidad de combustible del avión, la estabilidad aumenta progresivamente por encontrarse su ubicación detrás del centro de gravedad del conjunto. La variación es más crítica en el caso de dejar fija la longitud de los tubos y mover la posición del ala.

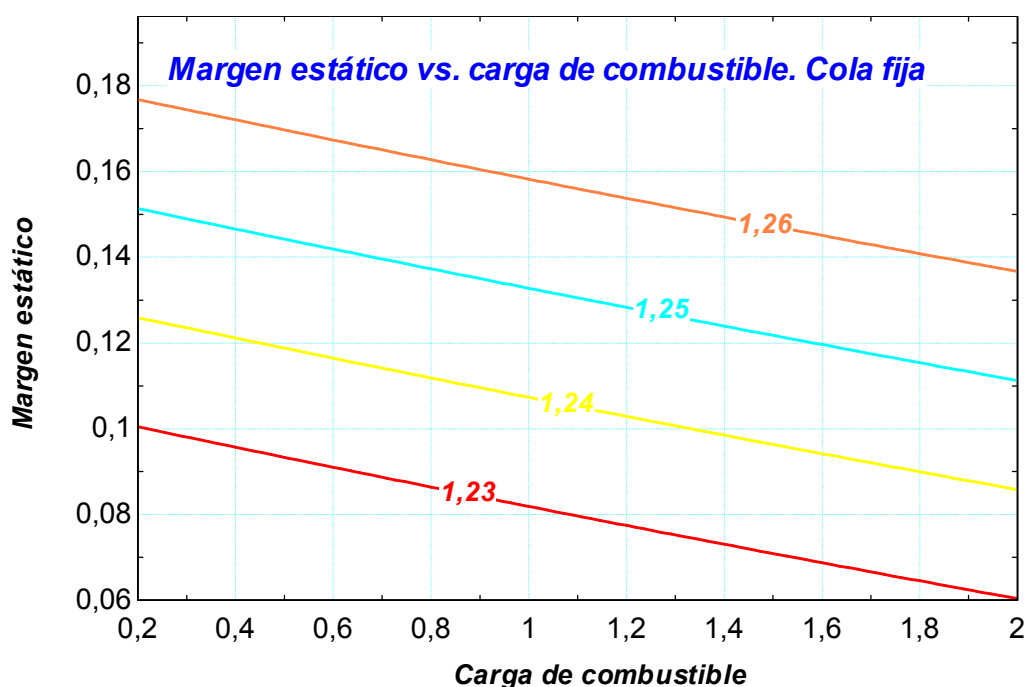


Figura 4.17. - Margen estático frente la carga de combustible. Cola fija



4.2.4. Margen estático frente la planta motora

Todo el estudio realizado hasta el momento acerca de la estabilidad del conjunto no deja de ser un cálculo estimativo del mismo. El modelo de planta propulsora utilizado en cola, tal y como se estudiará en el apartado 4.6.2, es un modelo estimativo que utiliza una serie de hipótesis y consideraciones para su desarrollo; sin embargo, no ha sido comprobado aún el modelo con medidas reales en banco ni se ha depurado al máximo el mismo.

Debido al encajonamiento del conjunto de cola entre los dos estabilizadores verticales, el soplado de estas superficies debido a la configuración propulsora del avión es grande. En el caso de que se cambiara la planta motora para nuevas versiones, la gráfica 4.18 puede aportar resultados interesantes a este respecto. Por ello, el punto neutro del avión puede ser que se retrase, sin variar el centro de gravedad del mismo, lo que conllevaría un mayor margen estático. Se va a realizar la hipótesis de que la velocidad del aire recibida por el estabilizador horizontal es un % mayor de lo predicho para situaciones de empuje de motor al máximo.

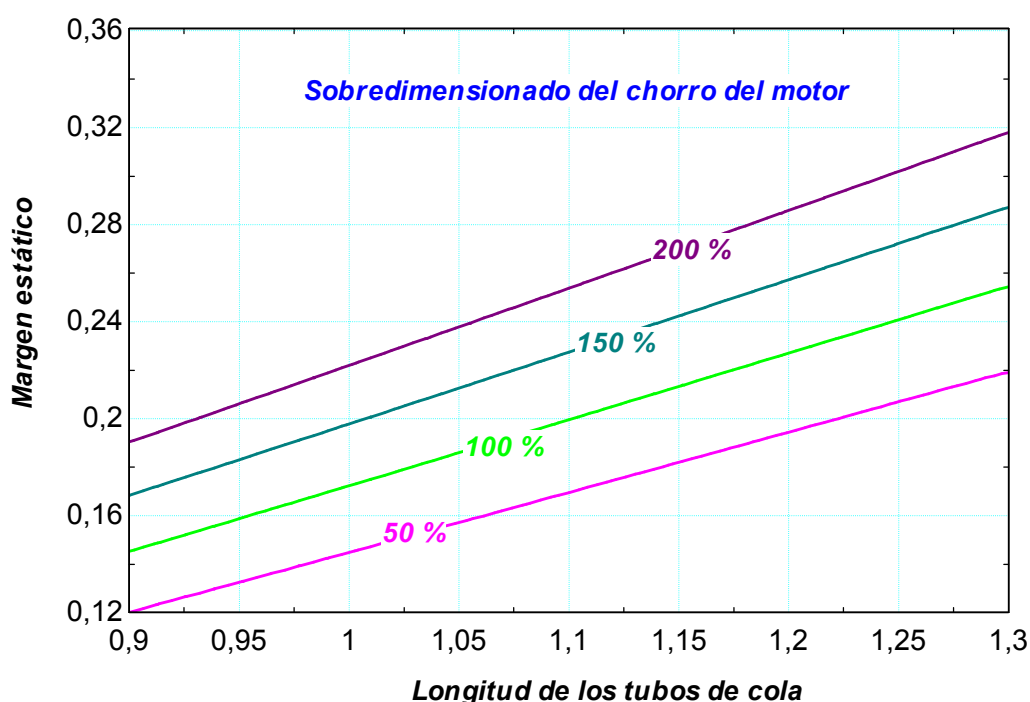


Figura 4.18. - Sobredimensionado del motor

Si el empuje que cede la planta propulsora objeto de estudio es capaz de incrementar el chorro dimensionado numéricamente del orden de un 200 %, el margen estático que se obtendría para la longitud del tubo actual sería del orden del 26 %; por lo que podría llegar a comprometer la estabilidad, aunque a este nivel del proyecto esto no es fácilmente medible y comprobable. Como conclusión de este estudio se puede observar que el cambio de motor en el avión no sería un problema para el prototipo actual, puesto que si se introduce un motor que aporte el doble de potencia que el actual, la variación del margen estático no llegaría a ser un problema y en todo caso, la solución sería acortar los tubos de cola.



4.3. Posición del centro de gravedad

La localización del centro de gravedad es el factor que tiene un mayor impacto dentro de la estabilidad longitudinal, tanto estática como dinámica. Esta característica afecta sobremanera a la maniobrabilidad del aeromodelo, junto con la selección de la cola horizontal así como del ángulo de incidencia de la cola y el ala. El centro de gravedad se calculará con la siguiente expresión:

$$X_{cg} = \frac{\sum W_i \cdot X_i}{\sum W_i} = 1,2165m \quad (4.10)$$

Donde se tiene que W_i es el peso de los diferentes componentes del avión entre los que se encuentra el peso del ala, el fuselaje, la carga de pago delantera, la carga de pago trasera, el tren de aterrizaje delantero y trasero, los tubos de cola y estabilizadores. Por su parte X_i es la posición del centro de gravedad de cada una de las partes anteriormente mencionadas. En la gráfica 4.19 se tiene un listado de las diferentes partes que se han tenido en cuenta.

Datos estructurales para el cálculo del centro de gravedad		
Centro gravedad del ala	X_{cgwb}	1,25 m
Centro aerodinámico del ala	X_{cawb}	1,1685 m
Centro gravedad de la cola	X_{cgt}	2,4957 m
Centro aerodinámico de la cola	X_{cat}	2,4776 m
Centro gravedad del cuerpo	X_b	1,0218 m
Centro gravedad carga 1	X_{carga1}	0,73 m
Centro gravedad carga 2	X_{carga2}	1,18 m
Centro gravedad del depósito	$X_{deposito}$	1,5846 m
Centro gravedad del motor	X_{motor}	1,8444 m
Centro gravedad del tren delantero	X_{trend}	0,529 m
Centro gravedad del tren trasero	X_{trent}	1,3454 m
Peso del ala	W_{wb}	4,4 kg
Peso del fuselaje	W_b	3,15 kg
Carga de pago 1	W_{carga1}	7 kg
Carga de pago 2	W_{carga2}	3 kg
Peso del depósito	$W_{deposito}$	2 kg
Peso del motor	W_{motor}	1,8 kg
Peso del tren delantero	W_{trend}	0,406 kg
Peso del tren trasero	W_{trent}	0,806 kg
Peso del tubo de cola	W_{tb}	1,346 kg
Peso estabilizador horizontal	W_{hori}	0,499 kg
Peso estabilizador vertical	W_{vert}	0,105 kg

Figura 4.19. - Datos estructurales para el cálculo del centro de gravedad



Para la mayoría de aviones que tengan una configuración de ala horizontal o ala recta se suele ubicar el centro de gravedad exactamente debajo del centro aerodinámico del ala. Sin embargo, existe un rango de variabilidad de la posición del mismo, tanto por detrás como por delante del centro aerodinámico del ala (25% MAC “mean aerodynamic center”), de tal forma que el avión puede seguir siendo estable, mientras que las características de controlabilidad se pueden llegar a ver comprometidas. Este hecho se verá con posterioridad dentro de este mismo apartado, limitando la posición más atrasada y más adelantada del mismo.

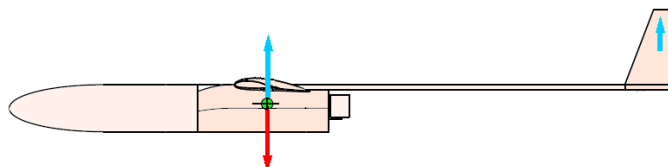


Figura 4.20. - Equilibrio de fuerzas $L=W$

Para la mayoría de los aviones, al igual que para el Céfiro, tal y como se muestra en la figura 4.21, los rangos delimitados para la estabilidad de las diferentes configuraciones del centro de gravedad, se encuentran limitados desde el punto neutro del avión en la parte más atrasada, hasta un 5% aproximadamente dentro de la cuerda media del avión.

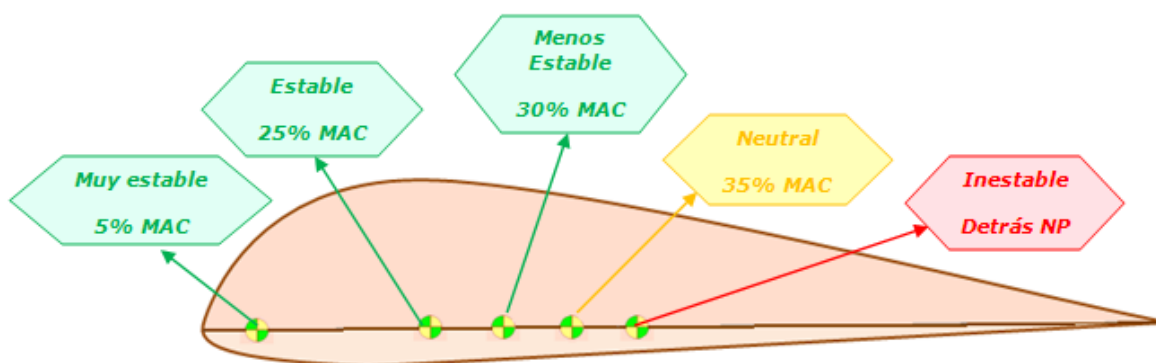


Figura 4.21. - Posición del centro de gravedad respecto del % de la cuerda del ala

4.3.1. Posición real del centro de gravedad

La estabilidad es el apartado dentro de la ingeniería concurrente que primero se inicia y el último en finalizar, de forma que es realimentado por todas las demás materias del proyecto cómo son las estructuras y la aerodinámica del diseño. Por tanto, el cálculo del centro de gravedad, así como de infinidad de parámetros que se han estudiado en este trabajo, se han modificado a lo largo de la evolución del proyecto.

El trabajo ha sido mejorado hasta su último nivel; por tanto, los resultados que se presentan a lo largo del mismo son prácticamente los mismos del avión real en su versión final.



Sin embargo, se ha creído conveniente el explicar la metrología del centro de gravedad de todo el avión y comparar ese resultado con el obtenido en el diseño estructural.

Para la medición del centro de gravedad se utilizará un método directo de medición de las normales, de forma que la suma de las tres normales que se tienen como reacción del tren triciclo en el suelo, es equivalente al peso total del avión. Así pues, si se multiplica el valor de cada una de las tres normales por el brazo que ejercen y se dividen por la suma del peso total, se obtendrá de forma directa el valor del centro de gravedad del avión.

Tal y como se puede apreciar en la figura 4.23, la medida de las normales es un proceso sencillo que consiste en pesar de forma nivelada las tres ruedas del tren de aterrizaje.

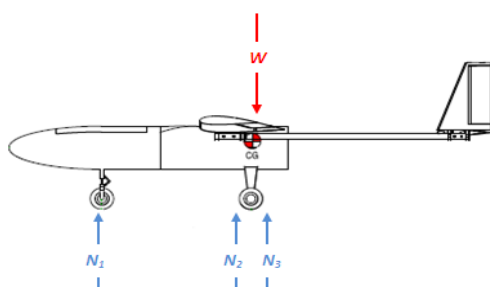


Figura 4.22. - Equilibrio de fuerzas en el eje vertical



Figura 4.23. - Medición del centro de gravedad

En la siguiente tabla aparece reflejado el valor de las tres normales medidas, así como la posición definitiva del centro de gravedad.

	Posición de la fuerza	Valor de esa fuerza
Normal delantera	0,535 m	3,046 kg
Normal tren derecho	1,32 m	9,818 kg
Normal tren izquierdo	1,32 m	9,622 kg
Peso del avión	1,22 m	23,186 kg

Figura 4.24. - Tabla de normales

Por último, comentar que el centro de gravedad proviene de resolver la ecuación de equilibrio de momentos, dónde el origen siempre se va a considerar en la nariz del avión.

$$X_{cg} = \frac{X_1 \cdot N_1 + X_2 \cdot N_2 + X_3 \cdot N_3}{N_1 + N_2 + N_3} \quad (4.11)$$

El peso total del avión se puede suponer como una fuerza aplicada sobre el centro de gravedad del mismo.



4.3.2. Posición más adelantada del centro de gravedad

La posición más adelantada del centro de gravedad posible depende de la tendencia descendente de la eficiencia de la cola, en el caso de que no se le proyecte un tubo de corriente hacia ella, como es el caso que se aborda. Por lo tanto para el centro de gravedad se tendrá en cuenta la sustentación de la cola generada por el ángulo de deflexión del timón de profundidad mínimo. Para generar esta posición más adelantada del centro de gravedad, se ha de verificar que se encuentre dentro de una posición de equilibrio, de forma que el coeficiente de momentos del avión sea nulo.

$$C_{m_{cg}} = C_{m_0} + C_{m\alpha} \cdot \alpha_{wb} + C_{m\delta_e} \cdot \delta_e = 0 \quad (4.12)$$

De la siguiente ecuación se obtiene el trimado de la superficie de control de cola necesario para que se de esa condición.

$$\delta_{e,eq} = -\frac{C_{m_0} + C_{m\alpha} \cdot \alpha_{wb}}{C_{m\delta_e}} = -\frac{C_{m_0}}{C_{m\delta_e}} - \frac{C_{l\alpha_{wb}} \cdot (\bar{X}_{cg} - \bar{X}_{np})}{C_{m\delta_e}} \cdot \alpha_{wb} \quad (4.13)$$

En la gráfica 4.25 se puede apreciar como para diferentes posiciones del centro de gravedad que actúa como parámetro, se tienen diferentes pendientes de curva, de forma que la más adelantada es la que corta la línea del ángulo de entrada en pérdida (la línea vertical que marca los 18°) y la línea de ángulo de deflexión del timón de profundidad mínimo (la línea horizontal que marca los 25°). Esta marca corresponde con la posición de $X_{cg} = 1,121m$. Tanto la deflexión del timón de profundidad como el ángulo de ataque se encuentran medidos en grados.

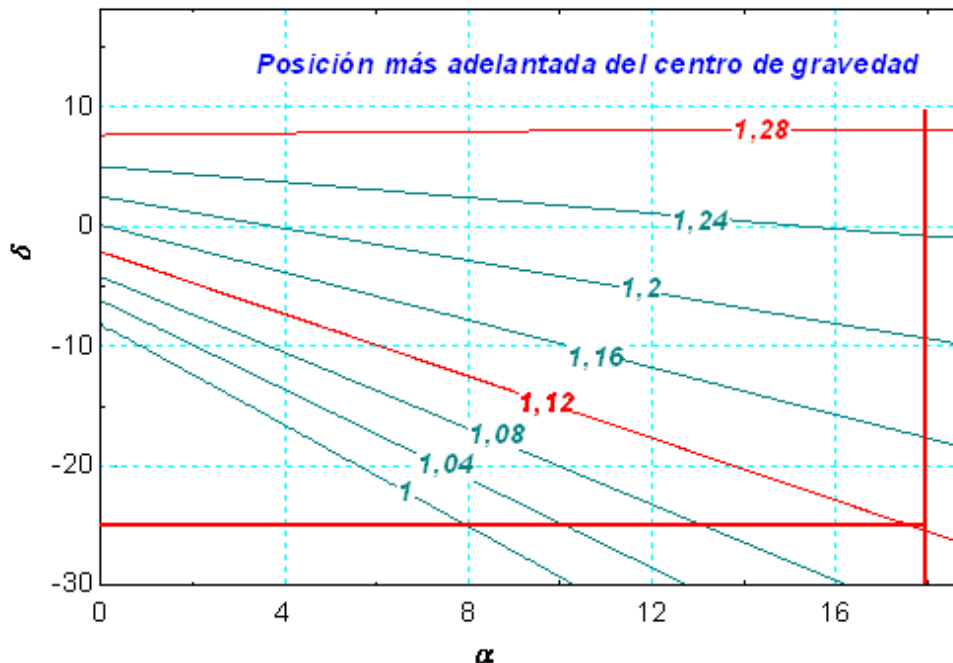


Figura 4.25. - Posición más adelantada del X_{cg} . Limitación aerodinámica



En la próxima ecuación se despeja la posición del centro de gravedad más adelantada posible, de forma que se tiene:

$$X_{cgmasadelantado} = \overline{X_{np}} - \frac{C_{mo} + C_{m\delta e} \cdot \delta_{e,min}}{C_{l\alpha} \cdot \alpha_{wb,max}} = 1,121 \text{ m} \quad (4.14)$$

Esa posición del centro de gravedad se conseguirá mediante el cambio de posición de la carga de pago, por lo tanto se ha de hacer un estudio de cuál es la posición de la carga de pago más adelantada posible, y si es el resultado compatible con el anteriormente obtenido.

Viendo el diagrama que se tiene a continuación se observa que hay un límite estructural dentro del centrado de la carga de pago de forma que la posición más adelantada del centro de gravedad no viene determinada por límites aerodinámicos condicionantes, como son el ángulo de ataque y la deflexión mínima, sino por límites estructurales. Por límites físicos estructurales se entiende que la carga de pago no cabe en la posición inmediatamente posterior.

$$X_{cgmasadelantado_aerodinámico} = 1,121 \text{ m} \quad (4.15)$$

$$X_{cgmasadelantado_estructural} = 1,165 \text{ m} \quad (4.16)$$

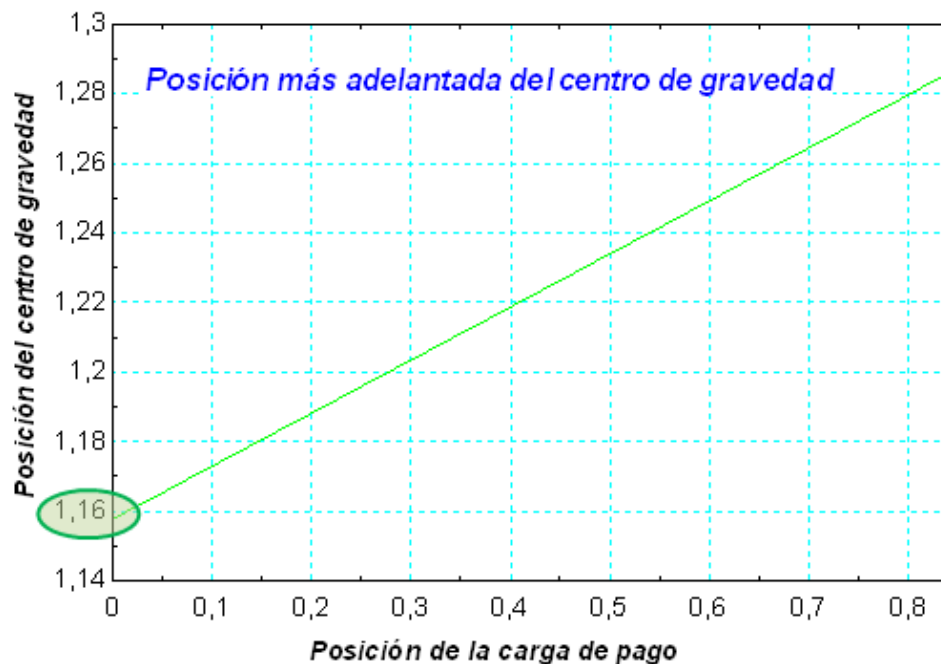


Figura 4.26. - Posición más adelantada del Xcg. Limitación estructural

La posición cero en el eje de abscisas de la figura 4.23 indica el límite estructural del morro, de tal forma que se alcanza un límite estructural de la posición más adelantada del centro de gravedad, antes de que se alcance el límite aerodinámico del perfil del ala en el cual el ala entra en pérdida. La posición más adelantada del centro de gravedad tiene unas repercusiones críticas dentro del funcionamiento en vuelo del avión, tales como:



- Si la posición del centro de gravedad está demasiado adelantada, genera una configuración del avión excesivamente estable, de forma que es limitador de la controlabilidad del avión.
- Un avión demasiado estable, afecta sobremanera a la estabilidad dinámica, generando momentos recuperadores excesivos, de forma que el avión puede llegar a convertirse en un avión inestable dinámicamente.
- Aumenta mucho el peso que la aeronave debe soportar en el morro, con lo que el estudio estructural de cargas podría llegar a ser limitante en este aspecto.
- Reduce la maniobrabilidad del estabilizador horizontal, de forma que el momento capaz de generar se ve muy mermado y se compromete su controlabilidad. Esto se debe a que la mayor parte de la capacidad sustentadora de la cola se ve acortada para vencer el picado que genera la combinación del momento de cabeceo y el centro de gravedad.
- Esta limitación puede llegar a ser muy indeseada, puesto que merma la capacidad de recuperación de la actitud, haciéndola casi imposible a muy bajas velocidades.
- Por otra parte, con flaps totalmente desplegados, como suele ocurrir en la configuración de despegue y aterrizaje, el momento de picado que genera el ala se ve incrementado, con lo que se necesitará mayor deflexión del timón de profundidad. Sin embargo, para avionetas y aviones pequeños, la configuración adelantada del centro de gravedad hace que la estabilidad longitudinal se vea incrementada, y permite la recuperación frente a perturbaciones, retornando al nivel de vuelo equilibrado. Por ello, este tipo de aviones son fáciles de manejar con una emisora de radiocontrol, pero sin llegar a ser altamente maniobrables. Retrocediendo el centro de gravedad se aumenta la maniobrabilidad, pero se disminuye la estabilidad longitudinal global del conjunto, como se verá con posterioridad.

4.3.3. Posición más atrasada del centro de gravedad

La posición más atrasada del centro de gravedad es la que coincide con el punto neutro del avión. En este caso se tiene un margen estático nulo, de forma que la estabilidad es neutra. Si el centro de gravedad se posiciona detrás del punto neutro del avión, la configuración del mismo pasa a ser inestable. En la práctica se propone que el punto neutro del avión se encuentre entorno al 35 % - 40 % de la cuerda media del ala desde el borde de ataque del perfil.

Con un centro de gravedad ubicado exactamente en el 25 % de la cuerda media del perfil del ala y un punto neutro en el 35 %, se tendría una buena estabilidad. Con este dato se obtendría un margen estático del orden del 10 %. Por conveniencia se ha situado el centro de gravedad del avión y el punto neutro del mismo de tal forma que ese margen estático sea del



15 %; por lo tanto, en el UAV se tiene una posición del punto neutro del 40 % del perfil del ala. Teniéndose un valor del margen estático comprendido entre el 12 % y el 20 % se podrá controlar con facilidad y no se comprometerá la estabilidad.

A continuación se presenta el perfil con las limitaciones anteriormente estudiadas, y se observa cuál es el rango de variación en el que el centro de gravedad se puede desplazar.

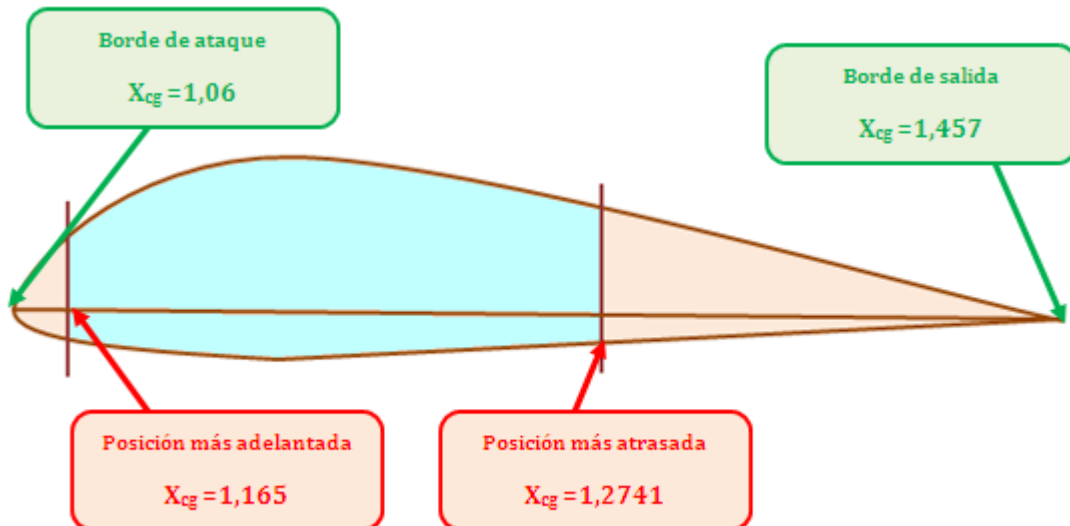


Figura 4.27. - Limitaciones del X_{cg} respecto del % de la cuerda del ala

La zona central es la zona permitida para el centro de gravedad tras haber realizado el estudio de la misma. Se destaca una diferencia bien clara entre lo que normalmente se conoce como limitación estructural y una limitación de estabilidad. Este avión presenta limitaciones de estabilidad bien marcadas, a la hora de volar con peso menor que el especificado por la carga de pago, de forma que como se verá con posterioridad el avión necesitará de contrapesos para poder presentar un margen estático estable y aceptable. El centro de gravedad sin carga de pago se encuentra en la posición 1,3629, obviamente por detrás del punto neutro que limita la posición más atrasada del centro de gravedad.

Por otra parte cuando se intenta adelantar la carga de pago dentro del fuselaje, se llega antes a una limitación estructural que a una limitación de estabilidad, puesto que llega un momento en el que el avión podría seguir siendo estable, pero la longitud del fuselaje es limitada. En este caso se activaría primero la limitación estructural.



4.4. Carga y centrado del avión

La carga que se encuentra dentro del fuselaje, será determinante para la estabilidad, de forma que el estudio de carga de pago que se ha de realizar versará acerca de los siguientes temas: centrado de la carga trasera, centrado de la carga delantera e incremento de los depósitos de combustible. En este apartado se desarrollarán punto por punto cada uno de los capítulos aquí citados.

4.4.1. Centrado de carga de pago trasera y delantera estimada

La cantidad de la carga de pago que puede transportar el UAV es de un máximo de unos 10 kilogramos. Esta será la carga de diseño inicial y como primera aproximación se supondrá que unos 3 kilogramos de esta carga serán parte de los sistemas críticos de control del avión, tales como: la bandeja de aviónica, las baterías, etc. Por lo tanto, esa parte de la carga se puede suponer constante y se decide su ubicación dentro de la parte central del fuselaje, justo debajo del encastre del ala. Esa cantidad de 3 kilogramos es lo que se comprenderá dentro de este estudio, como carga de pago trasera. El resto de la carga se encontrará dentro de la bahía de carga delantera del morro y el juego de ésta será mayor, puesto que es mucho mayor que la carga de pago trasera.

En la figura 4.28 se puede observar la carga de pago trasera cómo ha quedado distribuida con todos los sistemas de control de vuelo en este prototipo.

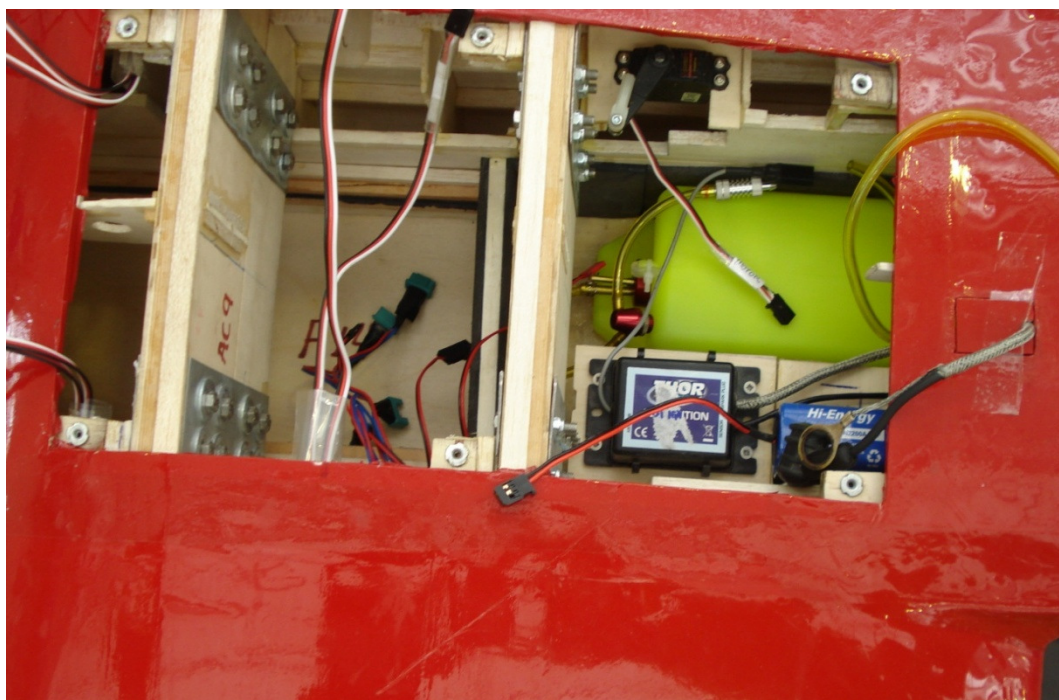


Figura 4.28. - Carga de pago trasera

Dependiendo de la cantidad de carga de pago que se desee usar, la ubicación de la misma deberá ser la correcta para no afectar a la estabilidad. A continuación se presentan los diagramas de carga del avión, variando la carga de pago delantera desde un mínimo de unos dos kilogramos, hasta un máximo de unos siete y medio.



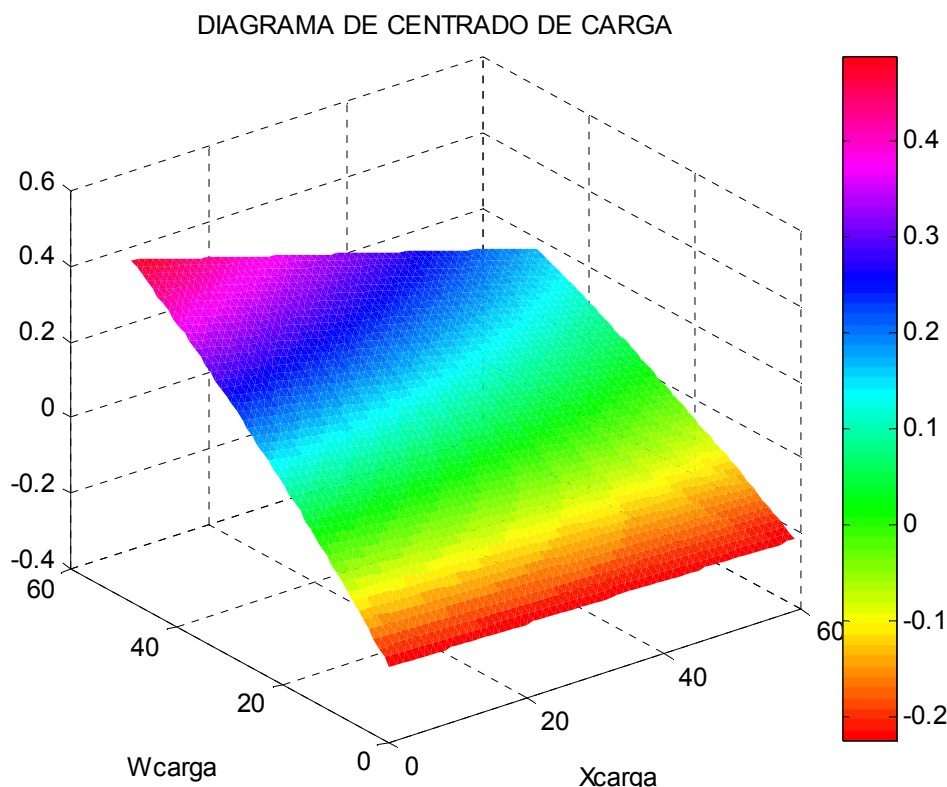


Figura 4.29. - Centrado carga de pago delantera estimada

En el gráfico 4.29 se pueden observar dos tendencias bien claras. Por una parte cuando la carga es grande, la constitución del sistema exige atrasar la carga dentro del fuselaje, para originar menor momento de cabeceo e intentar alcanzar el óptimo de estabilidad cercano a al 20 %. El eje de carga se ha escalado en decagramos para facilitar la expresión de la gráfica.

Si la carga disminuye, lo que se debe hacer es adelantar esa carga hacia delante, con el fin de igualar el momento al momento que originaría el margen estático del 20%. La gráfica abarca un rango muy amplio de valores puesto que se trata del diseño del mismo, una vez que esté construido, el estudio será mucho más restrictivo. Se puede observar cómo para que el avión sea estable, siempre será necesario ubicar un mínimo de unos 3 kilogramos de carga de pago delantera, puesto que el avión está diseñado para que lleve carga.

Para equilibrar el avión en esta fase inicial de diseño se pueden utilizar dos métodos: una posibilidad es adelantar parte de la carga de pago trasera a la zona delantera, y otra segunda solución sería colocar un sistema de carga de pesas para equilibrar el avión.

Para el estudio del centrado de la carga trasera se procederá variando su peso desde unos 0,5 kg hasta un máximo de 3 kg, de forma que se abordan posibilidades de llevar hacia delante la carga de pago de sistemas eléctricos necesarios. Para este caso la variable será la diferencia entre el peso total de la carga de pago (10 Kg) y la carga trasera, de forma que la variable será:

$$X_{trasera} = 10 - X_{delantera} \quad (4.17)$$



En la gráfica 4.30 queda reflejado el estudio de variabilidad de la carga trasera del avión.

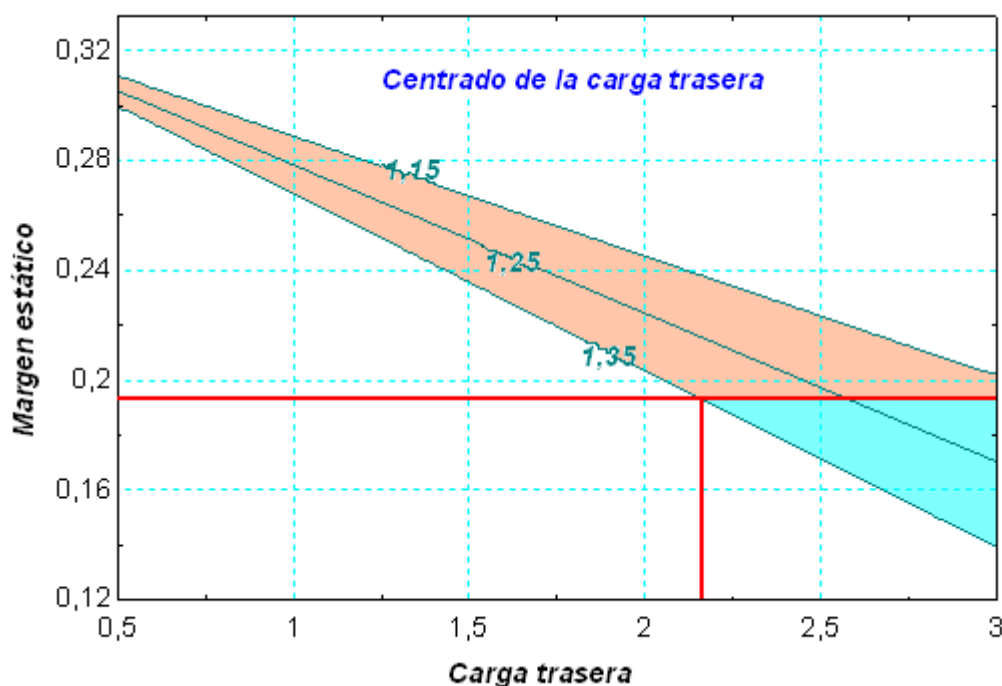


Figura 4.30. - Centrado carga de pago trasera estimada

Tal y como se puede apreciar en la figura anterior, la zona en la cual el avión es estable, pero sin comprometer la controlabilidad, es muy reducida para la carga trasera. En el eje de abscisas se encuentra el peso de la carga de pago trasera variando desde medio Kg hasta un máximo de unos 3 Kg. El centro de gravedad del avión conforme se adelanta carga de pago hacia la zona delantera se adelanta, mientras que el punto neutro del mismo no varía. Por este motivo la estabilidad del sistema tiende a verse muy incrementada.

Si estructuralmente es posible atrasar la carga de pago, entonces será posible el liberar parte de la aviónica hacia la zona delantera. Aun siendo posible esta alternativa, no es rentable estáticamente, puesto que la aviónica se encuentra bien compartimentada sin crear interferencia electromagnética, de forma que la posición de la carga de pago será prácticamente inmutable.

Por tanto, la buena controlabilidad del avión pasa por reducir parte de la carga de pago delantera o, en cambio, adelantarla lo máximo posible, ubicando los componentes más pesados en la parte delantera del avión. Adelantado carga de pago hacia la parte delantera del avión se consigue mayor estabilidad y por tanto, se puede reducir el peso de la misma, lo cual es atractivo a la hora de estudiar la ubicación de los distintos componentes.



4.4.2. Centrado de carga de pago trasera y delantera real

Para el caso del sistema real, los sistemas electrónicos de control se encuentran bien compartimentados dentro de una bandeja modular de aviónica, tal y como se muestra en la figura 4.31. En esta figura se puede apreciar las características de la bandeja de aviónica y en la esquina superior derecha la ubicación de la misma dentro del UAV. Por ello, no se va a estudiar la posibilidad de trasladar carga de pago trasera hacia la bahía de carga delantera; sin embargo, para el primer vuelo de pruebas el avión si deberá llevar una cierta cantidad de carga de pago para que sea estable, así que se estudiará la posibilidad de introducir pesos para que actúen como carga de centrado.

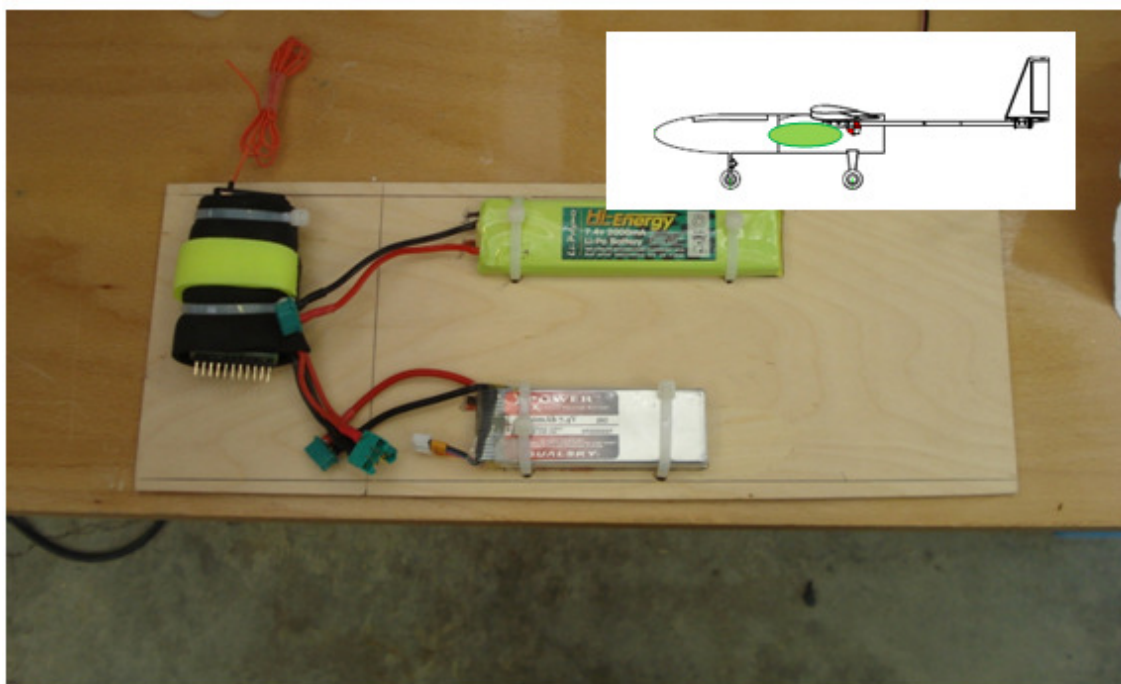


Figura 4.31. - Bandeja de aviónica modular

La bahía de carga delantera es amplia y posee gran versatilidad a la hora de la instalación de sistemas que actúen, desde el punto de vista de la estabilidad, como sistemas de carga de pago. El primer vuelo de este prototipo será caracterizado por la necesidad de reducir al máximo la carga alar del avión, para que le sea más fácil al piloto el controlarlo; sin embargo, estructuralmente el avión está diseñado para soportar grandes cargas alares, de forma que en posteriores vuelos, este factor no sea una limitación impuesta por agentes humanos.

Como está diseñado para que sea un avión que cargue en torno a los 10 kilos de carga de pago, deberá realizar un primer vuelo con plomo haciendo de contrapeso.





Figura 4.32. - Bahía de carga delantera

En la figura 4.33, se muestra el estudio de la carga de pago necesaria para el primer vuelo. Las diferentes líneas representan como parámetro la ubicación de la carga de plomo dentro del avión. Se puede apreciar como existe un peso mínimo de carga de pago a partir del cual el avión es inestable. Para el primer vuelo se decide finalmente, ubicar 3,44 Kilogramos a unos 40 centímetros del morro obteniéndose un margen estático del 15 %

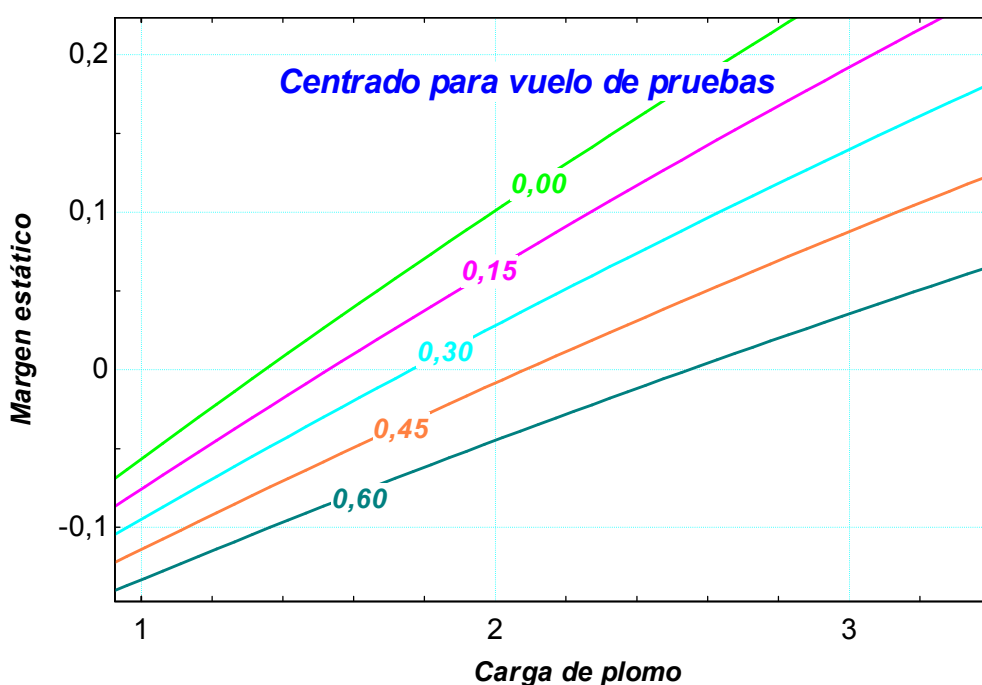


Figura 4.33. - Centrado para vuelo de pruebas

4.4.3. Incremento de tanques de combustible

Con el fin de dotar al UAV con una mayor autonomía y alcance en vuelo, se tiene que si parte de la carga de pago, pasa a convertirse en tanques de combustible, haría que el avión aumentase esos parámetros. La autonomía es proporcional al peso de combustible que se encuentre embarcado.

Actualmente, los tanques de combustible se encuentran ubicados 40 centímetros por detrás del centro de gravedad, lo cual significa una posición muy atrasada, por lo que su contribución a este parámetro es importante debido a su amplio brazo. Sin embargo, tal y como se apreciaba en el estudio del margen estático, se tiene que conforme se consume el combustible, el margen estático aumenta, de forma que cada vez se vuelve más estable el avión.

Para solucionar parte de este problema se debería enviar el centro de gravedad del aunque de combustible más atrás, pero no es posible. Sin embargo, estructuralmente si es posible aumentar el tamaño de los tanques de combustible, sin tener que atrasar su centro de gravedad. En la siguiente gráfica se estudia como varía la estabilidad del avión cuando se incrementa el peso de combustible variando un poco la posición de la ubicación del tanque.

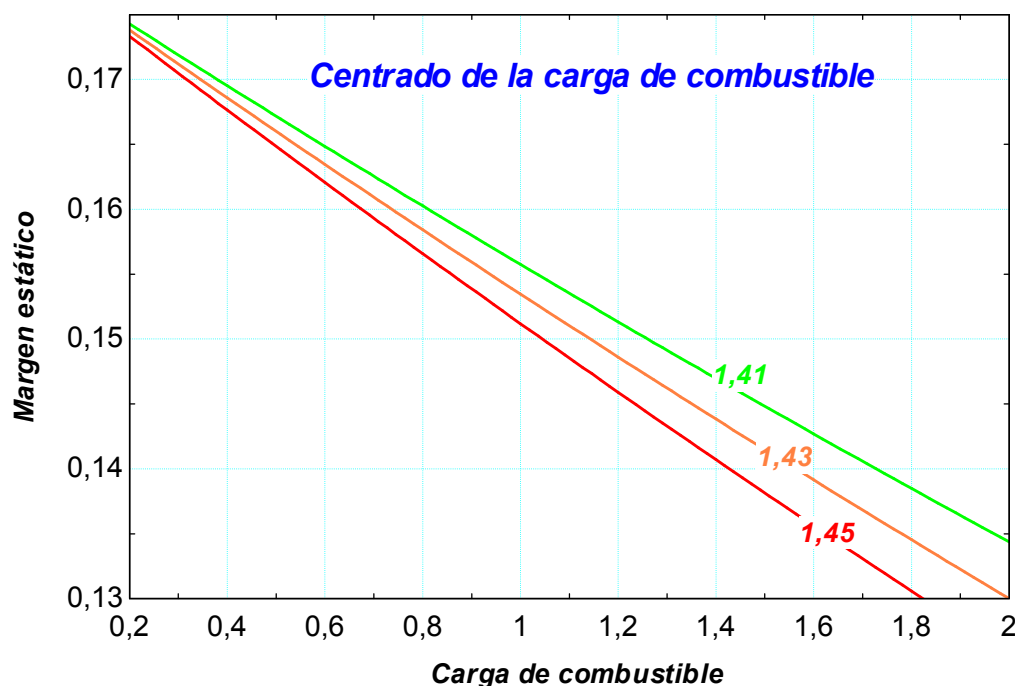


Figura 4.34. - Centrado de la carga de combustible

En la figura 4.34 se aprecia como aumentando la carga de combustible, se consigue que la estabilidad del avión disminuya, sin llegar a comprometerla. El estudio se realiza para tres posiciones del centro de gravedad del tanque de combustible. Por un lado, una posición adelantada 2 cm con respecto de la actual y por otro, una posición atrasada 2 cm respecto de la actual. Con la posición atrasada, siempre y cuando sea posible estructuralmente realizar esta operación se tiene una menor estabilidad frente a una carga mucho mayor de combustible.



La solución intermedia de 1,43 metros es suficientemente acertada como para ubicar en esa posición los tanques de combustible y así es como se ubicarán en principio. La solución óptima sería la situación en la que el centro de gravedad de los tanques se ubicara coincidentemente con el centro de gravedad del avión, para que la variación de combustible no afecte a la forma de volar. No será deseable que sea más estable durante el vuelo aunque no comprometerá la estabilidad.



4.5. Criterio de estabilidad estática longitudinal

Para realizar el estudio de la estabilidad longitudinal se convendrá un criterio de signos para el cabeceo del avión, de forma que los momentos en dicho eje sean positivos en el sentido de las agujas del reloj (si el avión asciende el momento es positivo o de encabritado; por el contrario, si el avión desciende el momento es negativo o de picado).

La derivada de estabilidad que determina la capacidad de recuperación de un avión es $C_{m\alpha}$ y ha de ser negativa para generar momentos recuperadores. Éste será uno de los requisitos fundamentales como criterio de estabilidad estática junto con C_{m0} . Este coeficiente ha de ser positivo y también condiciona la estabilidad longitudinal del avión. Estos coeficientes serán decisivos para el estudio de la estabilidad y su expresión es la siguiente:

$$C_{m0} = C_{m0wb} + (\overline{X_{cg}} - \overline{X_{cawb}}) \cdot (C_{l0wb} + C_{lawb} \cdot i_w) + \left(\eta_{hafe} \cdot S_{afe}/S + \eta_{hnoafe} \cdot S_{noafe}/S \right) \cdot (\overline{X_{cg}} - \overline{X_{cat}}) \cdot (C_{l0t} + C_{lat} \cdot i_t) \quad (4.18)$$

$$C_{m\alpha} = C_{lawb} \cdot (\overline{X_{cg}} - \overline{X_{cawb}}) - C_{lat} \cdot \left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \right) \cdot \left(\eta_{hafe} \cdot S_{afe}/S + \eta_{hnoafe} \cdot S_{noafe}/S \right) \cdot (\overline{X_{cat}} - \overline{X_{cg}}) \quad (4.19)$$

En las ecuaciones se aprecia como estos parámetros se obtienen a partir de datos geométricos, la deflexión de estela y el modelo de efectividad con una superficie afectada y otra no afectada por el tubo de corriente. Aunque la segunda ecuación también se puede expresar en función de un parámetro fundamental que se estudiará más adelante y se conoce como punto neutro, quedando de la siguiente forma:

$$C_{m\alpha} = C_{l\alpha} \cdot (\overline{X_{cg}} - N_{01}) \quad (4.20)$$

Para la configuración que se tiene en el avión se obtienen los siguientes datos, con los cuales se puede apreciar que el avión será estable:

C_{m0}	$C_{m\alpha}$
0,0615 > 0	-0,5631 < 0

Figura 4.35. - Tabla del criterio de estabilidad estática

Representando en la figura 4.36 como varía el coeficiente de momentos del avión respecto de los diferentes ángulos de ataque, se obtiene una gráfica en la que se aprecia cómo para diferentes configuraciones en el ángulo de ataque del avión, se van a necesitar diferentes deflexiones del timón de profundidad. A mayores velocidades el ángulo de ataque necesario será menor, y por tanto, la deflexión del timón de profundidad, también se verá disminuida.



Se pretende que el avión vuele sin generar excesivos momentos de cabeceo que perturben el vuelo. Si se analiza al detalle la gráfica 4.36, se aprecia que para que el coeficiente de momentos sea nulo, a través de la línea nula existen diferentes configuraciones del trimado, tal y como se estudiará con posterioridad. Haciendo un zoom en la tabla se verán para la configuración de crucero a 25 m/s como todas las curvas para diferentes deflexiones del timón de profundidad tienen la misma pendiente negativa, que se corresponde con la derivada de estabilidad $C_{m\alpha}$. Además el inicio de la curva en el eje vertical para un ángulo de ataque nulo será el C_{m0} el cual ha de ser mayor que cero.

Esta figura presenta el coeficiente de momentos global del avión frente al ángulo de ataque trimado del avión, y como parámetro de control se tienen las líneas de ese cabeceo para diferentes deflexiones del timón de profundidad. Obviamente tanto la deflexión del timón como el ángulo de ataque se encuentran expresados en grados.

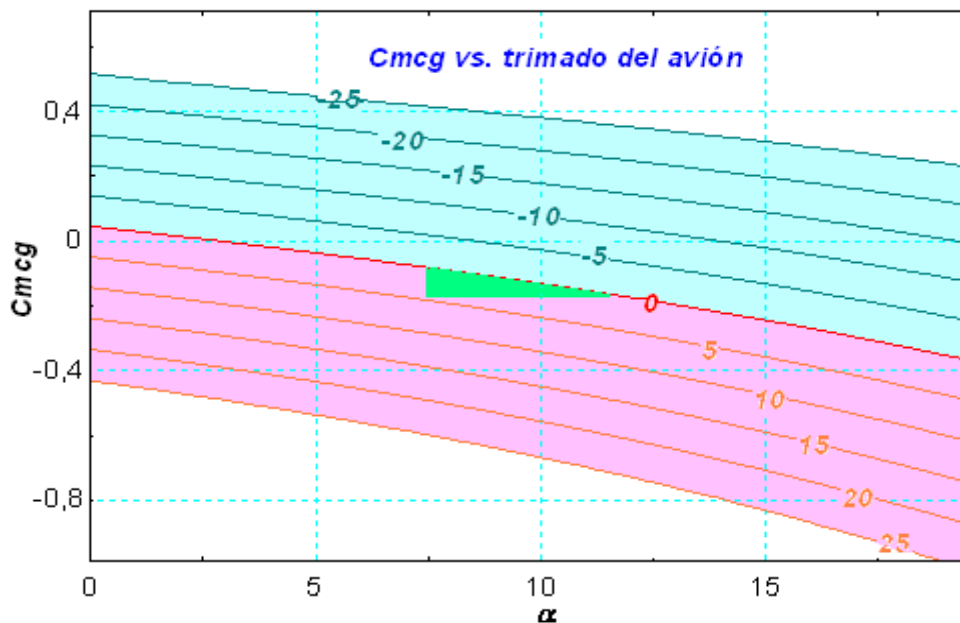


Figura 4.36. - Cabeceo frente al trimado del avión

En la gráfica 4.36 se puede apreciar como para diferentes velocidades de vuelo se tienen en el eje de ordenadas los coeficientes C_{m0} para los cuales, el avión con un ángulo de ataque nulo genera momentos. El triángulo que aparece en azul en la figura es la pendiente de las diferentes curvas, la cual permanece constante y negativa, de forma que tiene una tendencia recuperadora frente a incrementos de ángulos de ataque, excepto en el caso de que se encuentre por debajo de la línea azul, de forma que la tendencia del avión sería a no recuperarse frente a ángulos de ataque positivos.

En la figura 4.36 la zona naranja es la inestable, de forma que la tendencia del sistema es a tener un C_{m0} negativo, manteniendo igual el $C_{m\alpha}$. De esta forma, el avión es incapaz de recuperar la posición de equilibrio, puesto que es imposible que llegue a alcanzar la línea de ceros del coeficiente de momentos. Por el contrario, en la zona coloreada de azul se puede apreciar como el C_{m0} es positivo y junto con la misma pendiente $C_{m\alpha}$, genera una tendencia



natural del sistema a desplazarse hacia el eje de abscisas, en el cual se encuentra representado el momento de cabeceo del avión idénticamente nulo.

Este coeficiente de cabeceo se expresa en la siguiente ecuación:

$$C_{mcg} = C_{m0} + C_{ma} \cdot \alpha_{wb} + C_{m\delta e} \cdot \delta_e \quad (4.21)$$

Todas estas ecuaciones se han plasmado en un robusto programa de cálculo de estabilidad en el que se reproducen todas ellas para poder realizar un estudio de sensibilidad. En el programa se deja como variable libre el coeficiente global de momentos para que se pueda generar la gráfica anterior y se va variando la velocidad del avión. El trimado de cola y ala se adapta a las diferentes velocidades y determina el valor de ese coeficiente de momentos. El trimado se tomará cuando sea idénticamente nula, en el eje de abscisas.

Haciendo referencia a C_{m0} se puede observar que las inclinaciones de las superficies de sustentación, así del ala como de la cola, intervienen fuertemente en el valor de este parámetro. De forma que, ciertas combinaciones de ambas darán coeficientes de sustentación nula menores de cero, obteniéndose una capacidad de recuperación frente a perturbaciones nula.

En la gráfica 4.37 queda representado este hecho. La zona en la que el coeficiente se hace negativo se representa en naranja y corresponde con incidencias positivas de la cola, de forma que la contribución de la cola sería desestabilizante, por ello la incidencia que se escogerá será de -2° para la cola y de 2° para el ala. Durante el vuelo del avión, el fuerte chorro que se introduce en el estabilizador horizontal en la fase de despegue hace que el avión despegue sin tener que acudir al mando, debido a esa incidencia de cola. Por tanto, para futuras versiones se pondrá una incidencia nula.

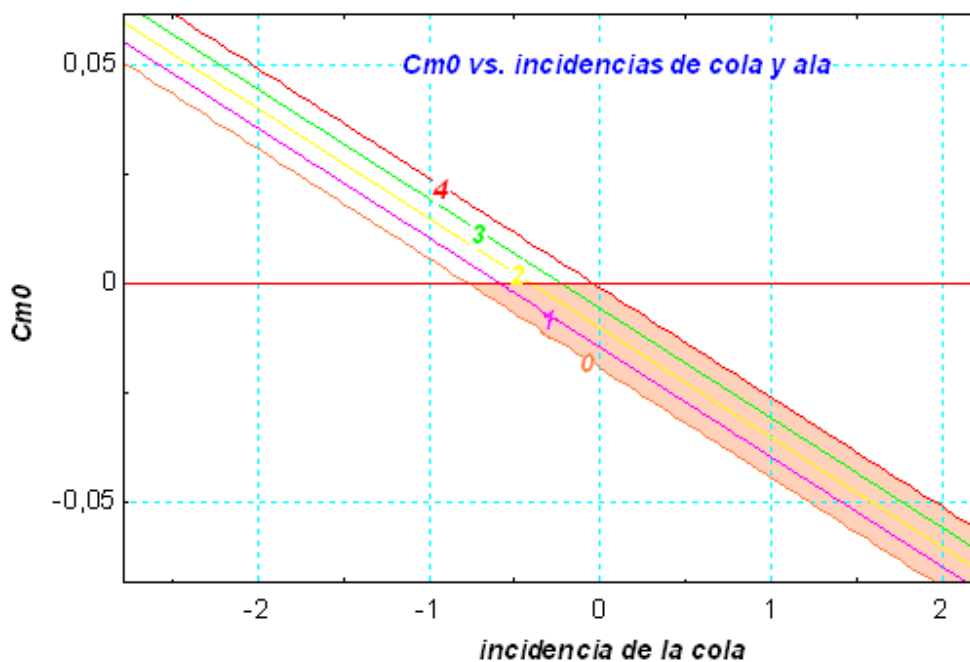


Figura 4.37. - C_{m0} frente a las incidencias de cola y ala



4.6. Interferencias entre superficies

En este apartado se estudiarán los diferentes factores que pueden afectar a la estabilidad, y que son producidos por efectos aerodinámicos de la configuración de la corriente de aire en diferentes configuraciones de vuelo. Estos modelos se emplearán para mejorar e intentar acercar lo más posible a la realidad el estudio numérico con la realidad y entre los más importantes se destacarán: la deflexión de estela, la configuración propulsora de la planta motora y el efecto suelo.

4.6.1. Deflexión de estela

La aerodinámica para vuelo subsónico, establece que para que los aviones sustenten, se ha de crear una presión mayor en el intradós del ala que en el extradós, para ello la velocidad en la parte superior ha de ser mayor que la velocidad en la inferior.

Para el vuelo a bajos números de Reynolds, se tiene que la corriente prácticamente se puede suponer laminar, hasta que se encuentra con el ala y sufre un proceso de aceleración en extradós y de frenado en intradós. Esto genera una sustentación y una resistencia inducida.

La superficie de una cola convencional, suele operar en una atmósfera muy perturbada por el ala. El aire se curva hacia abajo en el borde de salida del ala generando una sustentación adicional. Este aire enrarecido es llamado estela turbillonaria. Esta perturbación es turbulenta e influye en el aire introduciéndole una componente de la velocidad vertical, de tal forma que se tiene una inclinación de la corriente, la denominada deflexión de estela más comúnmente conocida como “down-wash”.

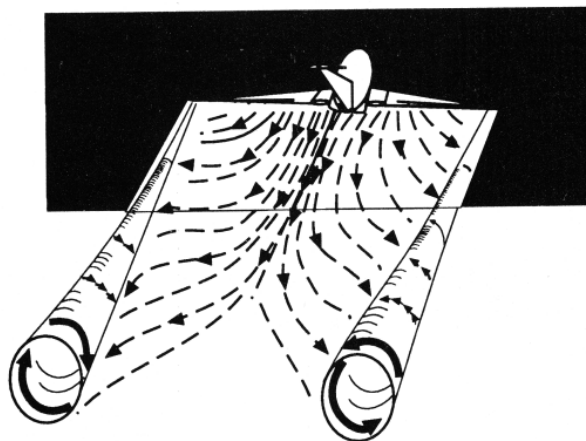


Figura 4.38. - Estela turbillonaria en punta de ala

Obviamente, la cola es la que recibe todo este aire perturbado y con inclinación diferente a la inclinación incidente en el ala. Este efecto es generado por el ángulo de ataque del ala. La deflexión de estela depende del coeficiente de sustentación al cual el ala está volando. Un avión tiene muchas velocidades de vuelo, desde que el motor se encuentra a máxima revoluciones para el despegue, hasta cuando aterriza prácticamente en ralentí.



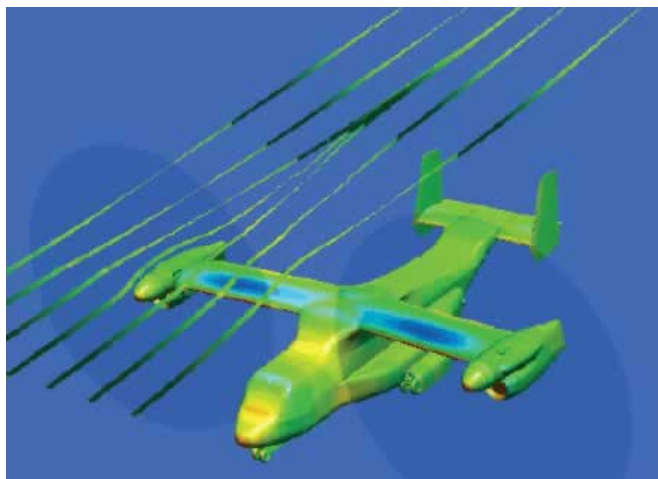


Figura 4.39. - Deflexión de estela

Para bajas velocidades, el ángulo de ataque del ala se incrementa y, con él, la pendiente de sustentación y la deflexión de estela. Para altas velocidades el efecto es contrario y la deflexión de estela disminuye. A bajas velocidades, la cola horizontal debe incrementar la sustentación para poder aumentar el ángulo de ataque del avión completo. Parte de esta fuerza se ve mejorada por el incremento de la deflexión de estela. A altas velocidades la carga que ha de soportar la cola ha de ser reducida, puesto que el ángulo de ataque es menor. En modelos de radiocontrol, es complicado cambiar el ángulo del elevador para acondicionarlo a la deflexión de estela. Este ángulo es controlado por el “trim” del elevador en la emisora.

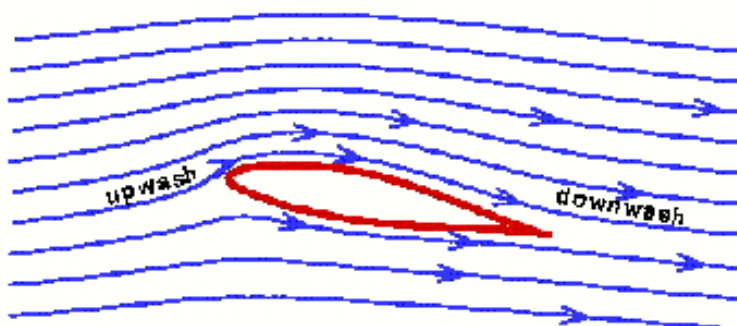


Figura 4.40. - Down-wash y Up-wash

El efecto de la deflexión de estela es la reducción efectiva del ángulo de ataque de la cola, contribuyendo de esa manera al momento de cabeceo del fuselaje. El chorro de los motores afecta en gran medida a esta deflexión, aunque su efecto es más complejo de contabilizar.



Figura 4.41. - Efecto del motor en la deflexión de estela

$$up - wash = \frac{\partial \alpha_u}{\partial \alpha} = 1 + \frac{\partial \varepsilon_u}{\partial \alpha}$$

$$down - wash = \frac{\partial \alpha_d}{\partial \alpha} = 1 - \frac{\partial \varepsilon_u}{\partial \alpha}$$

(4.22)-(4.23)

Existe un proceso de cálculo para estimar la deflexión de estela de forma teórica. Los factores que influyen para el cálculo de esta deflexión, son factores de tipo geométricos como: la relación de aspecto, el estrechamiento del ala, la distancia entre los centros aerodinámicos de la cola y el ala, la diferencia de altura entre los centros de gravedad de estas dos superficies y la envergadura del ala. La deflexión de estela se estimará con tres coeficientes: uno de aspecto, otro de estrechamiento y un último de geometría.

Coeficiente de relación de aspecto:

$$K_A = \frac{1}{AR} - \frac{1}{1 + AR^{1,7}}$$

(4.24)

Coeficiente de estrechamiento:

$$K_\lambda = \frac{10 - 3\lambda}{7}$$

(4.25)

Coeficiente de geometría:

$$K_H = \frac{1}{\sqrt[3]{2l_h/b}}$$

(4.26)



La deflexión de estela para los datos geométricos que se tienen, es:

$$\frac{d\epsilon}{d\alpha} = 4,44[K_A K_\lambda K_H]^{1,19} = 0,2965 \quad (4.27)$$

A continuación se presenta un pequeño estudio de cómo varía la deflexión de estela, frente a variaciones en tres de sus parámetros. En ambas gráficas, la variable de contorno es la relación de aspecto (A).

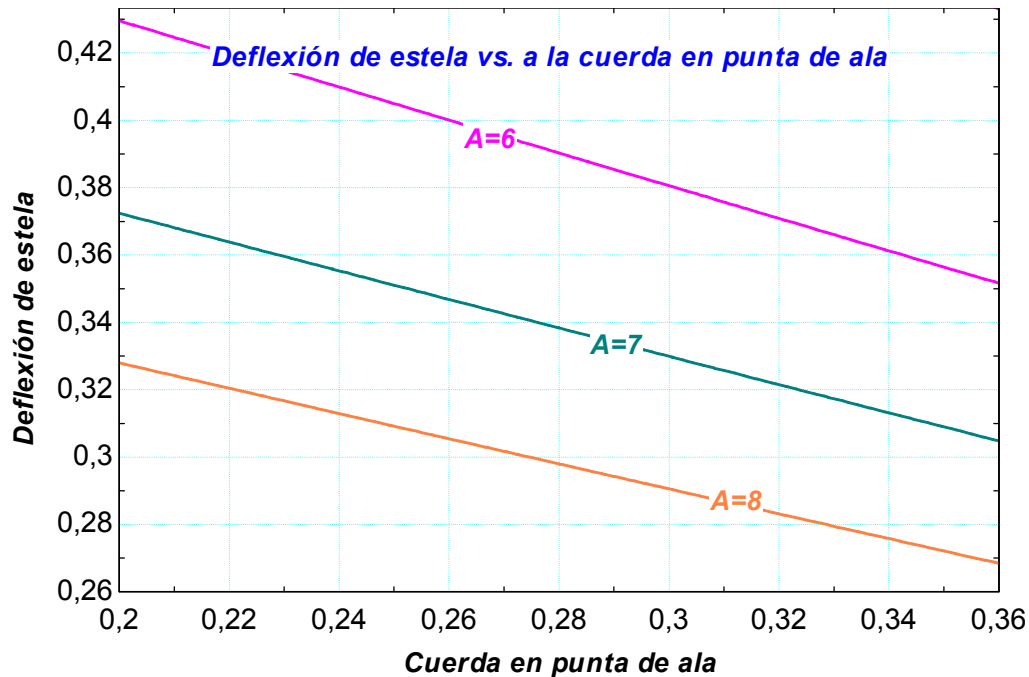


Figura 4.42. - Deflexión de estela frente la cuerda en punta de ala

Se observa, como a mayor relación de aspecto, se tiene una deflexión de estela menor, tal y como se puede comprobar en las gráficas del libro de estabilidad de Dan Raymer. También disminuye, conforme aumenta la longitud de la cuerda en punta de ala. En la gráfica 4.43 la relación de aspecto es la variable de contorno, mientras que la variable del eje de abscisas es la longitud de los tubos de cola.



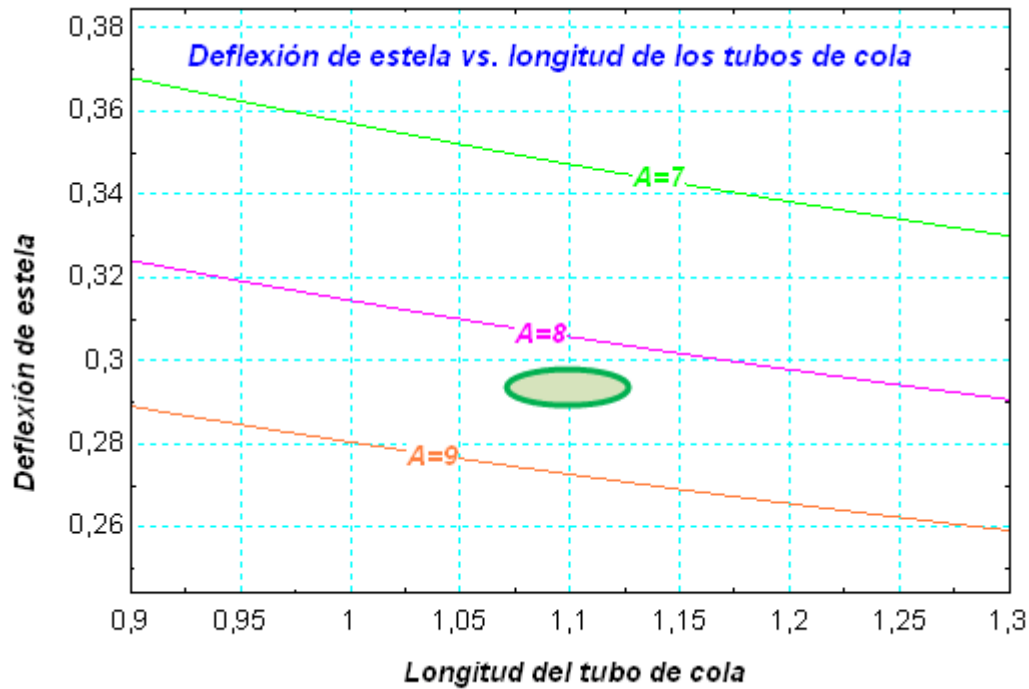


Figura 4.43. - Deflexión de estela frente a la longitud de los tubos de cola

En la gráfica 4.43 se observa como la longitud de los tubos de cola tiene una influencia menor, al igual que ocurría en el caso anterior con la cuerda de la punta del ala. Sin embargo, sí que se puede apreciar que la relación de aspecto es el parámetro fundamental y decisivo dentro del diseño. La medida de la deflexión de estela está realizada en la gráfica en unidades por radián. Céfiro se encontraría dentro de la elipse verde. Aunque, es importante decir, que la estimación de la deflexión de estela no suele ofrecer resultados muy exactos, debido a la dificultad de modelar la propia estela turbillonaria.

En la práctica para aviones radiocontrol se tiene que para pendientes de sustentación del orden de 1 por radián la deflexión de estela es del orden de 5,4; mientras que para aviones con pendientes de sustentación menores, tales como 0,3 por radián, esta deflexión es del orden de 1,5.

Deflexión de estela teórica	Deflexión de estela práctica
0,2965	0,3659

Figura 4.44. - Tabla de deflexiones de estela

5.6.2. Configuración propulsora: modelo de helicóptero

La configuración propulsora de la aeronave, hace que se proyecte un chorro de corriente con una velocidad diferente a la del avión. Esta corriente tendrá un efecto sobre las superficies de cola. Para contabilizar el efecto que se deriva de este hecho, se utilizara la TCM (Teoría de cantidad de movimiento) proporcionada por la disciplina de helicópteros y máquinas rotativas para el cálculo de potencias. Además proporcionará un área mojada de influencia del rotor en la superficie horizontal de cola.



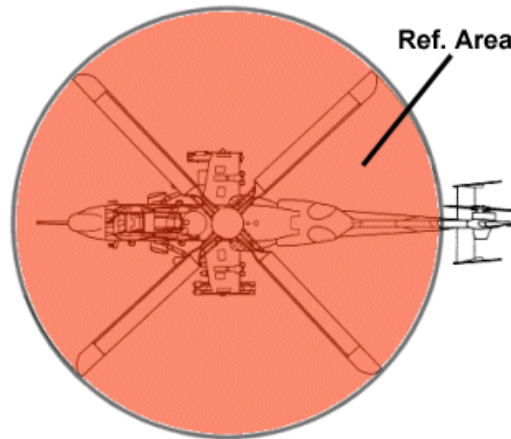


Figura 4.45. - Área de referencia del rotor de helicóptero

El modelo que se utilizará es el de vuelo axial ascendente en helicópteros. Efectivamente, el efecto no es despreciable, y en general mejora la controlabilidad al aumentar la velocidad del flujo al paso de la hélice. La configuración del UAV es de estilo propulsora como se puede apreciar en la figura, de forma que la cola se ve afectada por el tubo de corriente de la hélice.

Con la hipótesis que se realizaba considerando esa efectividad como 0,9, se tenía en cuenta que la velocidad que percibe el estabilizador es menor que la del ala, debido a la tendencia de la misma a generar perturbaciones. Ahora con el nuevo modelo esa efectividad será mayor. Se considerará por tanto una hélice con un tubo de corriente pasando a su través:

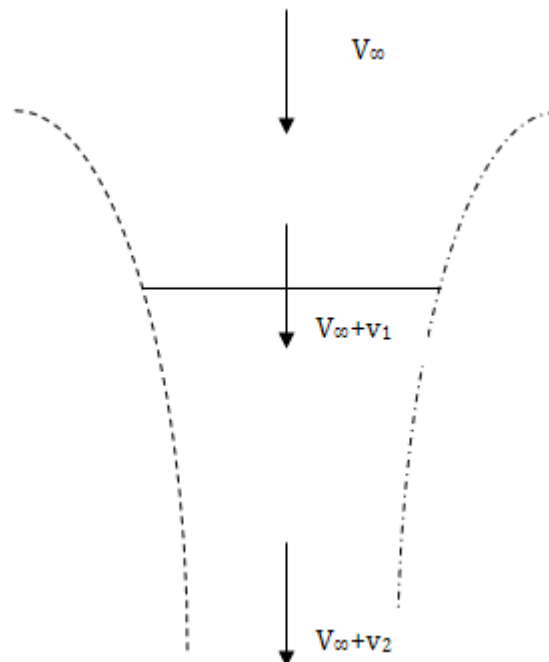


Figura 4.46. - Salto de velocidades

En concreto, la ecuación a obtener para la velocidad que induce la hélice sobre el estabilizador horizontal, se reduce a:



$$\frac{v_2}{2} = -\frac{1}{2} \cdot V_\infty + \sqrt{\frac{V_\infty^2}{4} + \frac{1}{2\rho} \cdot \left(\frac{T}{A}\right)}$$

$$V_{tail} = V_\infty + v_2 = \sqrt{V_\infty^2 + \frac{2}{\rho} \cdot \left(\frac{T}{A}\right)}$$

Aplicando la ley de conservación de la masa:

$$A_1(V_\infty + v_1) = A_2(V_\infty + v_2)$$

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{(V_\infty + v_2/2)}{(V_\infty + v_2)} = 1 - \frac{v_2}{2(V_\infty + v_2)}$$

$$D = D_{HEL} \sqrt{1 - \frac{v_2}{2(V_\infty + v_2)}}$$

(4.28)-(4.32)

De la ecuación se deduce que la superficie afectada por la hélice se mantiene constante, la sección de ese chorro tal y como se puede apreciar, es más pequeña que el diámetro de la hélice. La velocidad que induce la hélice sobre el estabilizador horizontal, es proporcional al régimen de motor que se esté utilizando. Esa proporción será mediante la raíz del empuje suministrado por el motor. En la gráfica 4.47 se muestra como varía la velocidad inducida por el chorro de la hélice para diferentes regímenes de motor.

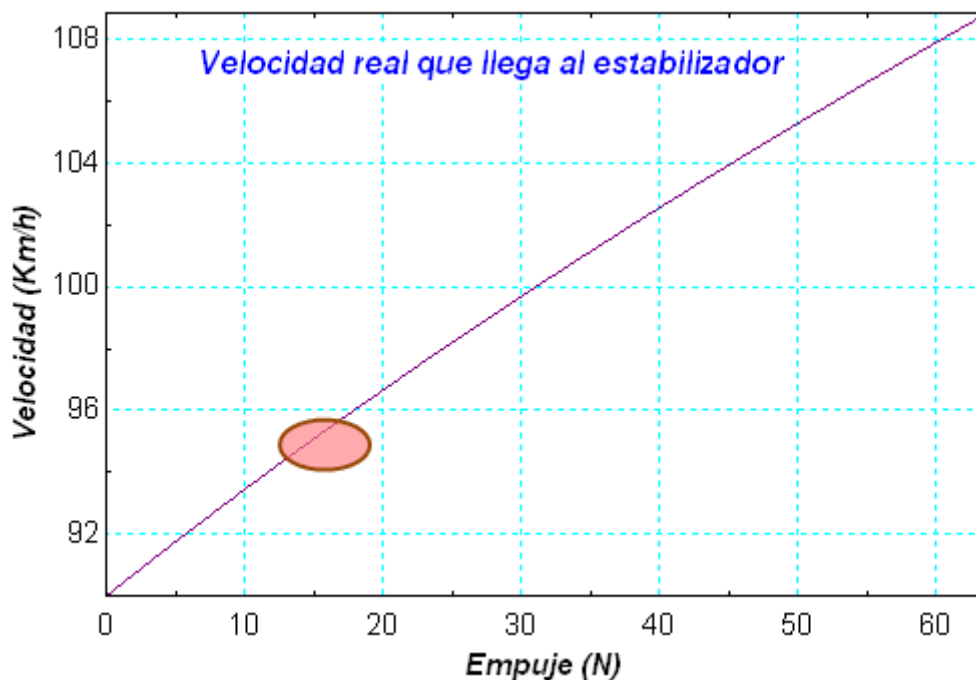


Figura 4.47. - Velocidad en cola frente al empuje



Para la velocidad de crucero, la potencia que está induciendo el motor sobre la cola hace que la velocidad que aprecia ésta sea de 97 km/h de forma que la efectividad de la superficie de control será mayor, tal y como se verá con posterioridad. Este dato se tiene para un empuje cercano a los 24 N lo cual se dará para el caso de que el avión se encuentre volando a una altura de unos 500 m. Para este caso representa un incremento de un 7,7 % en la velocidad, lo cual no es un dato significativamente peligroso.

Sin embargo, en el hipotético caso de una misión de aborto en el aterrizaje, se tendría que el motor a una velocidad cercana a la de pérdida de unos 54 km/h, si se lleva al motor a un régimen máximo, que para esa altura sería de unos 57 N, la velocidad que ahora aprecia el estabilizador sería de 77,1 km/h, lo cual representa un incremento en la velocidad que aprecia la cola de un 42 %. Este incremento puede llegar a ser peligroso y se realizará un estudio metódico del mismo a la hora de observar su efecto dentro de la estabilidad dinámica. El comportamiento de la velocidad que induce la hélice sobre la cola es el mismo que el del rotor del helicóptero tal y como se aprecia en la siguiente figura:

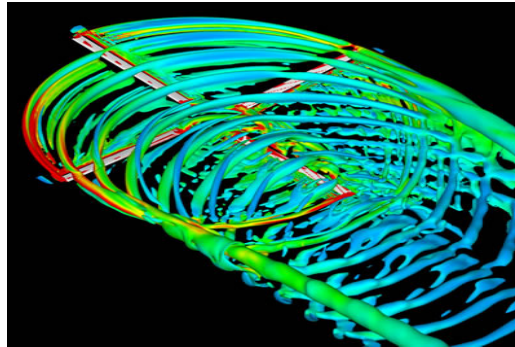


Figura 4.48. - Tubo de corriente en un helicóptero

Con esto, las contribuciones de la corriente inducida por la hélice en la cola pueden introducirse en los coeficientes de estabilidad de la siguiente forma:

$$C_{nn)tailperturbado} = \left(\frac{q_{perturbada}}{q_{sinperturbar}} \cdot \frac{S_{afectada}}{S_{total}} + 1 - \frac{S_{afectada}}{S_{total}} \right) \cdot C_{nn)tailsinperturbar} \quad (4.33)$$

Con este modelo relativamente sencillo se puede, a partir del empuje que genera el motor, hacer una estimación de la velocidad inducida en las superficies traseras. Esto es importante, porque probablemente potencie la estabilidad y permita una potencia de control en el eje longitudinal extra a la hora de hacer maniobras cruciales a ángulos de ataque altos, como en aterrizaje. El modelo que se utilizará para implementar el efecto de que la corriente que incide sobre la cola lleva mayor velocidad que la del avión, es el modelo de un helicóptero en movimiento axial ascendente.



La efectividad de la cola se divide entonces en dos zonas, una zona afectada por el flujo de corriente incidente sobre la cola y otra zona en la que no afecta ese tubo de corriente. La variación de la velocidad que percibe la cola conforme varían los regímenes de motor se muestra en la siguiente figura:

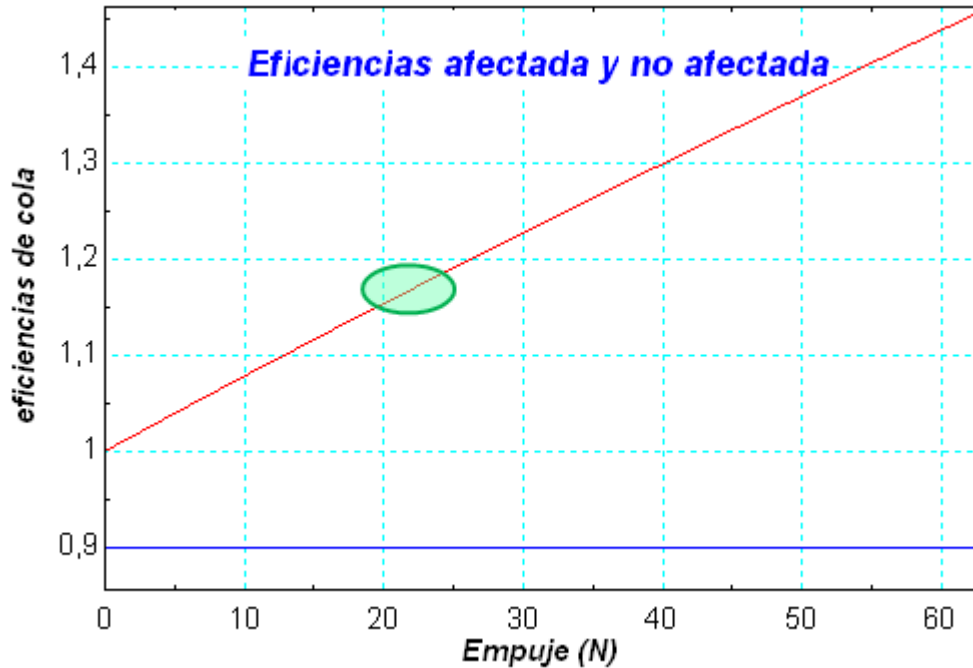


Figura 4.49. - Eficiencias afectadas y no afectadas

Para la configuración del vuelo de crucero, el motor ofrece la potencia necesaria, para que el avión realice esa maniobra; por tanto, la potencia necesaria para igualar la resistencia inducida por todo el avión. Para este caso de crucero, la configuración de motor que se tendrá será la de la polar del avión. Es la zona que aparece sombreada de color verde dentro de la gráfica.

$$T = C_{d0} + K_1 \cdot C_l + K_2 \cdot C_l^2 = 17,2 \text{ N}$$

$$\eta_{afectada} = \frac{1/2 \rho V_c^2}{1/2 \rho V^2} = 1,133$$

$$\eta_{noafectada} = \frac{1/2 \rho V_t^2}{1/2 \rho V^2} = 0,9$$

(4.34)-(4.36)



De forma que todas las ecuaciones de trimado y estabilidad que se escriban con el modelo, se van a refinar mucho más con esta aproximación y, teniendo en cuenta que para el modelo en cuestión se diferenciará entre la superficie afectada y la no afectada del estabilizador horizontal por el chorro de la hélice.

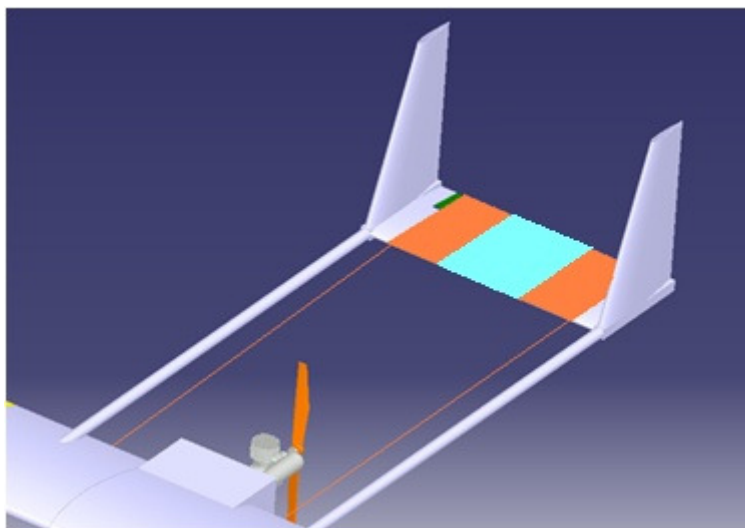


Figura 4.50. - Zonas afectadas y no afectadas por el chorro

La superficie coloreada que se presenta en la anterior imagen es la zona de incidencia del chorro de la hélice, aunque en la realidad se produce un estrechamiento del tubo de corriente, de forma que para cualquier superficie se aprecia una reducción del orden del 40% de esa área. Esa superficie reducida va a ser la coloreada de azul cielo. No solamente será considerable el efecto de la hélice en el estabilizador horizontal, sino que también generará momentos en el vertical del avión, para el movimiento lateral-direccional, tal y como se estudiará en un apartado posterior.

4.6.3. Efecto suelo

Cuando el avión vuela a bajas velocidades próximo al suelo, como por ejemplo en despegue o en configuración de aterrizaje, justamente en el momento que el tren de aterrizaje se encuentra a punto de tomar tierra, se hace patente el efecto suelo. Suele ser apreciable al aterrizar y despegar sobre suelo o agua en hidroaviones y se hace patente a una distancia de la mitad de su envergadura sobre el suelo.

Cuando en el avión actúa el efecto suelo ocurre lo siguiente:

1. El ala se comporta como si tuviera una relación de aspecto mayor, con lo cual se incrementa la sustentación y se reduce el ángulo de ataque.
2. La resistencia inducida del ala se reduce tenuemente.
3. El más importante de los cambios que se producen es una severa reducción de la deflexión de estela. Esta reducción suele ser del orden de la mitad de la original.

La bajada de los flaps induce un incremento en el ángulo de deflexión de estela y en el momento de picado del avión; pero la severa reducción del ángulo de deflexión de estela debida al efecto suelo, reduce la carga de la cola, causando en el modelo un picado más suave que el que se tendría sin ese efecto. Por lo tanto, el efecto suelo será beneficioso.

La configuración del avión es de ala alta, al igual que los aviones de transporte militares, y gran cantidad de UAVs comerciales. Por eso, el efecto suelo en esta aeronave será mucho menor que en aviones con ala baja, tales como aviones acrobáticos y de aeromodelismo.



Figura 4.51. - Hermes 450. Configuración ala alta



Figura 4.52. - Céfiro. Configuración ala alta

Para futuras versiones sería interesante estudiar este efecto con más detenimiento, aunque de momento éste no será de capital importancia de estudio para el primer prototipo.

4.7. Trimado longitudinal del avión

Con el trimado de un avión lo que se hace es compensar sus superficies de control de manera que, sin necesidad de utilizar la palanca de mando, el avión vuele en la actitud que es deseable para esa condición de vuelo. Es decir, con el trimado lo que se hace es ayudar al mando, de manera que sea mucho más sencillo controlar el avión. Los valores de trimado longitudinal son el ángulo de ataque de trimado y la deflexión del timón de profundidad, que hace que el avión genere momentos recuperadores y alcance la configuración de estabilidad de momentos. En el siguiente estudio se va a realizar un análisis del trimado para diferentes velocidades de vuelo y diferentes cargas del depósito de combustible. Todas las variables que se van a utilizar en este apartado para la definición de las ecuaciones de trimado se

4.7.1. *Coefficiente de momentos frente trimado longitudinal*

El estudio de trimado del avión que se va a realizar en este apartado, es para la configuración en la que la velocidad de vuelo es la de crucero. En este caso el empuje que suministra el motor, se invertirá plenamente en vencer la resistencia. Las aceleraciones y deceleraciones serán nulas. Las variaciones de velocidad respecto del tiempo se tendrán en cuenta para apartados sucesivos. En la ecuación 4.37 se iguala el empuje generado por el motor del avión a la resistencia del mismo, expresando esta mediante la polar del avión.

$$T = C_{d0} + K_1 \cdot C_l + K_2 \cdot C_l^2 \quad (4.37)$$

Las ecuaciones de trimado que se utilizan para el estudio del mismo son las ecuaciones de equilibrio. Por una parte, se tiene el equilibrio de fuerzas en el plano vertical, de forma que para que el avión vuele y no caiga por su propio peso, el ala debe generar la suficiente sustentación como para igualar el peso del avión. En el caso de que no lo iguale, se encontrará en condiciones de subida o descenso.

Por otro lado, se encuentra la ecuación de equilibrio de momentos en cabeceo. Este equilibrio consiste en que el coeficiente de momentos de cabeceo del avión ha de ser nulo, para que el avión siga una trayectoria plana. Las ecuaciones son las que se expresan a continuación:

$$\begin{aligned} \sum F_x &= \frac{W}{qS} - C_{l0} - C_{l\alpha} \cdot \alpha - C_{l\delta e} \cdot \delta e \\ \sum M_x &= 0 = C_{m0} + C_{m\alpha} \cdot \alpha + C_{m\delta e} \cdot \delta e \end{aligned} \quad (4.38)-(4.39)$$

Los coeficientes que se encuentran representados dentro de este par de ecuaciones, son coeficientes de derivadas de estabilidad, y han sido calculados mediante las ecuaciones que se verán posteriormente. Las incógnitas del sistema de ecuaciones son el ángulo de trimado del ala y el ángulo de trimado del timón de profundidad. Los coeficientes de las derivadas de estabilidad longitudinales que intervienen en el sistema se calculan de la siguiente forma:



$$C_{l0} = C_{l0wb} + C_{lat} \cdot (i_t - \varepsilon_0) \cdot \left(\eta_{hafe} \cdot S_{afe}/S + \eta_{hnoafe} \cdot S_{noafe}/S \right) + C_{lawb} \cdot i_w$$

$$C_{l\alpha} = C_{lawb} + C_{lat} \cdot \left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \right) \cdot \left(\eta_{hafe} \cdot S_{afe}/S + \eta_{hnoafe} \cdot S_{noafe}/S \right)$$

$$C_{l\delta e} = C_{lelev} \cdot \left(\eta_{hafe} \cdot S_{afe}/S + \eta_{hnoafe} \cdot S_{noafe}/S \right)$$

A continuación los coeficientes de momentos:

$$C_{m0} = C_{m0wb} + (\overline{X_{cg}} - \overline{X_{cawb}}) \cdot (C_{l0wb} + C_{lawb} \cdot i_w) \\ + \left(\eta_{hafe} \cdot S_{afe}/S + \eta_{hnoafe} \cdot S_{noafe}/S \right) \cdot (\overline{X_{cg}} - \overline{X_{cat}}) \cdot (C_{l0t} + C_{lat} \cdot i_t)$$

$$C_{m\alpha} = C_{l\alpha} \cdot (\overline{X_{cg}} - N_{01})$$

$$C_{m\delta e} = -C_{lelev} \cdot \left(\eta_{hafe} \cdot S_{afe}/S + \eta_{hnoafe} \cdot S_{noafe}/S \right) \cdot (\overline{X_{cat}} - \overline{X_{cg}}) \quad (4.40)-(4.45)$$

La gráfica 4.53 representa el trimado longitudinal del avión para un vuelo de crucero estáticamente estable. La variable de contorno es el trimado del timón de profundidad expresado en grados. En el eje de abscisas se encuentra el ángulo de trimado del ala y en el de ordenadas el coeficiente de momentos del avión que ha sido denominado en la gráfica como “Cabeceo del avión” y que no tiene unidades por tratarse de un coeficiente adimensional.



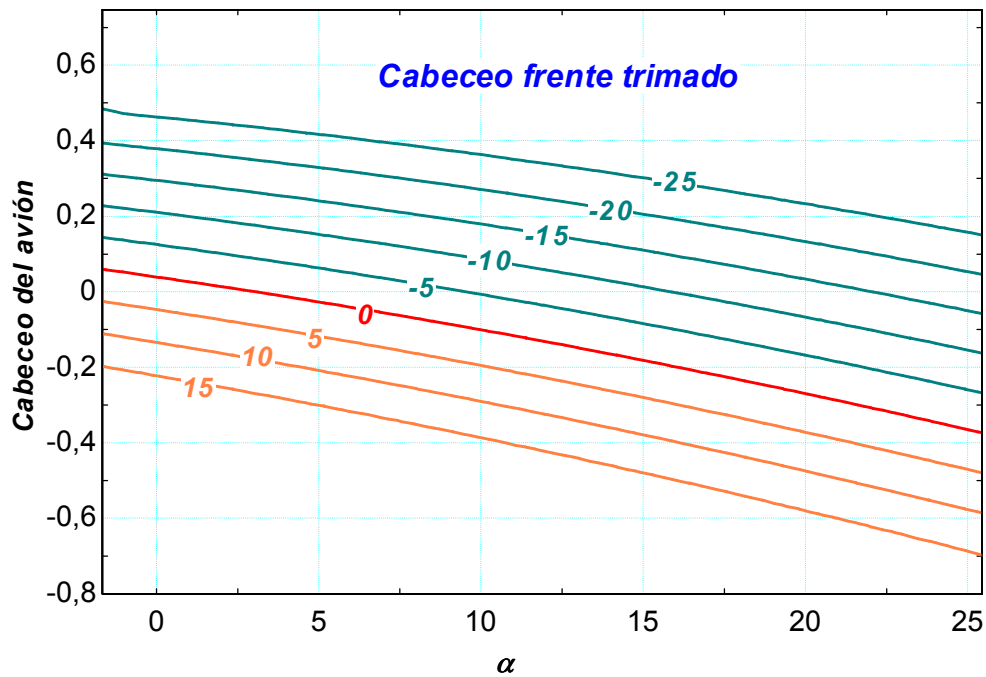


Figura 4.53. - Coeficiente global de cabeceo frente al trimado

Para generar la situación de un vuelo equilibrado, se debe garantizar que el coeficiente de momentos del avión sea idénticamente nulo. Como se puede apreciar en la gráfica, la línea de ceros del momento de cabeceo se alcanza para diferentes configuraciones de trimado, tanto para el ángulo de ataque del avión como para la deflexión del timón de profundidad.

La tendencia de la gráfica es que cuanto mayor es el ángulo de ataque que se desea, mayor es la deflexión del timón de profundidad que se va a necesitar, para poder alcanzar la configuración de equilibrio en el momento de cabeceo. Para conseguir ángulos de encabritado muy grandes se necesitan deflexiones del timón de profundidad muy grandes pero negativas; así como, para conseguir picados mayores, la deflexión del timón de profundidad ha de ser positiva.

El óptimo que se ha intentado alcanzar, es el trimado para la fase de crucero (el mayor segmento de vuelo), de forma que la deflexión del timón de profundidad en el trimado fuese nula. Para ello, se ha tenido que introducir una incidencia tanto de ala como de cola, que no se corresponderán con las reales puesto que estructuralmente el diseño se cerró tiempo antes de esta elección. El estudio de optimización de las incidencias para el trimado se realizará más adelante, aunque para este apartado se puede utilizar los datos de incidencia óptimos teniéndose:

<i>Incidencia de ala ($\delta=0$)</i>	<i>Incidencia de la cola ($\delta=0$)</i>
2°	-1,33°

Figura 4.54. - Tabla de incidencias



Los datos de incidencia son buenos, teniendo en cuenta que el beneficio conseguido es mucho; puesto que, para el vuelo se dispondrá de mayor potencia de control del timón al tratarse de una incidencia de cola despreciable. Tan ínfima es la incidencia de la cola, que a la hora de ejecutar la construcción es prácticamente imperceptible. Por lo tanto, para la configuración estructural del Céfiro, los valores de trimado del ala y la cola para la realización de la maniobra de crucero a una velocidad de 90 km/h serán los siguientes:

Trimado del ala	Trimado de la cola
$\alpha = 1,683^\circ$	$\delta = 1,011^\circ$

Figura 4.55. - Tabla de trimado

4.7.2. Coeficiente de momentos frente a velocidad de vuelo

El momento de cabeceo para cada velocidad de vuelo ha de ser nulo. Dependiendo de la velocidad a la que se realice el vuelo, el trimado de la cola variará para conseguir una configuración estable.

Las velocidades que se siguen cotejando en la gráfica, siguen siendo tales que el vuelo sea de crucero. De forma que, el empuje de motor sea en todo caso el necesario para conseguir un vuelo estable igualando a la resistencia inducida por el avión completo.

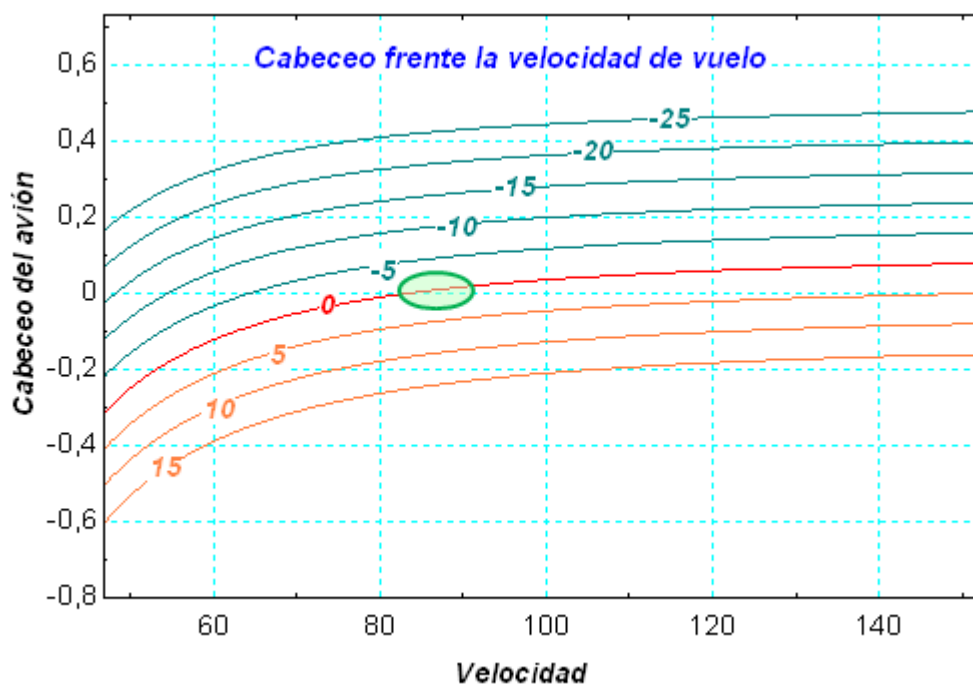


Figura 4.56. - Coeficiente global de cabeceo frente a la velocidad



Para la velocidad de crucero de 90 km/h se pretende que el ángulo de trimado del estabilizador horizontal sea nulo para optimizar el consumo de combustible. Ésta es la zona que se encuentra recuadrada dentro de la elipse. De la gráfica 4.56 se puede obtener valiosa información para ver el comportamiento del UAV en las diferentes fases de vuelo.

Cuando la velocidad es menor que la de crucero, por ejemplo en fases de despegue y aterrizaje, el ala sustenta menos de forma que, el avión comienza a generar momentos de picado que se han de corregir introduciendo ángulos negativos del timón de profundidad. Por el contrario, cuando la velocidad es mayor que la de crucero, el ala sustenta mucho más de lo esperado para esa configuración y como no se puede variar su ángulo de ataque, pues se opta de nuevo por mover el ángulo de deflexión del timón. En este caso, el ala tiende a generar momentos de encabritado y por ello, el timón debe girar un ángulo positivo para generar un momento opuesto.

4.7.3. Trimado de cola frente a la carga del depósito

Durante la maniobra en el aire, el avión no liberará carga de pago; por lo tanto, toda la variación del peso del mismo ocurrirá en el tanque de combustible. El tanque de combustible del Céfiro es de un kilogramo de peso. Durante el vuelo se irá consumiendo combustible. Obviamente, nunca se dará la situación de llegar a vaciar todo el tanque, aunque para el caso en cuestión si se supondrá el vaciado absoluto del mismo.

La gráfica 4.57 representa la variación del trimado frente a la carga de combustible para diferentes velocidades de vuelo. La variable que actúa de forma paramétrica en esta gráfica es la velocidad de vuelo y sus unidades con km/h. Se observa que para la velocidad de crucero de 90 km/h se encuentra el óptimo de trimado del timón. Para velocidades mayores de la de crucero para la que se ha diseñado el avión, éste tenderá a cabecear y se corregirá mediante la deflexión del timón.

Para la variación de la carga de combustible, no afecta al trimado a altas velocidades, aunque para velocidades próximas a la entrada en pérdida, la variación de la misma comienza a ser un factor muy delimitante. A velocidades próximas a la entrada en pérdida la solución que se obtendrá será la de deflectar ángulos negativos el timón para contrarrestar el momento de cabeceo que se irá generando en el avión. Esta solución se encuentra en concordancia con la obtenida en el apartado anterior.



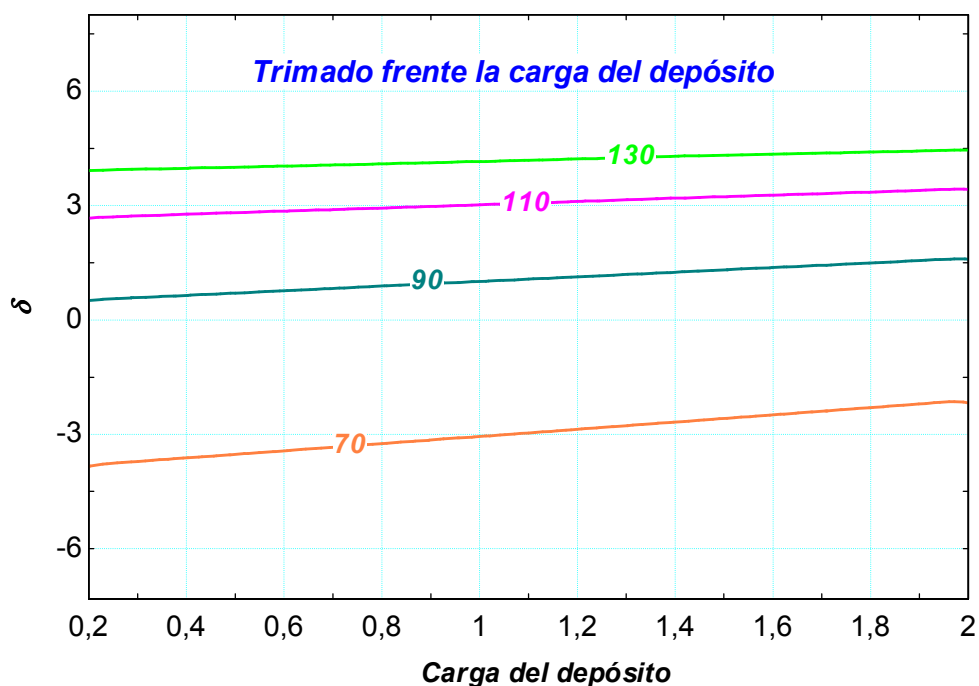


Figura 4.57. - Trimado de cola frente la carga de combustible

El piloto a lo largo del vuelo deberá ir controlando si el avión se encuentra trimado o no. Una parte del trimado final, deberá introducirlo a través de la emisora con el “trim” electrónico, siempre muy necesario para este tipo de aviones. Durante el vuelo de pruebas el piloto introdujo trimado longitudinal a través de la emisora. Esta carencia de trimado vino suscitada por inexactitudes a la hora de la construcción de las superficies de control.



4.8. Estudio de incidencias

Los parámetros de trimado son el ángulo de ataque del ala y la deflexión del timón de profundidad. Para mejorar este aspecto se recurre a la introducción de incidencias en ambas superficies. Como se comentó con anterioridad, se pretende que el trimado del timón de profundidad sea nulo con el fin de optimizar las actuaciones del avión en el segmento más crítico de vuelo, el crucero. Sin la introducción de incidencias, el trimado de la cola no es nulo tal y como se puede apreciar en la gráfica.

Las incidencias que se han de introducir en el ala deben de ser positivas o nulas como en el caso de estudio, mientras que para la cola no tiene importancia el signo pero sí que su valor no sea elevado para no generar una situación de imposibilidad estructural. La incidencia de un ala nunca ha de ser negativa, puesto que se daría la situación de que el ala tuviera que sustentar menos de lo previsto para alcanzar el vuelo equilibrado. El hecho de tener una incidencia del ala negativa vendría a advertir que el diseño hecho para el ala es excesivamente eficiente, por lo que ése ala tendría un área sobredimensionada.

La precaución que ha de tenerse para aviones radiocontrol, es que para perfiles con bastante curvatura, el ángulo de sustentación cero no se encuentra en la línea de la cuerda media como en secciones simétricas, pero puede ser varios grados negativos. Esto ha de ser considerado cuando se establezca un ángulo de ataque relativo para la deflexión de estela. En la gráfica 4.58 aparece la variación del ángulo de ataque respecto de la inducción de incidencias en el ala.

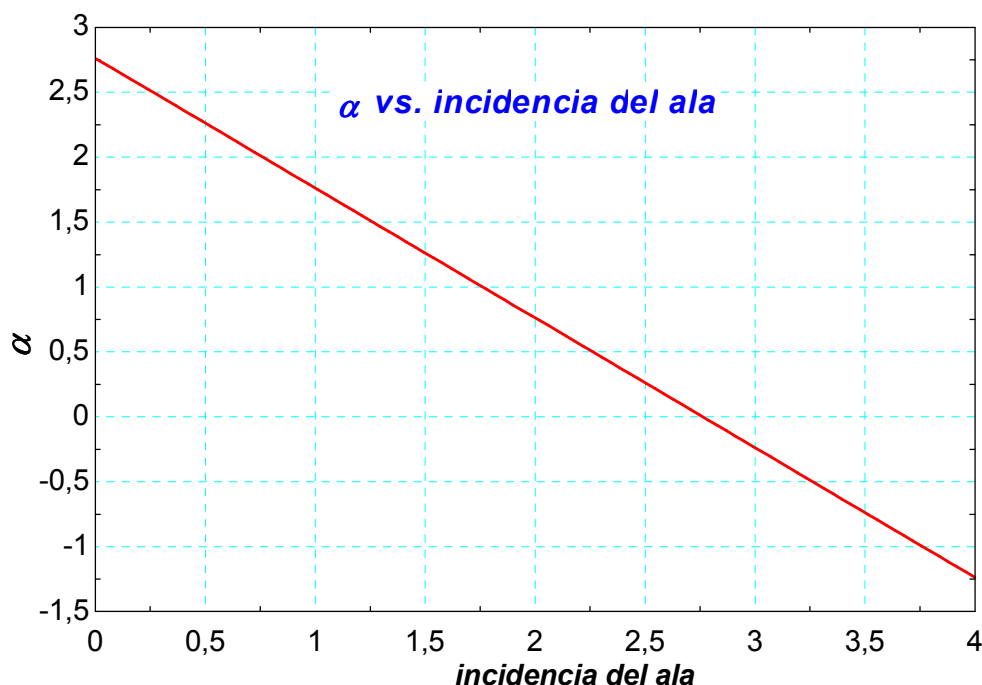


Figura 4.58. - Ángulo de ataque frente a la incidencia del ala



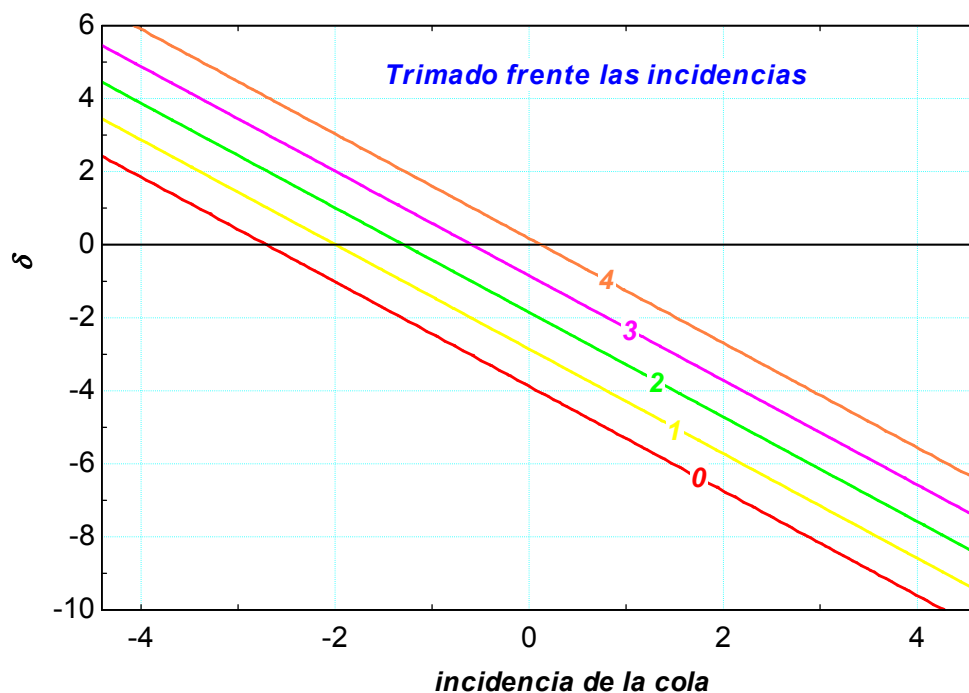


Figura 4.59. - Trimado frente las incidencias

Se puede observar como la elección del valor de las incidencias tanto de cola como de ala, no son las óptimas para reducir el consumo de combustible; sin embargo, son las adecuadas para el estudio. En ambas gráficas las unidades del trimado y de las incidencias de ala y cola vienen medidas en grados.



4.9. Diferentes configuraciones de vuelo

Durante el vuelo del avión no se tendrán las mismas condiciones en todos los instantes. Para operaciones de aterrizaje y despegue la velocidad será mucho menor que en crucero y consecuentemente el comportamiento del avión. La estabilidad estática se estudia para puntos concretos de operación, por lo que en esos puntos la configuración de vuelo será diferente y será importante el estudiar lo que ocurre. Como configuraciones más importantes se va a estudiar las siguientes: configuración de flaps desplegados y replegados, diferentes velocidades de vuelo y los regímenes de motor utilizados en las diferentes maniobras.

En todas las gráficas que se presentarán a lo largo de este estudio las características más significativas de las mismas son las siguientes: el coeficiente de momentos es adimensional y carecerá de unidades, todas las velocidades estarán expresadas en km/h y las deflexiones del timón de profundidad para compensar el trimado del avión vendrán en grados.

4.9.1. Configuración limpia y sucia

Se entiende por configuración limpia de un avión, al momento en el que el avión realiza unas maniobras cualesquiera teniendo recogido tren de aterrizaje y con las superficies hipersustentadoras sin desplegar. La configuración limpia del UAV objeto de estudio es más similar a la de otros aviones de tren fijo como pueden ser por ejemplo los Cessna. Al no ser el tren de aterrizaje retráctil, se considera como configuración limpia cuando éste se encuentra totalmente desplegado.

Por configuración sucia de un avión, se entiende cualquier situación en la que el tren de aterrizaje o las superficies hipersustentadoras se encuentren desplegados. En este caso la configuración sucia solamente la determinará un parámetro, que son los flaps. Cuando éstos se encuentren totalmente desplegados, se entenderá entonces que el avión se encuentra en configuración sucia, puesto que es el único factor que realmente afecta a éste término. La introducción de los flaps induce picados en el avión al aumentar la sustentación del ala, cuyo efecto es desestabilizante respecto del conjunto.





Figura 4.60. - Configuración de los flaps

Los flaps son las superficies incrementadoras de sustentación que actúan en las maniobras de aterrizaje y despegue para facilitar estas acciones. El efecto que tienen dentro de la estabilidad es aumentar la sustentación del ala y, por consiguiente inferir un picado mayor del avión.

La contribución que tienen para los parámetros importantes de la estabilidad viene representada en la siguiente tabla, donde el C_{m0} es el del ala y no de todo el avión y por ello es negativo. Los datos que aparecen en la tabla 4.61 y 4.62 han sido extraídos de [11].

Flaps	C_{m0}	C_{l0}	$C_{l\alpha}$
0°	-0,04515	0,25635	5,1892
10°	-0,05741	0,37061	5,1772
20°	-0,06832	0,46813	5,1434
30°	-0,07609	0,53179	5,0918
40°	-0,08440	0,59565	5,0282

Figura 4.61. - Datos aerodinámicos de los flaps

Los datos importantes que se deben obtener para el estudio de estabilidad serán el coeficiente de momentos para ángulo de ataque nulo de todo el avión, puesto que el coeficiente de momentos del ala cambiará, así como el trimado tanto del ala como de la cola.



<i>Flaps</i>	<i>Trimado del ala</i>	<i>Trimado de la cola</i>	<i>Cm0 total</i>
0°	2,172°	2,07°	0,05792
10°	0,9087°	2,705°	0,05689
20°	-0,633°	3,649°	0,05656
30°	-1,631°	4,226°	0,05628
40°	-2,64°	4,772°	0,05548

Figura 4.62. - Datos de estabilidad para los flaps

Se puede apreciar en la tabla anterior que el avión no es inestable, puesto que el coeficiente de momentos total del avión se mantiene positivo en todo momento. Sin embargo, al desplegar los flaps el avión va a tender a picar y el timón de profundidad va a tener que deflectarse de forma más acusada. El hecho de que el ángulo de ataque del ala se vuelva negativo indica el picado que se genera en dicho avión y por ende, la necesidad de introducir timón para compensar en trimado.



5.9.2. Velocidades altas y bajas

El avión volará en diferentes configuraciones de vuelo. La velocidad será un parámetro muy influyente que, aunque no compromete la estabilidad del sistema en ningún instante, si será crucial a la hora del estudio del trimado, tal y como se vio con anterioridad en el otro apartado. También será importante a la hora de estudiar la controlabilidad del avión, puesto que la efectividad de las superficies de control será diferente dependiendo de la velocidad a la que se viaje.

A mayores velocidades para el trimado del avión, se tiene que la sustentación del ala y cola es mucho mayor, de forma que necesitan menor ángulo de ataque para efectuar las maniobras. Por lo tanto, para el vuelo a gran velocidad será necesario un trimado mucho menor de las superficies de control. Por el contrario, a velocidades menores, como por ejemplo en las maniobras de aterrizaje y despegue, las superficies sustentarán menos, de forma que habrá que deflectarlas un ángulo mayor para equilibrar el avión.

El estudio que se va a realizar a continuación, es el necesario para ver el efecto sobre el trimado de la velocidad para realizar un vuelo estable y sin excesivas variaciones de velocidad ni actitud, lo considerado en algunos estratos aeronáuticos como un “vuelo de obispo”. Para este tipo de vuelo, el empuje que requiere el motor es siempre el necesario para realizar la maniobra, igualándose a la resistencia inducida por todo el avión.

En la gráfica 4.63 se presenta el trimado de la cola que se necesita para que el avión vuele de forma estable en las diferentes configuraciones de velocidades de vuelo. Se aprecia en ella como se necesita más deflexión negativa del timón de profundidad cuando se va a menores velocidades.

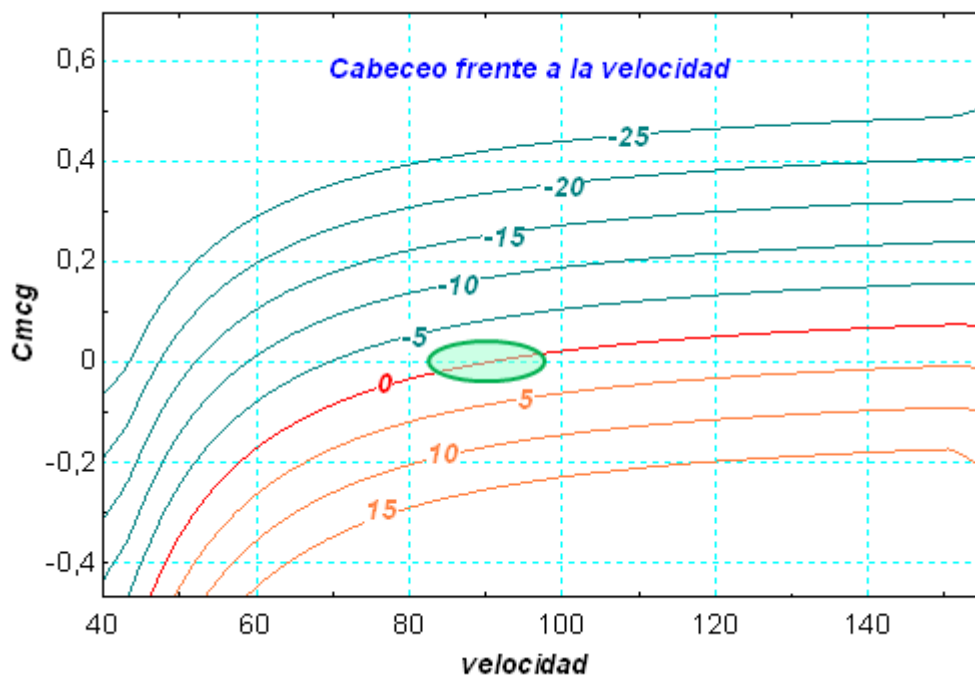


Figura 4.63. - Coeficiente global de cabeceo frente a la velocidad de vuelo



Para el ala se tiene también la situación de que a mayor velocidad, las condiciones del ángulo de trimado son más pequeñas. Para menores velocidades, el ala necesita mayores ángulos para generar la sustentación necesaria para equilibrar el peso del avión.

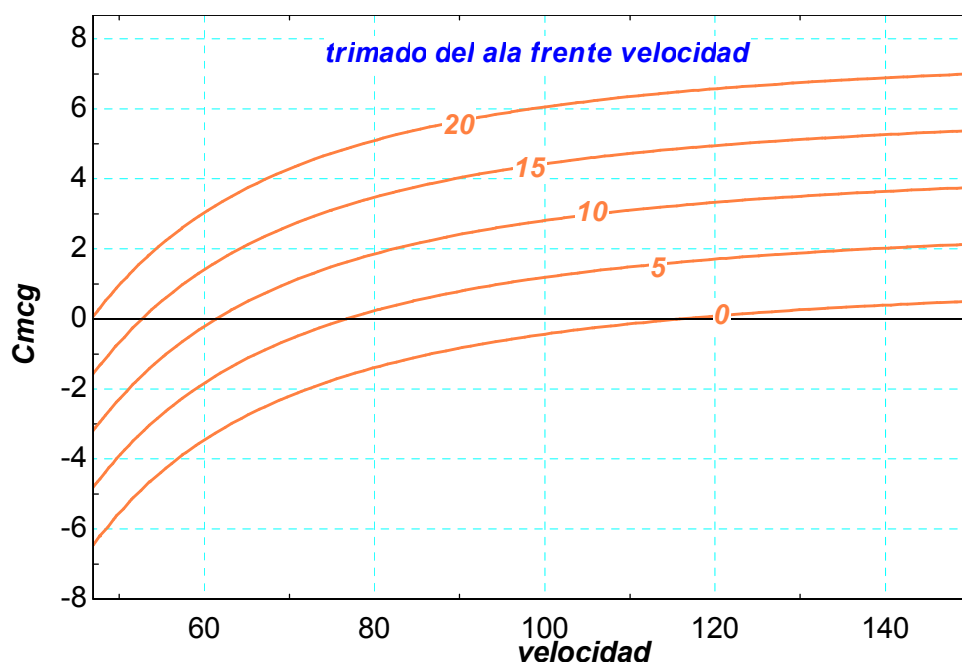


Figura 4.64. - Trimado del ala frente a la velocidad

Se aprecia en la gráfica 4.64 cómo para un vuelo de crucero de 90 km/h, se tiene que el trimado para vuelo equilibrado a esa velocidad es de unos $2,45^\circ$. Por lo tanto, concuerda con los datos de trimado que se obtuvieron con anterioridad en la sección 4.7. Cuando la velocidad es mayor, el ángulo de trimado disminuye, llegando un punto en el que se vuelve negativo, lo cual está simbolizando que el ala sustenta demasiado para esa situación y sería necesario un trimado negativo, para sobrecompensar el avión. Esta situación tan crítica por lo general no acontecerá.

Para el cálculo del trimado y las demás variables que se están estudiando y se van a estudiar en los sucesivos apartados, se creó un programa en EES. Este programa no es capaz de desactivar los cálculos para valores de trimado negativos en el ala. Obviamente no es capaz de discernir el comportamiento del ala a esos ángulos. Este hecho viene magnificado también porque la polar del avión no se realimenta con los valores de trimado en todo tiempo. Para velocidades menores se tiene que, el ángulo de ataque que se necesita para el trimado es mayor para que sustente correctamente.

4.9.3. Regímenes de motor

Los estudios previos que se han realizado hasta el momento, han sido para el caso en el que el avión se encontrase volando en una configuración de crucero a velocidad constante. Sin embargo, el vuelo en la práctica es muy diferente puesto que el avión, en la mayor parte del tiempo en vuelo, se encuentra acelerando y frenando para alcanzar las condiciones óptimas de vuelo. Además, las operaciones de subida y bajada requerirán de distintos regímenes de



motor. Para maniobras no estacionarias en los movimientos laterales tales como virajes, el régimen del motor también suele ser diferente al necesitado para la configuración de crucero.

Para los diferentes regímenes de motor se hará un estudio de las variables que dependen directamente del tanto por ciento de potencia del motor tales como el coeficiente de momentos de cabeceo del avión, el trimado del mismo, los coeficientes globales de sustentación. Con este estudio de los regímenes de motor también se reforzará el anterior estudio de las diferentes velocidades de vuelo, puesto que se verán diferentes velocidades discretizadas con diferentes potencias del motor.

Todos los coeficientes que participan en las ecuaciones de trimado longitudinal estático (4.37-4.45) se ven afectados directamente por el modelo de helicópteros que se ha utilizado, por lo tanto se hará el estudio de las magnitudes afectadas para diferentes regímenes del motor. Para ello, se tomarán factores de tantos por cientos de utilización de motor. Con un factor del 10 % se asimila la situación de aterrizaje en la que el régimen de motor es muy bajo casi nulo.

Para el despegue se supondrá el 100 % de utilización del motor, de forma que se tendrá que tener en cuenta el posible incremento brusco de eficiencia en la cola, de modo que la tendencia a cabecear será mayor al despegue. Todas estas consideraciones se tendrán en cuenta en el modelo que se analizará a continuación. Este modelo es el descrito por Francisco Samblás Carrasco en su proyecto fin de carrera [13]. Las gráficas 4.65, 4.66 y 4.67 pertenecen también a [13].

Durante el vuelo de crucero, para las distintas velocidades, el empuje que ha de suministrar el motor será diferente. Por lo tanto, lo primero que se ha de analizar es la curva de $T=D$, delimitando las zonas de vuelo estacionario y las de no estacionario, con aceleraciones y frenadas. La gráfica 4.65 muestra las diferentes zonas.



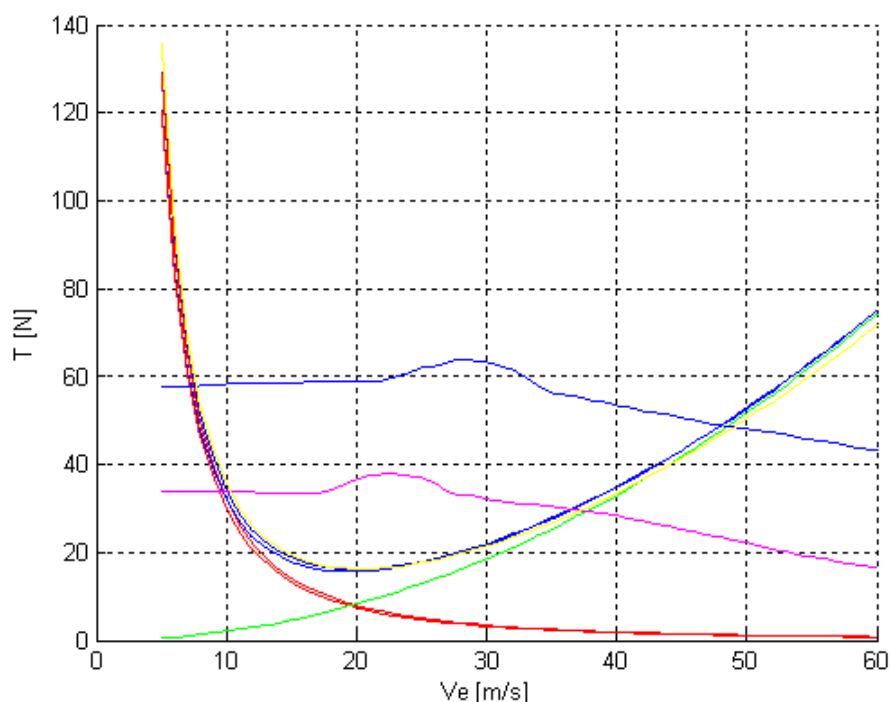


Figura 4.65. - Relación de empuje frente a velocidad

Se aprecia en la gráfica 4.65 como la línea azul es la configuración en vuelo de crucero, de forma que a mayor velocidad se necesita mayor empuje. La línea rosa representa el empuje capaz de suministrar el motor en el caso de vuelo de crucero a una altura de 500 metros. Por el contrario, la línea azul representa el empuje que suministra el motor en el caso de volar a una altura al nivel del mar. Obviamente, el empuje será mayor cuanto mayor sea la densidad, por eso las características de motor siempre las ofrece el fabricante a nivel del mar.

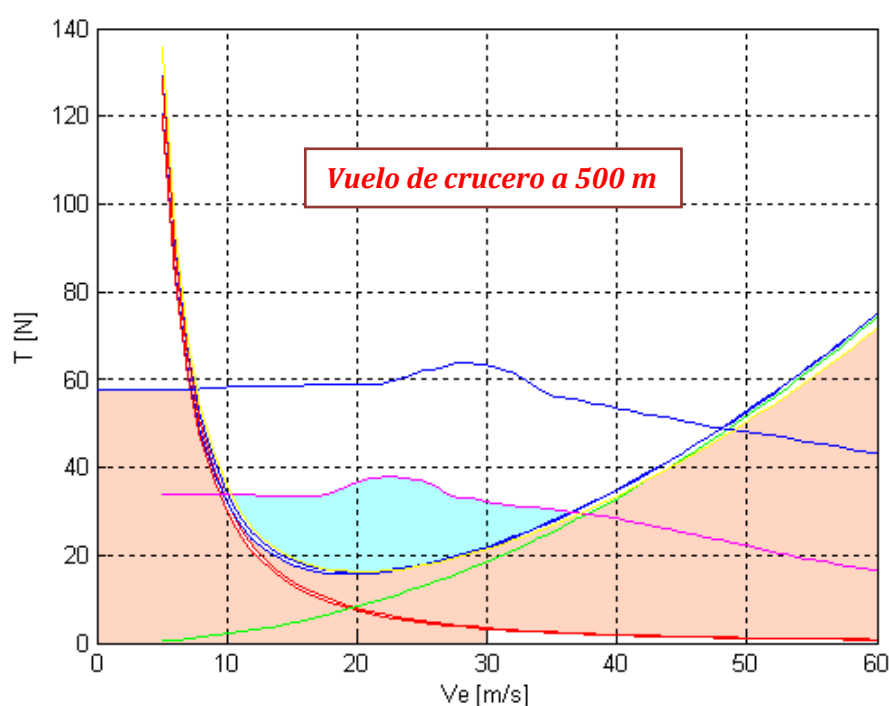


Figura 4.66. - Vuelo de crucero a 500 metros de altura



Tanto la gráfica anterior como la siguiente, representan ambas la relación de empuje-velocidad que es capaz de ofrecer la planta propulsora. Obsérvese como para una altura del nivel del mar, se tiene que la zona en la que el avión es capaz de reaccionar suministrando mayor cantidad de potencia es mucho más amplia.

La zona coloreada de verde es la zona en la que el avión tiene tendencia a acelerar, puesto que el empuje supera a la resistencia; mientras que la coloreada de naranja es la zona en la que el avión tiende a decelerar. Dentro de esas dos zonas posibles es en la que se realizará el estudio de la estabilidad para esos regímenes de motor. Este hecho se deberá tener muy en cuenta a la hora de realizar un aborto en la misión de aterrizaje, puesto que este nivel de motor puede ser crítico a la hora de inyectar cantidad de movimiento, y puede llegar a ser uno de los factores limitantes en el estudio de la dinámica de la cola trasera.

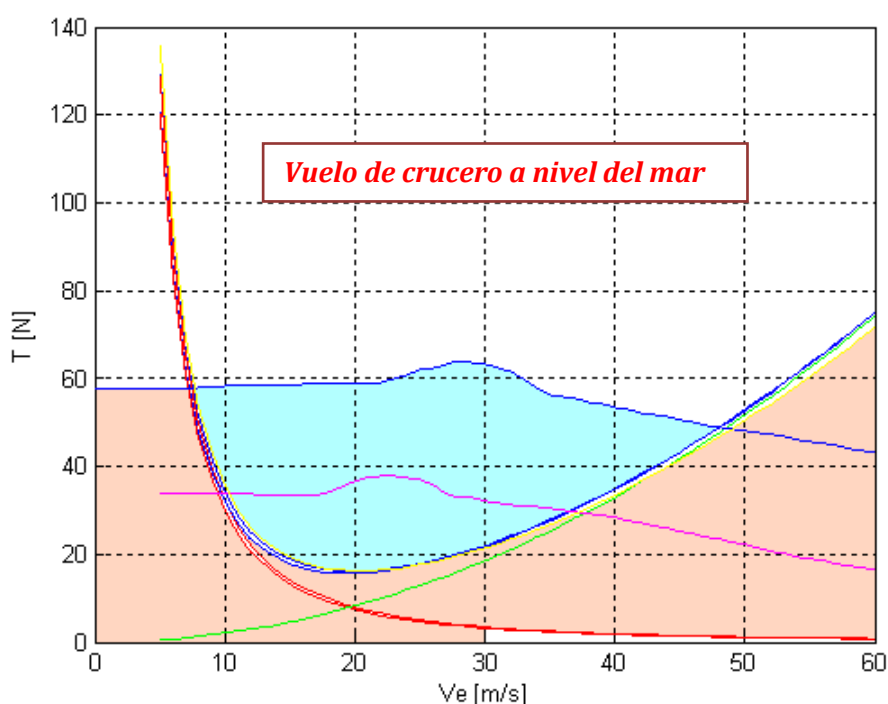


Figura 4.67. - Vuelo de crucero a nivel del mar

El motor que tiene el Céfiro es un THOR 45 capaz de suministrar unos 64 N de empuje sobredimensionado un 20 %. Se observa que para el vuelo que se realizará normalmente será suficiente, de forma que no habrá problema por el mapa de operación del avión. Posibles mejoras para el campo de la planta propulsora, serán propuestas en el apartado 10.1.

El siguiente parámetro interesante a estudiar, sería la influencia del motor dentro del cabeceo del avión. Con el modelo propulsivo que se ha desarrollado, la tendencia natural es la de incrementar el picado del avión cuando se incrementa el empuje del motor, de forma que en el despegue a potencia máxima puede llegar a ser un inconveniente. Para ello, se va a hacer el estudio del coeficiente de momentos del avión en los diferentes regímenes de motor.

Todas las gráficas que se presentan a continuación tienen como variable paramétrica la deflexión del timón de profundidad expresado en gados.



Comportamiento al despegue

Cuando despegue el avión, se tiene que el motor funciona con máxima potencia, proyectando hacia la cola un chorro de corriente mucho mayor. Este hecho hace que el avión tenga una mayor tendencia a cabecear tal y como se aprecia en la figura 5.67. Así mismo, para conseguir que el avión vuele, es necesario incrementar ese coeficiente de momentos, de forma que la deflexión del timón de profundidad ha de ser mayor para que el avión consiga un ángulo de despegue adecuado. El piloto en este instante siempre introducirá una deflexión negativa del elevador para despegar el avión, del orden de 10° a 15° . Por eso, el trimado de cola no será muy influyente.

El ángulo de despegue que se tiene para este avión viene limitado estructuralmente para que el avión no toque con la cola el suelo y es de unos 15° . La velocidad al despegue del avión es de unos 40 km/h; por lo que, para el despegue será necesario un ángulo de ataque menor y una deflexión del timón de profundidad correspondiente como se tiene en la gráfica.

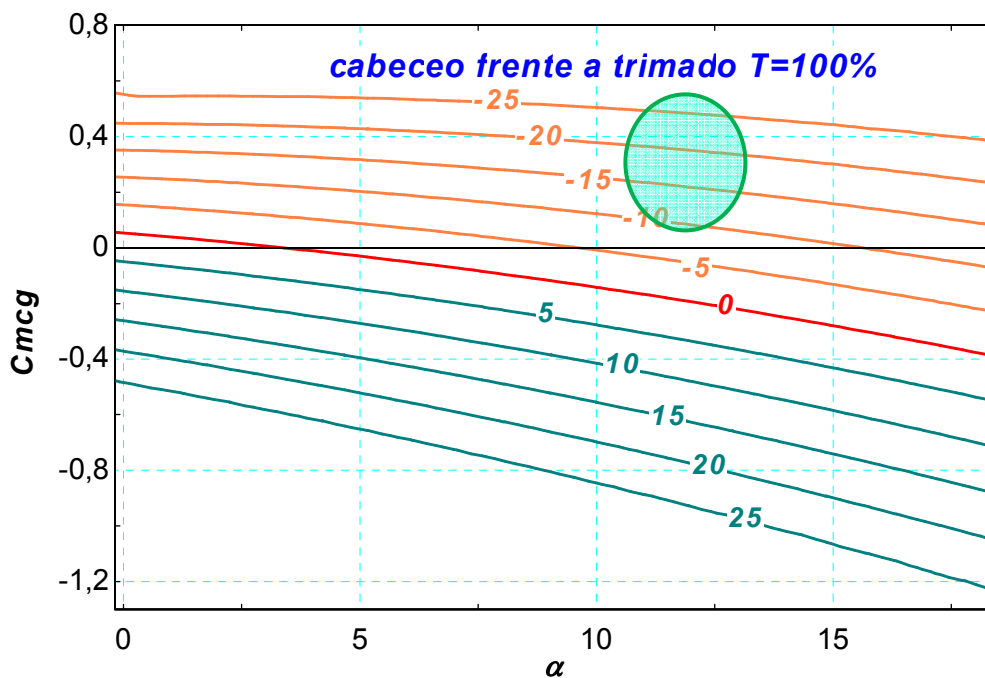


Figura 4.68. - Trimado al despegue



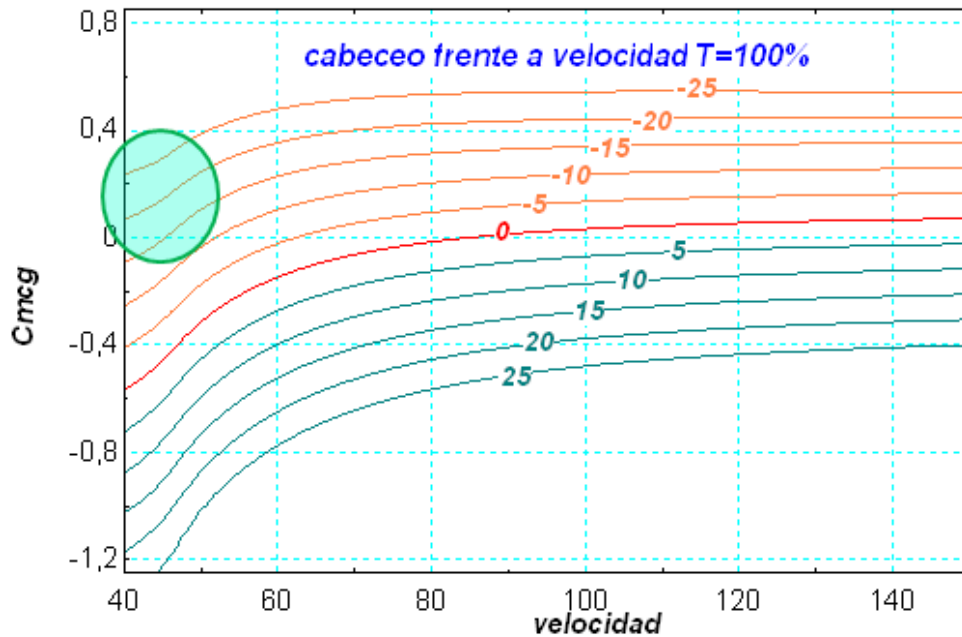


Figura 4.69. - Cabeceo al despegue

Sin embargo, esta configuración solo es válida al despegue y con la intención de aumentar el ángulo de ataque. En el caso en el que el avión estuviera en vuelo a muy baja velocidad y se le incrementara el chorro de forma brusca hasta el 100 % de la potencia del motor, el avión se encabitaría de forma controlada, pero se obligaría al mismo a salirse de la envolvente del vuelo de crucero. El círculo verde que aparece tanto en la figura 4.68 como en la 4.69 muestran la deflexión necesaria del timón de profundidad para llevar a cabo la maniobra de despegue.

Comportamiento frente aceleraciones en vuelo:

El vuelo de crucero se realiza para la situación en la cual el motor suministre el empuje necesario para igualar la resistencia inducida por el avión. Para ello, el motor debe suministrar un empuje mayor a 17 N, lo cual supone que para el crucero a la velocidad de crucero requerida de 90 km/h, cualquier empuje mayor, se consumará como una aceleración en el UAV. 17 N de empuje en crucero respecto de los 53,33 N capaz que suministra el motor, supone un régimen del motor en crucero del 32 % de la potencia máxima suministrada por el motor. El estudio que se va a realizar será para dos puntos de operación del motor. Por una parte una aceleración fuerte al 75 % del motor y una aceleración débil y controlada al 50 % del motor.



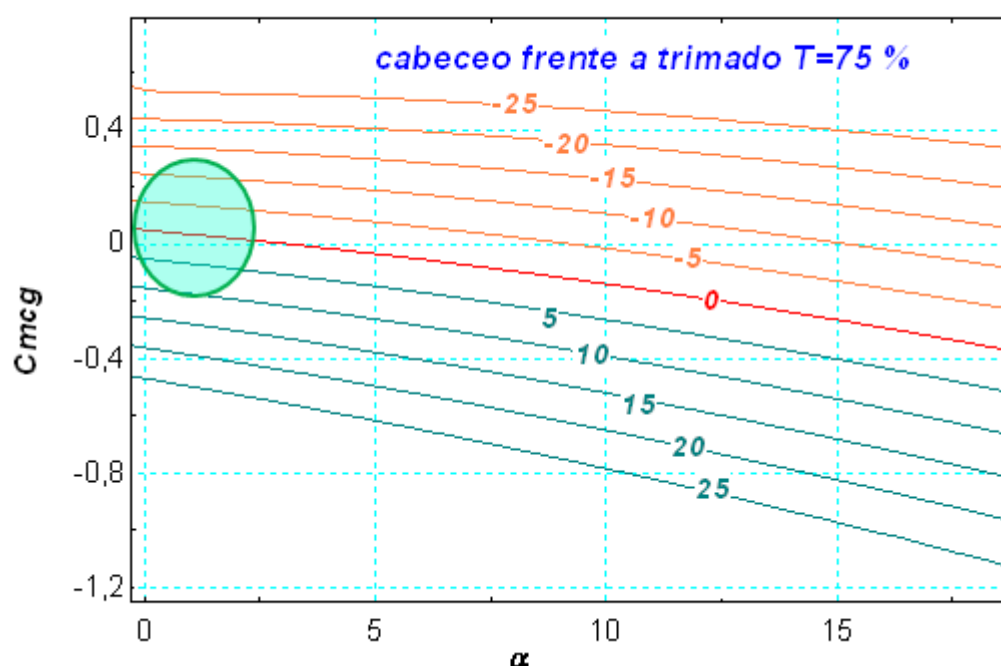


Figura 4.70. - Trimado durante aceleraciones. $T=75\%$

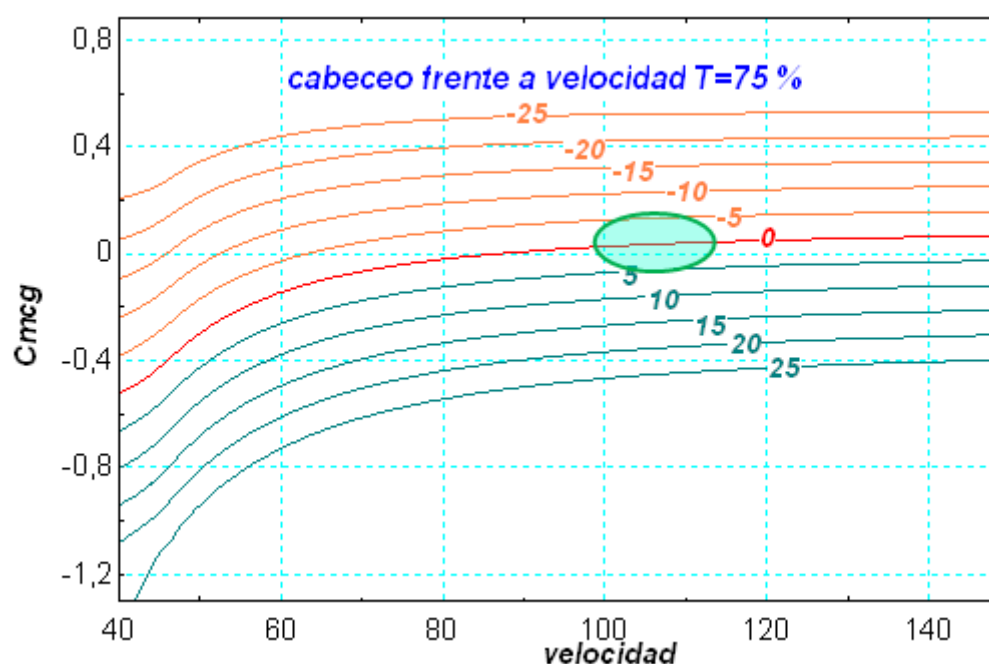


Figura 4.71. - Cabeceo durante aceleraciones. $T=75\%$

Lo que se puede entender en las gráficas 4.70 y 4.71 es que, para el cambio de velocidad con un régimen de motor mayor que el que se tiene en crucero, la tendencia natural del sistema es encabitar un poco. Aunque este efecto es poco apreciable y, prácticamente sigue con su configuración de vuelo equilibrado con el trimado correspondiente al crucero. Prueba de esto es que las curvas son muy planas en su configuración.



Se observa también que el trimado de la cola que se había calculado para el vuelo de crucero, de tal forma que fuera la deflexión prácticamente nula ha cambiado, de forma que tiene una cierta deflexión que como consecuencia hace que el avión tienda a subir.

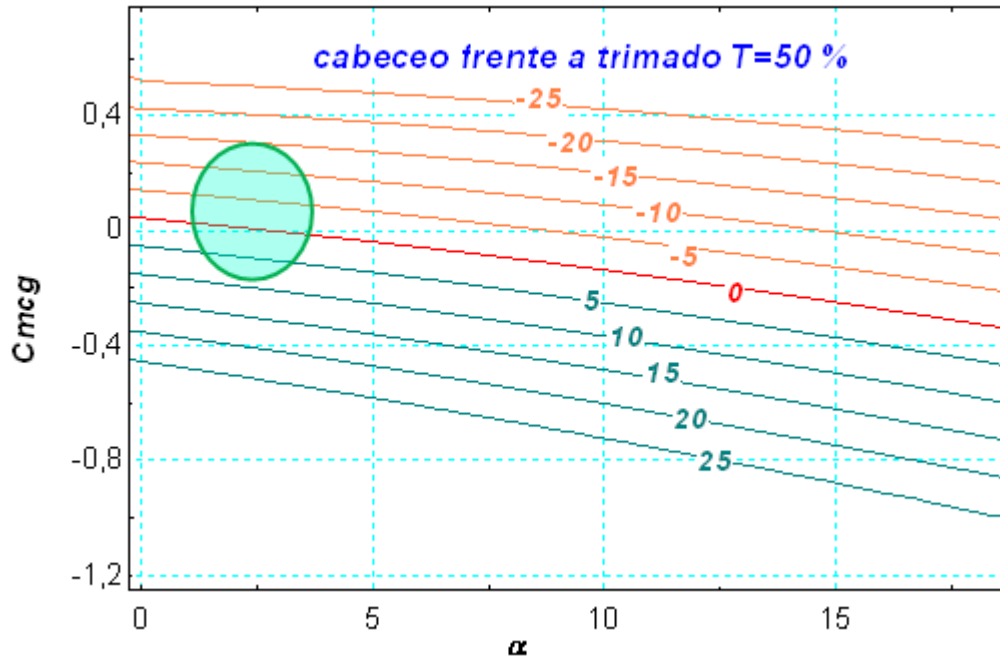


Figura 4.72. - Trimado durante aceleraciones. T=50 %

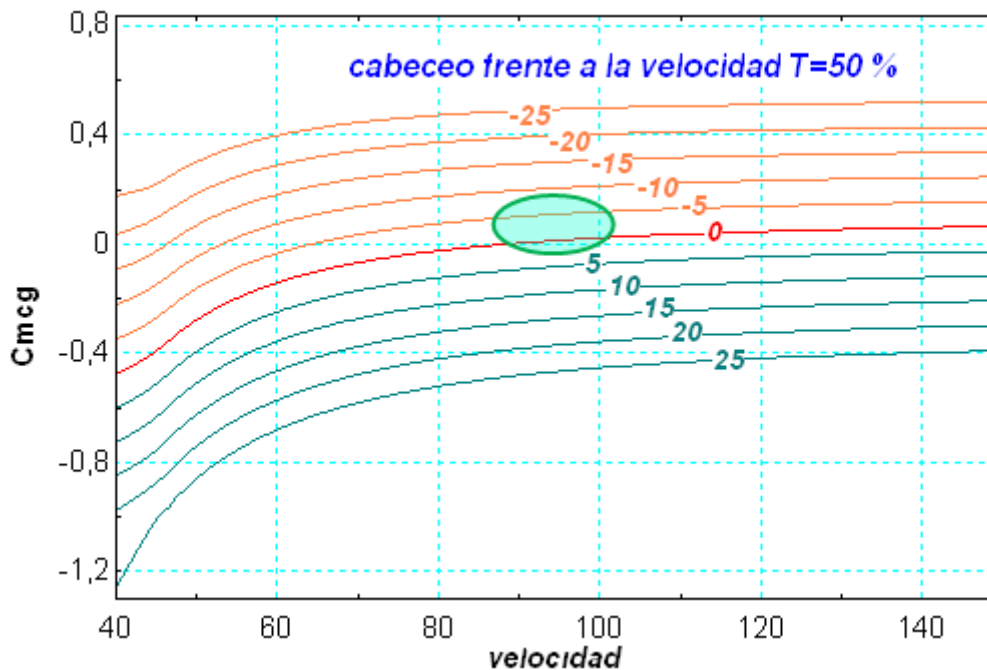


Figura 4.73. - Cabeceo durante aceleraciones. T=50 %

Para un régimen de motor del 50 % se tiene que el cabeceo es mucho menor y prácticamente no se saca al avión de su posición de equilibrio. La configuración de vuelo sigue siendo prácticamente igual y el trimado de la cola también. Por lo tanto, para pequeñas



aceleraciones se tiene que el cabeceo del avión es mucho menor, de manera que el avión continúa con su vuelo estable.

Comportamiento frente a una deceleración en vuelo:

Si el avión tiene un régimen de motor menor que el necesario para continuar con el vuelo de crucero, la tendencia del sistema es a frenarse y tendrá una consecuencia directa en la estabilidad y es que el avión picará; con lo cual, para mantener la altura habrá que compensar el timón de profundidad y el ángulo de ataque del avión. En las gráficas 4.74 y 4.75 se tiene el resultado para este caso.

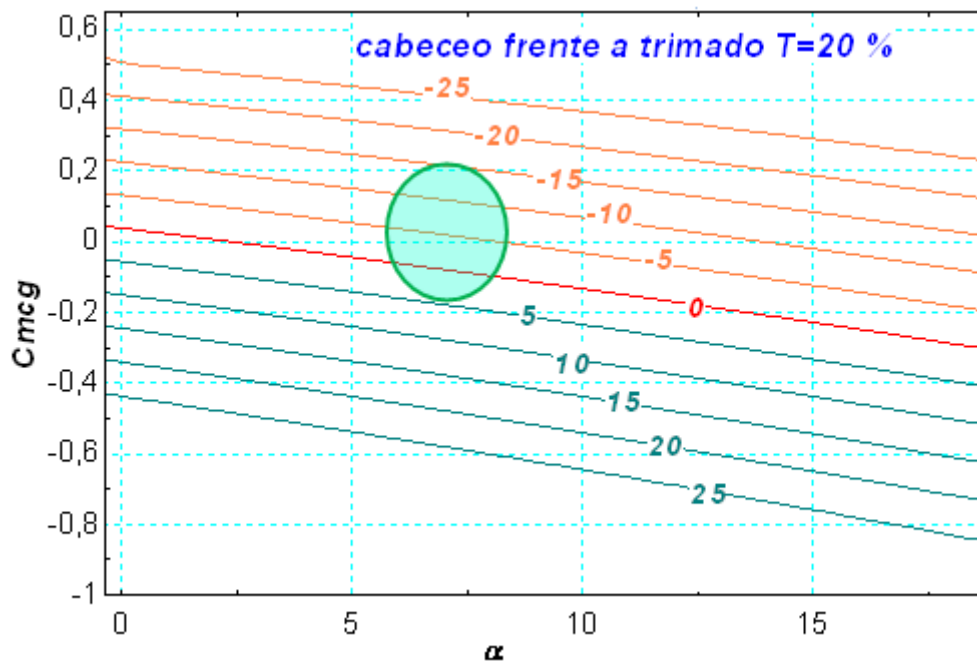


Figura 4.74. - Trimado durante deceleraciones. $T=20\%$



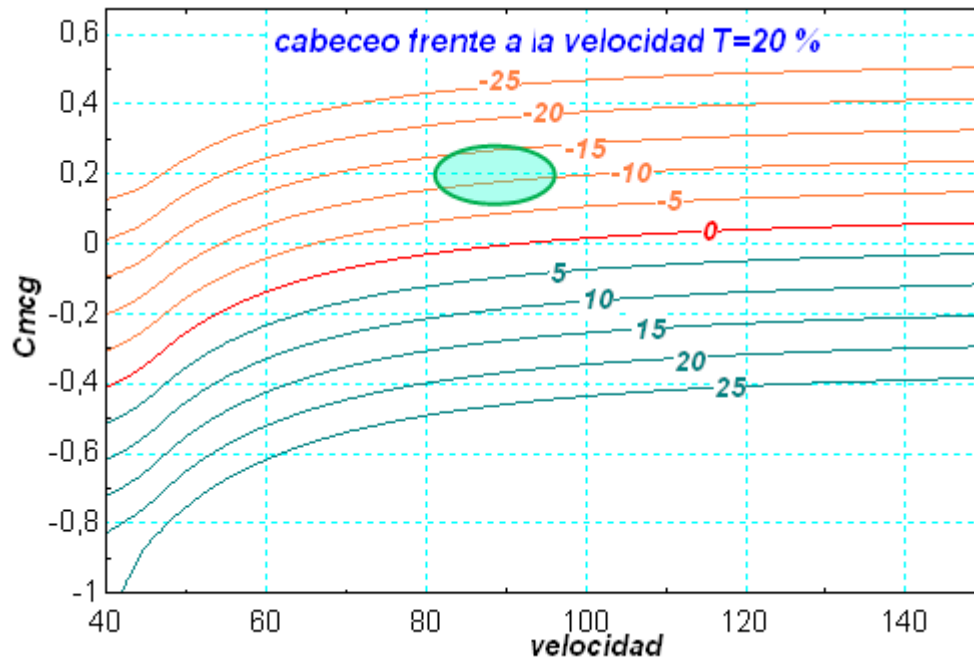


Figura 4.75. - Cabeceo durante deceleraciones. $T=20\%$

Al ir el avión perdiendo velocidad, lo que se tiene es que la deflexión del timón de profundidad es mayor para que el ángulo de ataque se incremente y a su vez la sustentación. De tal forma que, el trimado del ala es mayor, tal y como cabría esperar.

Comportamiento en aterrizaje:

La velocidad de entrada en pérdida del avión delimitará el ángulo de ataque que deberá tener el avión para la configuración de aterrizaje. El estudio que se va a realizar para aterrizaje, tiene en cuenta que el avión planeará; por lo tanto, el régimen de vueltas del motor será muy bajo o prácticamente nulo. En las gráficas 4.76 y 4.77 se estudia el aterrizaje en régimen de planeo.



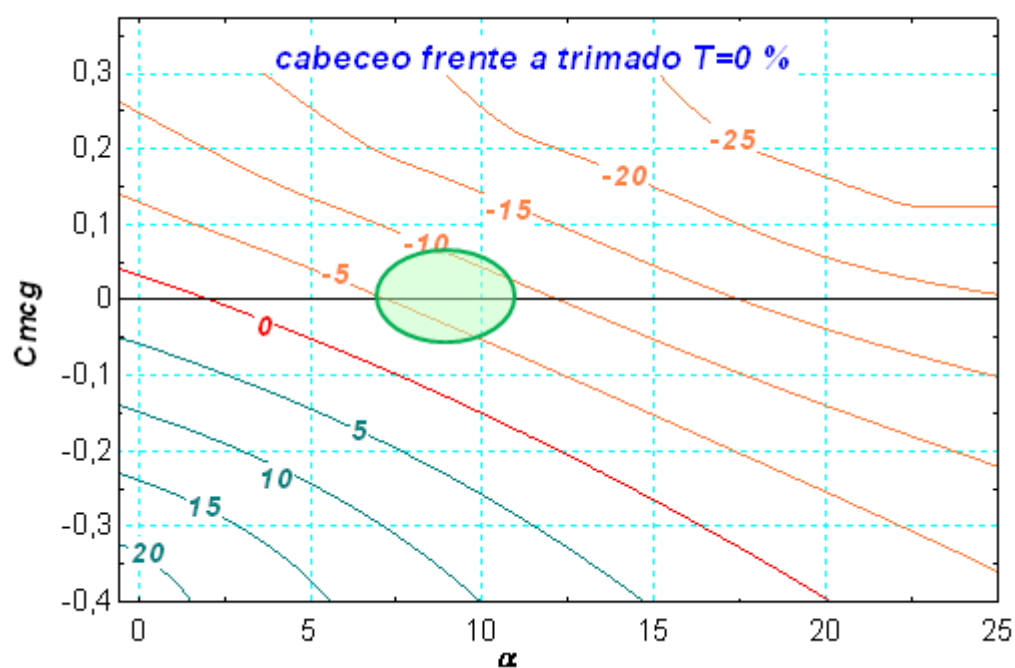


Figura 4.76. – Trimado en el aterrizaje

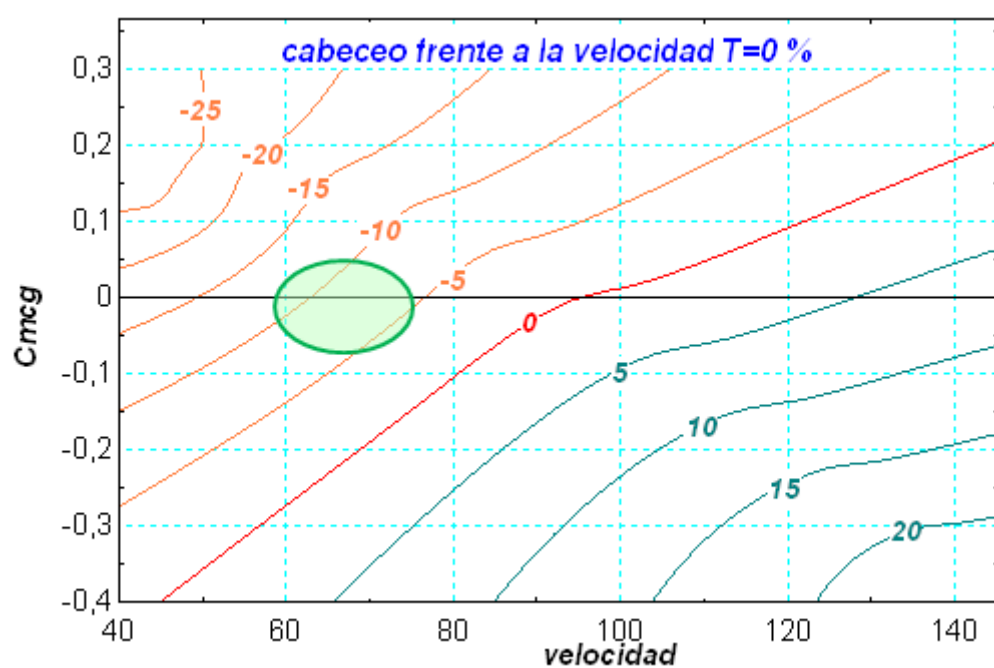


Figura 4.77. – Cabeceo en el aterrizaje



Se observa claramente como ahora la forma de las gráficas ha cambiado considerablemente, de forma que para una velocidad de aterrizaje muy baja, la deflexión del timón de profundidad es del orden de unos -15° . Para que el avión se encuentre trimado, como la velocidad es menor, el ala sustenta menos, por lo que su ángulo de trimado ha de ser mucho mayor.

El piloto tendrá que intervenir en esta situación incrementando la deflexión del timón de profundidad. En este caso será necesaria una dinámica longitudinal estable, de forma que no sean fuertes las variaciones en la senda de planeo al introducir una deflexión.

De la gráfica 4.76 se obtiene como para una deflexión del timón de profundidad de -20° , se tiene un ángulo de ataque del avión de unos 20° . Este resultado es demasiado exigente para el trimado, por eso los aviones toman tierra a una cierta velocidad para que sea posible aterrizarlos. A velocidades muy bajas los aviones entran en pérdida y son imposibles de controlar.



4.10. Estudio alternativo configuración cola alta

El diseño de la superficie de la cola horizontal suscita y ha suscitado siempre varias preguntas, de entre las más destacadas son las siguientes:

- ¿Qué área debería tener?
- ¿Cómo de atrasada debería situarse?
- ¿Dónde debería estar ubicada verticalmente con respecto al ala?
- ¿Qué ángulo de incidencia debería tener?
- ¿Qué perfil?
- ¿Qué proporción del área de esta superficie debe corresponder al timón de profundidad?
- ¿Qué tipo de construcción debería usarse?

No es la intención de este proyecto el hacer un estudio de estas preguntas, puesto que los datos calculados los estimó en un primer momento la aerodinámica del problema, véase la referencia [11]. Se llevará a cabo un estudio más refinado, con el fin de subrayar las posibles mejoras en el diseño en la estabilidad, estudiando la influencia del posicionamiento de la cola alta en el avión.

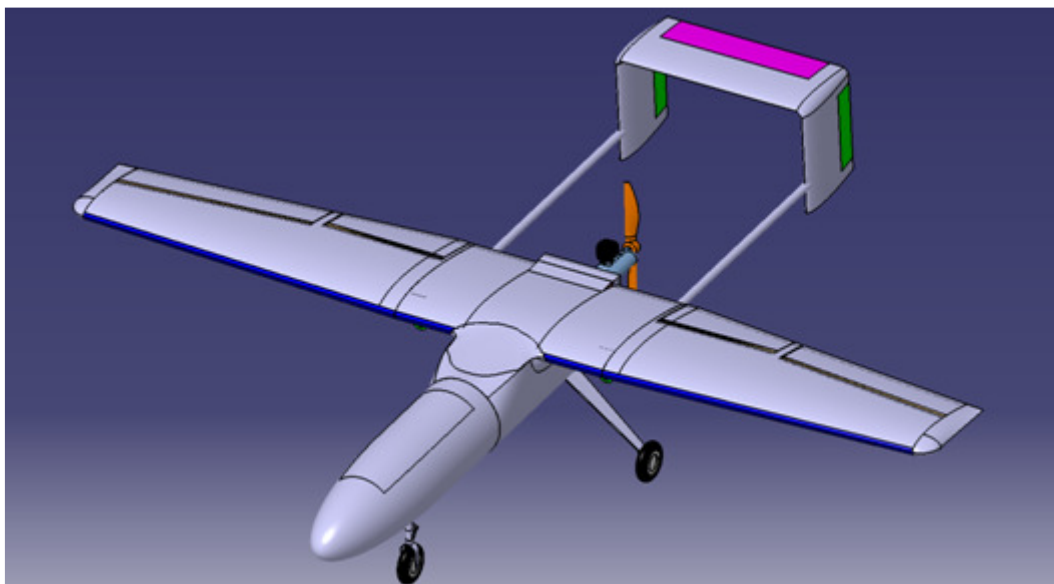


Figura 4.78. - Configuración de cola alta



La deflexión de la corriente al pasar por el ala seguirá siendo la misma, pero la diferente ubicación de la cola hará que la perturbación que llega a ésta sea menor. De forma que para la configuración de cola baja se tenía una perturbación del 90%, mientras que para ésta se puede suponer una perturbación nominal de la corriente de un 95 %.

La velocidad que percibe la cola es prácticamente la de vuelo. Esto es fácil de visualizar si se considera el avión fijo pasando a la velocidad de vuelo, en un túnel aerodinámico. Por lo tanto, la posición de cola alta percibe una menor estela turbillonaria de las alas y es óptima para configuraciones de ala con mayores relaciones de aspecto. Las ventajas que presenta este tipo de configuración son las siguientes:

- El elevador puede estar situado sobre la estela.
- Se encontrará fuera de la perturbación que genera el fuselaje.
- No genera una capa de perturbación en el timón de dirección.

Además de todo lo expuesto para el modelo de perturbación de la corriente, se tiene el modelo de helicóptero que se había realizado con anterioridad. Como se puede observar, la zona perturbada es mucho menor. Para una elevación de la cola por encima de la mitad del diámetro de la hélice, la superficie afectada por el tubo de corriente será nula y todo el estabilizador horizontal se encontrará sin soplado en su superficie.

Los cambios fundamentales que se apreciarán al variar la posición de la cola son la variación del margen estático, puesto que el punto neutro del avión se ha adelantado sin variar la posición del centro de gravedad, de forma que habrá disminuido un poco. Este adelantamiento del punto neutro es debido a que el soplado que recibe la cola ahora es menor y por consiguiente la aportación de la cola al mismo es menor.

Por otra parte, se tiene que el trimado del avión será diferente, obteniéndose que el trimado de cola es un poco mejor que con la configuración de cola baja. Además, el chorro de la hélice no afecta a la cola, de forma que todas las expectativas de que el modelo de helicóptero se pudiera ver comprometido, quedan despejadas con esta solución, puesto que se aprecia claramente que el modelo introducido no afecta sobremanera a la estabilidad del conjunto. Por lo tanto, y una vez hecha esta mención, no cabe duda que el modelo diseñado cumplirá todas las expectativas esperadas.

	<i>Avión cola baja</i>	<i>Avión cola alta</i>
<i>Margen estático</i>	<i>0,1488</i>	<i>0,1314</i>
<i>Trimado del ala</i>	<i>1,58</i>	<i>1,58</i>
<i>Trimado de la cola</i>	<i>2,344</i>	<i>2,427</i>

Figura 4.79. - Tabla comparativa entre ambas configuraciones



5. Estabilidad dinámica longitudinal

La estabilidad dinámica del sistema determinará la capacidad de reacción medida en el tiempo que tendrá la aeronave. Este estudio dinámico es primordial y necesario de realizar por dos razones fundamentales.

La primera de las razones es tener la seguridad de que las cualidades de pilotaje de la aeronave son correctas; y no sólo eso, sino que también son lo suficientemente predecibles como para que un sistema de control relativamente simple sea capaz de controlarlo. Por otro lado, otro motivo fundamental del estudio de la estabilidad dinámica longitudinal es para asegurarse de que en la estabilidad estática no hay errores mayores de fondo, ya que para el caso del ángulo de ataque, el modo fugoide converge al ángulo de trimado para esa configuración.

El modelo del movimiento longitudinal será un modelo lineal, basado en espacio de estado y linealizado en torno a una posición de equilibrio correspondiente a un vuelo de crucero recto, estacionario y nivelado. Esta condición de equilibrio corresponde al vuelo del avión no tripulado antes de ser perturbado; es decir, antes de aplicar condiciones iniciales en el vuelo o deflexiones de las superficies de control.

Para el estudio de la estabilidad dinámica longitudinal se tendrá que existen dos tipos de respuestas bien diferenciadas y que acometen todas las posibles fluctuaciones del problema de la estabilidad. Estas soluciones se conocen con el nombre de solución forzada y solución libre del sistema.

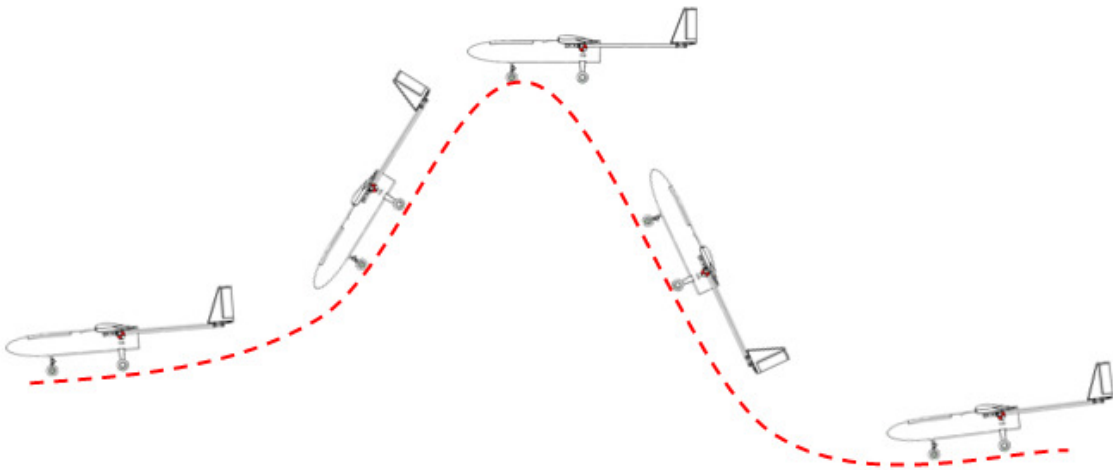


Figura 5.1. - Trayectoria en el eje longitudinal



La solución forzada del sistema consiste en variar la posición del timón de profundidad, de forma que el avión produzca variaciones en el momento de cabeceo global. Si el timón de profundidad desciende, se produce un picado en el avión; mientras que, por el contrario, si se realiza una elevación del timón de profundidad, la tendencia natural del sistema será a elevarse respecto de la horizontal de vuelo. Esta solución necesitaría una realimentación de todos los datos, puesto que el trimado varía al variar la posición del timón de profundidad al igual que otros datos. La solución forzada se simulará en Matlab con el comando escalón.

La solución libre del sistema consiste en comprobar el comportamiento frente a diferentes fluctuaciones en la condición de operación, dejando el timón de profundidad fijo. El estudio más interesante que se hará de esta solución, es comprobar el comportamiento del avión cuando se produce, a bajas velocidades y a bajas alturas, un incremento del chorro de la hélice en una maniobra de evasión. La solución libre se simulará en Matlab con el comando impulso.

En los sucesivos apartados se analizará con detalle la estabilidad dinámica longitudinal, haciendo especial mención a las siguientes áreas: solución para varios segmentos de vuelo, modo fugoide, modo de corto periodo, aproximación de los modos y estudio del comportamiento dinámico variando una serie de parámetros geométricos.

Con ello se conseguirá hacer una validación del modelo, en el caso más desfavorable de vuelo, el cual consistiría en un aborto del aterrizaje con el chorro del motor al máximo. Cuando el avión va volando en configuración de aterrizaje, se encuentra a muy poca altura, lo cual hace que el empuje capaz de proporcionar el motor sea mucho mayor del que es capaz de proporcionar en configuración de vuelo de crucero a 500 metros de altura, tal y como se ha diseñado gran parte del segmento de la misión.

Para el aterrizaje se tiene que el avión vuela a una velocidad cercana a la de entrada en pérdida, la cual se sitúa en torno a unos 55 km/h. Para este estudio se va a realizar un zoom en la gráfica 5.2 para una velocidad entre 50 km/h y 60 km/h. Este zoom es el que aparece en la figura 5.3.



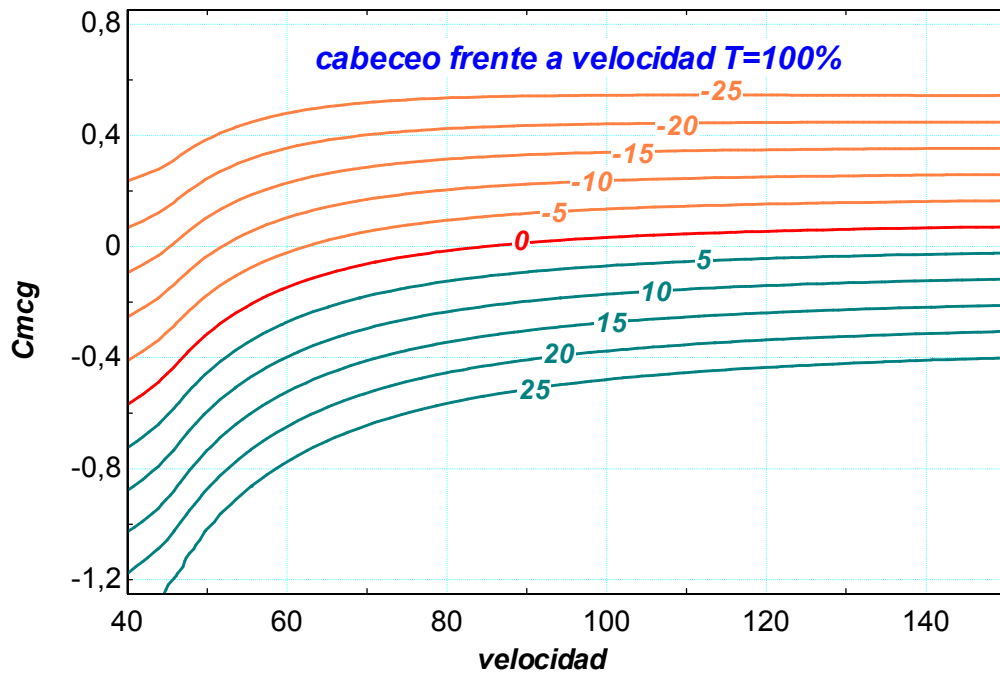


Figura 5.2. – Aborto en el aterrizaje

Para que el avión vuele con un vuelo equilibrado, se tiene que la deflexión del timón de profundidad a tan baja velocidad ha de ser del orden de unos -8° . Por lo tanto, esta gráfica se generará sólo para soluciones en ese entorno con el fin de limitar más la solución posible.

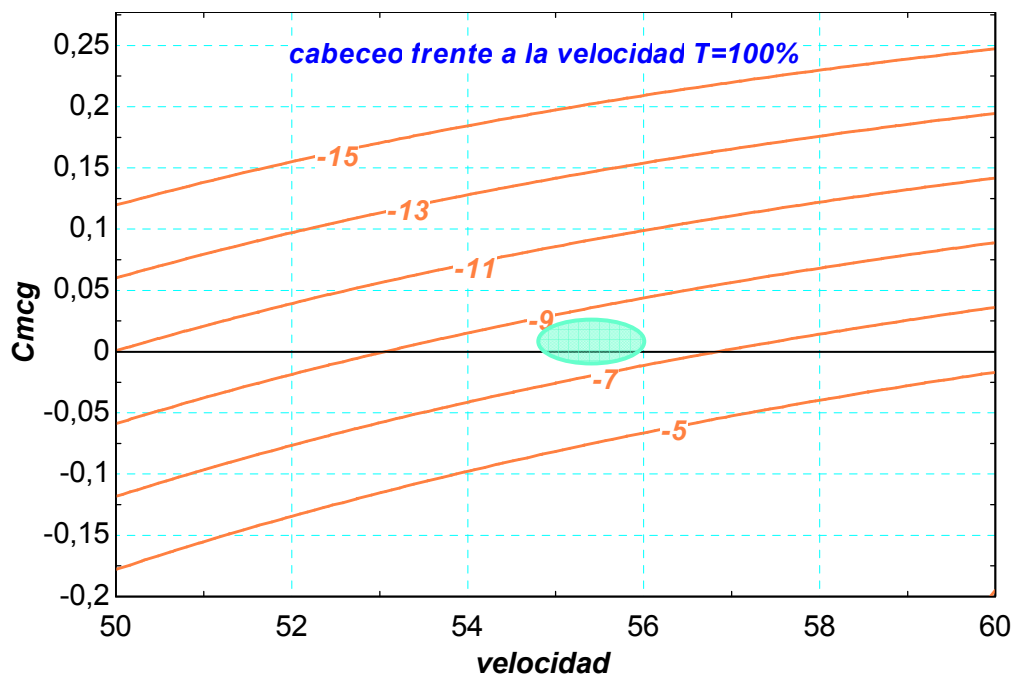


Figura 5.3. - Detalle del aborto en el aterrizaje

Una vez obtenida la deflexión del timón necesaria para esa configuración, se hará un estudio de la tendencia del avión a posicionarse con respecto de la corriente. A continuación, quedará reflejada esa tendencia en la gráfica de trimado.



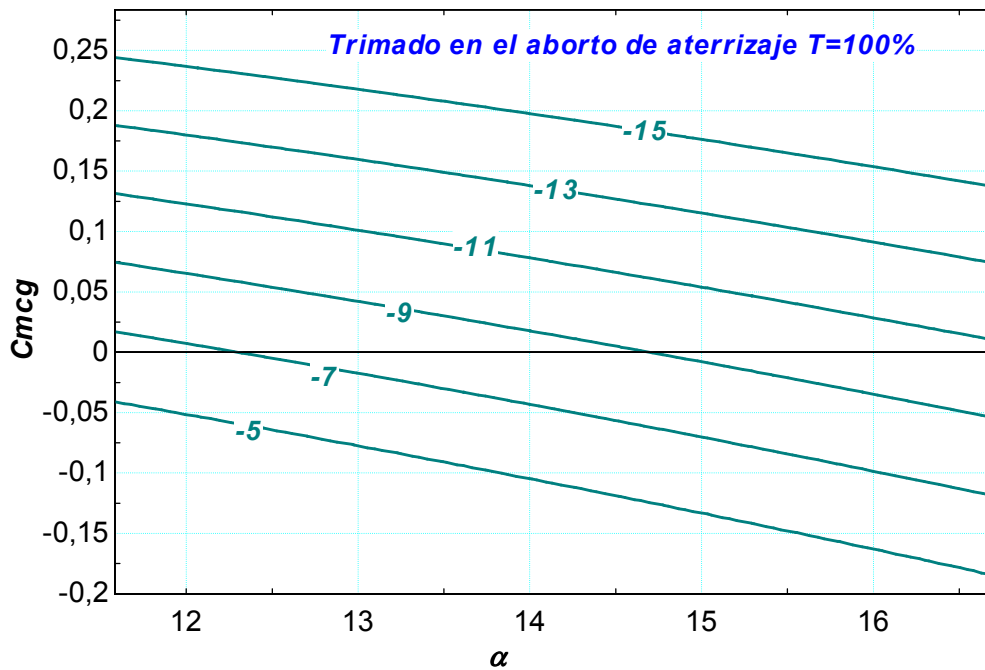


Figura 5.4. - Trimado del aborto en el aterrizaje

Observando la gráfica, se obtiene que para el modelo de eficiencia de cola que se ha estudiado, cuando el avión va a baja velocidad cerca de la entrada en pérdida, se da la situación en la que el avión para ir sin cabecear debe trimar con unos 13° de inclinación, lo cual está realmente cerca de la entrada en pérdida del perfil.

Para estudiar realmente cómo se comporta el avión dinámicamente, se ha de analizar el modelo dinámico lineal, dónde las derivadas de estabilidad que se emplearán ya fueron estudiadas en apartados anteriores.



5.1. Modelo matricial del sistema

El modelo linealizado que se tiene para el estudio del problema dinámico longitudinal estará compuesto por una serie de parámetros, entre los que se puede destacar: las derivadas de estabilidad, las variables a calcular y la señal de control.

El sistema de ecuaciones linealizado es el conjunto de ecuaciones que se han mostrado en el apartado 2.3. En estas ecuaciones se observa un vector de cuatro variables, el vector “x”. Estas variables aparecen junto con sus derivadas primeras. Además la deflexión del timón de profundidad se utilizará como variable de control. El resto de derivadas y parámetros se organizarán de forma matricial, apareciendo una matriz “A” que multiplica al vector de variables y una matriz “B” que multiplica a la variable de control “ δ_e ”. La expresión del sistema aparece en (5.1).

$$\dot{x} = A \cdot x + B \cdot \delta_e \quad (5.1)$$

Siendo “x”, el vector de las incógnitas del problema dinámico:

$$x = \begin{bmatrix} \hat{u} \\ \Delta\alpha \\ \hat{q} \\ \Delta\theta \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

La matriz de coeficientes que multiplica a las variables independientes es una matriz de 4x4 dimensiones.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} \quad (5.3)$$

Cada uno de los términos de la matriz dependerá de las derivadas de estabilidad que se estudiaron en el apartado anterior y una serie de parámetros adimensionales que facilitan la nomenclatura de los diferentes coeficientes de la matriz. Estos parámetros adimensionales se estudiaron en la sección 2.3. La matriz “A” tiene la siguiente expresión:

$$A = \begin{pmatrix} \frac{C_{x\hat{u}} + \xi_1 \cdot C_{z\hat{u}}}{\mu} & \frac{C_{x\alpha} + \xi_1 \cdot C_{z\alpha}}{\mu} & \frac{C_{xq} \cdot \bar{c} + \xi_1 \cdot (\mu + C_{zq} \cdot \bar{c})}{\mu} & \frac{C_{x\theta} + \xi_1 \cdot C_{z\theta}}{\mu} \\ \frac{C_{z\hat{u}}}{\mu - \bar{c} \cdot C_{z\dot{\alpha}}} & \frac{C_{z\alpha}}{\mu - \bar{c} \cdot C_{z\dot{\alpha}}} & \frac{\mu + C_{zq} \cdot \bar{c}}{\mu - \bar{c} \cdot C_{z\dot{\alpha}}} & \frac{C_{z\theta}}{\mu - \bar{c} \cdot C_{z\dot{\alpha}}} \\ \frac{C_{m\hat{u}} + \xi_2 \cdot C_{z\hat{u}}}{\hat{I}_y} & \frac{C_{m\alpha} + \xi_2 \cdot C_{z\alpha}}{\hat{I}_y} & \frac{C_{mq} \cdot \bar{c} + \xi_2 \cdot (\mu + C_{zq} \cdot \bar{c})}{\hat{I}_y} & \frac{\xi_2 \cdot C_{z\theta}}{\hat{I}_y} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (5.4)$$

Para la matriz de una columna que introduce las variaciones del timón de profundidad, se tiene la siguiente expresión:



$$B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{pmatrix} \quad (5.5)$$

$$B = \begin{pmatrix} \frac{C_{x\delta e} + \xi_1 \cdot C_{z\delta e}}{\mu} \\ \frac{C_{z\delta e}}{\mu - \bar{c} \cdot C_{z\dot{\alpha}}} \\ \frac{C_{m\delta e} + \xi_2 \cdot C_{z\delta e}}{\hat{I}_y} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.6)$$

Este modelo de ecuaciones es también llamado modelo característico de la estabilidad dinámica longitudinal. Se trata de un modelo tradicional de un problema diferencial lineal, que ofrece unas soluciones en forma de exponenciales amortiguadas como moduladoras y transportadoras. Tiene una solución oscilatoria que determina el modo de respuesta de todo el sistema frente a perturbaciones.

La convergencia corresponde con la raíz negativa de la parte real de los autovalores de la matriz A. Estos autovalores están directamente relacionados con los modos de estabilidad del sistema que se estudiarán en los apartados sucesivos. En la siguiente tabla aparece el valor de las matrices para cada una de las cuatro situaciones objeto de estudio.

Segmentos de vuelo	Matriz A	Matriz B
Crucero al 25 %	$\begin{pmatrix} -0,0406 & 0,0699 & 0 & -0,1040 \\ -0,2069 & -2,6389 & 0,9762 & 0 \\ 0,1307 & -9,3754 & -3,0079 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ -0,2916 \\ -34,2719 \\ 0 \end{pmatrix}$
Crucero al 75 %	$\begin{pmatrix} -0,0647 & -0,1429 & 0 & 0,2126 \\ 0,4228 & -4,1105 & 0,9706 & 0 \\ -0,4221 & -23,4129 & -4,7473 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ -0,4536 \\ -82,9226 \\ 0 \end{pmatrix}$
Despegue	$\begin{pmatrix} -0,1012 & 0,3943 & 0 & -0,5988 \\ -1,1869 & -1,5788 & 0,9708 & 0 \\ 0,6999 & -6,8409 & -2,7091 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ -0,1614 \\ -10,5394 \\ 0 \end{pmatrix}$
Aterrizaje	$\begin{pmatrix} -0,0942 & 0,3823 & 0 & -0,5687 \\ -1,1312 & -1,5038 & 0,9761 & 0 \\ 0,4048 & -2,9953 & -1,7008 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ -0,1620 \\ -10,5767 \\ 0 \end{pmatrix}$

Figura 5.5. - Tabla de matrices del sistema



En la figura 5.6 aparecen todos los autovalores de las diferentes matrices de la tabla 5.5, además de sus correspondientes frecuencias, amortiguamientos y periodos.

<i>Tabla de autovalores</i>				
	<i>Autovalores</i>	<i>Frecuencia</i>	<i>Amortiguamiento</i>	<i>Periodo</i>
Crucero al 25 %	$-0,019 \pm 0,116i$	0,1179	0,1646	54,044
Crucero al 25 %	$-2,824 \pm 3,021i$	4,1353	0,683	2,08
Crucero al 75 %	$-0,029 \pm 0,239i$	0,2415	0,1240	26,2205
Crucero al 75 %	$-4,431 \pm 4,772i$	6,5124	0,6804	1,3166
Despegue	$-0,017 \pm 0,703i$	0,7028	0,0237	8,9421
Despegue	$-2,178 \pm 2,537i$	3,3438	0,6513	2,4763
Aterrizaje	$-0,004 \pm 0,626i$	0,626	0,0056	10,037
Aterrizaje	$-1,646 \pm 1,758i$	2,4084	0,6834	3,5735

Figura 5.6. - Tabla de autovalores del sistema



5.2. Solución para varios segmentos de vuelo

En esta sección se discutirá la respuesta longitudinal del avión. Existen dos tipos de respuestas: la solución libre y la forzada. La solución libre corresponde a la respuesta que se tiene ante unas condiciones iniciales cero a la entrada y es el indicativo de la dinámica del sistema. Se simulará mediante un impulso en el sistema; por tanto, se asume que el elevador está fijo en 0.

La solución forzada corresponde a la respuesta que se tiene ante unas condiciones iniciales cero a la entrada pero introduciendo una perturbación. Se simulará mediante un escalón en el sistema; por tanto, se asume que el elevador es movido de una forma específica hacia una nueva posición y se fija en ésta última.

La dinámica del sistema se estudiará en diferentes segmentos de vuelo para diferentes velocidades y regímenes de motor, siendo los que más información aportan los siguientes:

1. Crucero al 25 % del motor y una velocidad de vuelo moderada (90 km/h).
2. Crucero al 75 % del motor y una velocidad de vuelo elevada (140 km/h).
3. Despegue al 100 % del motor y a la velocidad de despegue (50 km/h). También puede simular la situación de un aborto del aterrizaje.
4. Aterrizaje a ralentí y cercano a la velocidad de entrada en pérdida (50 km/h).

Las derivadas de estabilidad para estos cinco segmentos de vuelo son las que se presentan en la siguiente tabla y que han sido calculadas con anterioridad:

Valor de las derivadas de estabilidad longitudinales				
Derivadas de estabilidad	Crucero 25 %	Crucero 75 %	Despegue	Aterrizaje
$C_{x\dot{u}}$	-0,0593	-0,0607	-0,2661	-0,2476
$C_{z\dot{u}}$	-0,3038	0,3992	-3,1486	-2,9904
$C_{m\dot{u}}$	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$C_{x\alpha}$	0,1022	-0,1342	1,0366	1,0051
$C_{z\alpha}$	-3,8752	-3,8808	-4,1883	-3,9753
$C_{m\alpha}$	-0,5273	-0,5431	-1,2024	-0,5467
C_{xq}	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
C_{zq}	-3,4418	-3,4500	-3,7956	-3,4519
C_{mq}	-14,527	-14,735	-23,364	-14,779
$C_{x\ddot{\alpha}}$	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$C_{z\ddot{\alpha}}$	-0,9989	-1,0147	-1,6784	-1,0184
$C_{m\ddot{\alpha}}$	-3,8382	-3,8989	-6,4488	-3,9130
$C_{x\delta e}$	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$C_{z\delta e}$	-0,4282	-0,4282	-0,4282	-0,4282
$C_{m\delta e}$	-1,6453	-1,6453	-1,6453	-1,6453
$C_{x\theta}$	-0,5789	-0,2379	-1,8750	-1,8750
$C_{z\theta}$	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$C_{m\theta}$	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Figura 5.7. – Tabla de derivadas de estabilidad longitudinales



En las siguientes gráficas se estudian las cuatro respuestas. Cada par de gráficas, representan la respuesta forzada a la izquierda y la libre a la derecha.

Aunque queda suficientemente claro al observar las diferentes gráficas, se va a explicar la nomenclatura de colores utilizada para este apartado. El color rojo corresponderá con la velocidad longitudinal, el color azul con el ángulo de ataque, el color verde con el momento de cabeceo y el magenta con el ángulo de cabeceo.

Crucero al 25 % del motor

A este régimen de vuelo el motor no inyecta una gran cantidad de aire, de forma que el avión es más lento en su cabeceo, aunque el sistema es muy amortiguado y tiene tendencia a recuperar rápidamente la posición de equilibrio.

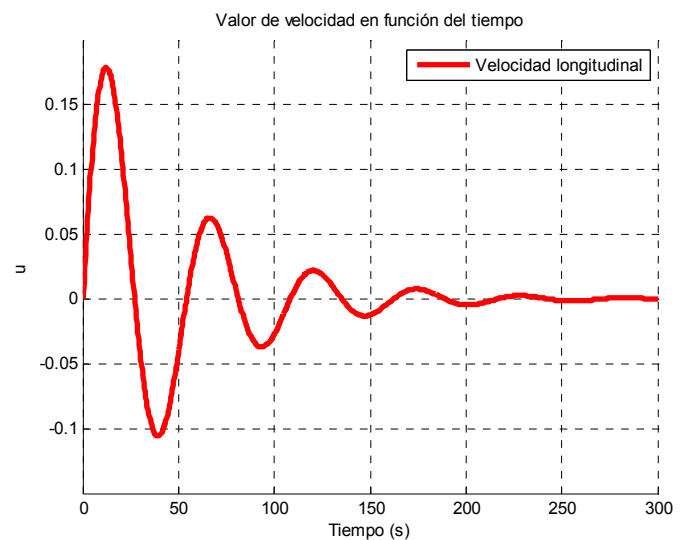
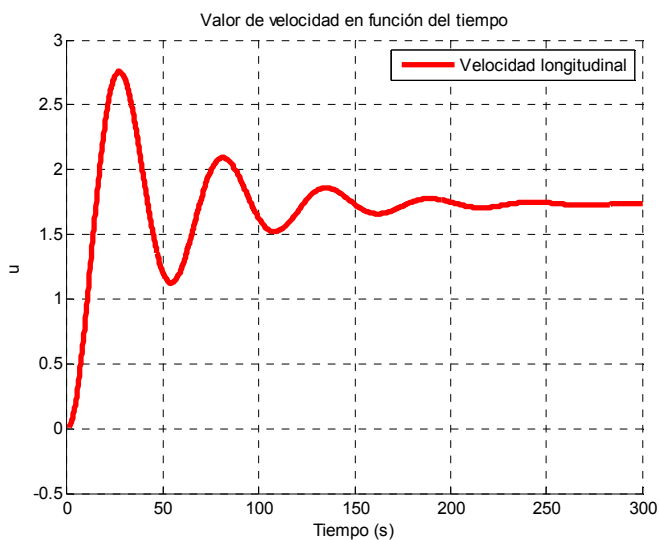


Figura 5.8. – Velocidad longitudinal. Crucero al 25 % del motor

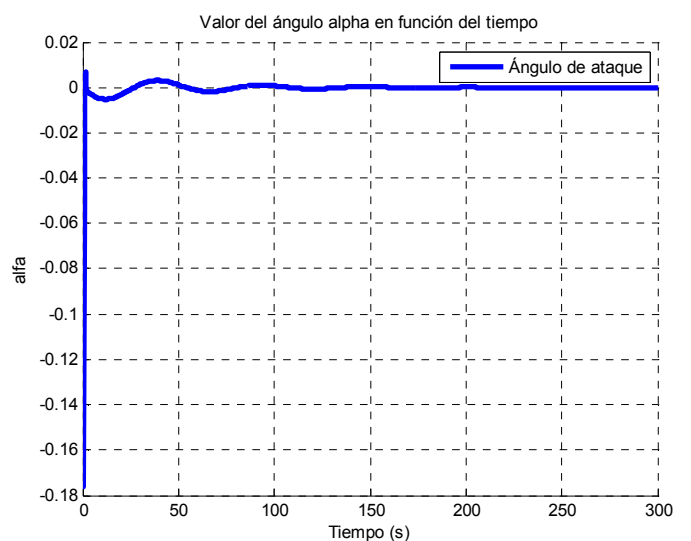
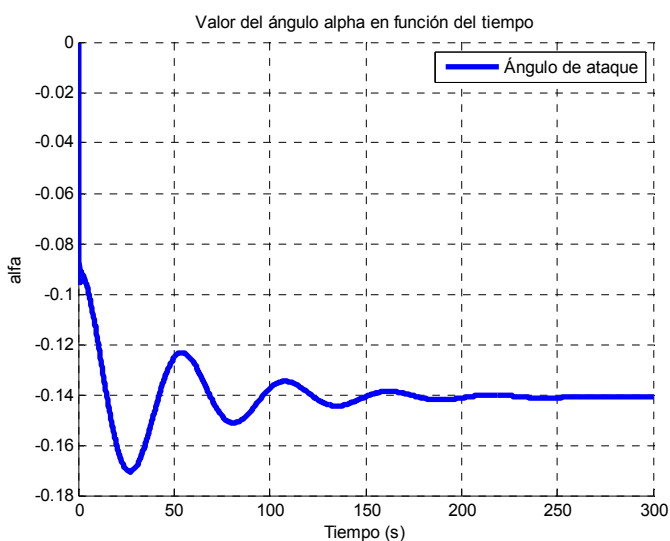


Figura 5.9. – Ángulo de ataque. Crucero al 25 % del motor



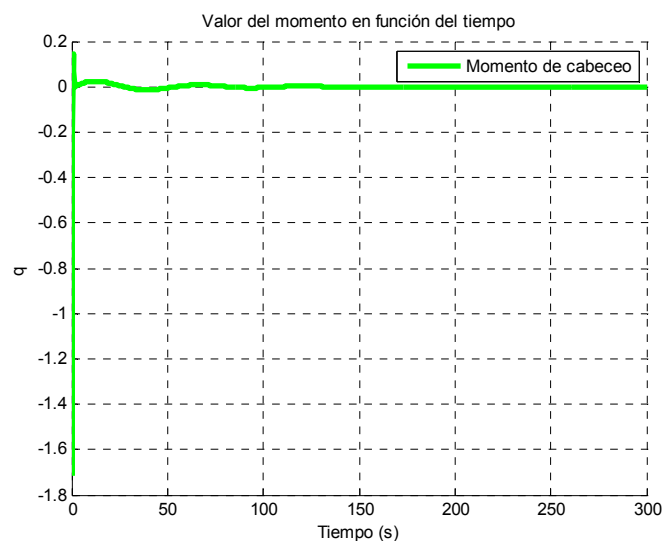
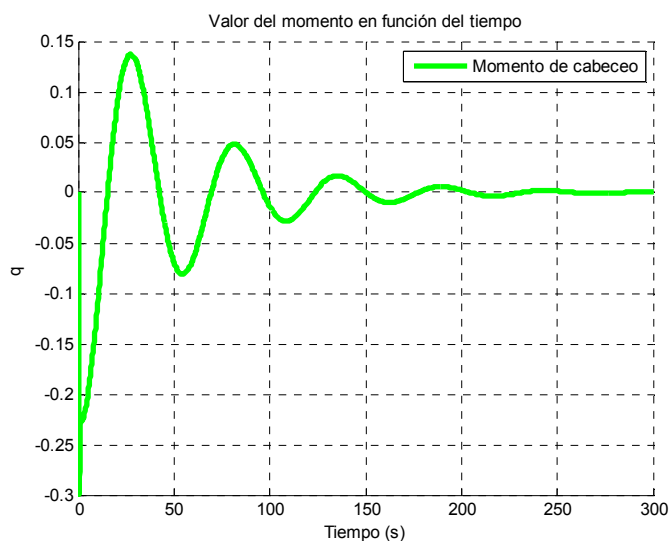


Figura 5.10. – Momento de cabeceo. Crucero al 25 % del motor

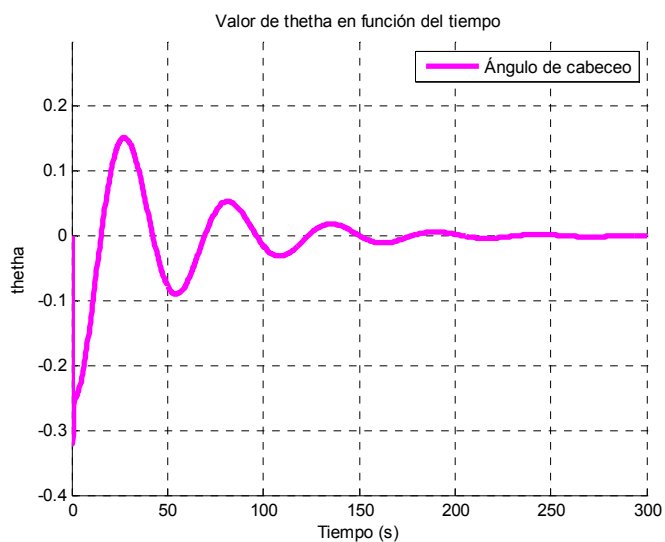
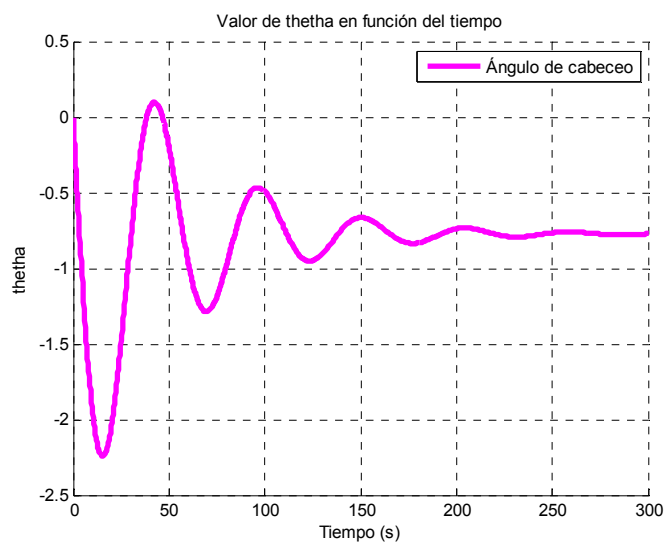


Figura 5.11. – Ángulo de cabeceo. Crucero al 25 % del motor



Crucero al 75 % del motor

A este alto régimen de motor se tiene que el amortiguamiento es menor aunque sigue siendo alto. Por otro lado, el periodo del sistema es menor y consecuentemente la frecuencia es alta.

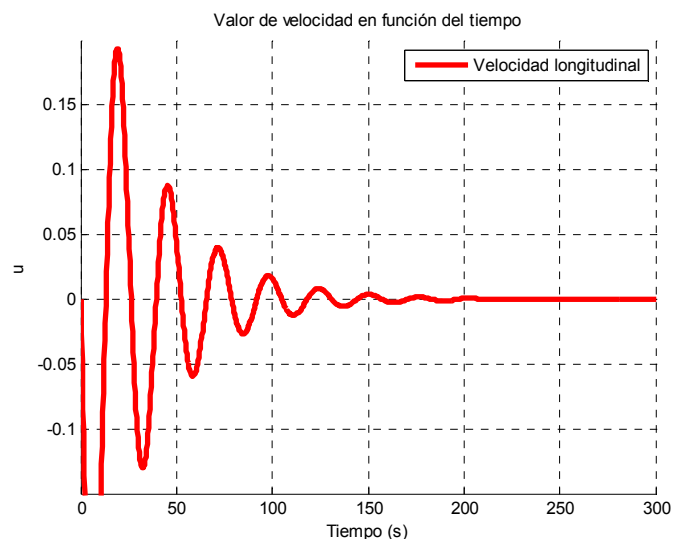
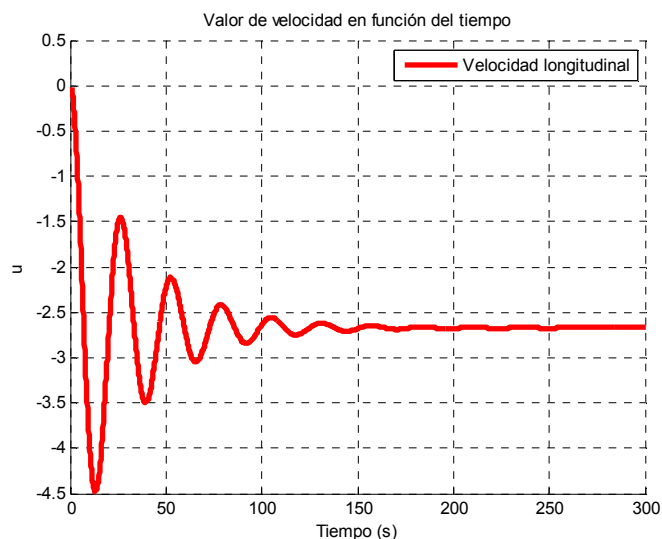


Figura 5.12. – Velocidad longitudinal. Crucero al 75 % del motor

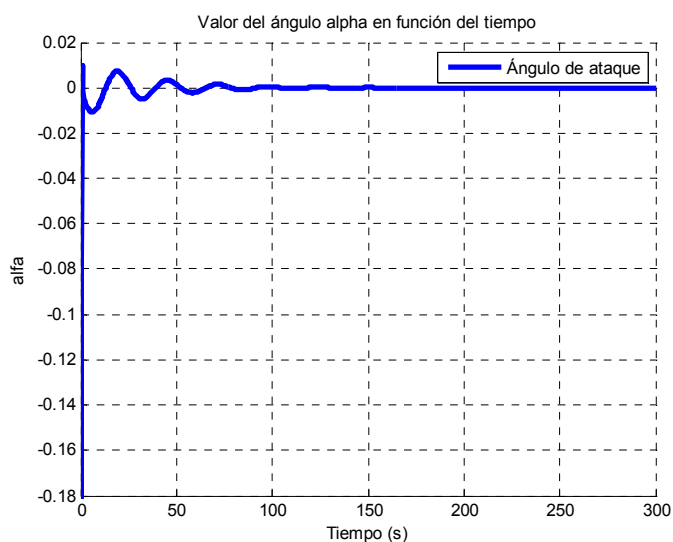
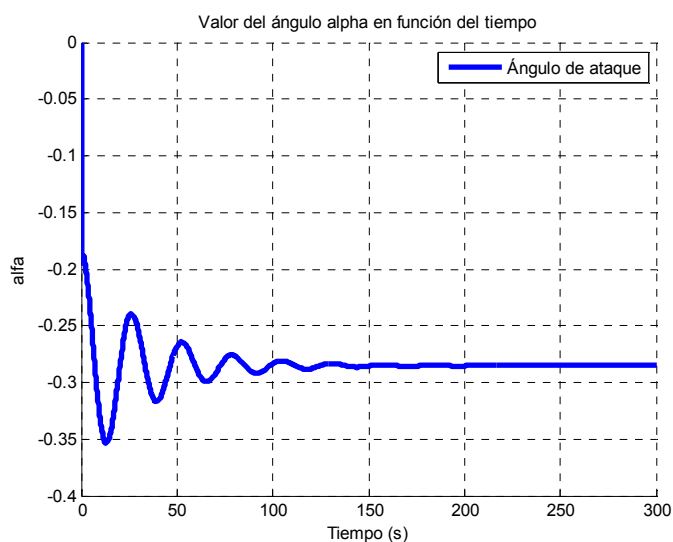


Figura 5.13. – Ángulo de ataque. Crucero al 75 % del motor



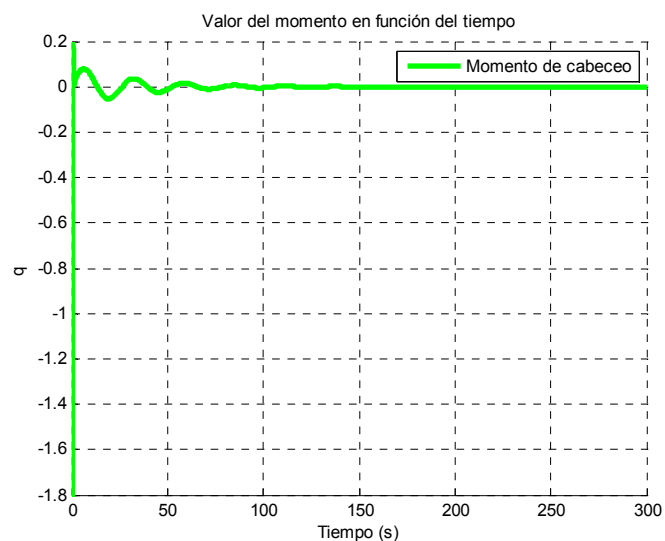
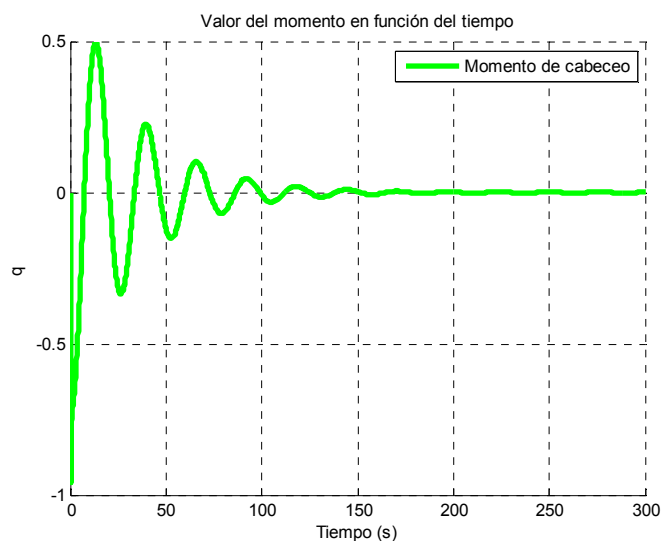


Figura 5.14. – Momento de cabeceo. Crucero al 75 % del motor

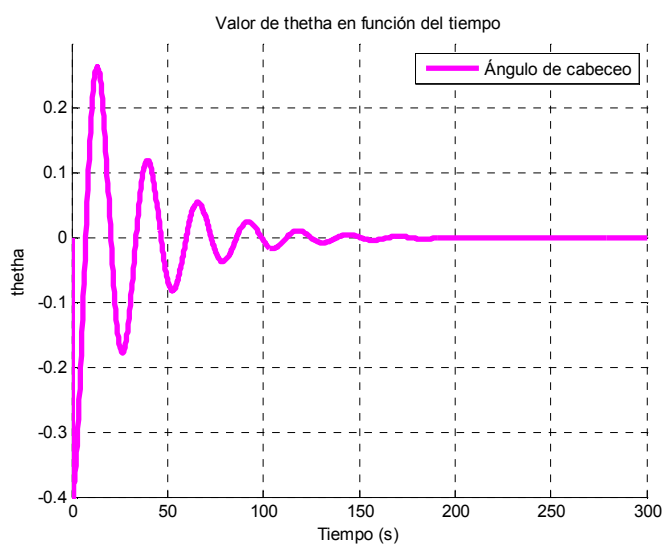
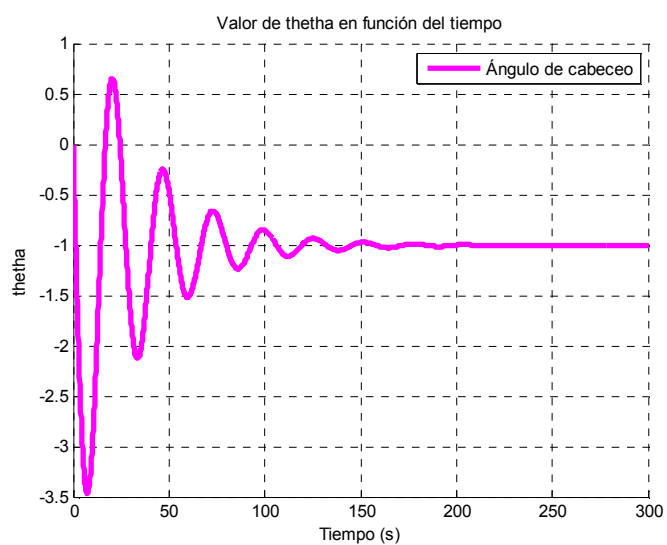


Figura 5.15. - Ángulo de cabeceo. Crucero al 75 % del motor



Despegue

El periodo al despegue es muy pequeño, aunque el amortiguamiento es suficiente para que el sistema acabe volviendo a la posición de equilibrio. A esta velocidad tan baja, se observa cómo la tasa de variación de la velocidad es menor; por tanto, el sistema no será excesivamente nervioso.

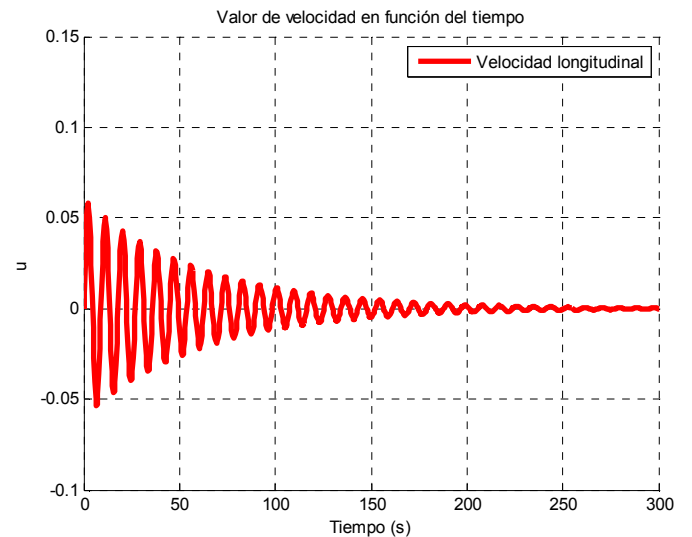
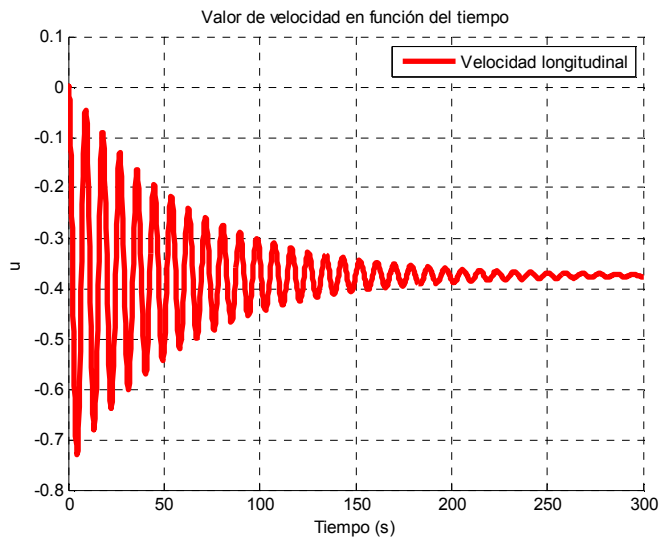


Figura 5.16. – Velocidad longitudinal. Despegue

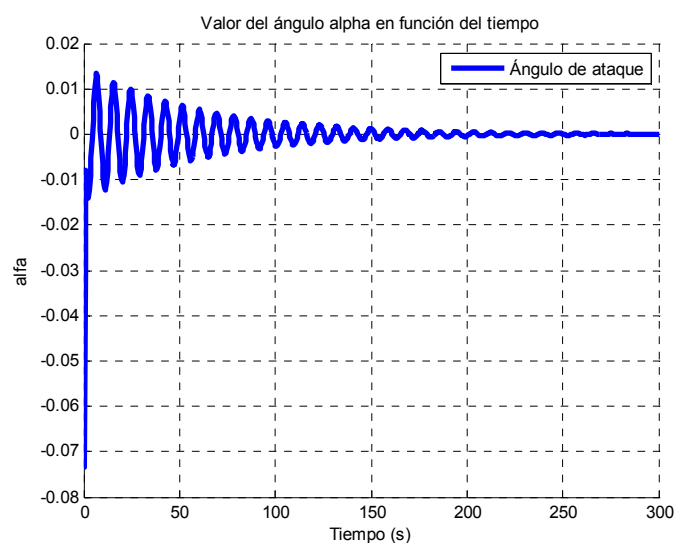
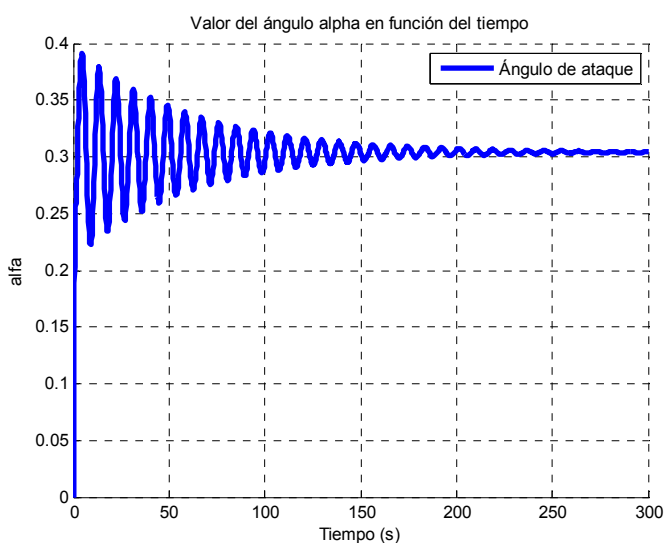


Figura 5.17. – Ángulo de ataque. Despegue



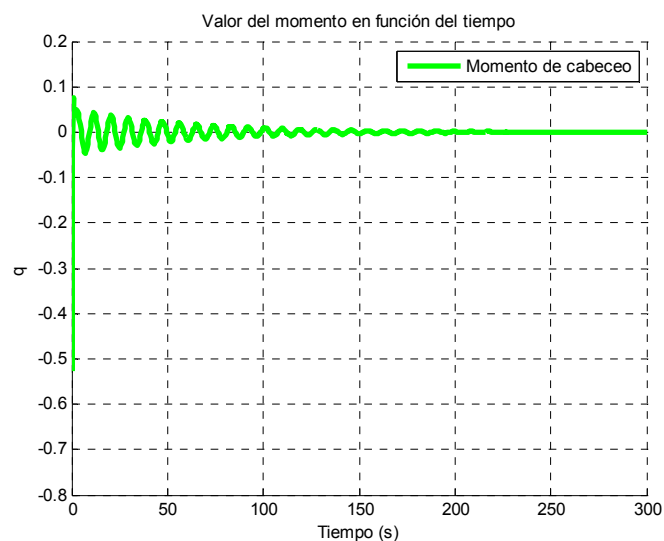
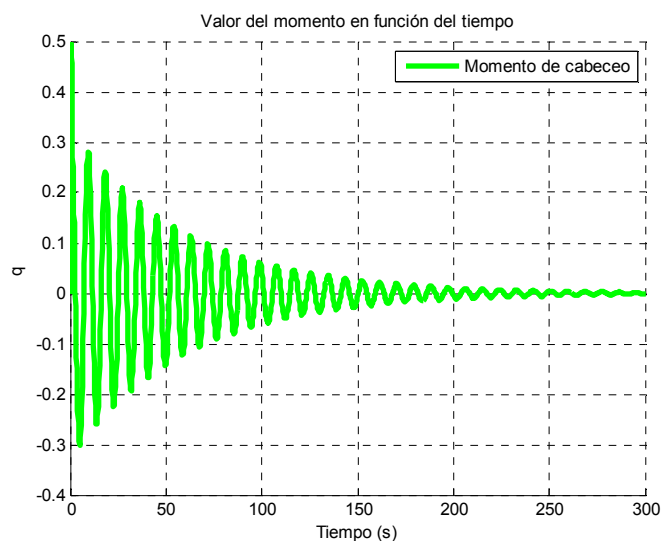


Figura 5.18. – Momento de cabeceo. Despegue

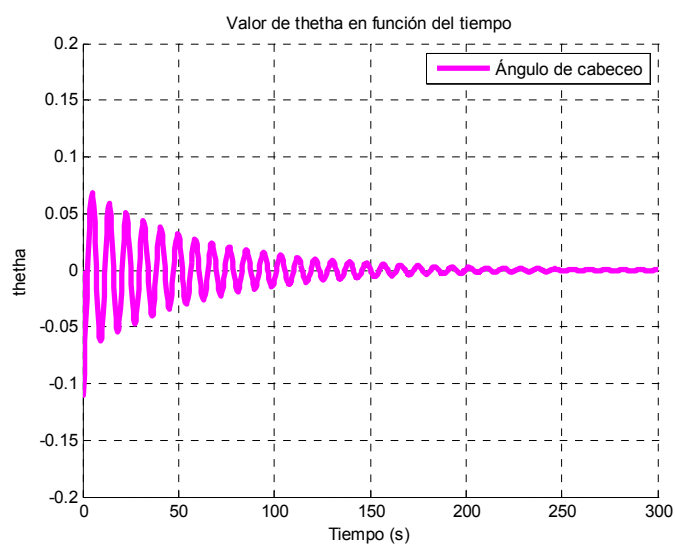
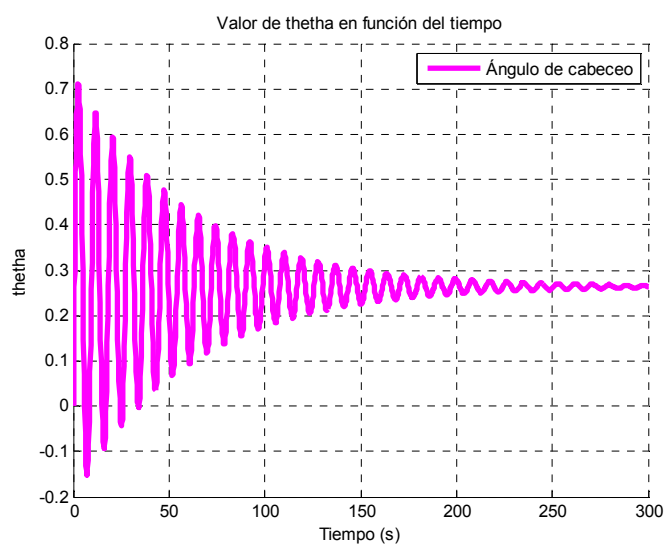


Figura 5.19. - Ángulo de cabeceo. Despegue



Aterrizaje

Esta situación es la más crítica, de forma que el sistema tiene un muy bajo amortiguamiento. No es capaz de recuperar su posición de equilibrio hasta pasados unos 400 segundos. El sistema presenta un fuerte nerviosismo, por lo que el piloto y en el futuro el sistema de control implementado, deberán corregir esta vibración. La fase de aterrizaje a dicha velocidad es muy baja y posiblemente se tome tierra a una velocidad superior.

Para esta fase del vuelo, se tiene que el periodo de tiempo que se ha de estudiar es muy pequeño al igual que ocurría en el despegue. Por ello, la aportación interesante para este estudio será el modo de corto periodo.

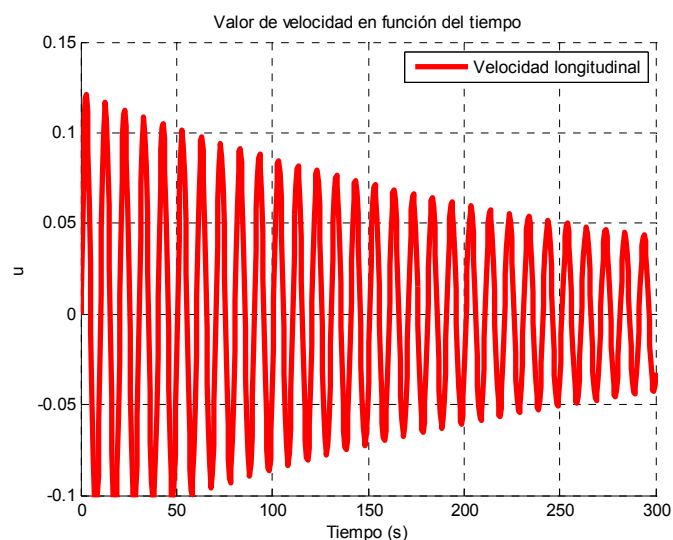
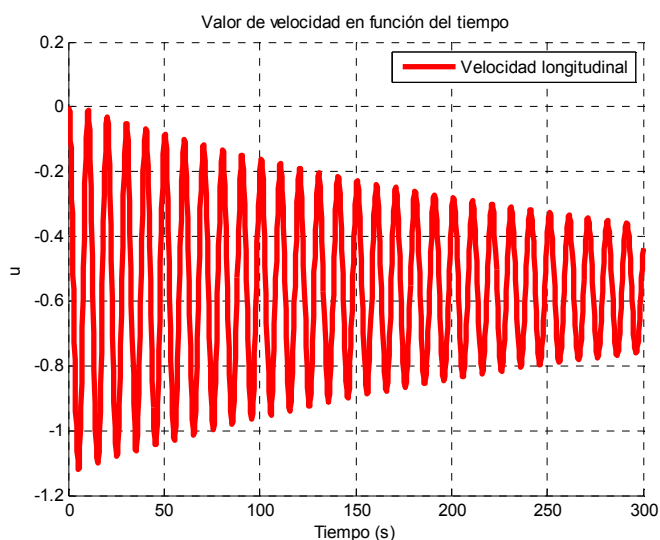


Figura 5.20. – Velocidad longitudinal. Aterrizaje

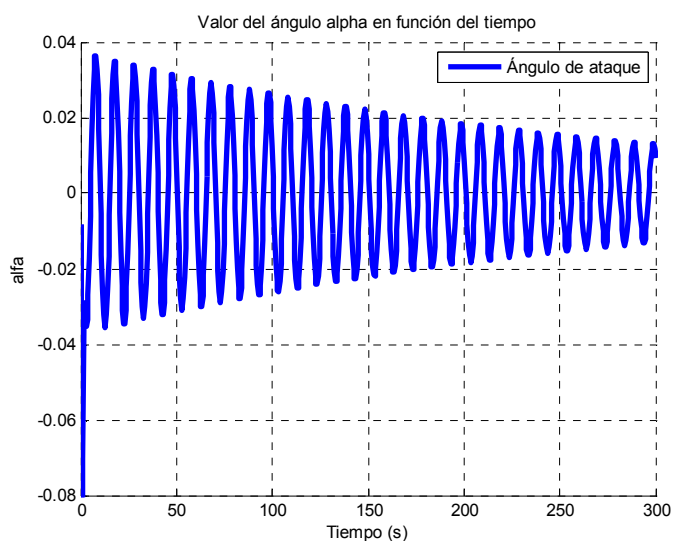
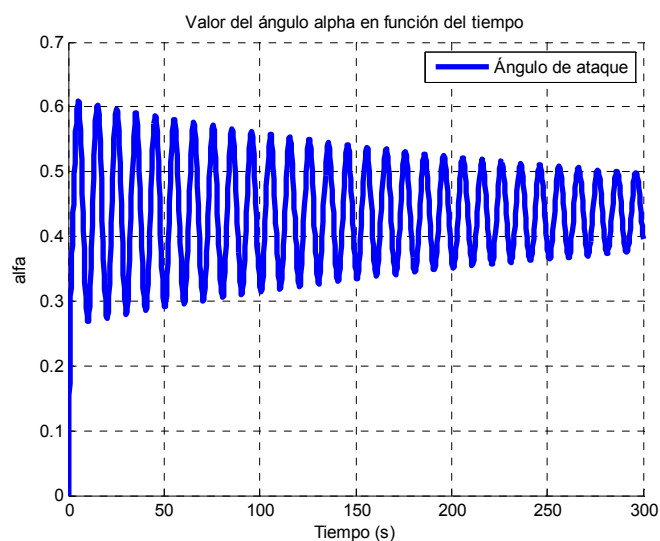


Figura 5.21. – Ángulo de ataque. Aterrizaje



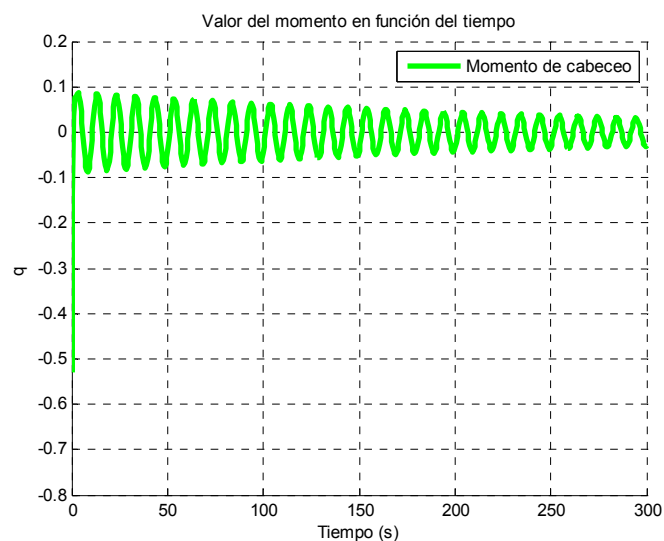
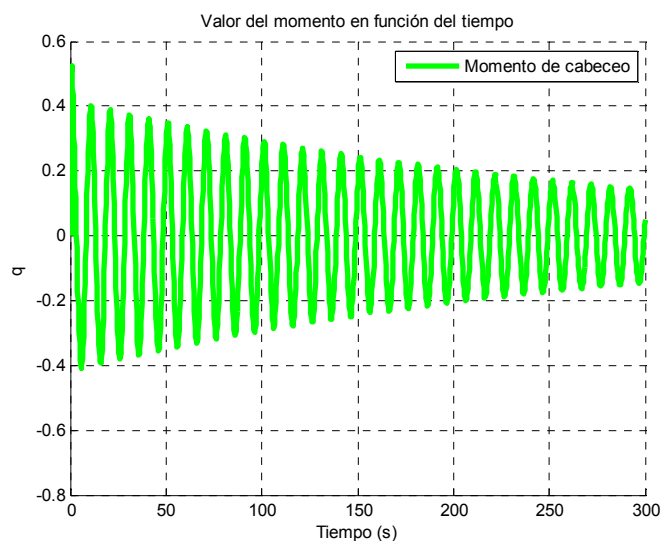


Figura 5.22. – Momento de cabeceo. Aterrizaje

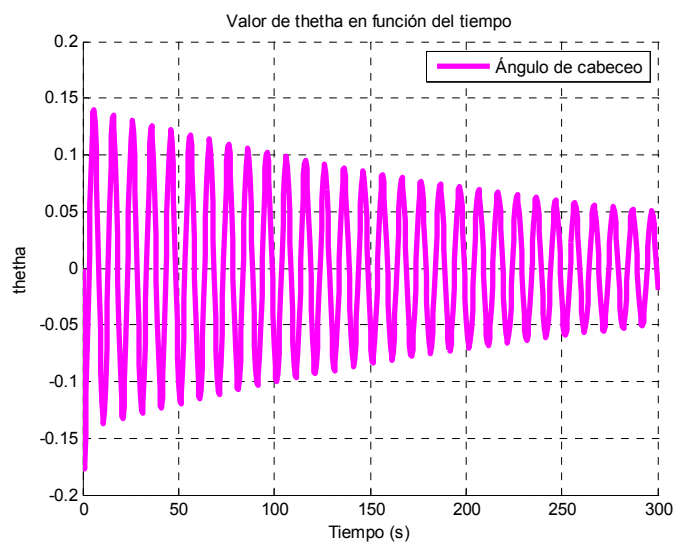
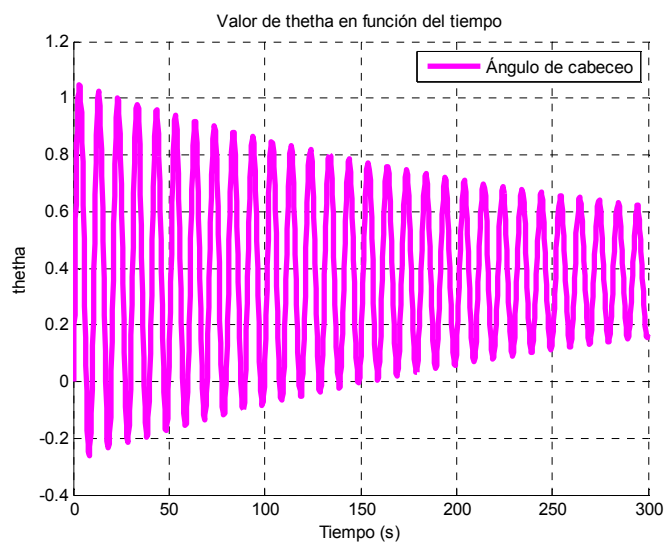


Figura 5.23. – Ángulo de cabeceo. Aterrizaje



5.3. Modos longitudinales

En esta sección se estudiará el comportamiento de los autovalores de la matriz característica del sistema. Este comportamiento se puede simplificar en dos modos de oscilación característicos del sistema: por un lado el conocido como modo fugoide y por otro, el modo de corto periodo.

Al observar las figuras de la respuesta del sistema de 5.8 a 5.23 se puede observar como las variables “ u ” y “ θ ” son más apreciables sus variaciones para tiempos grandes; mientras que, para las variables “ q ” y “ α ” en un periodo de tiempo menor a 10 segundos sufren una fuerte variación. Por tanto las dos primeras variables se puede representar muy bien su comportamiento estudiando el modo fugoide y para las dos últimas se puede representar bien su comportamiento mediante el modo de corto periodo.

5.3.1. Modo fugoide

El modo fugoide representa el comportamiento del sistema cuando ha transcurrido gran cantidad de tiempo. Es característico de las variables del sistema “ u ” y “ θ ”. Porque la perturbación en el ángulo de ataque decae rápidamente a cero en el estudio que se hará con posterioridad del modo de corto periodo, se podrá asumir que los incrementos del ángulo de ataque y las variaciones de éste con respecto del tiempo serán cero en el modo fugoide.

$$\Delta\alpha = \Delta\dot{\alpha} = 0 \quad (5.7)$$

Además, se asumirá que la variación del momento de cabeceo es muy lenta, de forma que su aceleración se podrá ignorar.

$$\dot{q} = \ddot{\theta} = 0 \quad (5.8)$$

La respuesta tanto para el modo fugoide como para el modo de corto periodo, la estimación de: la frecuencia, el amortiguamiento y el periodo, se calculará a partir del valor de sus autovalores, teniendo en cuenta que “ n ” es la parte real del autovalor y “ w ” la parte imaginaria.

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{-n}{\sqrt{n^2 + \omega^2}} \\ \omega_n &= \sqrt{n^2 + \omega^2} \\ T &= \frac{2\pi}{\omega_n \cdot \sqrt{1 - \xi^2}} \end{aligned} \quad (5.9)-(5.11)$$

A continuación se presentan el valor de la frecuencia, el amortiguamiento, el periodo y el autovalor del modo fugoide para las cuatro configuraciones de vuelo que se estudiarán.



<i>Modo fugoide</i>				
	<i>Autovalores</i>	<i>Frecuencia</i>	<i>Amortiguamiento</i>	<i>Periodo</i>
Crucero al 25 %	$-0,019 \pm 0,116i$	0,1179	0,1646	54,044
Crucero al 75 %	$-0,029 \pm 0,239i$	0,2415	0,1240	26,2205
Despegue	$-0,017 \pm 0,703i$	0,7028	0,0237	8,9421
Aterrizaje	$-0,004 \pm 0,626i$	0,626	0,0056	10,037

Figura 5.24. - Tabla del modo fugoide

Se puede apreciar en la anterior tabla, cómo para la variación en los diferentes regímenes del motor y configuraciones de vuelo, el avión continúa siendo estable aunque los parámetros característicos de la estabilidad dinámica longitudinal varían también. Por tanto, se propondrá como posible solución a este inconveniente que se realimente el modelo en tiempo real.

A continuación se va a representar el modo fugoide para las cuatro configuraciones de vuelo diferentes que se están estudiando. Para crucero al 25 % del motor se va a utilizar el color rojo, para crucero al 75 % del motor el color verde, para despegue el azul y para aterrizaje el magenta.

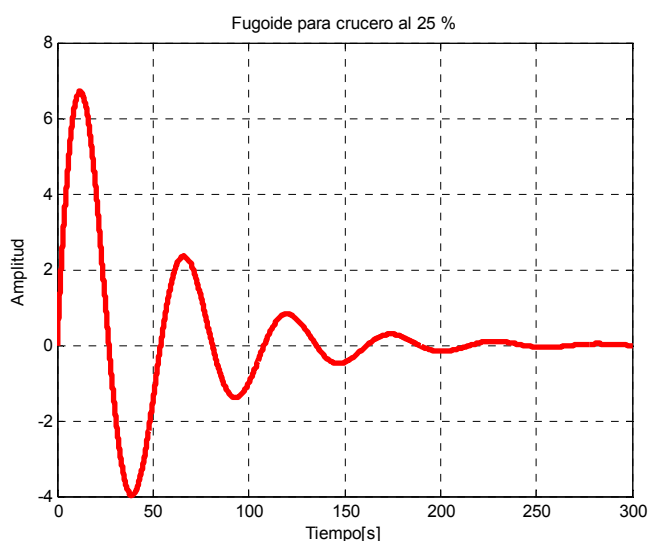


Figura 5.25. – Fugoide. Crucero al 25 %

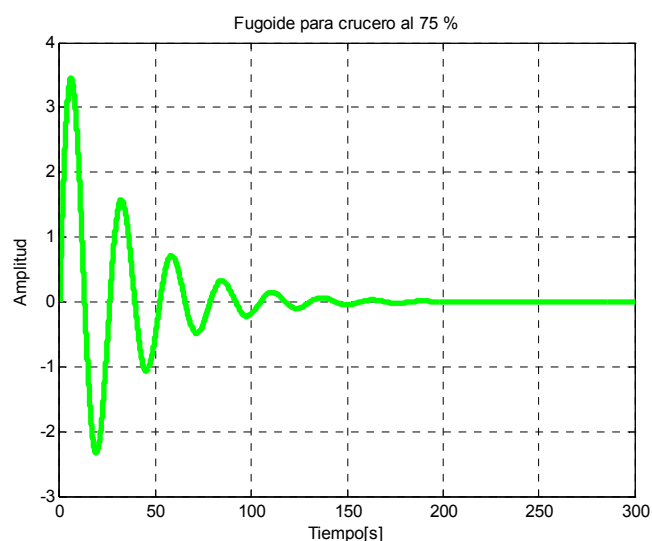


Figura 5.26. – Fugoide. Crucero al 75 %



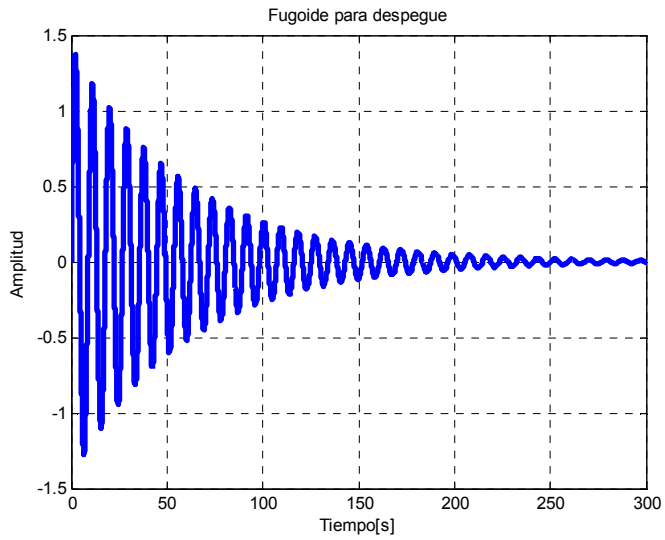


Figura 5.27. – Fugoide. En el despegue

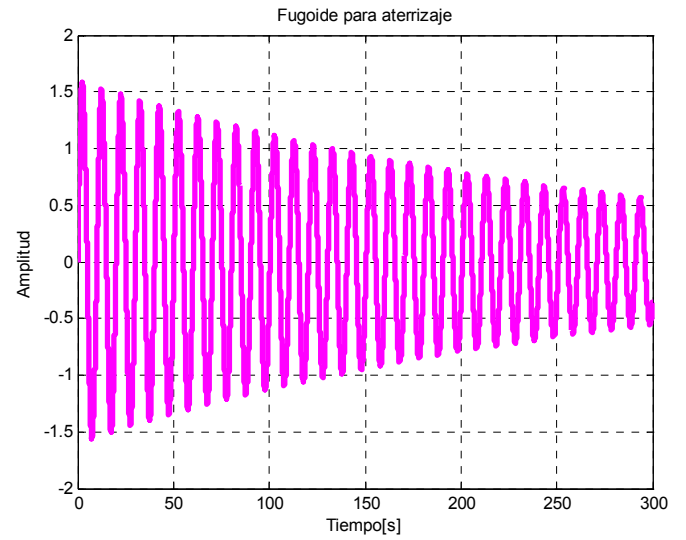


Figura 5.28. – Fugoide. En el aterrizaje



5.3.2. Modo de corto periodo

De los dos modos oscilatorios, el de corto periodo es el modo más fuertemente amortiguado frente a una señal oscilatoria de alta frecuencia. Esta señal oscilatoria terminará en unos pocos segundos, usualmente unos 10 segundos, durante los cuales el ángulo de ataque, el ángulo de cabeceo y la variación del momento decaen rápidamente porque la velocidad se mantiene aproximadamente constante. Esto se podrá introducir como hipótesis para la aproximación de este modo.

El resultado que se obtiene para las diferentes configuraciones de vuelo en el modo de corto periodo son las recogidas en la tabla 5.29:

<i>Modo de corto periodo</i>				
	<i>Autovalores</i>	<i>Frecuencia</i>	<i>Amortiguamiento</i>	<i>Periodo</i>
Crucero al 25 %	$-2,824 \pm 3,021i$	4,1353	0,683	2,08
Crucero al 75 %	$-4,431 \pm 4,772i$	6,5124	0,6804	1,3166
Despegue	$-2,178 \pm 2,537i$	3,3438	0,6513	2,4763
Aterrizaje	$-1,646 \pm 1,758i$	2,4084	0,6834	3,5735

Figura 5.29. - Tabla del modo de corto periodo

En la tabla se puede apreciar como para las diferentes configuraciones de vuelo, se tiene que la vibración del sistema es diferente, aunque estable en todo caso. Se puede apreciar como el amortiguamiento sigue siendo muy grande en todo caso a diferencia de lo que ocurría con el modo fugoide, de forma que el sistema no se encontrará comprometido ni siquiera en la configuración de aterrizaje. A continuación se presenta, al igual que se realizó con el modo fugoide, la respuesta del sistema frente las diferentes configuraciones de vuelo.



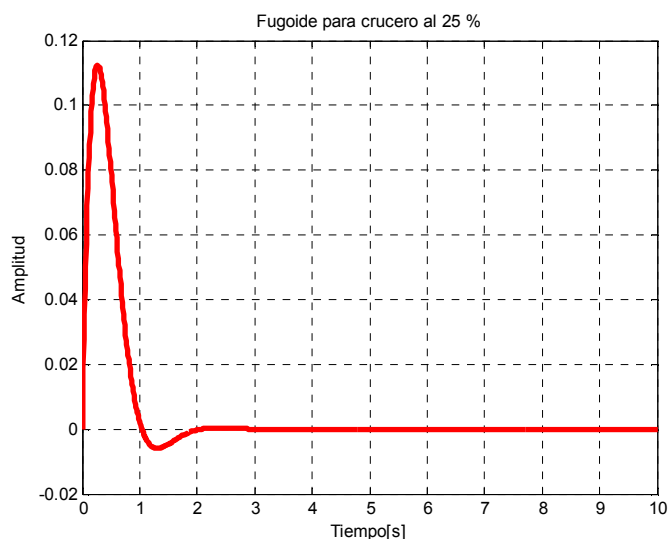


Figura 5.30. – Corto periodo. Crucero al 25 %

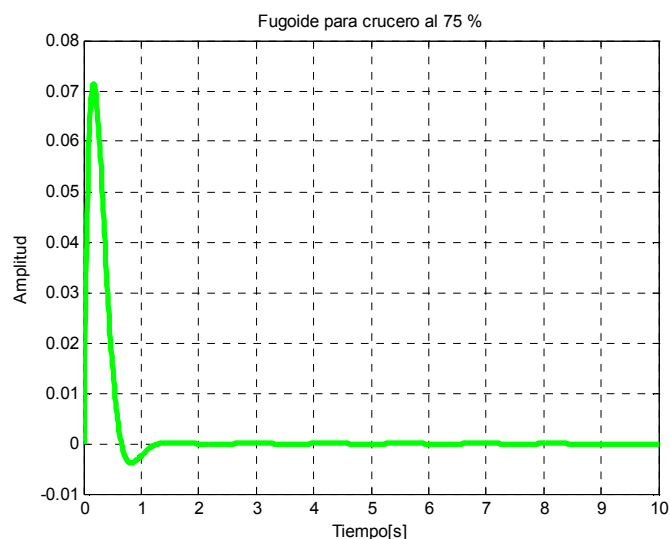


Figura 5.31. – Corto periodo. Crucero al 75 %

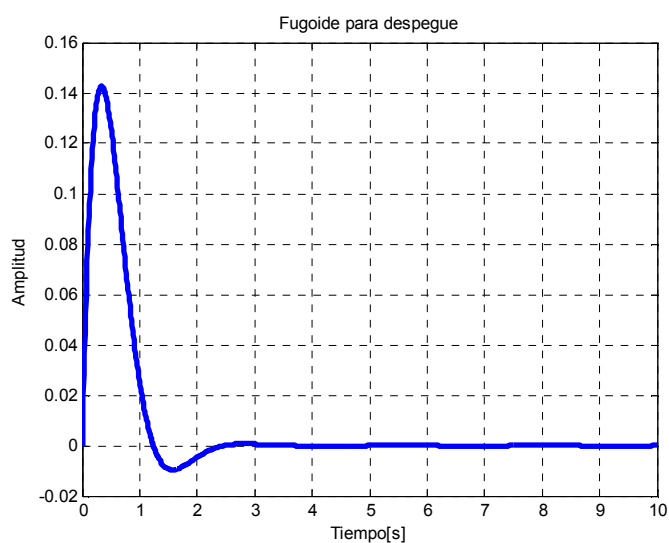


Figura 5.32. – Corto periodo. En el despegue

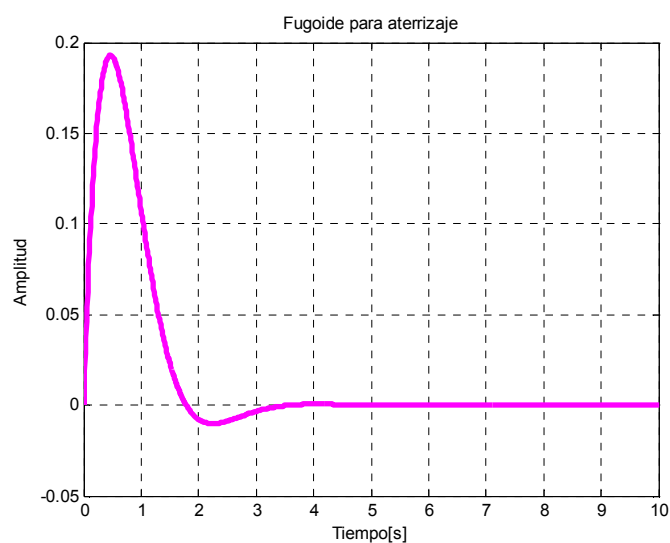


Figura 5.33. – Corto periodo. En el aterrizaje



5.4. Aproximación de los modos

La simplificación de los modos de estabilidad será apropiada para el estudio de pequeñas variaciones dentro del modelo geométrico del sistema; sin embargo, tal y como se estudiará para el caso de la variación de la posición del centro de gravedad, cuando el margen estático se anula, el sistema aporta una solución inestable que la aproximación no será capaz de percibir. Se estudiará la respuesta del sistema tanto para la solución libre como para la forzada.

La posible influencia de otras variables será una materia interesante de análisis y como variables se verán: la superficie del estabilizador horizontal, la longitud de los tubos de cola la posición del centro de gravedad.

5.4.1. Aproximación del modo fugoide

Puesto que la perturbación en el ángulo de ataque rápidamente cae a cero durante el modo del corto periodo, se puede asumir que $\Delta\alpha = \Delta\dot{\alpha} = 0$. Además, se puede suponer, que al ser lenta la tasa de variación del momento, puede ser ignorada $\dot{q} = \ddot{\theta} = 0$. Por tanto, se puede reducir el sistema a dos ecuaciones únicamente:

$$\frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{t}} = \frac{1}{\mu} \cdot [C_{x\hat{u}} \cdot \hat{u} + C_{xq} \cdot c_1 \cdot q + C_{x\theta} \cdot \Delta\theta + C_{x\delta e} \cdot \Delta\delta e] \quad (5.12)$$

$$\frac{\partial \Delta\theta}{\partial \hat{t}} = \frac{1}{(\mu + C_{zq} \cdot c_1)} \cdot [-C_{z\hat{u}} \cdot \hat{u} - C_{z\theta} \cdot \Delta\theta - C_{z\delta e} \cdot \Delta\delta e] \quad (5.13)$$

Es típico realizar una simplificación más y suponer que $C_{z\theta} = 0$. Además, asumir que las contribuciones que sean pequeñas se pueden ignorar como son C_{xq} y C_{zq} . Una vez realizadas todas las simplificaciones correspondientes, los parámetros característicos del problema fugoide tendrán la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} \omega_n &= \frac{1}{\mu} \sqrt{C_{x\theta} C_{zu}} \\ \xi &= -\frac{C_{xu}}{2\mu\omega_n} \\ T &= \frac{2\pi}{\omega_n \cdot \sqrt{1 - \xi^2}} \end{aligned} \quad (5.14)-(5.16)$$

En la siguiente tabla se pueden apreciar estos parámetros para los diferentes segmentos de vuelo.



<i>Aproximación del modo fugoide</i>			
	<i>Frecuencia</i>	<i>Amortiguamiento</i>	<i>Periodo</i>
Crucero al 25 %	0,1367	0,1517	46,492
Crucero al 75 %	0,3187	0,1047	19,8263
Despegue	0,8435	0,0587	7,4616
Aterrizaje	0,8011	0,0576	7,8558
<i>Modo fugoide</i>			
	<i>Frecuencia</i>	<i>Amortiguamiento</i>	<i>Periodo</i>
Crucero al 25 %	0,1179	0,1646	54,044
Crucero al 75 %	0,2415	0,1240	26,2205
Despegue	0,7028	0,0237	8,9421
Aterrizaje	0,626	0,0056	10,037

Figura 5.34. - Tabla de la aproximación del modo fugoide

Como se puede apreciar en la figura 5.34 la diferencia entre los resultados reales y la aproximación del modo fugoide es mínima y este hecho verifica fácilmente en las siguientes gráficas del modo fugoide y su aproximación representada en cyan.

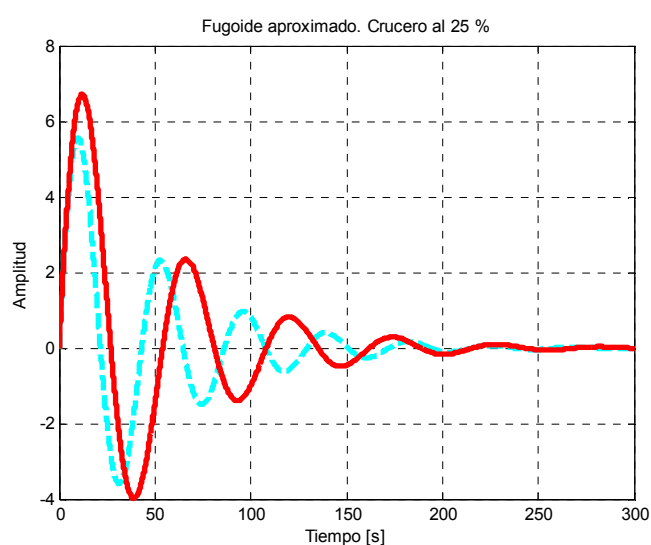


Figura 5.35. – Aproximación. Crucero al 25 %

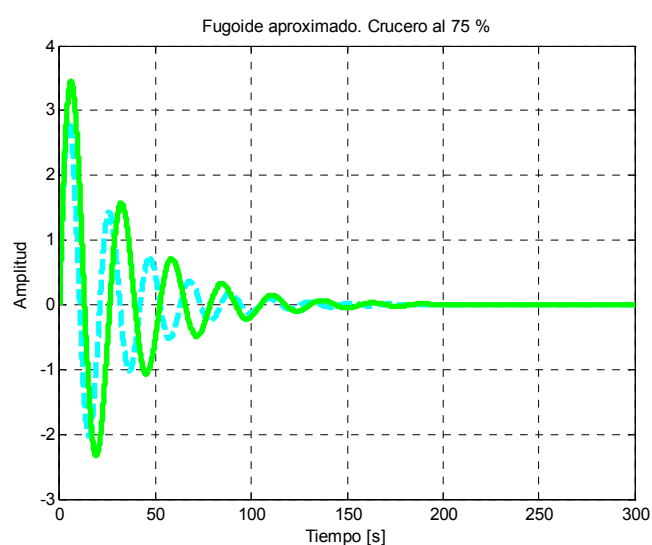


Figura 5.36. – Aproximación. Crucero al 75 %



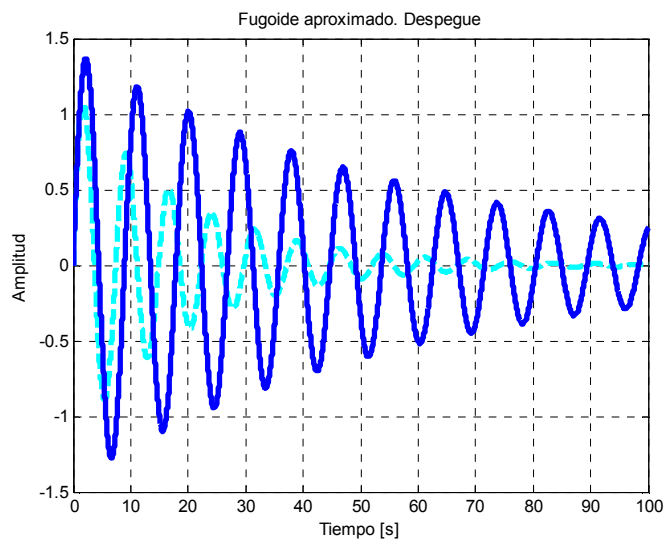


Figura 5.37. – Aproximación. En el despegue

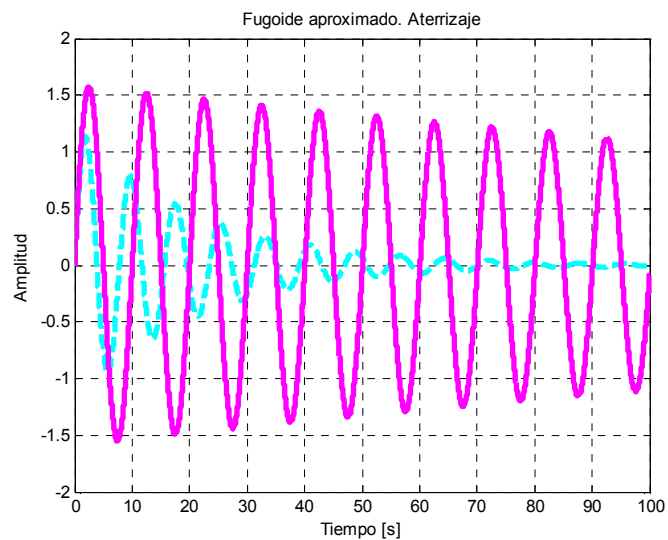


Figura 5.38. – Aproximación. En el aterrizaje



5.4.2. Aproximación del modo de corto periodo

De los modos oscilatorios, el modo de corto periodo es el más fuertemente amortiguado. La oscilación decae rápidamente usualmente en unos diez segundos, durante los cuales el ángulo de ataque, el ángulo de pitch y la variación del momento varían rápidamente y la velocidad se mantiene casi constante. Se puede asumir que $u = \dot{u} = 0$. Debido a esto se puede ignorar las fuerzas en el eje “x”.

Por tanto, se puede reducir el sistema a dos ecuaciones únicamente:

$$\begin{aligned} \left(\mu \frac{d}{dt} - C_{z\dot{\alpha}} \cdot c \cdot \frac{d}{dt} - C_{z\alpha} \right) \Delta\alpha - \left(\mu \frac{d}{dt} + C_{zq} \cdot c \cdot \frac{d}{dt} - C_{z\theta} \right) \Delta\theta &= C_{z\delta e} \cdot \Delta\delta e \\ - \left(C_{m\dot{\alpha}} \cdot c \cdot \frac{d}{dt} - C_{m\alpha} \right) \Delta\alpha - \frac{d}{dt} \left(I_{y1} \frac{d}{dt} - C_{mq} \cdot c \right) \Delta\theta &= C_{m\delta e} \cdot \Delta\delta e \end{aligned} \quad (5.17)-(5.18)$$

Es típico realizar una simplificación más y suponer que $C_{z\theta} = 0$. Además se puede asumir las simplificaciones de $C_{zq} = C_{z\dot{\alpha}} = 0$.

Una vez realizadas todas las simplificaciones correspondientes, los parámetros característicos del problema fugoide tendrán la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} \omega_n &= \sqrt{\frac{C_{z\alpha} \cdot C_{mq} \cdot c}{\mu \cdot I_{y1}} - \frac{C_{m\alpha}}{I_{y1}}} \\ \xi &= - \frac{\left(\frac{C_{z\alpha}}{\mu} + \frac{c}{I_{y1}} (C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}) \right)}{2 \cdot \sqrt{\frac{C_{z\alpha} \cdot C_{mq} \cdot c}{\mu \cdot I_{y1}} - \frac{C_{m\alpha}}{I_{y1}}}} \\ T &= \frac{2\pi}{\omega_n \cdot \sqrt{1 - \xi^2}} \end{aligned} \quad (5.19)-(5.21)$$



En la siguiente tabla se pueden apreciar estos parámetros para los diferentes segmentos de vuelo.

<i>Aproximación del modo de corto periodo</i>			
	<i>Frecuencia</i>	<i>Amortiguamiento</i>	<i>Periodo</i>
Crucero al 25 %	4,3291	0,3965	1,581
Crucero al 75 %	6,8127	0,3983	1,0055
Despegue	3,4251	0,4707	2,0792
Aterrizaje	2,4489	0,3971	2,7956
<i>Modo fugoide</i>			
	<i>Frecuencia</i>	<i>Amortiguamiento</i>	<i>Periodo</i>
Crucero al 25 %	4,1353	0,683	2,08
Crucero al 75 %	6,5124	0,6804	1,3166
Despegue	3,3438	0,6513	2,4763
Aterrizaje	2,4084	0,6834	3,5735

Figura 5.39. - Tabla de la aproximación del modo de corto periodo

La aproximación para las diferentes configuraciones de vuelo es bastante buena si se compara con la tabla 5.39. Para el análisis de la aproximación se ha observado como depende directamente la frecuencia del $C_{m\alpha}$ y el amortiguamiento del C_{mq} . Por tanto, la posición del centro de gravedad tendrá un efecto considerable en el comportamiento del modo de corto periodo del avión.

Como se puede apreciar en la figura 5.39 la diferencia entre los resultados reales y la aproximación del modo de corto periodo es mínima y este hecho verifica fácilmente en las siguientes gráficas del modo fugoide y su aproximación representada en cyan.



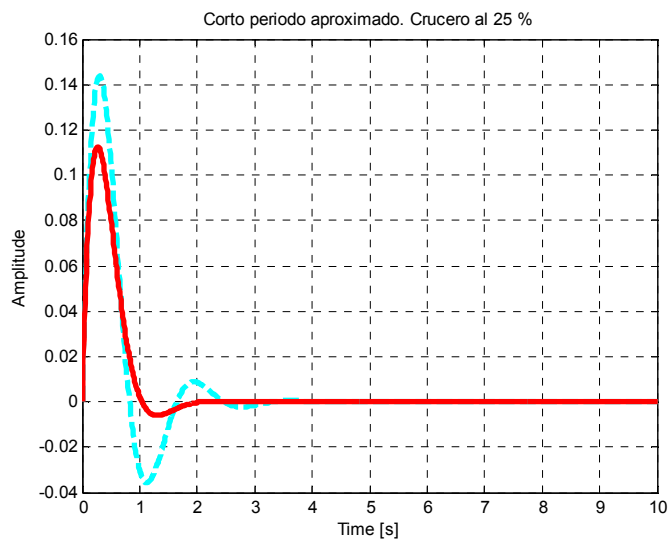


Figura 5.40. – Aproximación. Crucero al 25 %

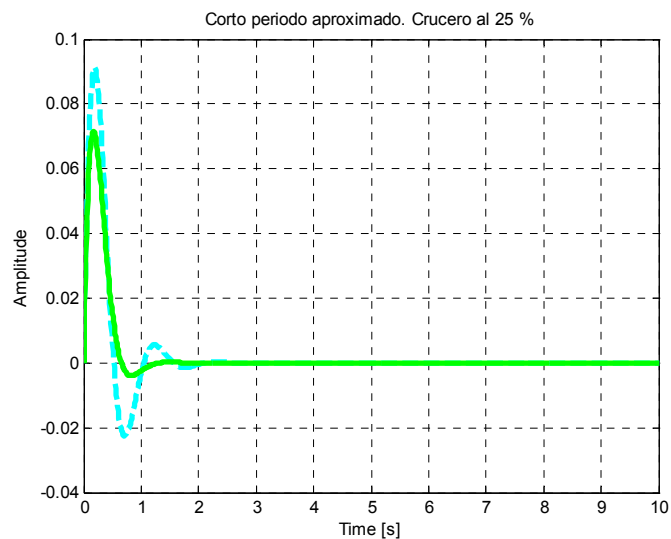


Figura 5.41. – Aproximación. Crucero al 75 %

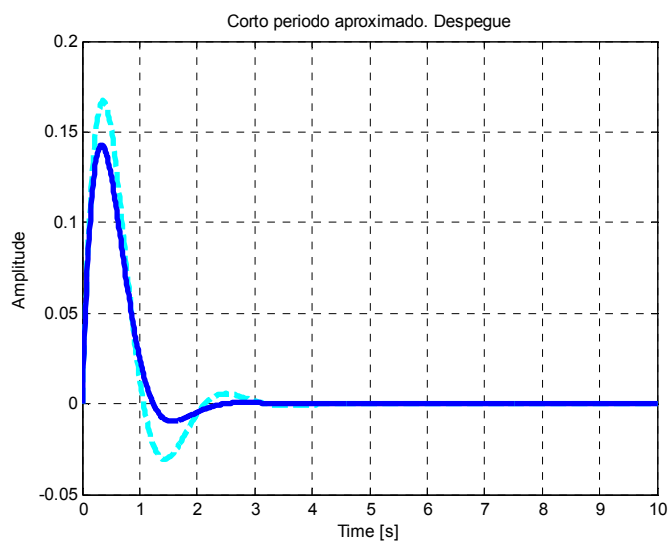


Figura 5.42. – Aproximación. En el despegue

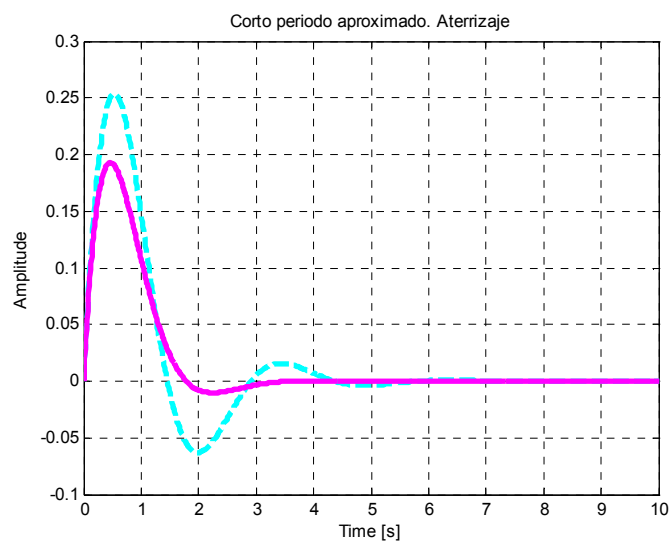


Figura 5.43. – Aproximación. En el aterrizaje



5.5. Estudio de la respuesta para diferentes configuraciones

La posible influencia de otras variables será una materia interesante de análisis y como variables se verán: la superficie del estabilizador horizontal, la longitud de los tubos de cola la posición del centro de gravedad. Se estudiará el efecto sobre cada una de las cuatro variables del vector de estado “x” al variar cada uno de los parámetros anteriormente mencionados. Para cada uno de los parámetros que se van a variar aparecerán cuatro gráficas adjuntas.

5.5.1. Variación de la superficie del estabilizador horizontal

Se va a realizar las simulaciones para tres tamaños diferentes del estabilizador horizontal. La variación que se realizará será el ancho del estabilizador horizontal, de forma que se estudiará la configuración actual con un ancho de 60 centímetros y otros dos tamaños diferentes uno de 50 centímetros y otro de 90 centímetros. La máxima de diseño será que se mantenga la cuerda del estabilizador horizontal.

La disminución del tamaño del estabilizador horizontal a unos 50 centímetros de ancho se va a representar con el color amarillo; mientras que, el color cian se va a utilizar para el aumento del ancho del estabilizador horizontal a un tamaño de 90 centímetros. El resto de variables del problema se van a colorear con un color alternativo, siendo éstos: rojo para la velocidad longitudinal, azul para el ángulo de ataque, verde para el momento de cabeceo y magenta para el ángulo de cabeceo, tal y como se ha ido realizando a lo largo de este estudio.

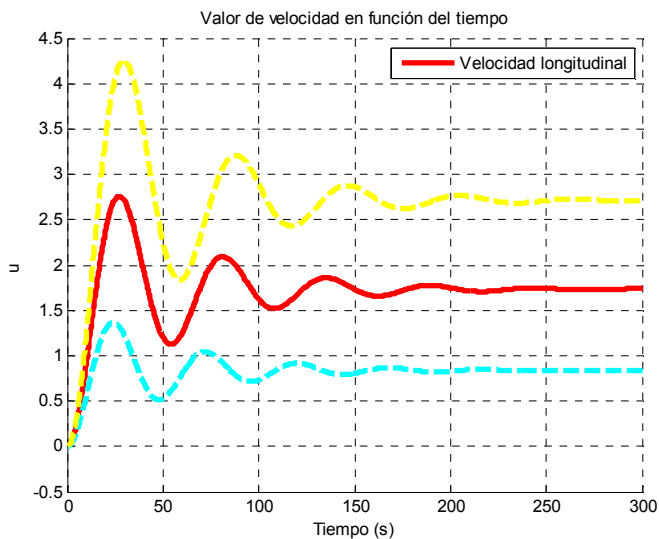


Figura 5.44. – Variación tamaño estabilizador. Velocidad longitudinal

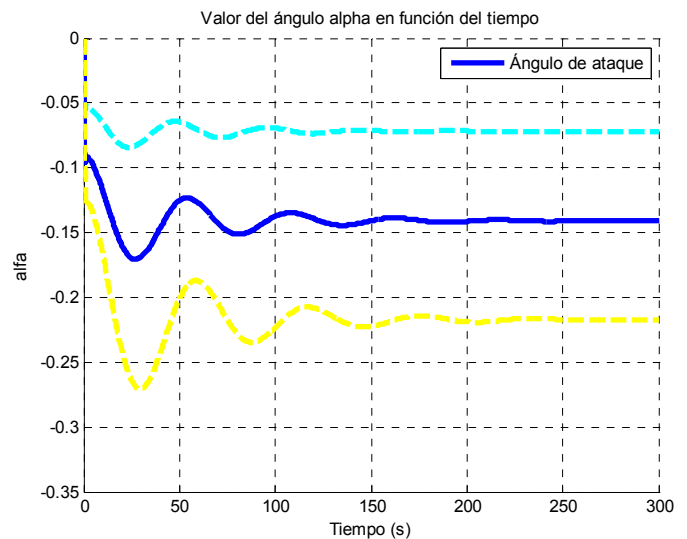
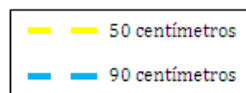


Figura 5.45. – Variación tamaño estabilizador. Ángulo de ataque



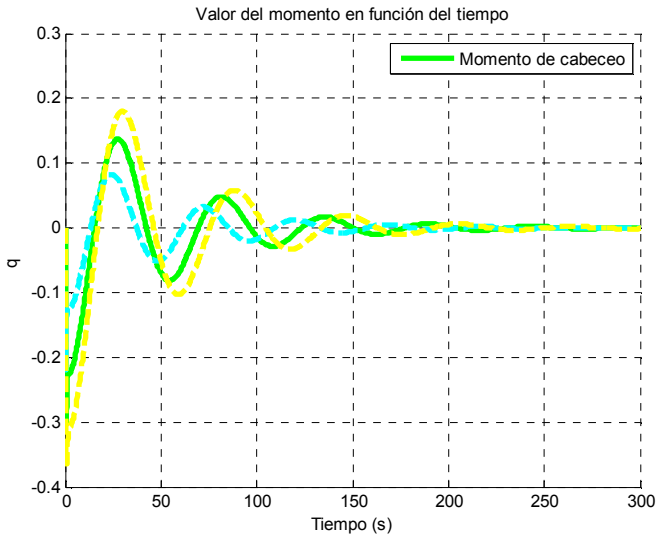


Figura 5.46. – Variación tamaño estabilizador. Momento de cabeceo

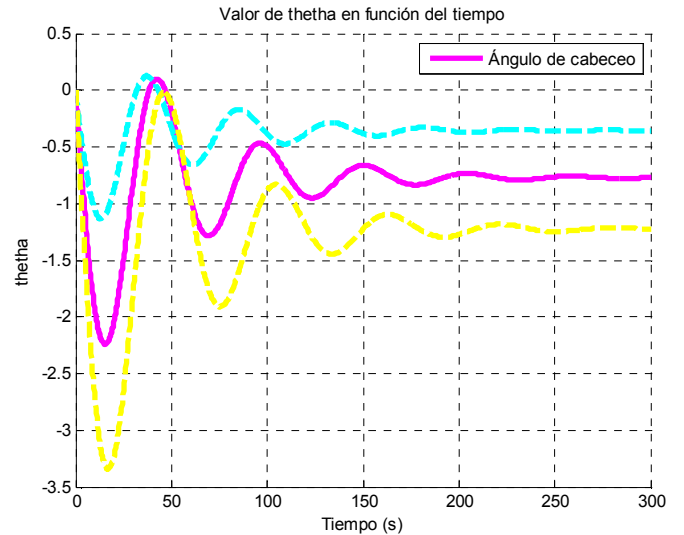
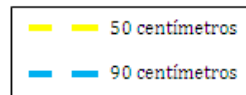


Figura 5.47. – Variación tamaño estabilizador. Ángulo de cabeceo



La conclusión al observar las gráficas desde 5.44 hasta 5.47 es que el tamaño grande del estabilizador (cian) hace que las perturbaciones sean menores para todas las variables, minimizando todas éstas. Por el contrario, el efecto que sobre el sistema tiene una reducción del tamaño del estabilizador horizontal a un tamaño de 50 centímetros (amarillo), hace que la capacidad de recuperación de todas las variables sea menor, de forma que la solución tiene una mayor amplitud. En definitiva, un tamaño de estabilizador menor hace que el amortiguamiento sea menor y la respuesta más pronunciada.

5.5.2. Variación de la longitud de los tubos de cola

Se va a realizar las simulaciones para tres longitudes diferentes de tubo de cola. La variación que se realizará será la longitud del mismo, de forma que se estudiará la configuración actual con una longitud de 110 centímetros y otras dos longitudes diferentes uno de 90 centímetros y otro de 130 centímetros.

La disminución de la longitud de tubo de cola a unos 90 centímetros se va a representar con el color amarillo; mientras que, el color cian se va a utilizar para el aumento de la longitud de tubo de cola a unos 130 centímetros. El resto de variables del problema se van a colorear con un color alternativo, siendo éstos: rojo para la velocidad longitudinal, azul para el ángulo de ataque, verde para el momento de cabeceo y magenta para el ángulo de cabeceo, tal y como se ha ido realizando a lo largo de este estudio.



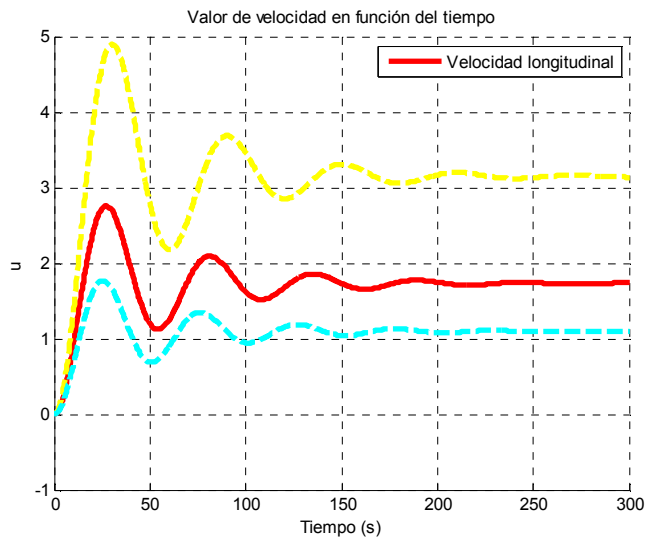


Figura 5.48. – Variación longitud de tubo. Velocidad longitudinal

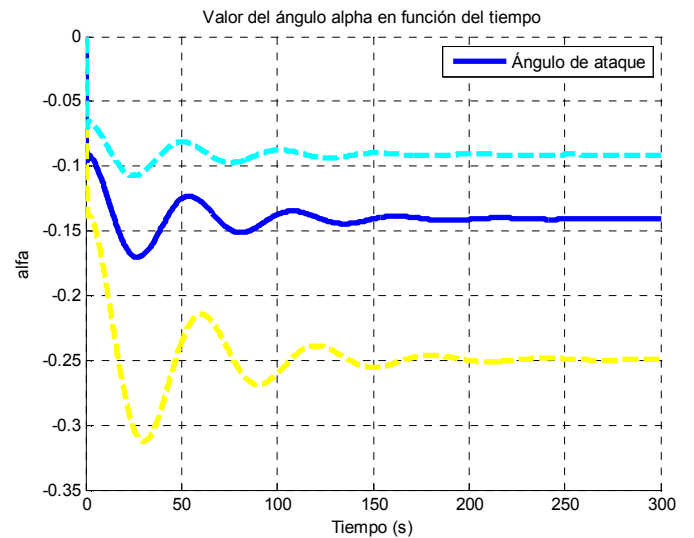


Figura 5.49. – Variación longitud de tubo. Ángulo de ataque

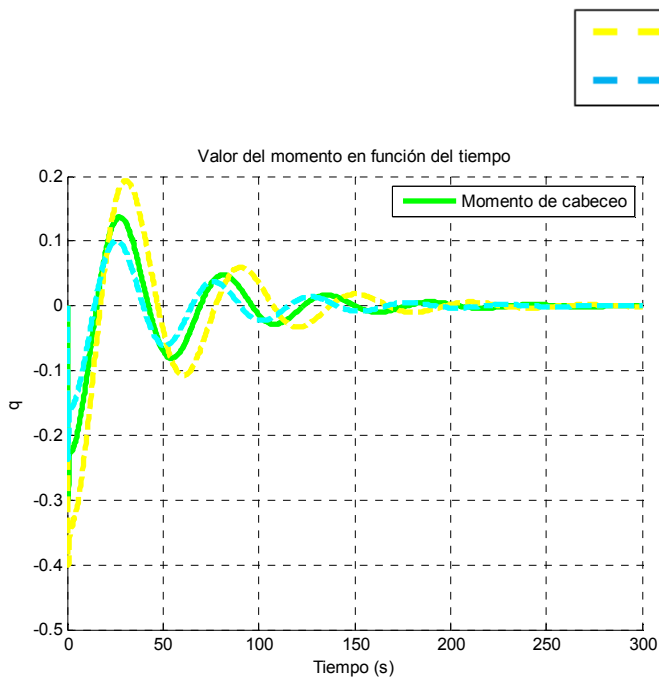


Figura 5.50. – Variación longitud de tubo. Momento de cabeceo

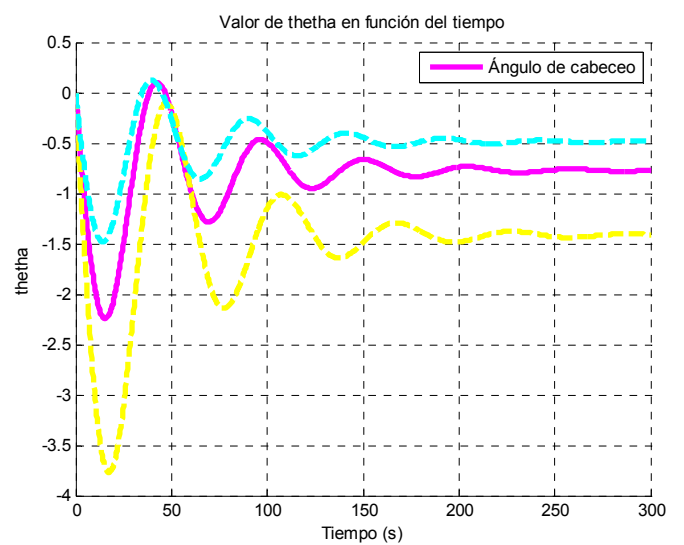


Figura 5.51. – Variación longitud de tubo. Ángulo de cabeceo

Como se puede observar en las gráficas de 5.48 hasta la 5.51, la tendencia del sistema es la misma que se tenía con la variación del estabilizador horizontal, de forma que una mayor longitud del tubo hace que la respuesta sea menor o más amortiguada. Por el contrario, una longitud menor del tubo de cola hace que la respuesta sea mayor o menos amortiguada.



5.5.3. Variación de la posición del centro de gravedad

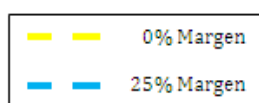
Se va a realizar las simulaciones para tres posiciones del centro de gravedad, de forma que abarcan gran parte del rango de viabilidad del sistema. Las tres posiciones del centro de gravedad serán: la actual para un margen estático del 15 %, la extrema para que sea inestable con un margen estático del 0 % y una situación muy estable con margen estático del 25 %.

La disminución del margen estático hasta que se hace nulo se va representar con el color amarillo; mientras que, el color cian se va a utilizar para el aumento del margen estático hasta el 25 %. El resto de variables del problema se van a colorear con un color alternativo, siendo éstos: rojo para la velocidad longitudinal, azul para el ángulo de ataque, verde para el momento de cabeceo y magenta para el ángulo de cabeceo, tal y como se ha ido realizando a lo largo de este estudio.

En la tabla 5.52 se va a realizar un desglose de los autovalores correspondientes a los diferentes márgenes estáticos.

<i>Autovalores</i>		
<i>Margen estático 15 %</i>	<i>Margen estático 25 %</i>	<i>Margen estático 0 %</i>
$-2,8243 + 3,0206i$	$-2,8246 + 4,1676i$	$-4,1172$
$-2,8243 - 3,0206i$	$-2,8246 - 4,1676i$	$-1,5239$
$-0,0194 + 0,1163i$	$-0,0193 + 0,1438i$	$-0,0464$
$-0,0194 - 0,1163i$	$-0,0193 - 0,1438i$	$0,0008$

Figura 5.52. - Autovalores



Como se puede observar en las gráficas de 5.53 hasta la 5.56, cuando el margen estático es nulo el sistema es inestable y todos los valores se salen fuera del rango de la gráfica. Gran información aportarán las pequeñas gráficas detalladas dentro de cada gráfica, en las cuales la diferencia entre la respuesta del sistema para un margen estático del 25 % y del 15 % es apreciable. Finalmente y tras ver los resultados, se puede apreciar como para un margen estático mayor, la respuesta del avión es más amortiguada y lenta tal y como cabría esperar.



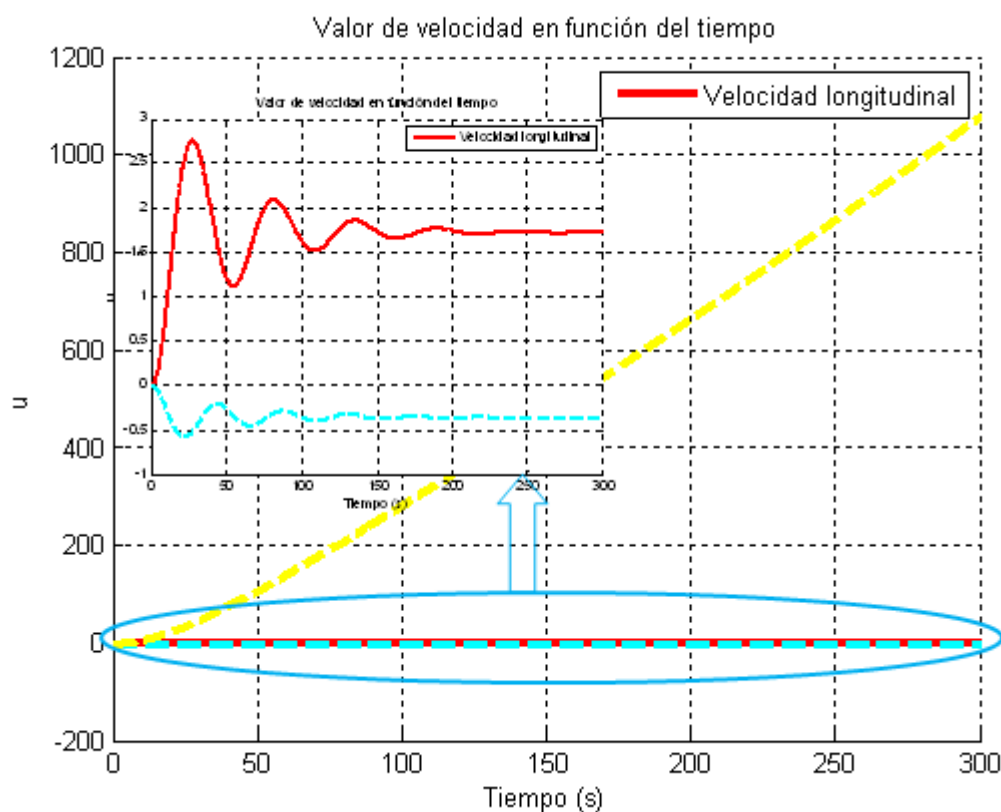


Figura 5.53. - Variación margen estático. Velocidad longitudinal

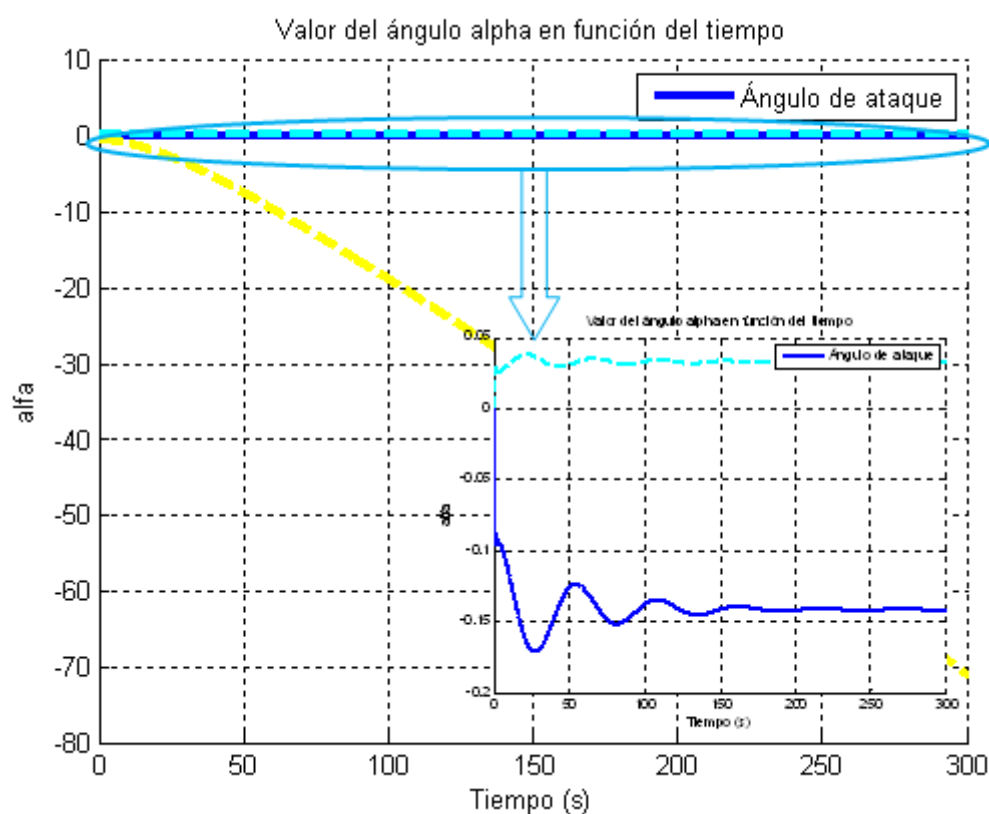


Figura 5.54. - Variación margen estático. Ángulo de ataque



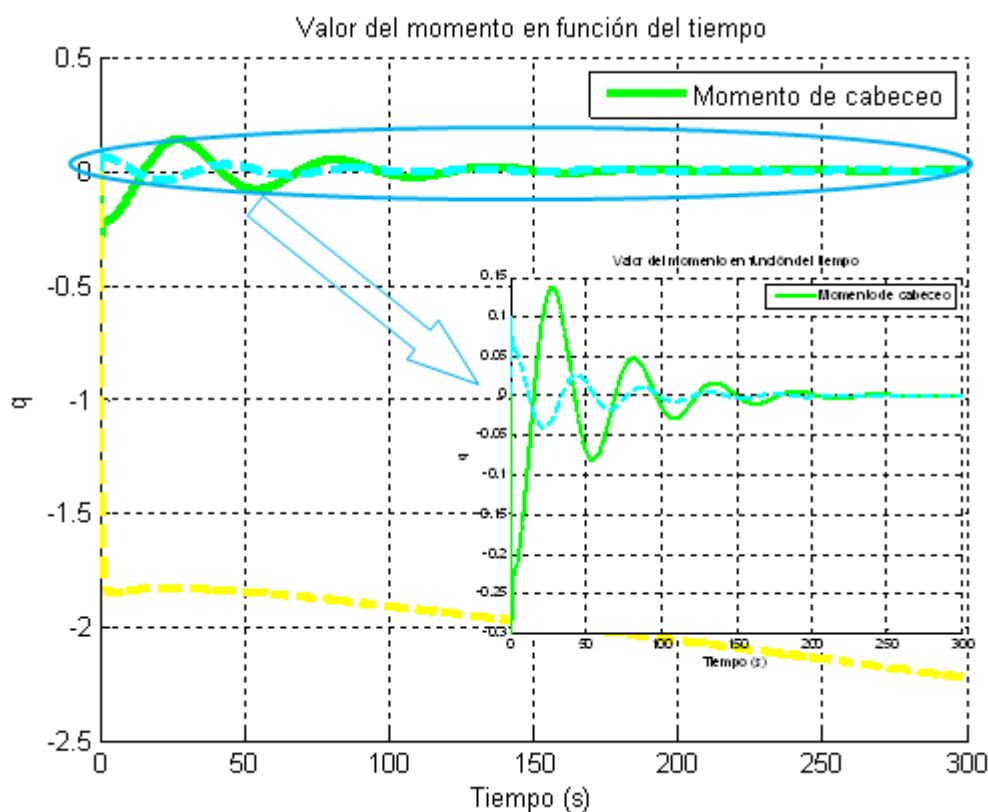


Figura 5.55. - Variación margen estático. Momento de cabeceo

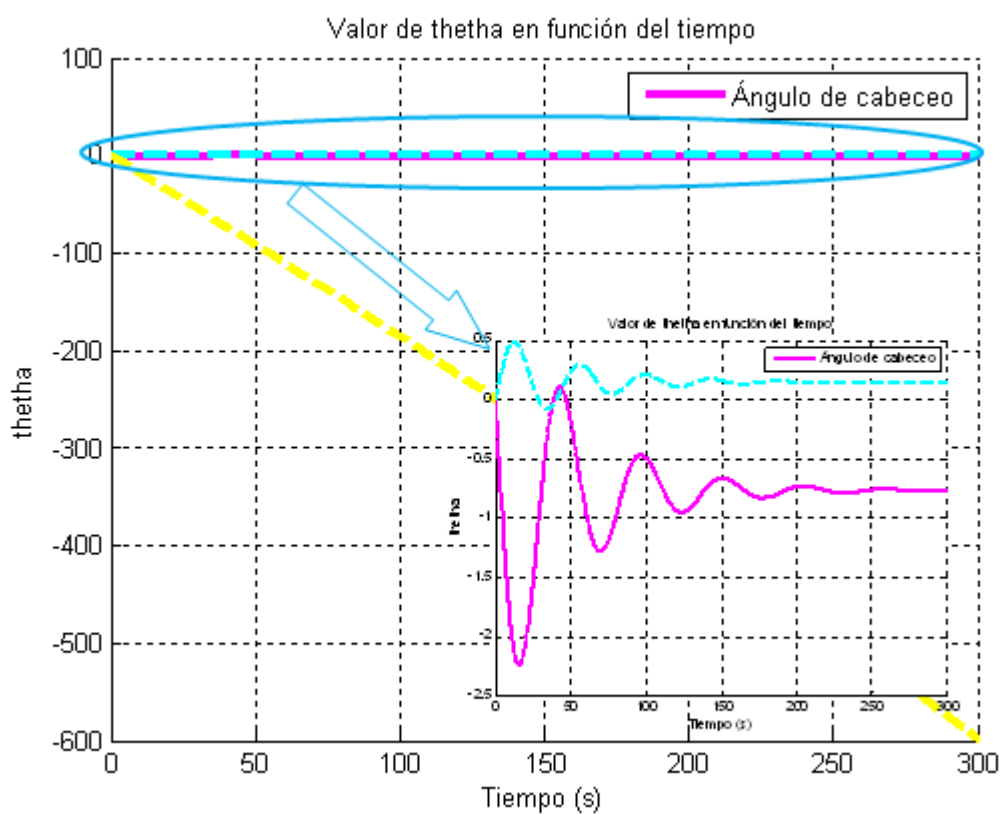


Figura 5.56. - Variación margen estático. Ángulo de cabeceo



6. Estabilidad estática lateral-direccional

Por estabilidad lateral se entiende la capacidad inherente del avión a recuperar su posición de equilibrio en su eje longitudinal. Después de una ráfaga de viento, el avión ha de tender a volver a su posición de alas niveladas. Esta estabilidad será referida sobre el eje de alabeo del avión y se hará referencia al mismo a lo largo de este apartado. El ángulo de alabeo es controlado por los alerones y también se puede conocer como ángulo de balance.

La estabilidad lateral del avión viene proporcionada básicamente por el diseño en ángulo diedro de las alas, por el cual los extremos de las alas están en un plano más alto que la parte anclada al fuselaje si el diedro es positivo, y en un plano más bajo que la parte anclada al fuselaje si el diedro es negativo. El efecto estabilizador de este diseño, se aprecia cuando un ala es bajada súbitamente por una ráfaga de aire y debido a ello el avión se desliza sobre esa ala. Este deslizamiento produce un aumento del ángulo de ataque del ala bajada con respecto del ala que está más alta. Este incremento produce sustentación adicional en el ala bajada haciendo que esta suba y recupere el equilibrio.

La estabilidad direccional concierne al movimiento del avión sobre el eje vertical. Si el eje longitudinal del aeroplano tiende a seguir la trayectoria de vuelo, bien en vuelo recto o en giros, se dice que es direccionalmente estable. Se hará referencia a este eje como el eje de guiñada y vendrá controlada en su mayoría por el estabilizador vertical del avión. La variación en la guiñada la proporcionará el timón de dirección del mismo. Si una racha de viento alcanza al avión por un costado, el mayor par de fuerza ejercido por el estabilizador vertical hará que la cola trate de orientarse hacia la ráfaga, moviendo el morro al lado contrario y recuperando de esta forma la trayectoria.

Estos dos efectos no se deben estudiar por separado, sino que se trata de un problema de acoplamiento lateral-direccional; de forma que, los alerones también generan un momento recuperador en guiñada pero menor que el del timón y a su vez, el timón también produce un pequeño momento recuperador en balance. Para que el avión sea estable se han de verificar los criterios de estabilidad de recuperación del sistema, tal y como se analizará en el siguiente capítulo.



6.1. Criterio de estabilidad estática lateral-direccional

Las características fundamentales de este modelo es que el ala no presenta un ángulo de flecha, con lo cual, se simplifican en gran medida la dificultad de las derivadas laterales. Sin embargo, para este tipo de aviones con configuración de ala alta es necesario introducir un cierto ángulo de diedro positivo para que mejore la controlabilidad del sistema y pueda contribuir al balanceo del mismo. En la siguiente foto se puede apreciar los dos grados de diedro positivo que se han incluido en el avión.



Figura 6.1. - Diedro positivo del avión

Las líneas de estudio en las que se suele articular la estabilidad estática lateral-direccional son las más típicas que se pueden encontrar durante el vuelo, pudiéndose destacar las siguientes: vuelo con viento lateral según un cierto ángulo de resbalamiento, virajes y fallo de un motor. Debido a que solamente se tiene un motor con configuración propulsora, no será necesario realizar el estudio del fallo de uno de los motores de la planta propulsora del avión. Para que un avión sea estable, al igual que ocurría con el estudio de la estabilidad longitudinal, el avión debe verificar un par de criterios inherentes al vuelo.

El criterio de estabilidad lateral consistirá en que el coeficiente de balanceo del avión completo sea negativo, para que cuando una perturbación de viento lateral incida, pueda ser recuperada la posición de vuelo equilibrado.

$$C_{l\beta} < 0 \quad (6.1)$$

El ángulo beta para esta representación, así como para la del siguiente criterio, indicará la inclinación de la orientación del ángulo de resbalamiento de la corriente de aire incidente.



Este criterio se entenderá muy bien con el esquema que se presenta a continuación:

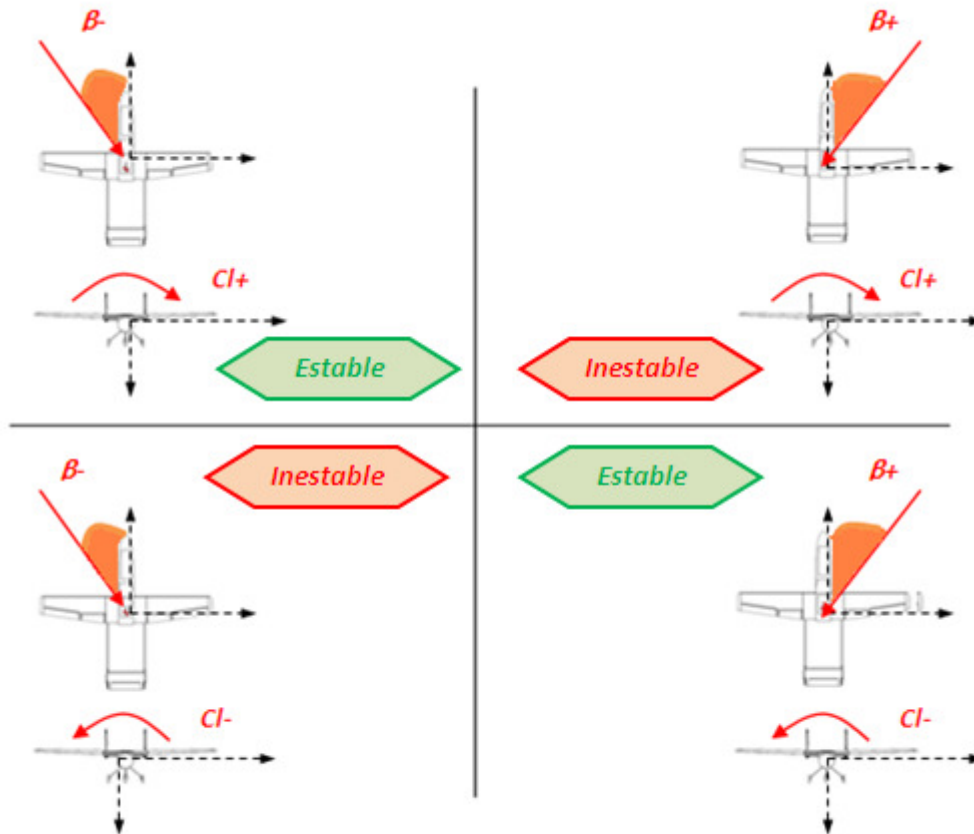


Figura 6.2. - Criterio de estabilidad lateral

El criterio de estabilidad direccional consistirá en que el coeficiente de guiñada del avión completo sea positivo, para que cuando una perturbación de viento lateral incida, éste vuelva a su posición de vuelo nivelado de forma automática.

$$C_{n\beta} > 0 \quad (6.2)$$



La representación gráfica de este criterio se presenta en la figura 6.3.

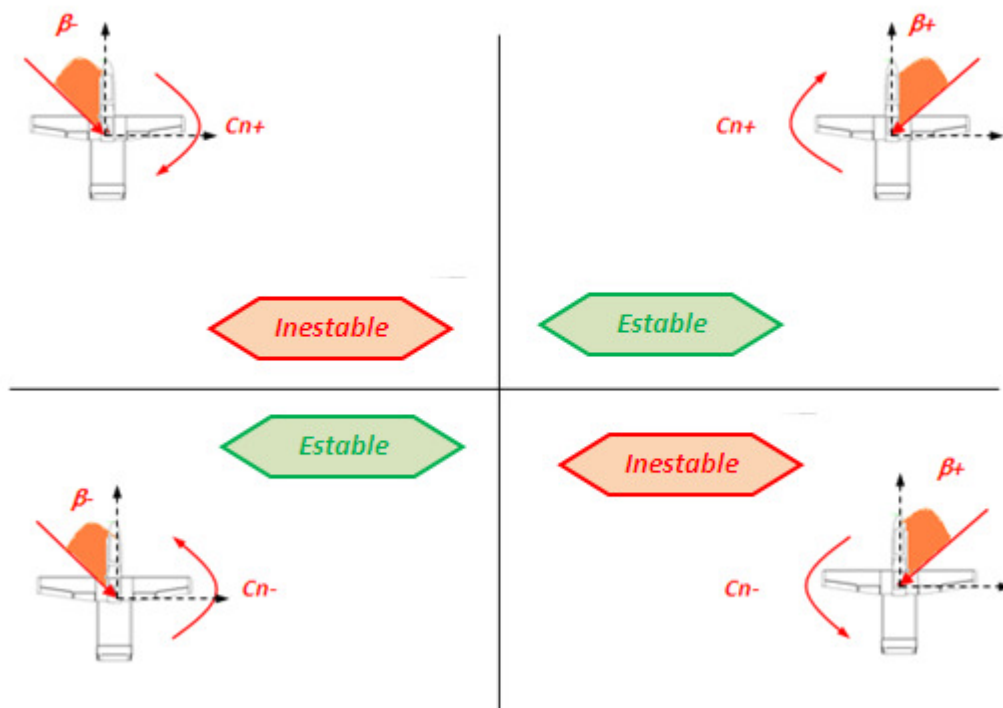


Figura 6.3. - Criterio de estabilidad direccional

6.2. Trimado del avión frente a resbalamiento

Con todo lo expuesto en la sección anterior, se tiene en la siguiente tabla el resumen de las derivadas de estabilidad calculadas para el estudio del trimado del avión.

<i>Derivadas de estabilidad laterales</i>	
$C_{y\beta}$	-0,499
$C_{n\beta}$	0,0817
$C_{l\beta}$	-0,0364
$C_{y\delta a}$	0
$C_{n\delta a}$	-0,0088
$C_{l\delta a}$	0,22
$C_{y\delta r}$	0,2565
$C_{n\delta r}$	-0,1277
$C_{l\delta r}$	0,0233

Figura 6.4. - Derivadas de estabilidad laterales

El estudio del trimado lateral de un avión se suele dividir en varios casos como se argumentó con anterioridad. Puesto que la configuración del avión es de un solo motor, no se va a tener en cuenta el caso típico que se suele estudiar de fallo de uno de los dos motores. Solamente se estudiará el trimado del avión para una configuración de viento cruzado.

El trimado de un avión que se encuentra volando con una corriente de viento lateral inclinado un cierto ángulo β respecto de la dirección longitudinal del vuelo constará de tres valores característicos: una deflexión antisimétrica de los alerones, una deflexión simétrica de los timones de dirección y un cierto ángulo de alabeo al que se dirige el avión en presencia de ese viento actuante.

Las ecuaciones de trimado que se han de resolver son las siguientes:

$$\begin{pmatrix} C_{y\beta} & C_{y\delta a} & C_{y\delta r} \\ C_{l\beta} & C_{l\delta a} & C_{l\delta r} \\ C_{n\beta} & C_{n\delta a} & C_{n\delta r} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \beta \\ \delta a \\ \delta r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -mg \cos \gamma \sin \Phi / qS \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6.3)$$



La configuración más crítica de viento cruzado es la de incidencia $\Gamma = 15^\circ$. Para ese caso, el trimado sería el siguiente:

Viento cruzado $\beta = 15^\circ$		
Alabeo	Deflexión alerón	Deflexión timón
$\phi = 9,005^\circ$	$\delta a = 7,741^\circ$	$\delta r = 9,0592^\circ$

Figura 6.5. - Trimado para un resbalamiento de 15°

Viento cruzado $\beta = 12^\circ$		
Alabeo	Deflexión alerón	Deflexión timón
$\phi = 7,2040^\circ$	$\delta a = 6,1928^\circ$	$\delta r = 7,2474^\circ$

Figura 6.6. - Trimado para un resbalamiento de 12°

Para un resbalamiento de 12° se observa una mejora considerable del trimado del avión, puesto que las exigencias son menores. Se puede hacer un estudio de la variación de las diferentes deflexiones y del alabeo en función de la incidencia de viento. Los alerones y el timón no varían excesivamente con la velocidad pero si con la incidencia del viento. A continuación se estudia esta variación en la figura 6.7 dónde la velocidad se representa en km/h en el eje de abscisas, la deflexión de los alerones en el eje de ordenadas en grados y como variable paramétrica se ha utilizado β que representa el ángulo de resbalamiento del avión, también expresado en grados.

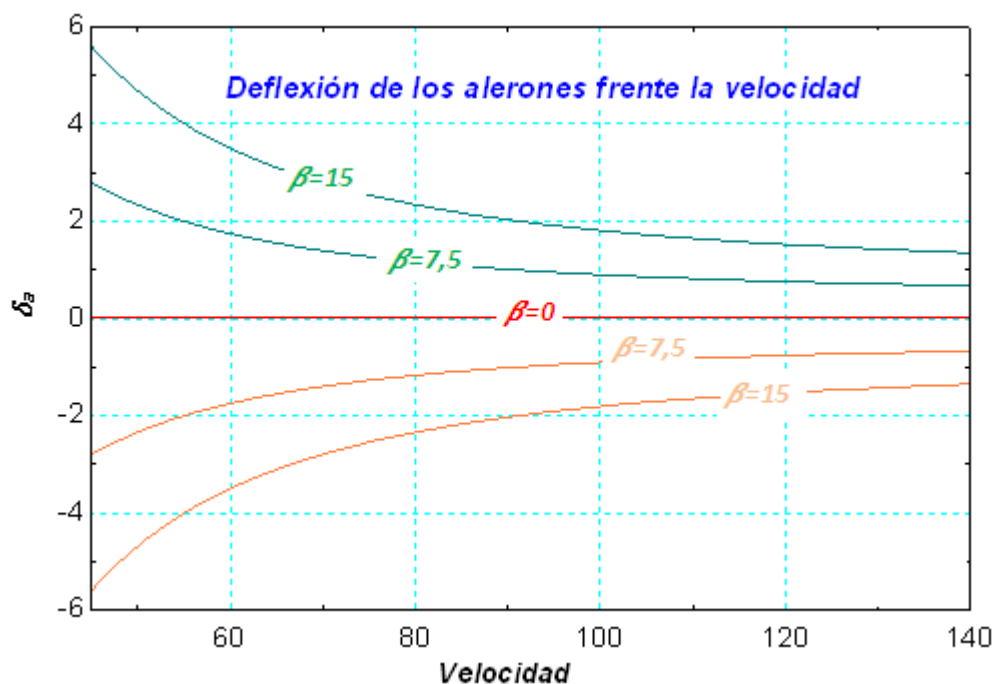


Figura 6.7. - Deflexión de los alerones frente velocidad



Para mayores incidencias en el ángulo de la corriente de aire, se necesitarán mayores deflexiones de los alerones. Se tendrá en cuenta que los alerones se deflectan de forma antisimétrica, por lo que el ala que deflecta el alerón hacia abajo sustenta más que el otro ala dándose una situación de mayor resistencia en una ala que en la otra con el consiguiente efecto de presentar una guiñada adversa. A bajas velocidades el sistema tiende a necesitar mayor deflexión de los alerones, así como de timón de dirección, aunque el efecto de los alerones será más visible.

Al instalarse las superficies de control se tuvo la precaución de otorgar a las mismas el suficiente brazo como para ejecutar deflexiones importantes, puesto que el avión es de observación a baja velocidad.

Para el timón de dirección ocurre la misma situación que con los alerones. Para mayores incidencias de la corriente se necesitará una mayor deflexión del timón de dirección.

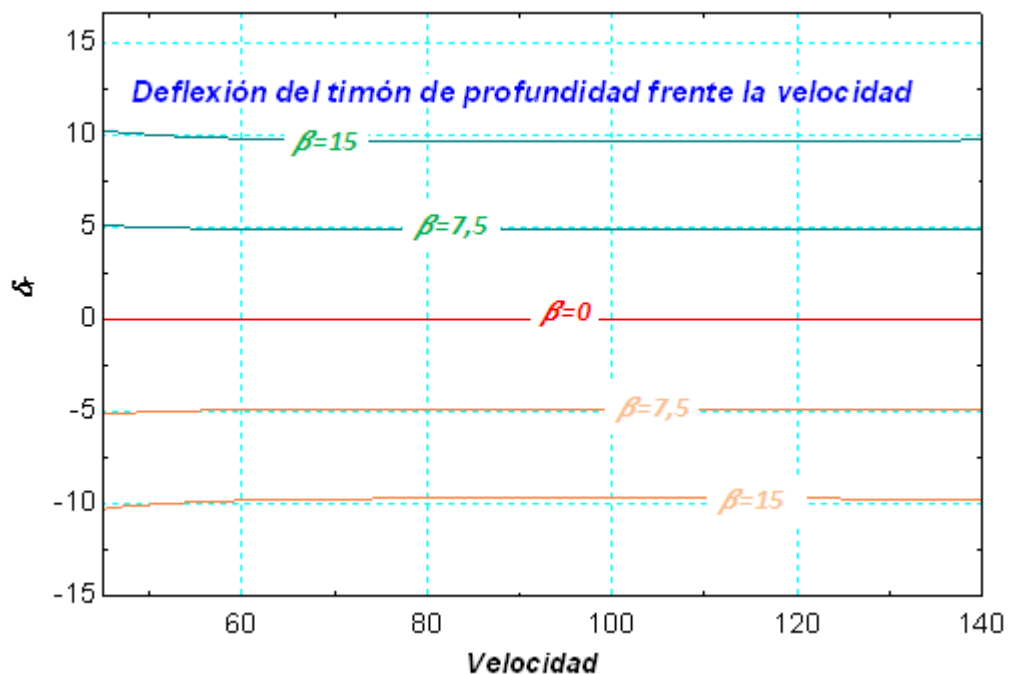


Figura 6.8. - Deflexión del timón de dirección frente a la velocidad

Ha de añadirse al hecho anteriormente descrito que su comportamiento será como el de un avión comercial puesto que su diseño ha sido inferido a partir de modelos teóricos de estos aviones. Por tanto, no deberá ser considerado como un avión radiocontrol, sino que para bajas velocidades requerirá de sendas de planeo suaves, así como de virajes también con amplios radios de giro.

Por el contrario, en la ecuación 6.3 aparece una variación cuadrática con la velocidad de vuelo; por tanto, las curvas que se tienen son parabólicas y crecen conforme aumenta el ángulo de resbalamiento y la velocidad. Para un ángulo nulo, el alabeo del avión será también nulo al igual que la deflexión de los alerones y el timón de dirección.



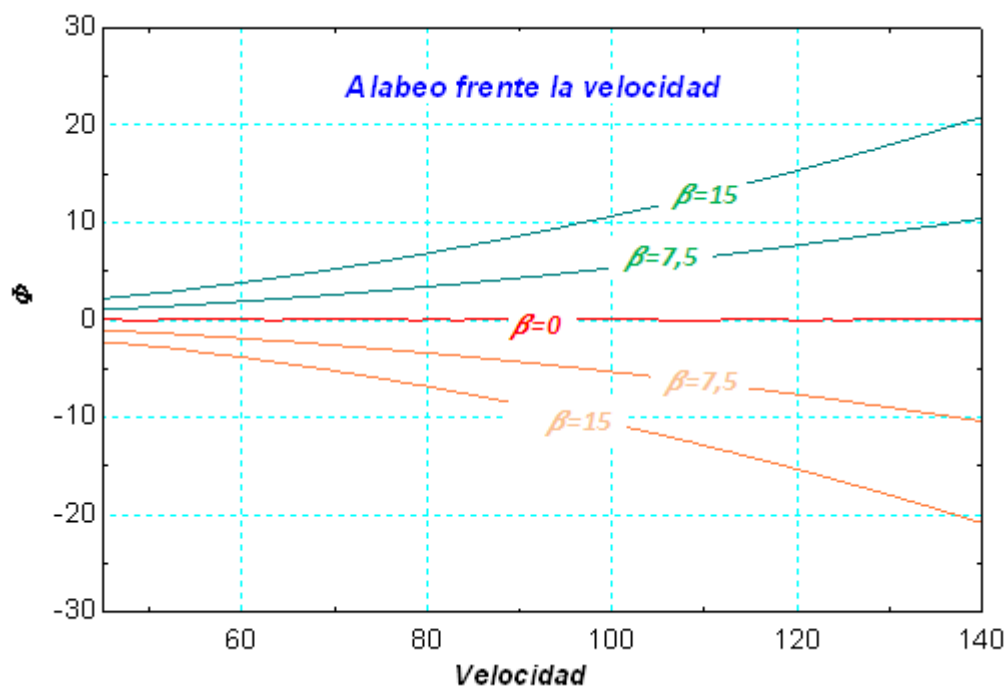


Figura 6.9. - Alabeo frente velocidad

El alabeo se ve influenciado por la velocidad y para compensarlo esa mayor efectividad de las superficies sustentadoras, el avión debe inclinarse sobre su eje longitudinal para soportar ese viento incidente cruzado. Sin embargo, esa inclinación va a ser prácticamente inexistente puesto que para los límites de velocidad del motor se tienen ángulos de alabeo de unos 20° , por lo que el alabeo será apreciable.



6.3. Diferentes configuraciones de vuelo

Será interesante estudiar el comportamiento del avión para los diferentes regímenes de motor. Para la estabilidad longitudinal, el régimen de motor era un factor decisivo y hacía variar fuertemente su comportamiento dinámico respecto de la configuración primigenia de diseño de la fase de crucero. Esto era debido a que la mayor parte de las derivadas de estabilidad necesarias para el estudio de la estabilidad longitudinal son directamente proporcionales al trimado del avión y éste a su vez lo es de la velocidad y del régimen del motor.

En este apartado se apreciará como al ser la mayoría de las derivadas de estabilidad laterales muy poco influenciadas por el trimado del avión, no presentarán grandes variaciones en su valor a altas velocidades; sin embargo, para bajas velocidades como el trimado del avión varía mucho, el trimado lateral del avión se verá algo influenciado. Las gráficas 6.10, 6.11 y 6.12 plasmarán fielmente este hecho.

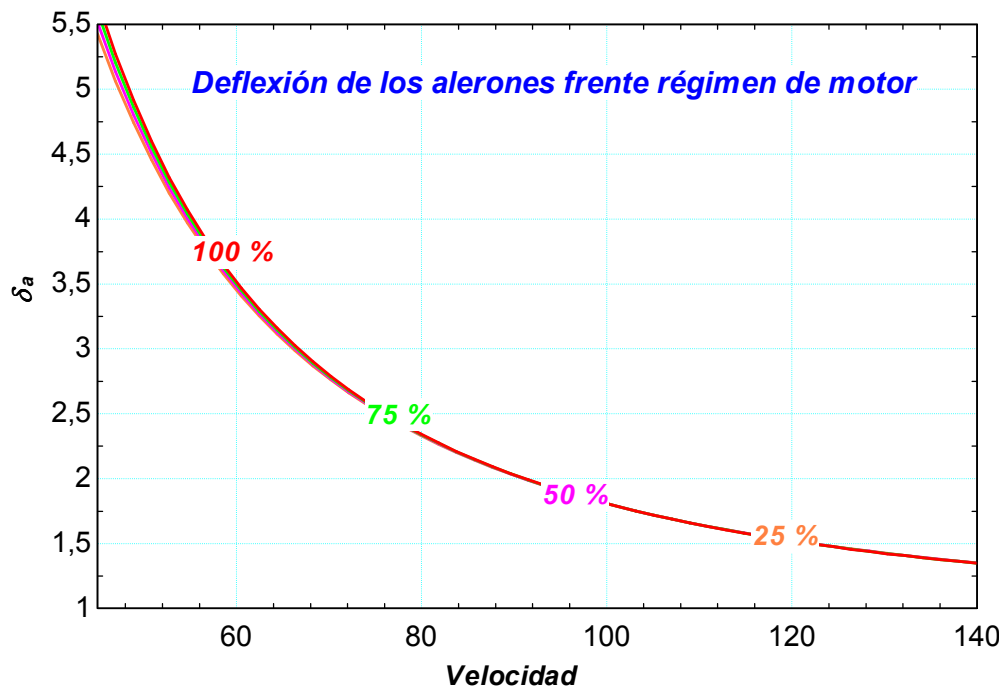


Figura 6.10. - Deflexión de los alerones frente el motor



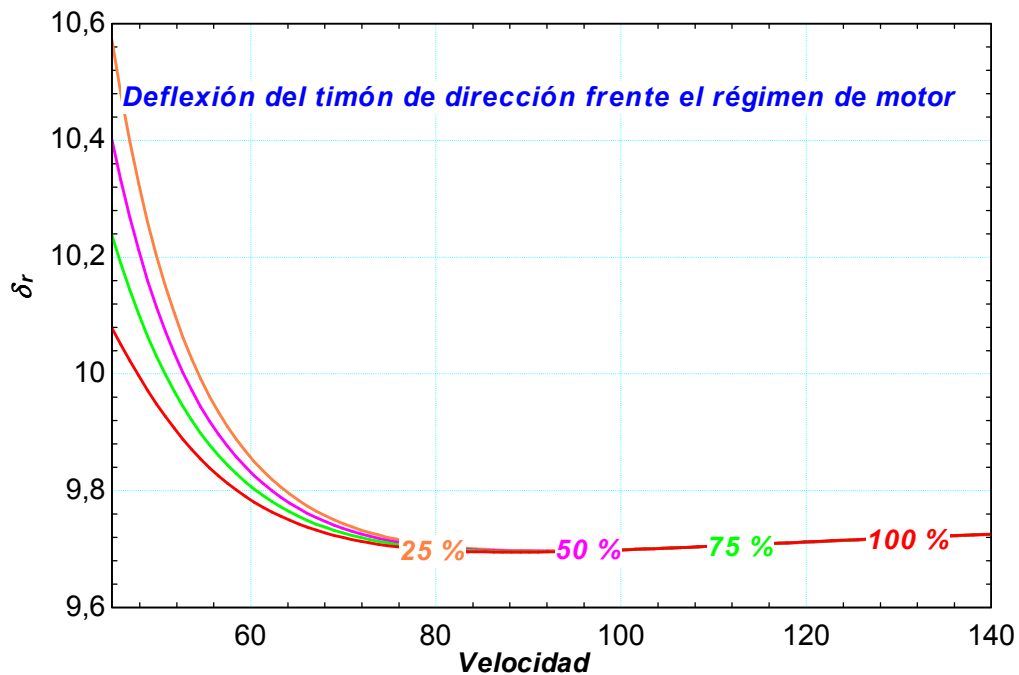


Figura 6.11. - Deflexión del timón de dirección frente el motor

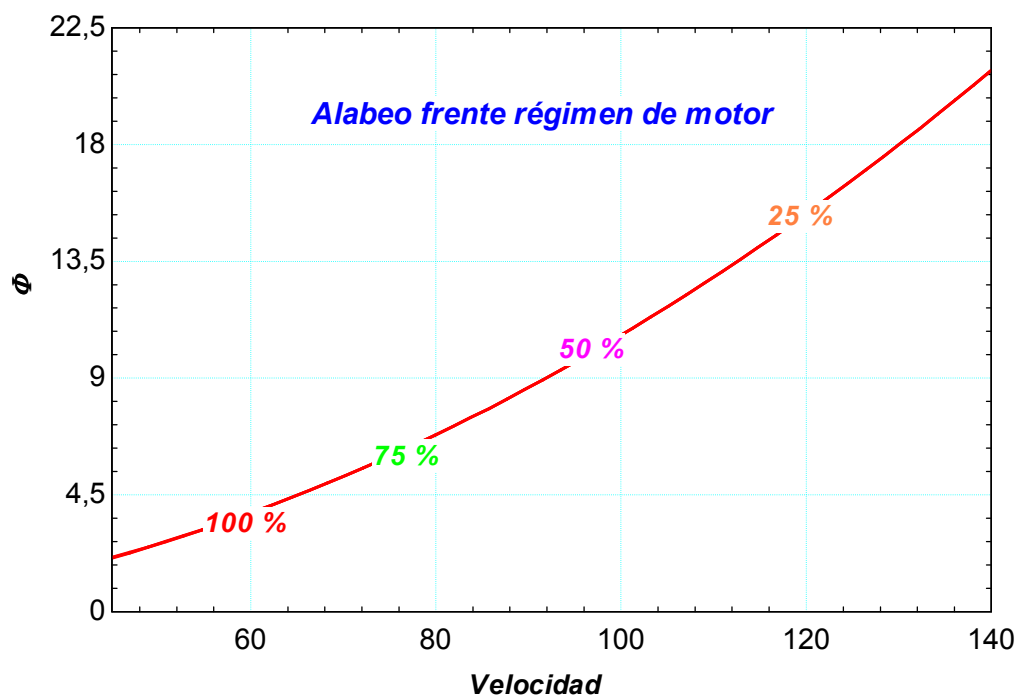


Figura 6.12. - Alabeo frente el motor

Una vez estudiada la variación del trimado lateral respecto del régimen del motor y en el apartado anterior respecto de la velocidad a varios ángulos de resbalamiento diferentes, el estudio del trimado lateral del avión quedaría cerrado para todas las configuraciones posibles de vuelo del avión como el despegue, aterrizaje y crucero.



6.4. Interferencias entre superficies

Todos los aviones sufren interferencias entre sus superficies de control, de forma que en ocasiones la estela producida por alguna de éstas interfiere con otra superficie. Un ejemplo típico de este hecho es que la perturbación del ala suele llegar a la cola. En configuraciones propulsoras, como es el caso, el chorro que proyecta la hélice producirá un aumento de la velocidad de la corriente incidente en la cola, tal y como se estudió en la estabilidad estática longitudinal. Al igual que ocurría con el estabilizador horizontal, esta perturbación también afecta al estabilizador vertical. A continuación se estudiará este hecho con detalle.

6.4.1. Configuración pusher y efectividad del timón de dirección

Para el estudio de la estabilidad lateral, también se tendrá en cuenta la configuración de la cola puesto que el timón de dirección es la zona del avión que contribuye más activamente a la guiñada. El estabilizador está configurado de forma que tiene dos derivas verticales que encajonan el chorro que proyecta la hélice, tal y como se puede apreciar en la siguiente fotografía.

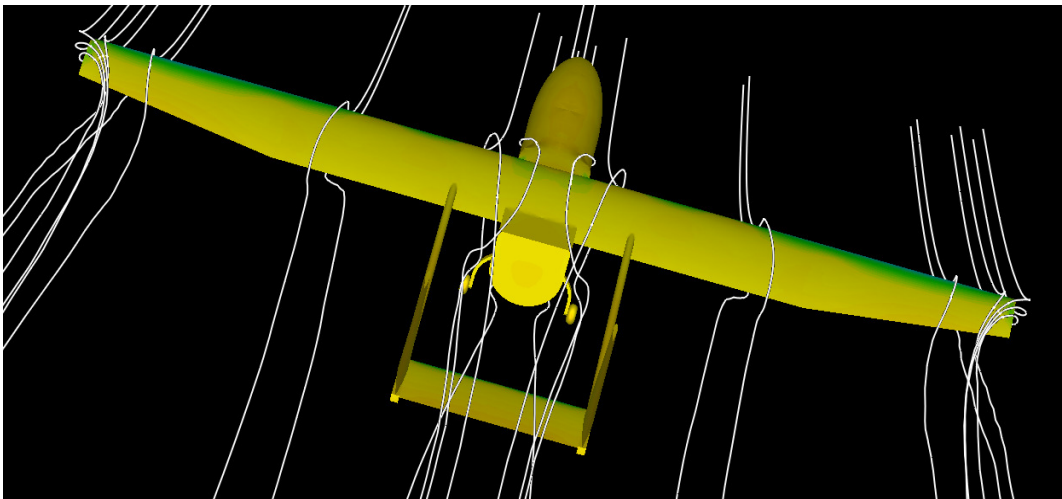


Figura 6.13. - Configuración de dos derivas verticales

Tras el estudio en CFD realizado en [11] por Adrián Martín Cañal, se demostró la mejora considerable que representa la proyección de un chorro dentro de un encajonamiento. Normalmente, la configuración de dos estabilizadores verticales suele ser menos eficiente que la de un único estabilizador vertical; sin embargo, para la configuración de hélice propulsora se mejora bastante la aerodinámica del sistema. El chorro se proyecta en línea recta y está influenciado por la inclinación del viento lateral incidente. Este hecho afectará sobre el trimado lateral del avión. Tanto la figura 6.13 como la 6.14 son parte de [11]

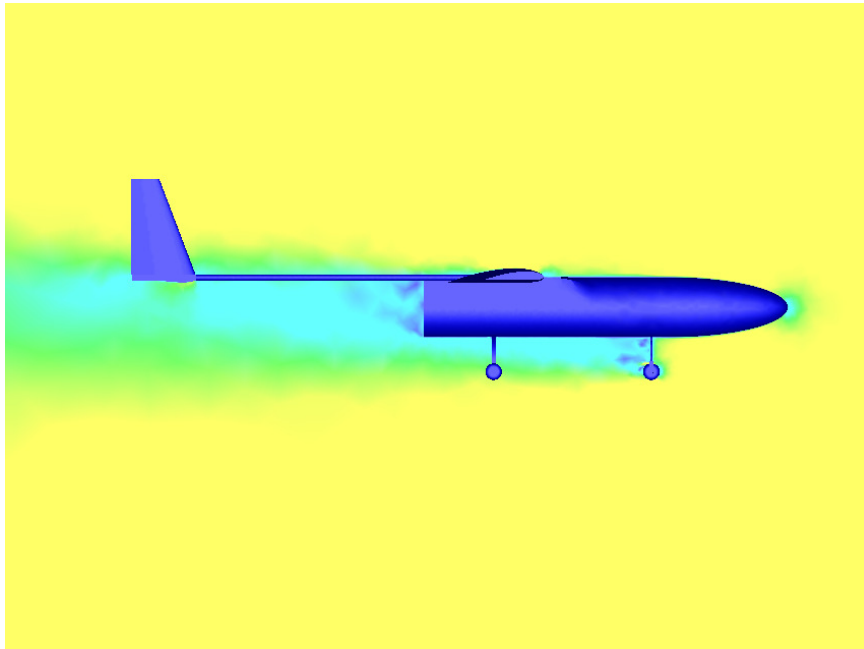


Figura 6.14. - Proyección del chorro hacia la cola

Cálculo del ángulo de resbalamiento proyectado por el ala sobre la cola:

El ala genera torbellinos que pueden llegar a perturbar la corriente que llega al estabilizador vertical, de forma que su efectividad varía. Este efecto, debido a la configuración de la mayoría de los aviones, no llega a ser comparable con el down-wash estudiado en la estabilidad longitudinal. La perturbación del ala en el estabilizador horizontal es unas veinte veces mayor que la perturbación en el estabilizador vertical. El ángulo de resbalamiento proyectado por el ala en el estabilizador vertical es el que se presenta a continuación y se encuentra en la referencia [1]:

$$\sigma_{\beta} = \sigma_{\beta\alpha} \cdot \alpha_{trim} + \sigma_{\beta\Gamma} \cdot \left(\frac{\Gamma}{57,3} \right) + \sigma_{\beta wb} = 0,11^{\circ} \quad (6.4)$$

Este ángulo es muy pequeño y no es importante para el incremento de sustentación que se puede generar sobre uno de los estabilizadores verticales. La perturbación del ala no será considerable sobre los estabilizadores verticales; sin embargo, el chorro una vez que se ha inclinado un cierto ángulo de resbalamiento incrementa la sustentación de uno de los estabilizadores es mayor que la del otro, en consecuencia, la resistencia de ese estabilizador es mayor, de forma que se genera un par de guiñada adverso. En la siguiente figura se puede apreciar como el viento cruzado genera un par de guiñada negativo según el criterio de signos adoptado para este proyecto.



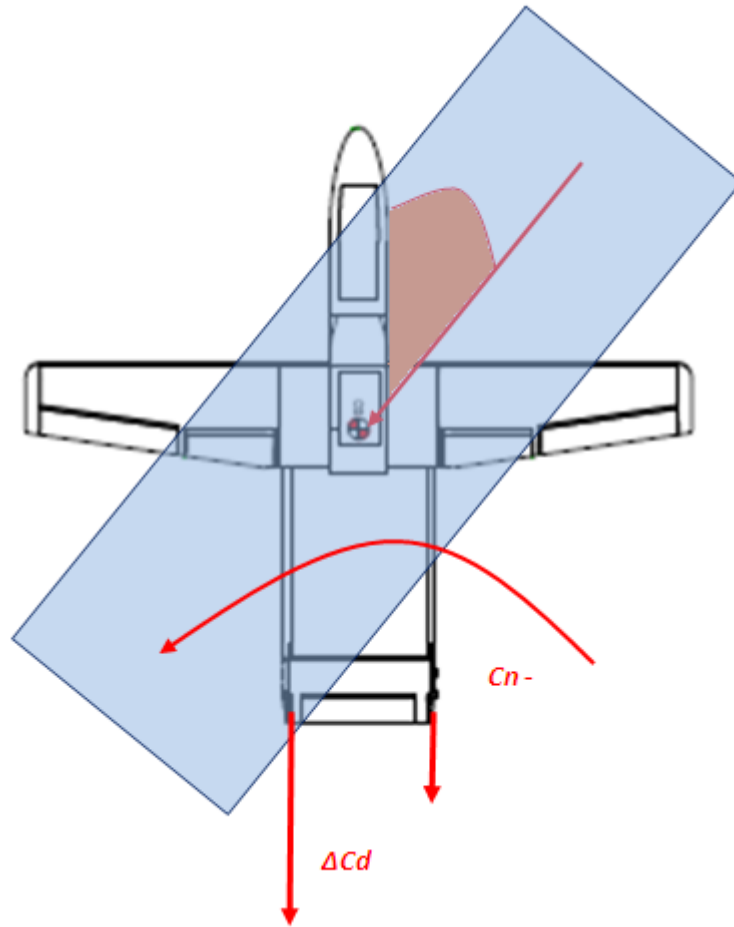


Figura 6.15. - Viento cruzado. Guiñada adversa

La zona afectada por el tubo de corriente es muy pequeña en comparación con la que se tenía en el estabilizador horizontal. Además, esa zona se verá afectada únicamente en el caso de existir viento cruzado.

La guiñada desestabilizante generada por el chorro no es excesivamente considerable, de forma que no será un hecho a tener en cuenta en el diseño. De lo contrario, el proceso a seguir sería generar la curva de sustentación para varias velocidades inducidas del perfil simétrico del estabilizador vertical, hallar la polar del mismo y calcular la resistencia que genera. El incremento de resistencia multiplicado por el brazo medio generará un momento que será equiparable a la guiñada adversa que se genera. Ese momento se adimensionaliza tal y como se hace con los demás y se compara con la derivada de estabilidad en guiñada para ver si es comparable o si por el contrario, tal y como cabría esperar, es un efecto despreciable.

7. Estabilidad dinámica lateral-direccional

La estabilidad dinámica del sistema determinará la capacidad de reacción medida en el tiempo que tendrá la aeronave. Se debe tener la seguridad de que las cualidades de pilotaje de la aeronave son correctas, y no sólo eso, sino que también son lo suficientemente predecibles como para que un sistema de control relativamente simple sea capaz de controlarlo.

El modelo del movimiento lateral-direccional será un modelo lineal, basado en espacio de estado y linealizado en torno a una posición de equilibrio correspondiente a un vuelo crucero recto, estacionario y nivelado. Esta condición de equilibrio corresponde al vuelo del avión no tripulado antes de ser perturbado, es decir antes de aplicar, ya sean condiciones iniciales en el vuelo o deflexiones de las superficies de control. Para el estudio de la estabilidad dinámica lateral-direccional se tendrá que existen dos tipos de respuestas bien diferenciadas y que acometen todas las posibles fluctuaciones del problema de la estabilidad. Estas soluciones se conocen con el nombre de solución forzada y solución libre del sistema.

La solución forzada del sistema consiste en variar la posición de las superficies de control, de forma que el avión produzca variaciones en el momento de guiñada y balanceo global. Este hecho será de capital importancia para el estudio del modo de convergencia en balance.

La solución libre del sistema consiste en comprobar el comportamiento frente a diferentes fluctuaciones en la condición de operación, dejando los alerones y los timones de dirección libres. Este estudio será importante para el modo espiral del avión como se comprobará más adelante.

El estudio se realizará para varias configuraciones de vuelo: vuelo de crucero al 25 % del motor, vuelo de crucero al 75 % del motor, despegue al 100 % y aterrizaje a ralentí.



7.1. Modelo matricial del sistema

El modelo linealizado que se tiene para el estudio del problema dinámico longitudinal estará compuesto por una serie de parámetros, entre los que se puede destacar: las derivadas de estabilidad, las variables a calcular y las señales de control.

El sistema de ecuaciones linealizado es el conjunto de ecuaciones que se han mostrado en el apartado 2.3. En estas ecuaciones se observa un vector de cinco variables, el vector “x”. Estas variables aparecen junto con sus derivadas primeras. Las variables de control aparecen en un vector de dos variables “u” y se corresponden con la deflexión de los alerones y la deflexión del timón de dirección. El resto de derivadas y parámetros se organizarán de forma matricial, apareciendo una matriz “A” que multiplica al vector de variables y una matriz “B” que multiplica al vector “u” de variables de control. La expresión del sistema aparece en (7.1).

$$\dot{x} = A \cdot x + B \cdot u \quad (7.1)$$

La entrada “u” es la perturbación del timón de dirección y los alerones (la señal de control)

$$u = \begin{bmatrix} \Delta\delta_r \\ \Delta\delta_a \end{bmatrix} \quad (7.2)$$

Siendo “x”, el vector de las incógnitas del problema dinámico:

$$x = \begin{bmatrix} \Delta\beta \\ \Delta\phi \\ p \\ \Delta\Psi \\ r \end{bmatrix} \quad (7.3)$$

La matriz de coeficientes que multiplica a las variables independientes es una matriz de 5x5 dimensiones.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{pmatrix} \quad (7.4)$$

Cada uno de los términos de la matriz dependerá de las derivadas de estabilidad que se estudiaron en el apartado anterior y una serie de parámetros adimensionales que facilitan la nomenclatura de los diferentes coeficientes de la matriz. A continuación se presentan cada uno de los términos de la matriz “A”.

$$a_{11} = \frac{C_{y\beta}}{\mu - b_{med} \cdot C_{y\beta}}$$

$$a_{12} = \frac{C_{y\phi}}{\mu - b_{med} \cdot C_{y\beta}}$$



$$\begin{aligned}
 a_{13} &= \frac{C_{yp} \cdot b_{med}}{\mu - b_{med} \cdot C_{y\dot{\beta}}} \\
 a_{14} &= 0 \\
 a_{15} &= -\frac{\mu - b_{med} \cdot C_{yr}}{\mu - b_{med} \cdot C_{y\dot{\beta}}} \\
 a_{21} &= a_{22} = a_{23} = a_{24} = a_{25} = 0 \\
 a_{31} &= C_{l\beta} \cdot I_{z1'} + C_{n\beta} \cdot I_{xz1'} + \xi_1 \cdot b_{med} \cdot a_{11} \\
 a_{32} &= \xi_1 \cdot b_{med} \cdot a_{12} \\
 a_{33} &= C_{lp} \cdot I_{z1'} \cdot b_{med} + C_{np} \cdot I_{xz1'} \cdot b_{med} + \xi_1 \cdot b_{med} \cdot a_{13} \\
 a_{34} &= 0 \\
 a_{35} &= C_{lr} \cdot I_{z1'} \cdot b_{med} + C_{nr} \cdot I_{xz1'} \cdot b_{med} + \xi_1 \cdot b_{med} \cdot a_{15} \\
 a_{41} &= a_{42} = a_{43} = a_{44} = 0 \\
 a_{45} &= 1 \\
 a_{51} &= C_{n\beta} \cdot I_{x1'} + C_{l\beta} \cdot I_{xz1'} + \xi_2 \cdot b_{med} \cdot a_{11} \\
 a_{52} &= \xi_2 \cdot b_{med} \cdot a_{22} \\
 a_{53} &= b_{med} \cdot (C_{np} \cdot I_{x1'} + C_{lp} \cdot I_{xz1'} + \xi_2 \cdot a_{13}) \\
 a_{54} &= 0 \\
 a_{55} &= b_{med} \cdot (C_{nr} \cdot I_{x1'} + C_{lr} \cdot I_{xz1'} + \xi_2 \cdot a_{15})
 \end{aligned} \tag{7.5)-(7.18}$$

De esta forma quedan definidos todos los coeficientes de la matriz "A". A continuación se presentará la matriz "B":

$$B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \\ b_{41} & b_{42} \\ b_{51} & b_{52} \end{pmatrix} \tag{7.19}$$

$$B = \begin{pmatrix} \frac{C_{y\delta a}}{\mu - b_{med} \cdot C_{y\dot{\beta}}} & \frac{C_{y\delta r}}{\mu - b_{med} \cdot C_{y\dot{\beta}}} \\ 0 & 0 \\ C_{l\delta a} \cdot I_{z1'} + C_{n\delta a} \cdot I_{xz1'} + \xi_1 \cdot b_{med} \cdot b_{11} & C_{l\delta r} \cdot I_{z1'} + C_{n\delta r} \cdot I_{xz1'} + \xi_1 \cdot b_{med} \cdot b_{12} \\ 0 & 0 \\ C_{n\delta a} \cdot I_{x1'} + C_{l\delta a} \cdot I_{xz1'} + \xi_2 \cdot b_{med} \cdot b_{11} & C_{n\delta r} \cdot I_{x1'} + C_{l\delta r} \cdot I_{xz1'} + \xi_2 \cdot b_{med} \cdot b_{12} \end{pmatrix} \tag{7.20}$$



Este modelo de ecuaciones es también llamado modelo característico de la estabilidad dinámica lateral-direccional, y siendo un modelo tradicional de un problema diferencial lineal ofrece unas soluciones en forma de exponenciales amortiguadas como moduladoras y transportadoras. Tiene una solución oscilatoria que determina el modo de respuesta de todo el sistema frente a perturbaciones.

La convergencia corresponde con la raíz negativa de los autovalores de la matriz. A diferencia de lo que ocurría con la estabilidad longitudinal, ahora existen modos reales sin parte compleja, por lo que dichos modos no son oscilatorios pero también aportarán información de la dinámica del sistema.

En la siguiente tabla aparece el valor de las matrices para cada una de las cuatro situaciones objeto de estudio. Acto seguido, en la figura 7.2 aparecen los autovalores del sistema.

Segmentos de vuelo	Matriz A	Matriz B
Crucero al 25 %	$\begin{pmatrix} -0,3416 & 0,1369 & 0,0000 & 0,0000 & -1,0000 \\ 0,0000 & 0,0000 & 1,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ -14,906 & 0,0000 & -14,823 & 0,0000 & 1,8316 \\ 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 1,0000 \\ 9,1644 & 0,0000 & -0,1642 & 0,0000 & -1,555 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,0000 & 0,1756 \\ 0,0000 & 0,0000 \\ 90,042 & 9,5281 \\ 0,0000 & 0,0000 \\ -1,006 & -14,327 \end{pmatrix}$
Crucero al 75 %	$\begin{pmatrix} -0,5314 & 0,2130 & 0,0000 & 0,0000 & -1,0000 \\ 0,0000 & 0,0000 & 1,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ -44,758 & 0,0000 & -22,957 & 0,0000 & -0,639 \\ 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 1,0000 \\ 22,473 & 0,0000 & 0,338 & 0,0000 & -1,972 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,0000 & 0,2731 \\ 0,0000 & 0,0000 \\ 217,87 & 23,056 \\ 0,0000 & 0,0000 \\ 3,047 & -34,667 \end{pmatrix}$
Despegue	$\begin{pmatrix} -0,1898 & 0,0761 & 0,0000 & 0,0000 & -1,0000 \\ 0,0000 & 0,0000 & 1,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ -0,5943 & 0,0000 & -8,6376 & 0,0000 & 6,0920 \\ 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 1,0000 \\ 3,5941 & 0,0000 & -0,9184 & 0,0000 & -1,406 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,0000 & 0,0976 \\ 0,0000 & 0,0000 \\ 27,793 & 2,9408 \\ 0,0000 & 0,0000 \\ -3,142 & -4,4220 \end{pmatrix}$
Aterrizaje	$\begin{pmatrix} -0,1898 & 0,0761 & 0,0000 & 0,0000 & -1,0000 \\ 0,0000 & 0,0000 & 1,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ -0,3020 & 0,0000 & -8,1756 & 0,0000 & 5,7476 \\ 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 1,0000 \\ 3,5115 & 0,0000 & -0,8995 & 0,0000 & -1,3493 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,0000 & 0,0976 \\ 0,0000 & 0,0000 \\ 27,793 & 2,9408 \\ 0,0000 & 0,0000 \\ -2,982 & -4,4220 \end{pmatrix}$

Figura 7.1. - Tabla de matrices del sistema



<i>Autovalores estabilidad lateral-direccional</i>				
<i>Crucero al 25 %</i>	<i>-14,8229</i>	<i>$-0.945 \pm 3.011 i$</i>	<i>-0,0059</i>	<i>0</i>
<i>Crucero al 75 %</i>	<i>-22,9344</i>	<i>$-1,2425 \pm 4,6495 i$</i>	<i>-0,0411</i>	<i>0</i>
<i>Despegue</i>	<i>-7,8425</i>	<i>$-1,2176 \pm 1,7648 i$</i>	<i>0,0444</i>	<i>0</i>
<i>Aterrizaje</i>	<i>-7,3948</i>	<i>$-1,1827 \pm 1,7533 i$</i>	<i>0,0455</i>	<i>0</i>

Figura 7.2. - Tabla autovalores estabilidad lateral-direccional



7.2. Solución para varios segmentos de vuelo

En esta sección se discutirá la respuesta lateral del avión. Existen dos tipos de respuestas: la libre y la forzada. La solución libre corresponde a la respuesta que se tiene ante unas condiciones iniciales cero a la entrada y es el indicativo de la dinámica del sistema. Se simulará mediante un impulso en el sistema; por tanto, se asume que el timón de dirección y los alerones se encuentran fijos. Esta solución será muy representativa para el modo de balanceo holandés y para el modo espiral.

La solución forzada corresponde a la respuesta que se tiene ante unas condiciones iniciales cero a la entrada pero introduciendo una perturbación. Se simulará mediante un escalón en el sistema; por tanto, se asume que los alerones son movidos de una forma específica hacia una nueva posición y se fija en ésta última. Esta solución será indicativa para el modo de convergencia en balance.

La dinámica del sistema se estudiará en diferentes segmentos de vuelo para diferentes velocidades y regímenes de motor, siendo los que más información aportan los siguientes:

1. Crucero al 25 % del motor y una velocidad de vuelo moderada (90 km/h).
2. Crucero al 75 % del motor y una velocidad de vuelo elevada (140 km/h).
3. Despegue al 100 % del motor y a la velocidad de despegue (50 km/h). También puede simular la situación de un aborto del aterrizaje.
4. Aterrizaje a ralentí y cercano a la velocidad de entrada en pérdida (50 km/h).

Las derivadas de estabilidad para estos cuatro segmentos de vuelo son las que se presentan en la siguiente tabla:

Valor de las derivadas de estabilidad laterales				
Derivadas de estabilidad	Crucero 25 %	Crucero 75 %	Despegue	Aterrizaje
$C_{y\beta}$	-0,4990	-0,4990	-0,4990	-0,4990
$C_{l\beta}$	0,0817	0,0828	0,1038	0,1014
$C_{n\beta}$	-0,0364	-0,0452	-0,0047	-0,0024
$C_{y\delta a}$	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$C_{l\delta a}$	-0,0088	0,0114	-0,0906	-0,0860
$C_{n\delta a}$	0,2200	0,2200	0,2200	0,2200
$C_{y\delta r}$	0,2565	0,2565	0,2565	0,2565
$C_{l\delta r}$	-0,1277	-0,1277	-0,1277	-0,1277
$C_{n\delta r}$	0,0233	0,0233	0,0233	0,0233
C_{yp}	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
C_{lp}	-0,6439	-0,6411	-0,6754	-0,6393
C_{np}	-0,0265	0,0340	-0,2625	-0,2571
C_{yr}	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
C_{lr}	0,0795	-0,0179	0,4762	0,4493
C_{nr}	-0,2464	-0,2009	-0,4007	-0,3846

Figura 7.3. – Tabla de derivadas de estabilidad laterales



En las siguientes gráficas se va a estudiar el comportamiento para las distintas situaciones estudiadas según las cinco variables del sistema, siendo primordial la referente al ángulo de resbalamiento, la del momento de balance y la de la guiñada. Las figuras que van desde la 7.4 a la 7.13 se van a presentar de forma que cada par de figuras representa la solución libre (a la izquierda) y la solución forzada (a la derecha).

Perturbación del alerón:

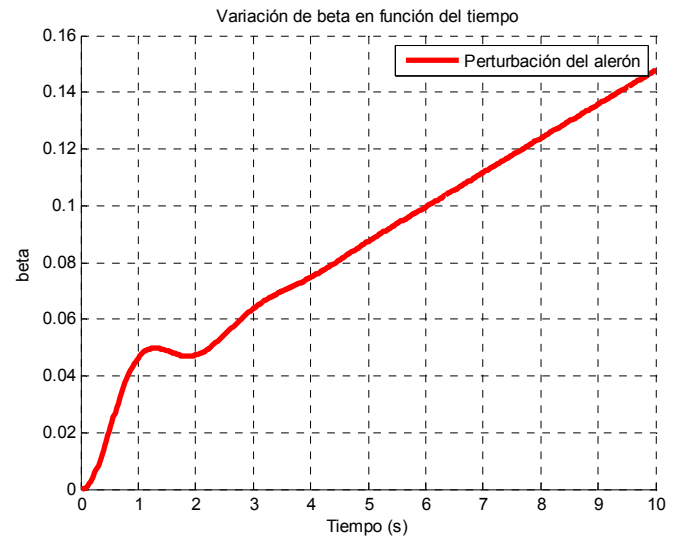
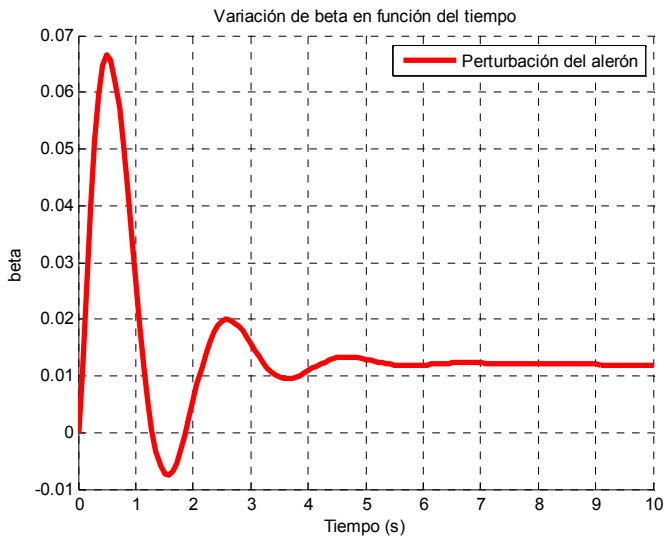


Figura 7.4. - Variación de β frente perturbación del alerón

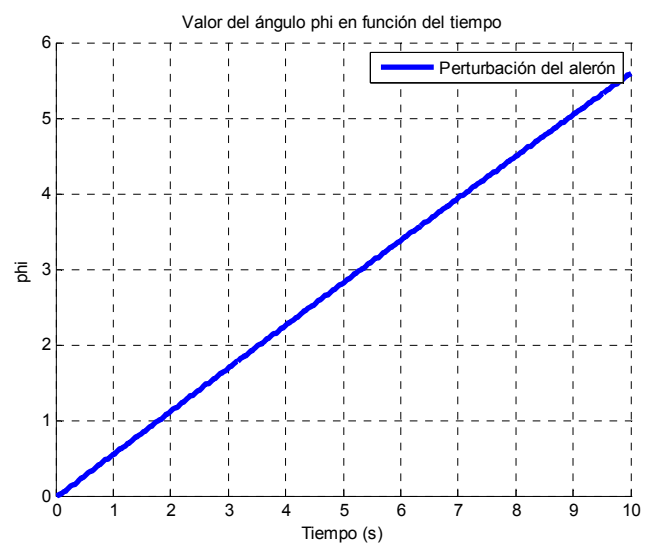
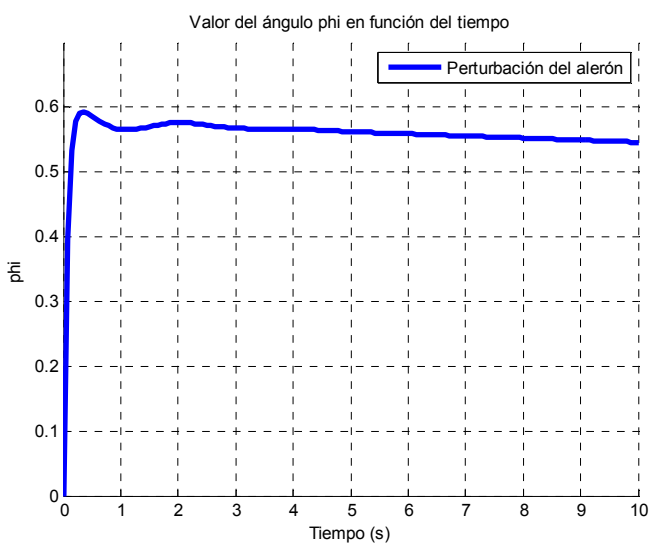


Figura 7.5. - Variación de ϕ frente perturbación del alerón



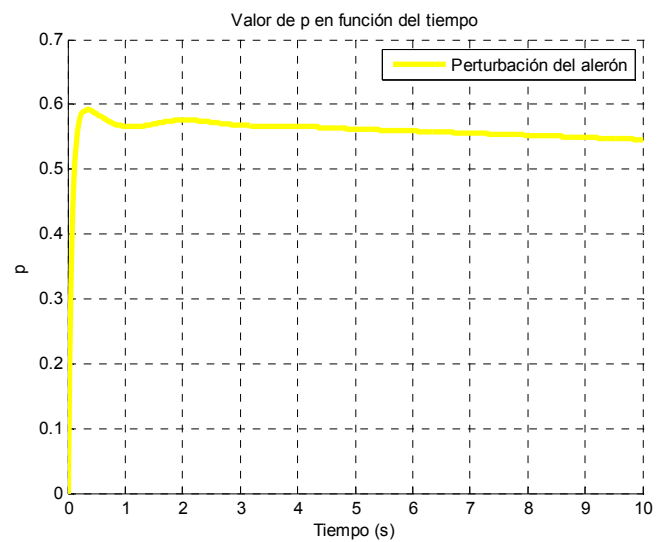
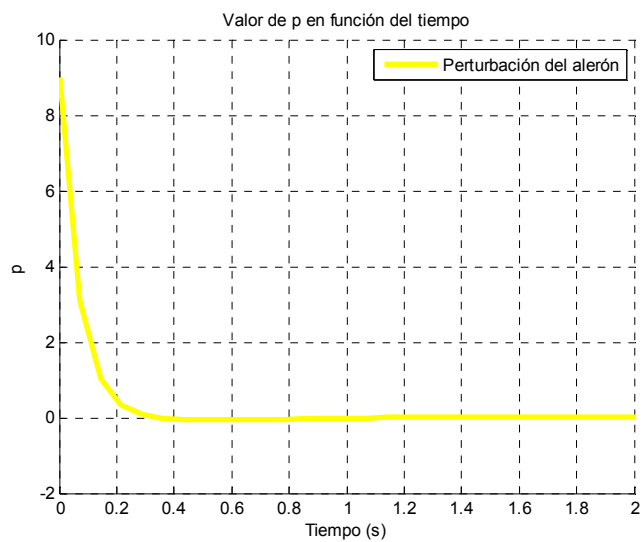


Figura 7.6. - Variación de p frente perturbación del alerón

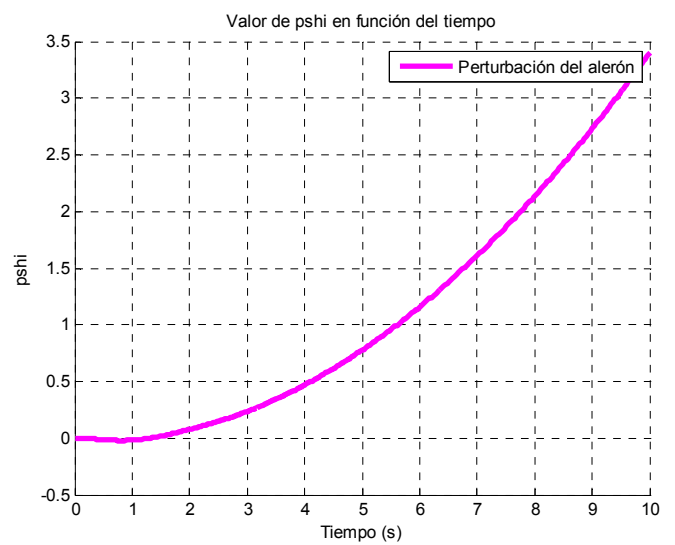
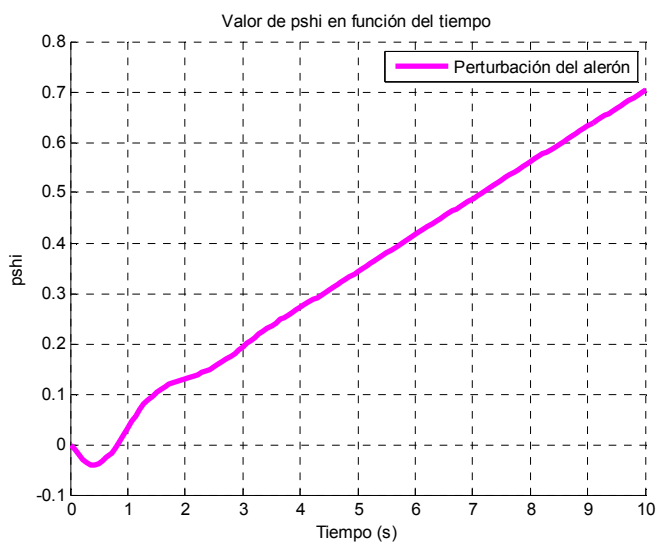


Figura 7.7. - Variación de ψ frente perturbación del alerón



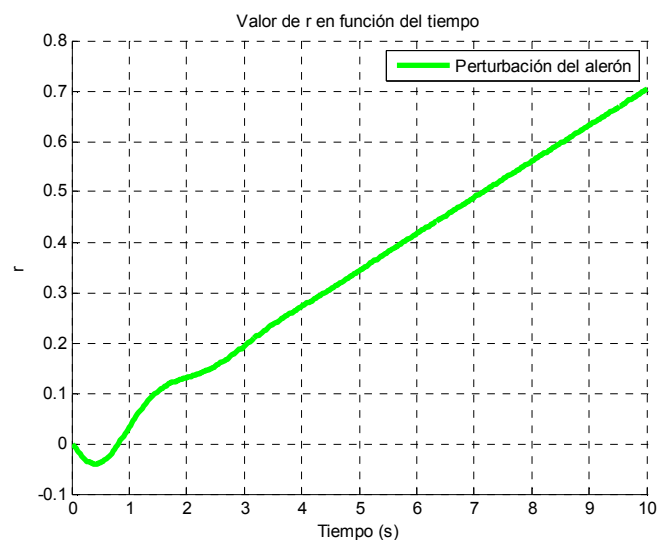
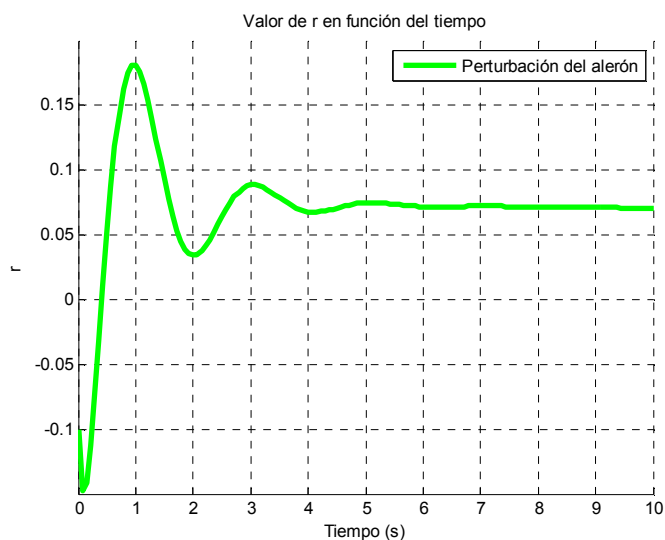


Figura 7.8. - Variación de r frente perturbación del alerón

Perturbación del timón de dirección:

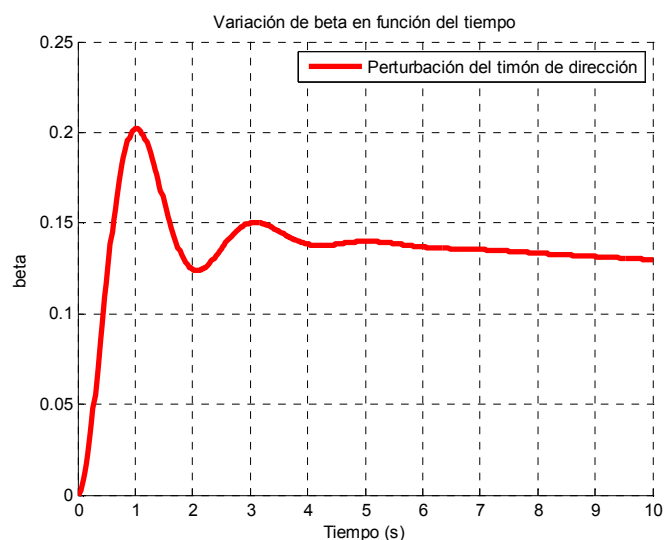
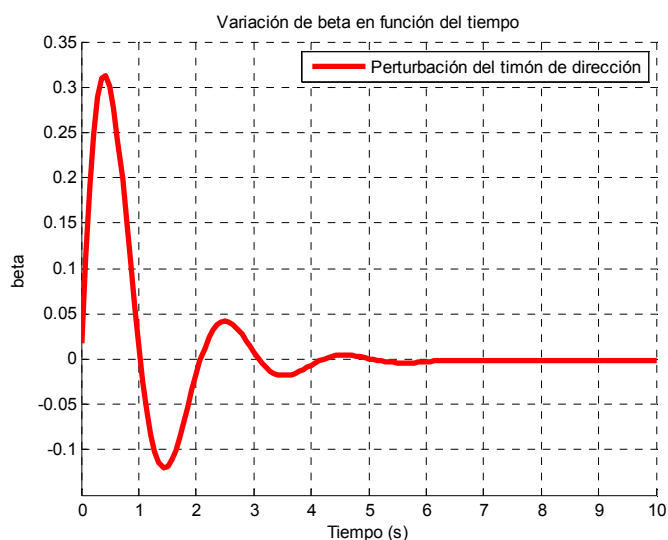


Figura 7.9. - Variación de β frente perturbación del timón de dirección



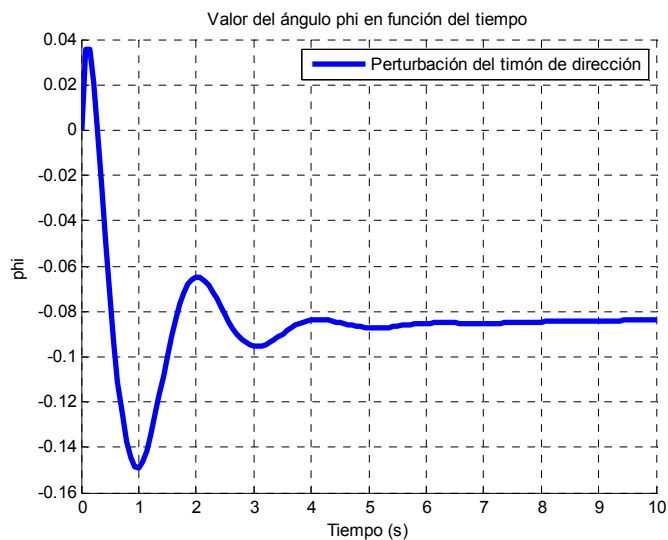


Figura 7.10. - Variación de ϕ frente perturbación del timón de dirección

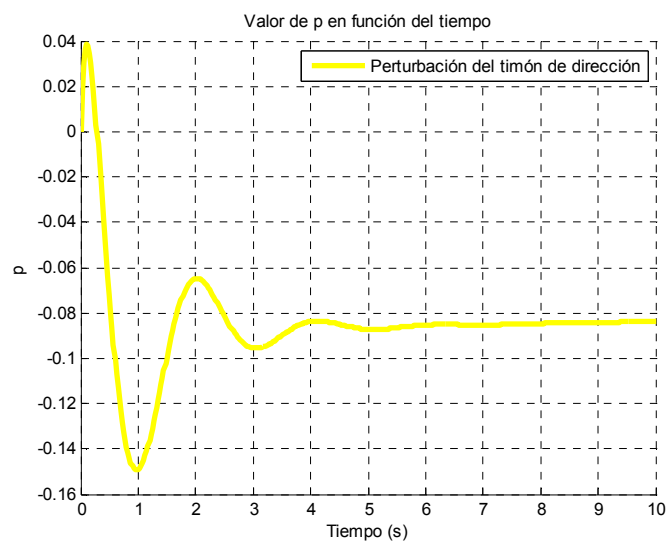
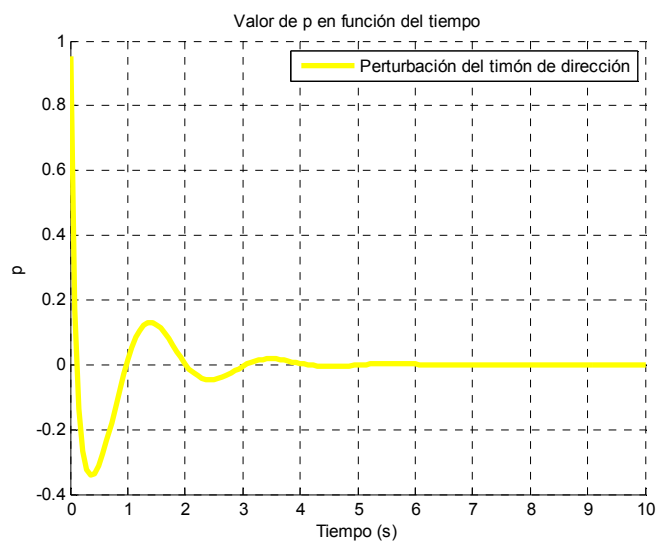
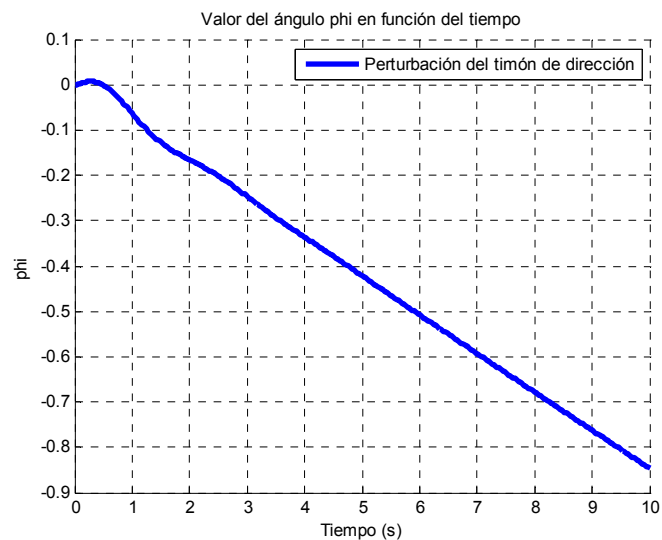


Figura 7.11. - Variación de p frente perturbación del timón de dirección



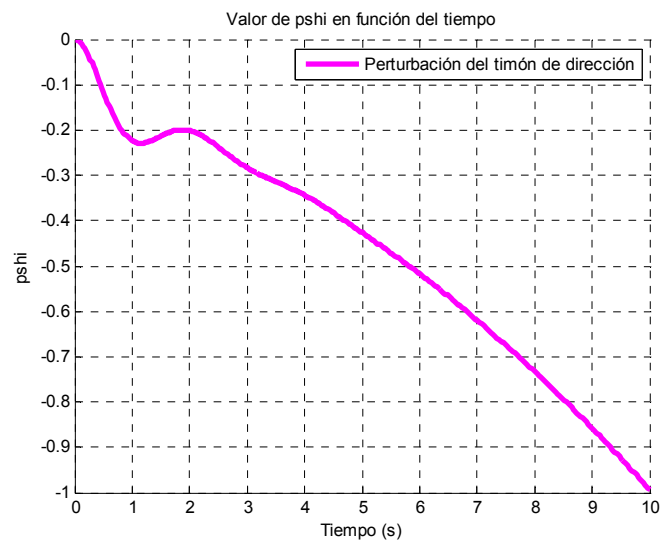
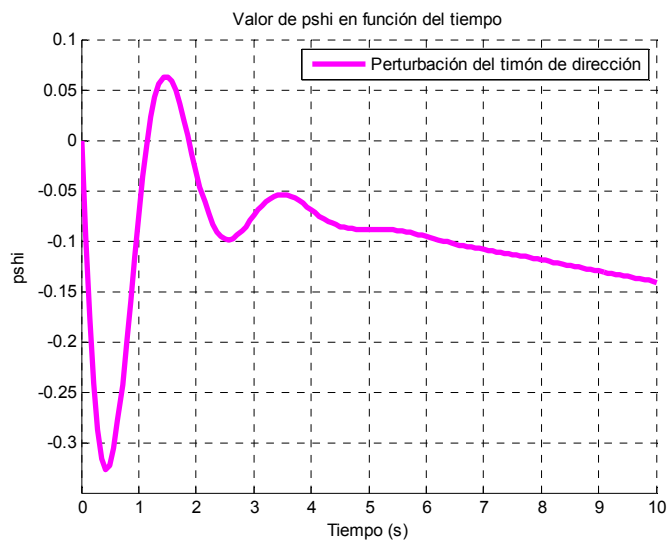


Figura 7.12. - Variación de Ψ frente perturbación del timón de dirección

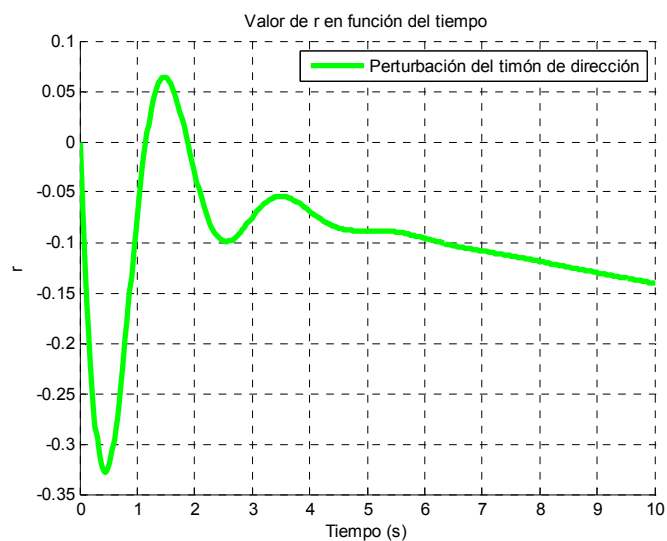
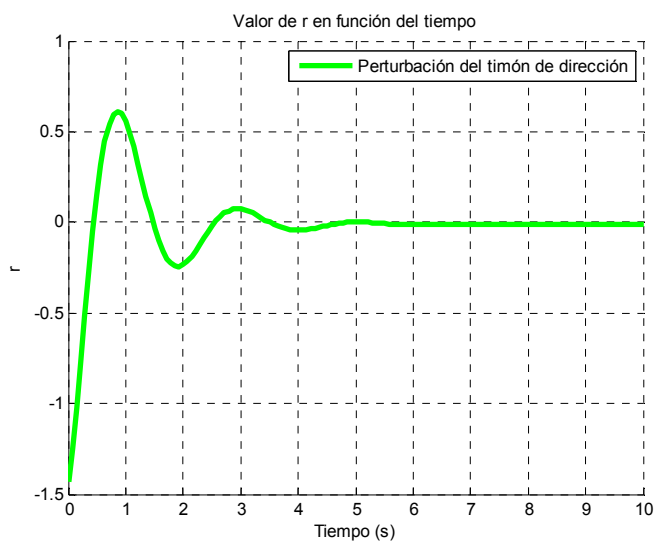


Figura 7.13. - Variación de r frente perturbación del timón de dirección



7.2.1. Modo de convergencia en balance

El modo de convergencia en balance es un modo no oscilatorio y trata de cuantificar la recuperación del avión con respecto de una perturbación en el eje de balance del avión. Si se introduce una deflexión al alerón constante y sostenida, el sistema tiende a continuar con el ángulo de balance adquirido debido a esa deflexión. Sin embargo, en el instante en el que se deja libre el alerón, el sistema tiende automáticamente a volver a su posición de equilibrio. La recuperación suele ser bastante rápida, puesto que el valor del autovalor es elevado y negativo. En la figura 7.14 se puede apreciar un esquema gráfico de la recuperación del sistema.

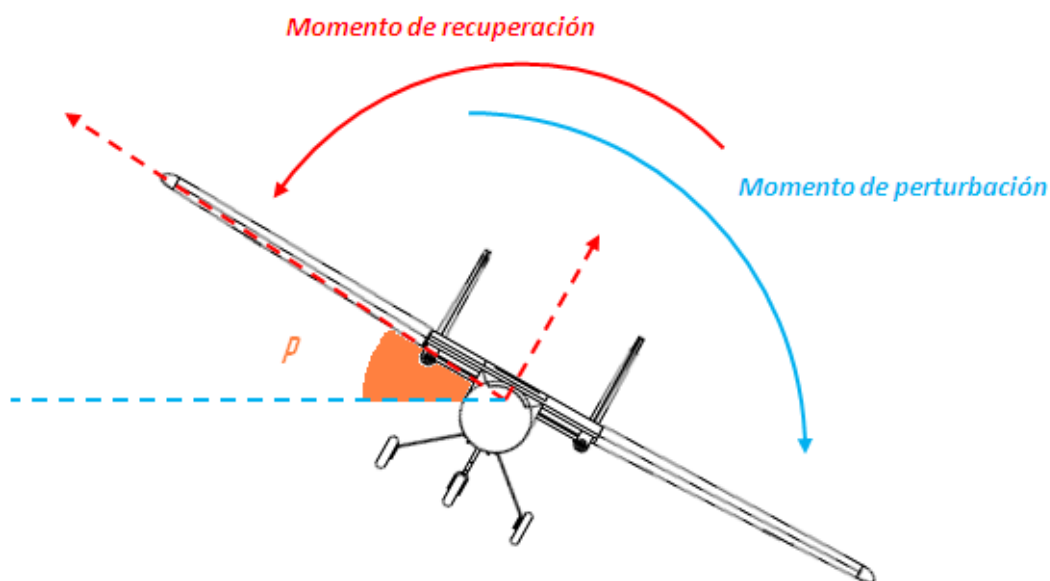


Figura 7.14. - Modo de convergencia en balance

Para el modo de convergencia en balance se presentará a continuación la tabla en la que aparece reflejados sus autovalores para las diferentes configuraciones de vuelo.

<i>Modo de convergencia en balance</i>	
	<i>Autovalores</i>
<i>Crucero al 25 %</i>	<i>-14,8229</i>
<i>Crucero al 75 %</i>	<i>-22,9344</i>
<i>Despegue</i>	<i>-7,8425</i>
<i>Aterrizaje</i>	<i>-7,3948</i>

Figura 7.15. - Tabla del modo de convergencia en balance



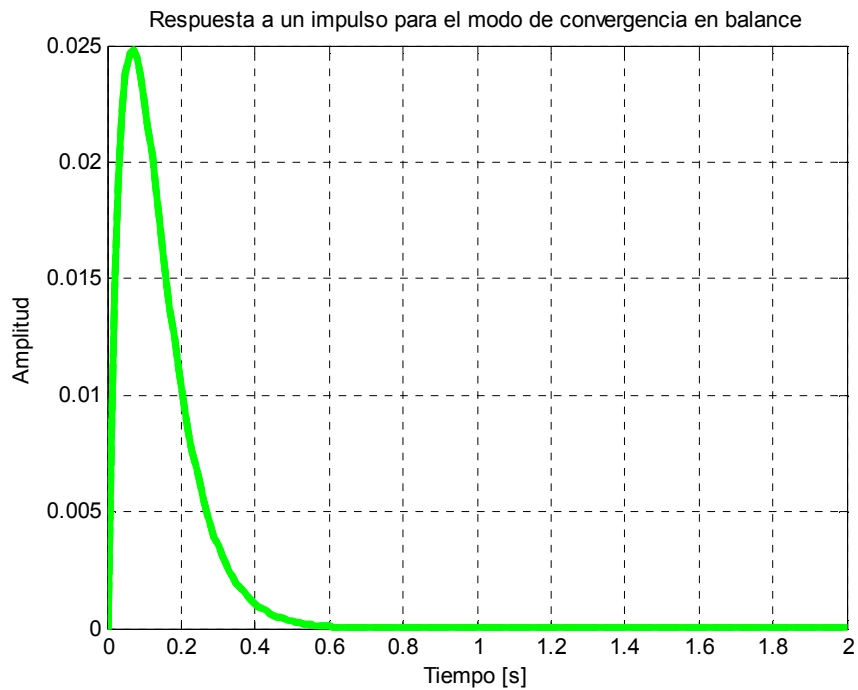


Figura 7.16. - Respuesta de la convergencia en balance

En la figura 7.16 se puede apreciar como el comportamiento de la recuperación es no oscilatorio, sino que una vez que ha pasado la perturbación en el alerón, el avión vuelve a su posición de equilibrio rápidamente.



7.2.2. Modo de balanceo holandés

El modo de balanceo holandés es un modo caracterizado por la oscilación a lo largo del eje de cabeceo concéntrica, de forma que visto lateralmente, se aprecia como el ala describe círculos concéntricos con el encastre del ala. Si se observa frontalmente, se observa como la inclinación del eje del ala va variando de forma cíclica tal y como se puede apreciar en la figura 7.17.

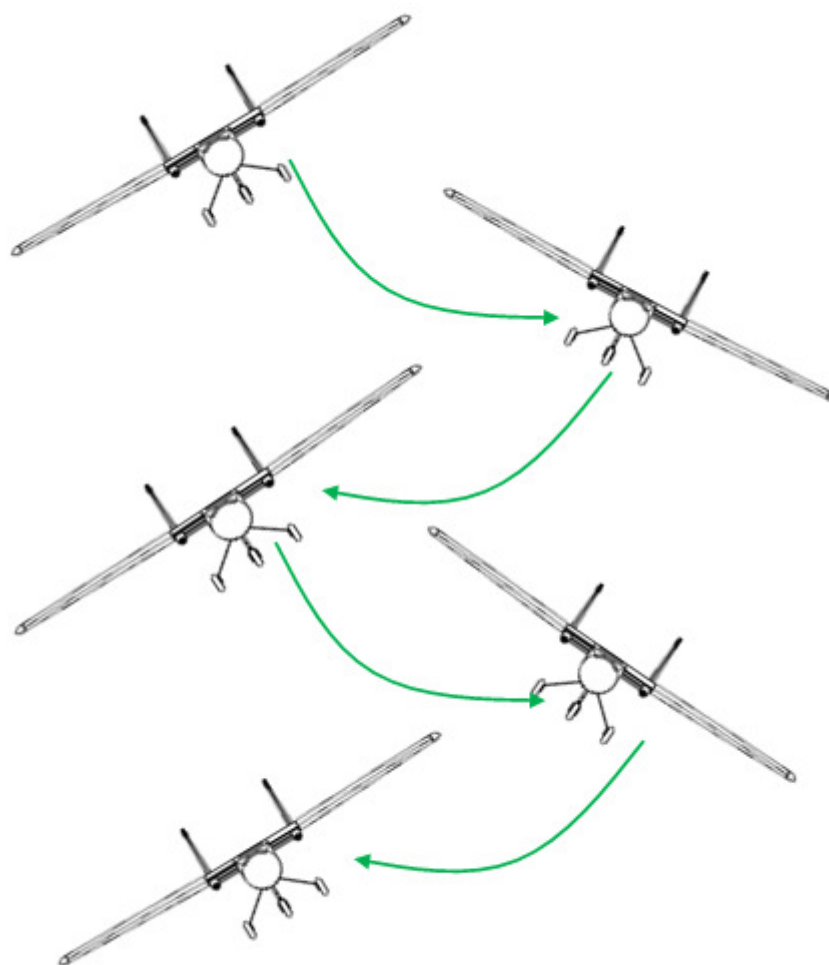


Figura 7.17. - Modo de balanceo holandés

El autovalor que determina el balanceo holandés es el único que presenta un par de polos conjugados con parte real e imaginaria. En la tabla 7.18 se puede apreciar la variación del balanceo holandés para las diferentes configuraciones de vuelo, observándose como para todas es estable.



<i>Modo de balanceo holandés</i>	
	<i>Autovalores</i>
<i>Crucero al 25 %</i>	<i>-0,9451±3,1601i</i>
<i>Crucero al 75 %</i>	<i>-0,9463±3,0156i</i>
<i>Despegue</i>	<i>-1,2176±1,7649i</i>
<i>Aterrizaje</i>	<i>-1,1827±1,7533i</i>

Figura 7.18. - Tabla del modo del balanceo holandés

En la figura 7.19 se presentará la respuesta de este modo frente a una perturbación. Como se puede observar, es el único oscilatorio dentro de la estabilidad dinámica lateral-direccional.

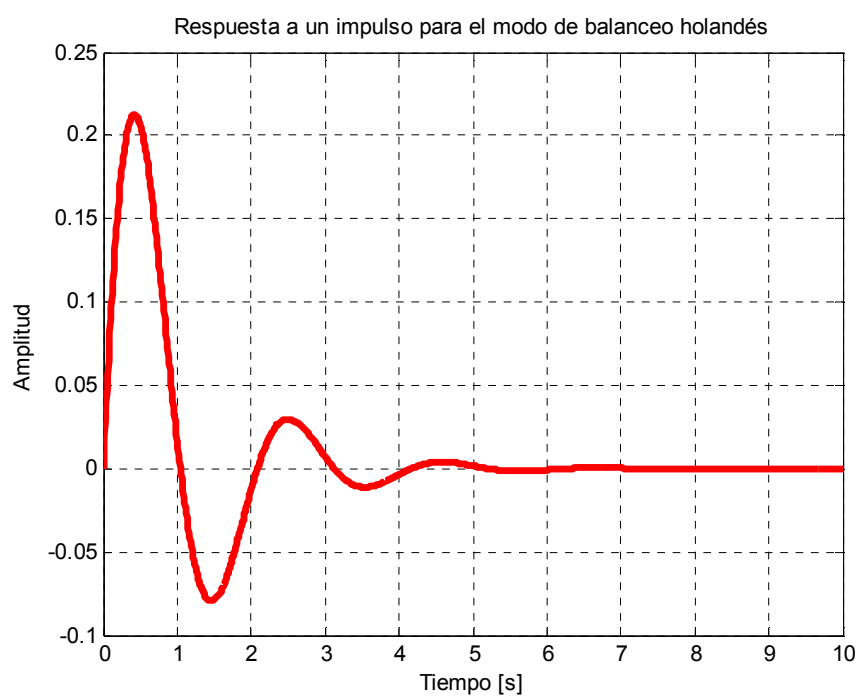


Figura 7.19. - Respuesta del balanceo holandés



7.2.3. Modo espiral

El modo espiral mide la tendencia a la guiñada a lo largo del vuelo del avión. Un avión que sea inestable para el modo espiral se caracteriza porque conforme avanza el vuelo, el eje longitudinal del avión va virando de forma continua pero prácticamente inapreciable.

El autovalor que caracteriza este modo solamente tiene parte real, de forma que si su signo es negativo, el avión tendrá un comportamiento estable frente al modo espiral. En la figura 7.20 se puede apreciar lo anteriormente expuesto.

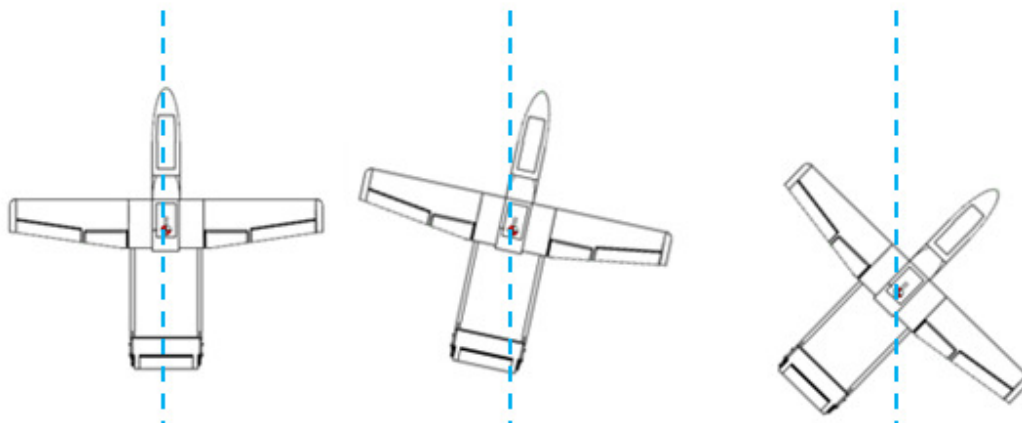


Figura 7.20. - Modo espiral

El valor para las diferentes configuraciones de vuelo para este modo se detalla a continuación:

<i>Modo espiral</i>	
	<i>Autovalores</i>
<i>Crucero al 25 %</i>	<i>-0,0059</i>
<i>Crucero al 75 %</i>	<i>-0,0411</i>
<i>Despegue</i>	<i>0,0444</i>
<i>Aterrizaje</i>	<i>0,0455</i>

Figura 7.21. - Tabla del modo espiral

Se puede apreciar como para bajas velocidades el modo espiral es inestable, pero no es un gran problema, puesto que la norma permite que este modo lo sea. Además, para configuraciones de despegue-aterrizaje el control del piloto sobre la aeronave será total y



deberá introducir la perturbación en el timón de dirección necesaria para compensar este modo así como posibles ráfagas de viento lateral.

A continuación se presentará en la figura 7.22 la respuesta de este modo frente a una perturbación. Como se puede observar, es un modo amortiguado sin oscilación alguna. Como la frecuencia es tan baja, se tiene que para poder apreciarlo, es necesario que transcurra mucho tiempo para estabilizar dicho modo.

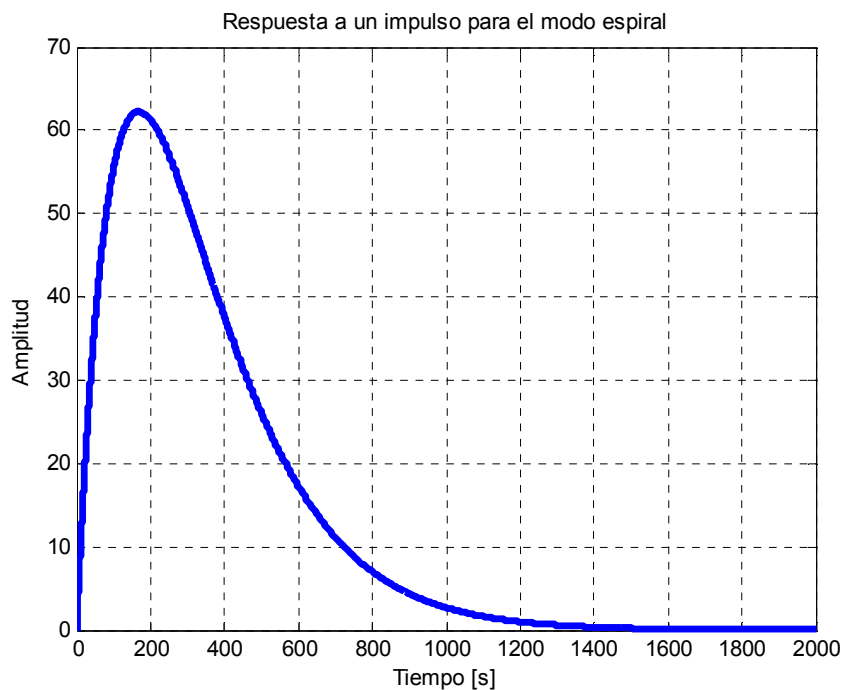


Figura 7.22. - Representación del modo espiral



7.3. Aproximación de los modos

La simplificación de los modos de estabilidad será apropiada para el estudio de pequeñas variaciones dentro del modelo geométrico del sistema; la obtención de dichos modos no será muy compleja y se verá la convergencia de los diferentes modos de la aproximación al valor real. Se estudiará la respuesta del sistema tanto para la solución libre como para la forzada, simulándolo con un impulso para una y un escalón para la otra.

7.3.1. Aproximación del modo de convergencia en balance

Después de una perturbación en el ángulo de balance del avión se observa una tendencia fuertemente amortiguada a su vuelta a la posición inicial de equilibrio en el eje “x” y durante este proceso otras variables cambian su magnitud de forma inapreciable, por lo que se puede asumir que $\Delta\beta = \Delta\dot{\beta} = 0$. Además, se puede suponer, que al ser lenta la tasa de variación del momento, puede ser ignorada $\dot{r} = r = \Delta\Psi = 0$. Por tanto, se puede reducir el sistema a la siguiente ecuación:

$$I_{x1} \cdot \ddot{p} - C_{lp} \cdot b_{med} \cdot p = C_{l\delta a} \cdot \Delta\delta a + C_{l\delta r} \cdot \Delta\delta r \quad (7.21)$$

Para la respuesta libre se simplificará mucho el sistema puesto que la deflexión del alerón y la del timón de dirección se pueden suponer idénticamente nulas. El modo de convergencia en balance no presenta parte imaginaria por lo que su valor se expresa con la siguiente expresión:

$$\lambda_r = \frac{C_{lp} \cdot b_{med}}{I_{x1}} \quad (7.22)$$

<i>Aproximación del modo de convergencia en balance</i>	
<i>Valor real</i>	<i>Valor aproximado</i>
-14,227	-14,229

Figura 7.23. – Tabla de la aproximación de la convergencia en balance

Se puede observar en la figura 7.23 cómo la aproximación para este modo es extraordinaria, introduciendo errores totalmente despreciables. En la figura 7.24 se presenta la respuesta libre de la solución real y la aproximada con este método. Obviamente, con los resultados obtenidos en 7.23 es lógico pensar que la respuesta será muy similar entre los dos casos.



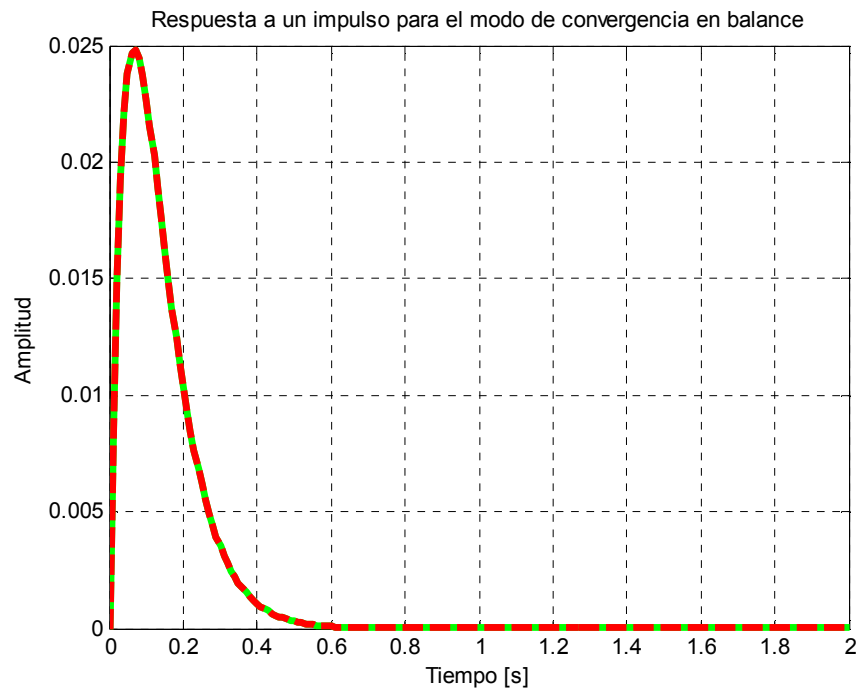


Figura 7.24. - Respuesta aproximada y real a un impulso. Convergencia en balance



7.3.2. Aproximación del modo de balanceo holandés

Para pequeñas perturbaciones la aproximación del modo de balanceo holandés se debe realizar asumiendo las siguientes hipótesis $\Delta\Phi = p = 0$. Además, se puede suponer, que al ser lenta la tasa de variación del momento, puede ser ignorada $\dot{r} = r = \Delta\Psi = 0$.

Por tanto, se puede reducir el sistema al siguiente par de ecuaciones:

$$\begin{aligned}\frac{\partial\beta}{\partial t} &= \left(\frac{1}{\mu - b_{med} \cdot C_{y\dot{\beta}}} \right) \cdot [-(\mu - b_{med} \cdot C_{yr}) \cdot r + C_{y\delta_a} \cdot \Delta\delta_a + C_{y\delta_r} \cdot \Delta\delta_r] \\ \frac{\partial r}{\partial t} &= \frac{1}{I_{z1}} \cdot [C_{n\beta} \cdot \Delta\beta + b_{med} \cdot C_{n\dot{\beta}} \cdot \Delta\dot{\beta} + b_{med} \cdot C_{nr} \cdot r + C_{n\delta_a} \cdot \Delta\delta_a + C_{n\delta_r} \cdot \Delta\delta_r]\end{aligned}\quad (7.23)-(7.24)$$

A continuación se presenta el valor del amortiguamiento y de la frecuencia natural de este modo oscilatorio:

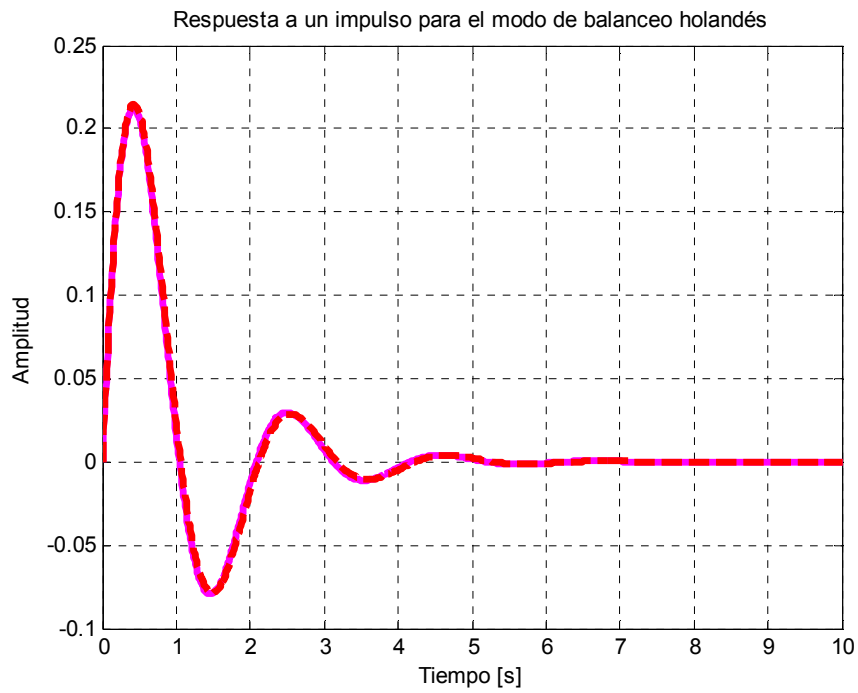
$$\begin{aligned}\omega_n &= \sqrt{\frac{1}{\mu \cdot I_{z1}} \cdot [C_{y\beta} \cdot b_{med} \cdot C_{nr} + C_{n\beta} \cdot (\mu - b_{med} \cdot C_{yr})]} \\ \xi &= - \frac{\left(\frac{C_{y\beta}}{\mu} + \frac{b_{med} \cdot C_{nr}}{I_{z1}} \right)}{2 \cdot \omega_n}\end{aligned}\quad (7.25)-(7.26)$$

Aproximación del modo de balanceo holandés			
Frecuencia real	Amortiguamiento real	Frecuencia aproximada	Amortiguamiento aproximado
3,1607	0,2990	3,1133	0,3045

Figura 7.25. - Tabla de la aproximación del balanceo holandés

Se puede observar en la figura 7.25 cómo la aproximación para este modo es extraordinaria, introduciendo errores totalmente despreciables. En la figura 7.26 se presenta la respuesta libre de la solución real y la aproximada con este método. Obviamente, con los resultados obtenidos en 7.25 es lógico pensar que la respuesta será muy similar entre los dos casos.





c

Figura 7.26. - Respuesta aproximada y real a un impulso. Balanceo holandés



7.3.3. Aproximación del modo espiral

Para los aviones de aviación general, se ha observado que durante una breve convergencia correspondiente a una pequeña raíz negativa, el ángulo de resbalamiento varía muy poco por lo que se puede asumir $\Delta\dot{\beta} \approx 0$. Por lo tanto, la ecuación de fuerza lateral se puede ignorar. Además, la tasa de variación del balanceo es prácticamente nula durante esta lenta variación espiral, por eso el momento total de balance debe ser cero. Finalmente, se puede eliminar la contribución de la inercia acoplada. Por tanto, se puede reducir el sistema a las siguientes ecuaciones:

$$0 = [C_{l\beta} \cdot \Delta\beta + b_{med} \cdot C_{lr} \cdot r + C_{l\delta_a} \cdot \Delta\delta_a + C_{l\delta_r} \cdot \Delta\delta_r]$$

$$\frac{\partial r}{\partial t} = \frac{1}{I_{z1}} \cdot [C_{n\beta} \cdot \Delta\beta + b_{med} \cdot C_{nr} \cdot r + C_{n\delta_a} \cdot \Delta\delta_a + C_{n\delta_r} \cdot \Delta\delta_r]$$

(7.27)-(7.28)

El modo de convergencia en balance no presenta parte imaginaria por lo que su valor se expresa con la siguiente expresión:

$$\lambda_r = \frac{b_{med} \cdot (C_{l\beta} \cdot C_{nr} - C_{n\beta} \cdot C_{lr})}{I_{z1} \cdot C_{l\beta}}$$

(7.29)

<i>Aproximación del modo espiral</i>	
<i>Valor real</i>	<i>Valor aproximado</i>
-0,0059	-0,4289

Figura 7.27. - Tabla de la aproximación del modo espiral

Se puede observar en la figura 7.27 cómo la aproximación para este modo es extraordinaria, introduciendo errores totalmente despreciables. En la figura 7.28 se presenta la respuesta libre de la solución real y la aproximada con este método. Obviamente, con los resultados obtenidos en 7.27 es lógico pensar que la respuesta será muy similar entre los dos casos.



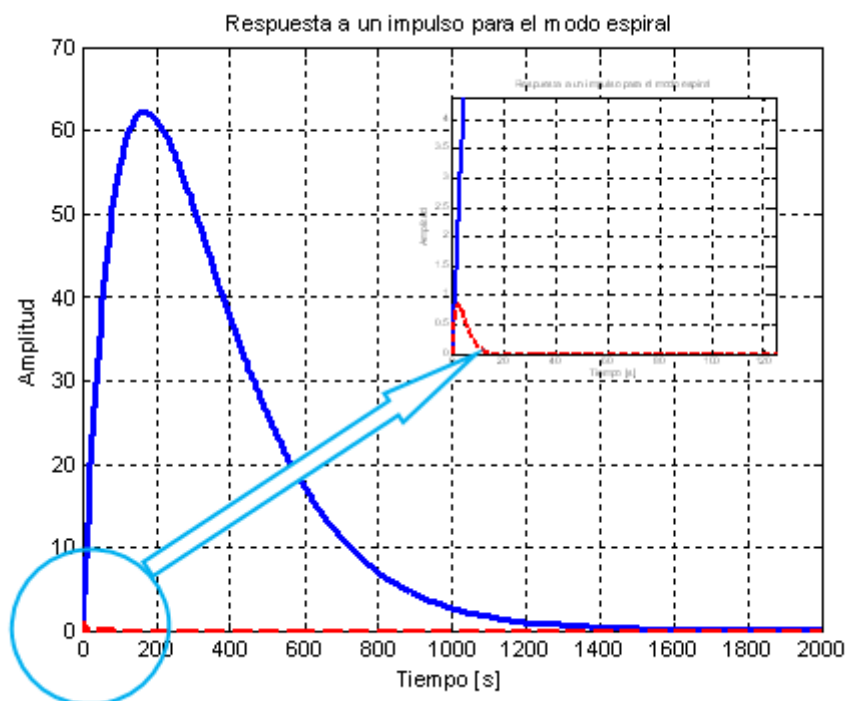


Figura 7.28. - Respuesta aproximada y real a un impulso. Modo espiral



7.4. Estudio de la respuesta para varias configuraciones

Al igual que se realizó en el apartado de dinámica longitudinal del sistema, al variar el tamaño de las superficies de control, se debe apreciar una cierta repercusión dinámica. Se estudiarán tres casos diferentes. Por un lado, un aumento del 25 % de las superficies de control, un segundo caso de mantener el tamaño actual y por último, reducir un 25 % el tamaño de las mismas.

Para todas las gráficas que se van a estudiar en este capítulo se tiene que para ambas perturbaciones, tanto del timón de dirección como de los alerones, la respuesta de un aumento de esa superficie en un 25 % es la representada por la línea de segmentos discontinuos. Para una disminución del 25 % se representa con una línea discontinua de segmentos y puntos.

7.4.1. Variación de la superficie de los alerones

Después de una perturbación en el ángulo de balance del avión se observa una tendencia fuertemente amortiguada a su vuelta a la posición inicial de equilibrio en el eje “x” y durante este proceso otras variables cambian su magnitud de forma inapreciable, por lo que se puede asumir que $\Delta\beta = \Delta\dot{\beta} = 0$. Además, se puede suponer, que al ser lenta la tasa de variación del momento, puede ser ignorada $\dot{r} = r = \Delta\Psi = 0$.

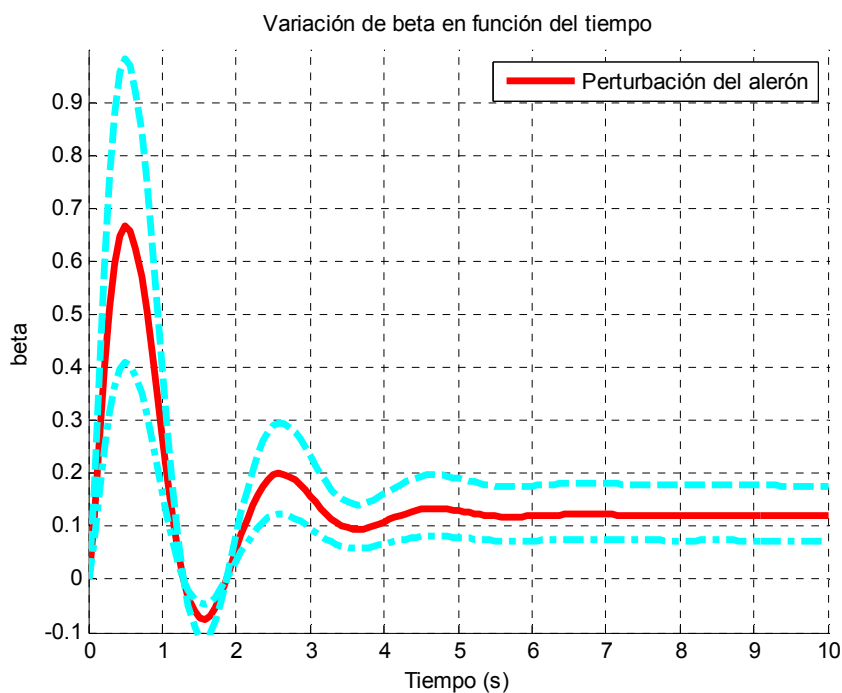


Figura 7.29. – Respuesta en el ángulo β . Variación del tamaño del alerón



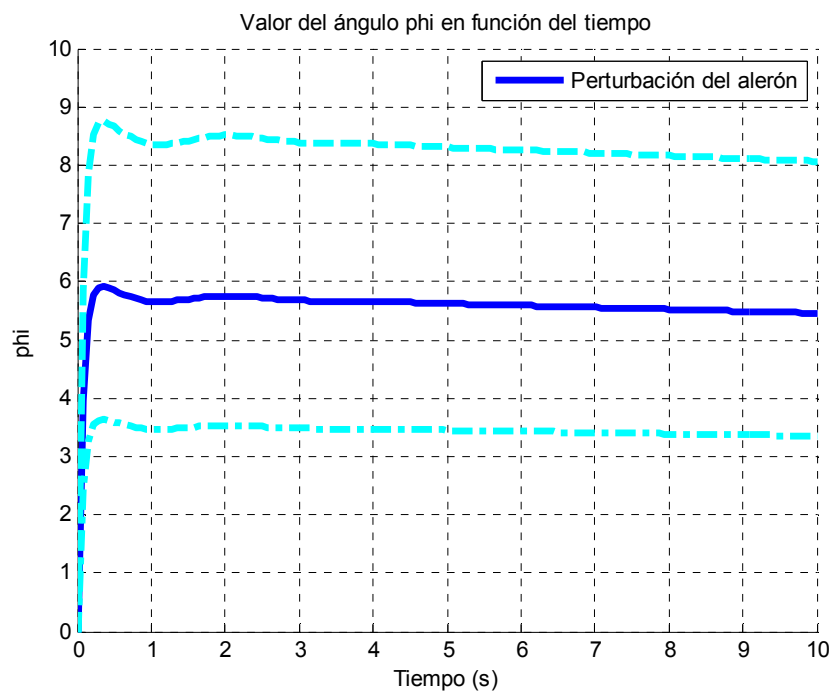


Figura 7.30. – Respuesta en el ángulo Φ . Variación del tamaño del alerón

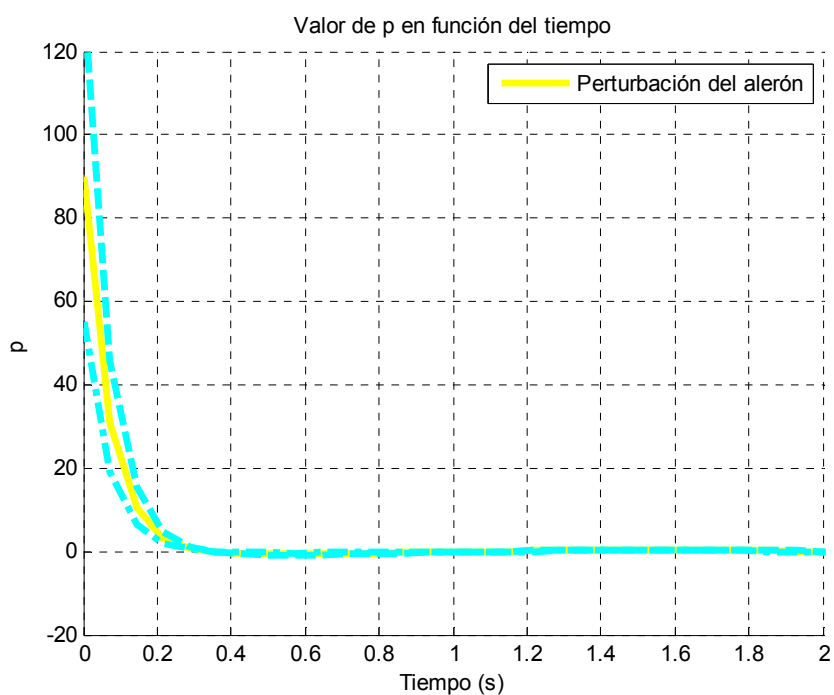


Figura 7.31. – Respuesta en p. Variación del tamaño del alerón



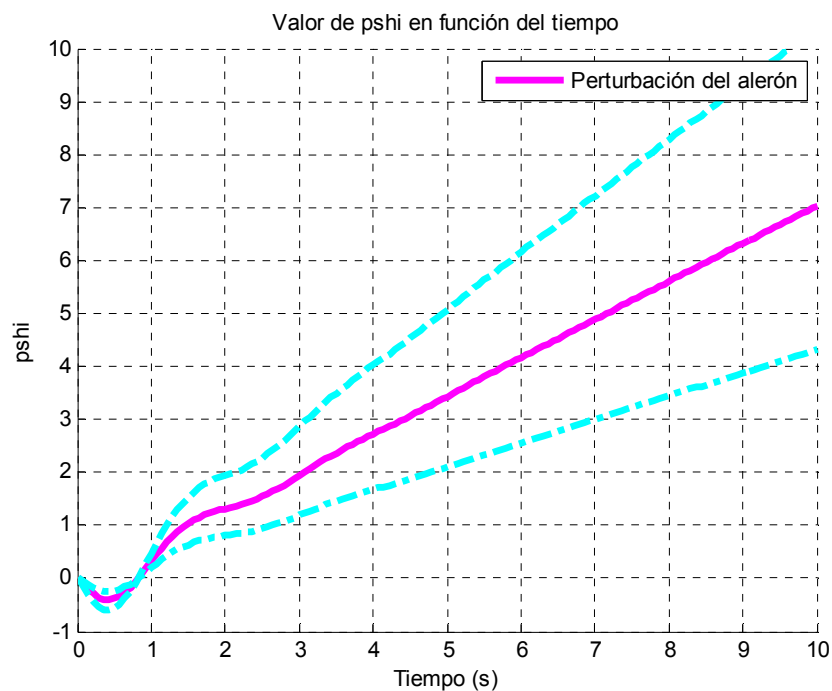


Figura 7.32. - Respuesta en el ángulo Ψ . Variación del tamaño del alerón

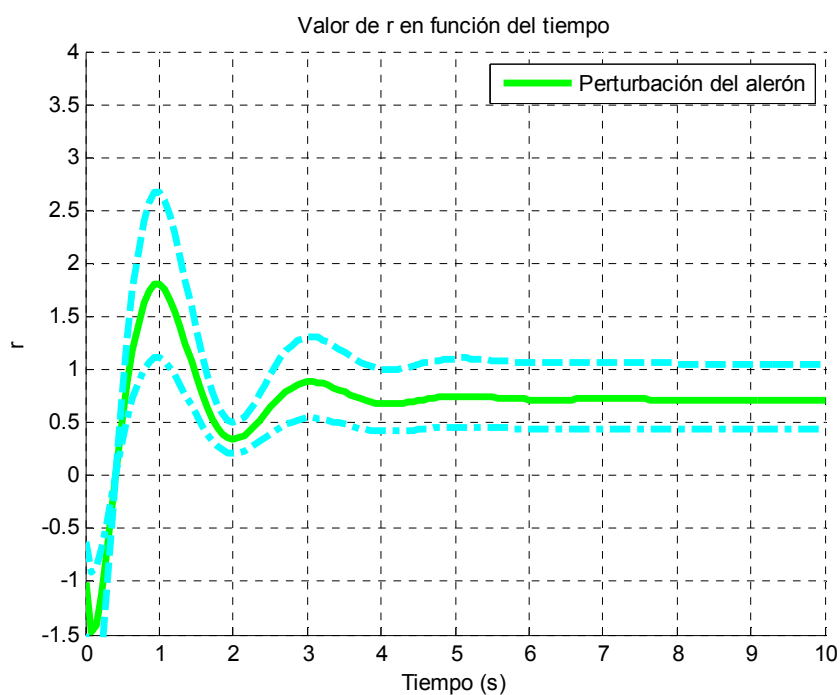


Figura 7.33. - Respuesta en r . Variación del tamaño del alerón



7.4.2. Variación de la superficie de la deriva vertical

Después de una perturbación en el ángulo de balance del avión se observa una tendencia fuertemente amortiguada a su vuelta a la posición inicial de equilibrio en el eje “x” y durante este proceso otras variables cambian su magnitud de forma inapreciable, por lo que se puede asumir que $\Delta\beta = \Delta\dot{\beta} = 0$. Además, se puede suponer, que al ser lenta la tasa de variación del momento, puede ser ignorada $\dot{r} = r = \Delta\Psi = 0$.

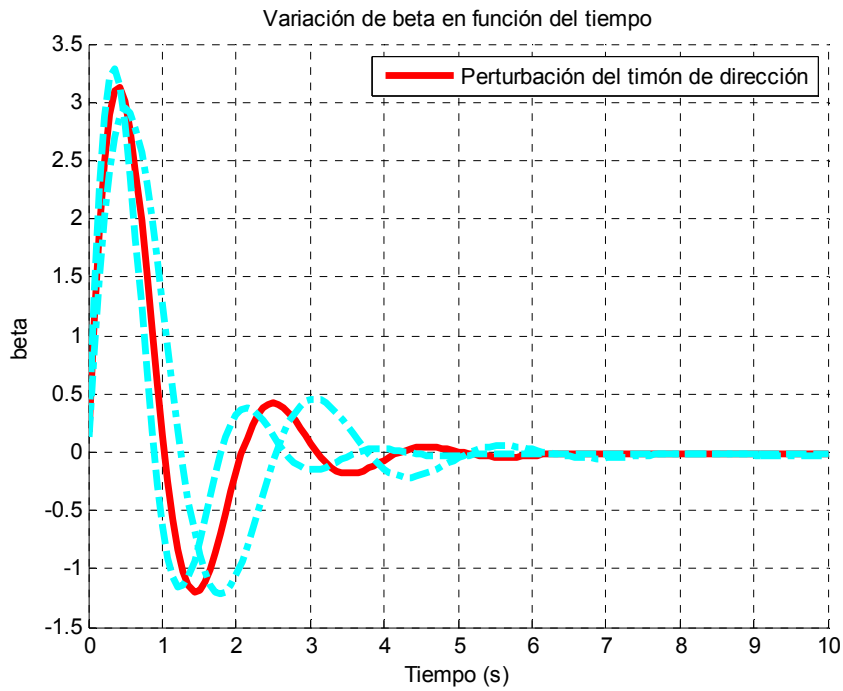


Figura 7.34. – Respuesta en el ángulo β . Variación del tamaño del timón de dirección



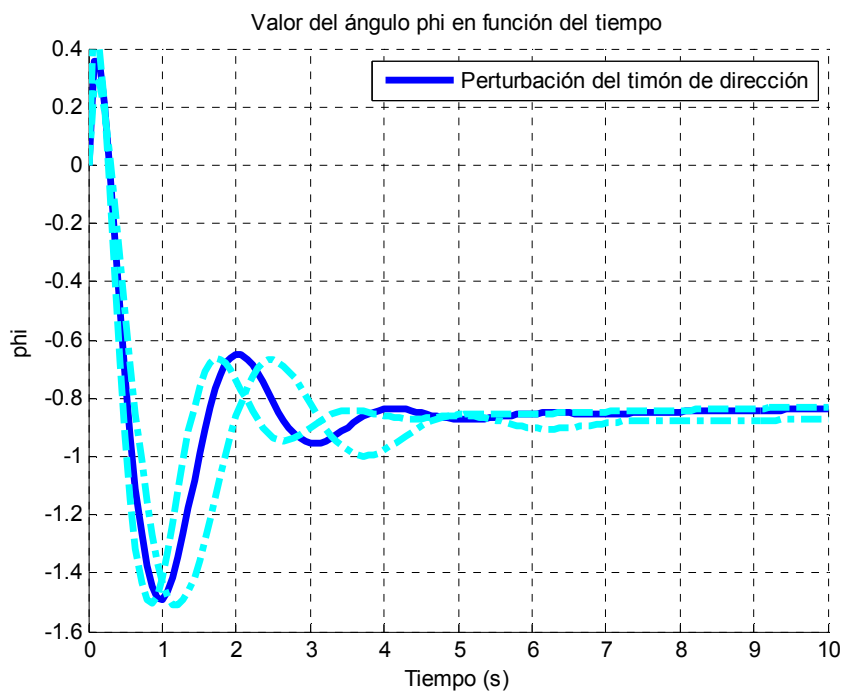


Figura 7.35. – Respuesta en el ángulo Φ . Variación del tamaño del timón de dirección

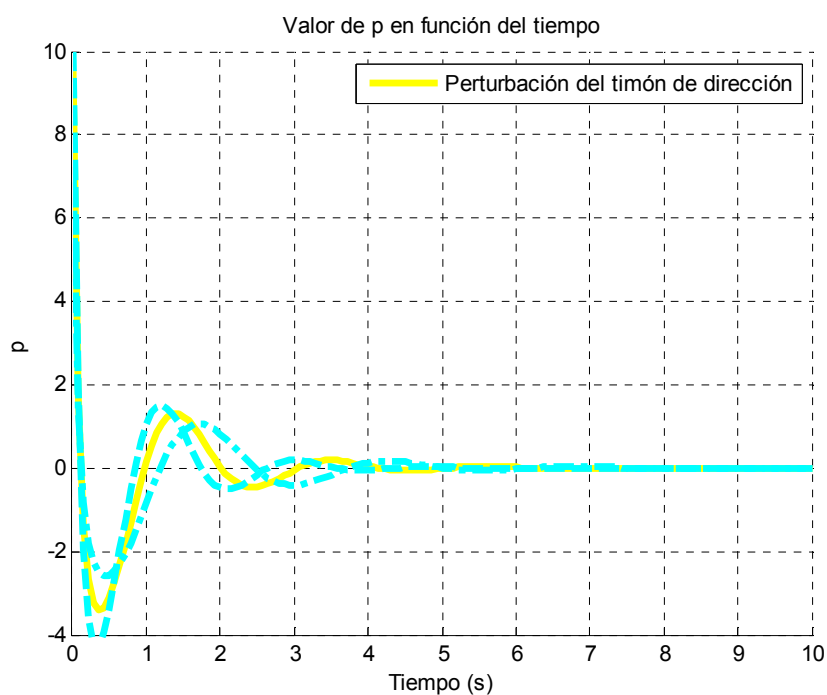


Figura 7.36. – Respuesta en p. Variación del tamaño del timón de dirección



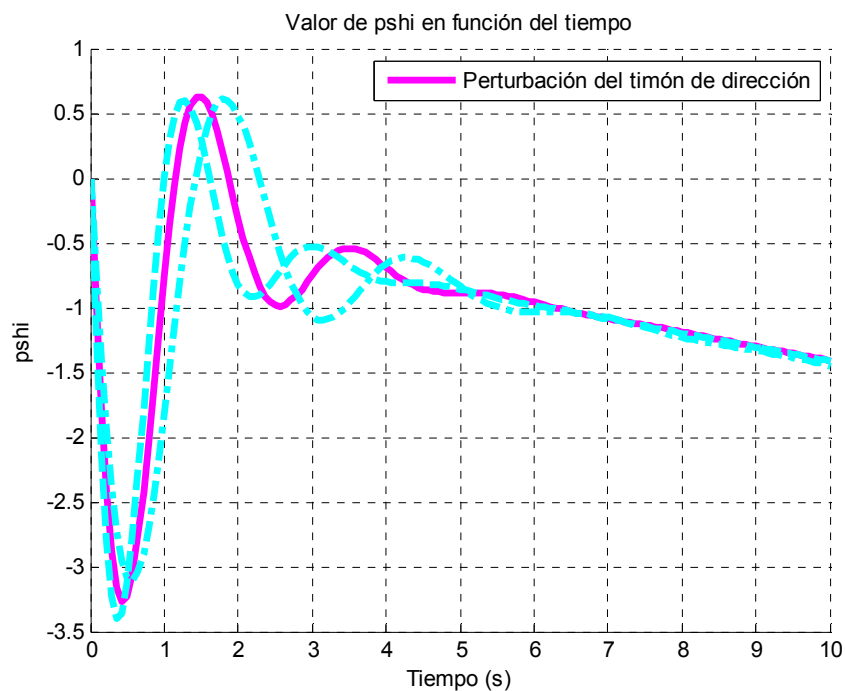


Figura 7.37. – Respuesta en el ángulo Ψ . Variación del tamaño del timón de dirección

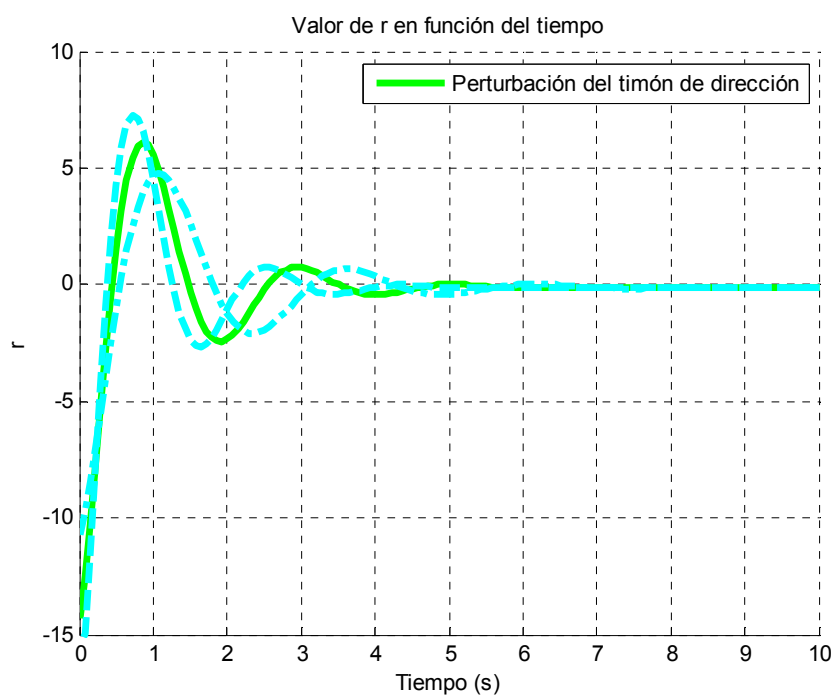


Figura 7.38. – Respuesta en r . Variación del tamaño del timón de dirección



8. Validación del modelo con resultados experimentales

El objeto final del proyecto es la construcción y vuelo del avión no tripulado. Por tanto, especial importancia tendrá la validación de todo el modelo teórico expuesto con distintos procedimientos.

Los procedimientos para la verificación del modelo que se van a estudiar van a ser dos: por una parte, el rodaje del motor en banco así como las pruebas de carreteo del avión; y por otro lado, el vuelo del mismo. Los resultados que se obtengan de ambas pruebas funcionales serán de vital importancia para el desarrollo del proyecto en sí, puesto que son la culminación del mismo.

Se ha creído conveniente el análisis de las pruebas experimentales en esta sección del proyecto Céfiro, puesto que ninguna de las otras líneas de estudio, están tan vinculadas al vuelo como la sección de Estabilidad y Control.

Durante el largo periodo de duración del diseño y posterior construcción del Céfiro, solamente ha sido posible realizar un par de pruebas funcionales con información para esta parte del proyecto.

El rodaje del motor será analizado por la sección de Actuaciones y Planta propulsora, en la referencia [13]. La integración de todos los sistemas motores y electrónicos será estudiada por la línea de Fabricación y Pruebas funcionales, en la referencia [10]. La sección de Aerodinámica, véase la referencia [13], no ha realizado ensayos en túnel de viento para verificación de resultados, debido a la imposibilidad de su ejecución con los medios actuales en la Universidad de Sevilla. La sección de Estructuras, referencia [12] ha validado su diseño tras el primer vuelo del Céfiro.

Por tanto, el carreteo en la puerta del laboratorio y el posterior vuelo del avión deberá ser analizado por esta sección del proyecto. Se abordará con especial énfasis los resultados obtenidos tras el primer vuelo satisfactorio del Céfiro.



8.1. Pruebas en vuelo

Las pruebas en vuelo de un avión son fundamentales para la verificación del buen funcionamiento del mismo, así como la validación de los modelos utilizados. Lo habitual en estos casos, es la acumulación de gran cantidad de datos obtenidos por los diferentes sensores durante el vuelo.

El primer vuelo del Céfiro se realizó en Marzo del 2009 en la pista de aeromodelismo de Utrera. La pista no cumplía con los requerimientos que se le habían exigido al avión para despegue y aterrizaje, aún así se decidió intentar la prueba de vuelo. Tras un buen despegue del avión, el piloto perdió el control de la aeronave escasos 15 segundos después, quedando el avión fuera de control.

Tras analizar con los profesores, alumnos y expertos pilotos el vídeo de ese intento se llegó a la conclusión de que se debían cumplir una serie de requisitos ajenos al diseño de la aeronave para poder volar, como era el contar con una pista mejor acondicionada y la experiencia de un piloto más especializado.

Finalmente, el 22 de Julio de 2009, tras un año de diseño y 8 meses de construcción, el Céfiro surcó el cielo de la campiña hispalense durante 10 minutos que fueron la culminación del enorme esfuerzo del equipo Céfiro.



Figura 8.1. - Vuelo del Céfiro



Respecto del vuelo, se puede observar como es bastante nervioso y cabecea en ocasiones. Esto es debido a que el avión no está trimado, a lo cual se puede argumentar varios hechos:

- Es importante decir que lo calculado en este proyecto, aún siendo muy aproximado no es exacto debido a posibles cálculos del equipo de Aerodinámica en los coeficientes de sustentación y de resistencia, o de las propias aproximaciones utilizadas para la estimación de los coeficientes de momentos.
- Se cometieron inexactitudes cuando se construyó el avión, debido a la inexperiencia de los que estábamos en el equipo de construcción y a las tolerancias reales de este proceso.
- El nerviosismo y la tensión del piloto durante los primeros segundos del vuelo también pudieron ser un factor a tener en cuenta, a falta de datos medidos durante el vuelo.
- Tras el vuelo, el piloto asegura que tuvo que introducir trimado longitudinal con la emisora como cabría esperar. Sin embargo, no fue en absoluto necesario la introducción de trimado adicional lateral con la emisora, lo cual es una muy buena noticia.

Fue muy interesante advertir cómo el avión en la configuración de despegue tendió a virar muy suavemente a la izquierda, mientras que durante el vuelo esa tendencia desapareció. Esto refuerza los cálculos realizados para el modo espiral en la sección 7.2.3.

Finalmente, como conclusión a las pruebas en vuelo, se puede advertir que el avión es estable y cumple con las expectativas de un avión de sus características, tanto en crucero, virajes así como actuaciones a muy baja velocidad.

Es conveniente advertir, que para próximos vuelos se le debería instalar al avión sensores de velocidad, altura, actitud y demás necesarios para el vuelo, así como la integración de una caja de aviónica que recoja todos los datos de estos sensores. Con todos esos datos se podrá verificar gran parte de las derivadas de estabilidad y parámetros aerodinámicos.



9. Futuras mejoras

Para conseguir la madurez de este proyecto, tras el vuelo fructífero del primer prototipo, será conveniente realizar una serie de mejoras pertinentes para la optimización del diseño, el coste del mismo y la mejora de los tiempos de ejecución. En este apartado solamente se estudiarán las posibles mejoras que se puedan introducir en el avión para la mejora de la estabilidad y el control del mismo.

9.1. Depuración del modelo de planta propulsora

El modelo empleado para el estudio de la proyección del chorro sobre el estabilizador horizontal, ha sido el modelo de Cantidad de Movimiento de la Teoría de Helicópteros para vuelo axial ascendente. Este modelo presenta una serie de inconvenientes y es que aunque aporte buenos resultados, éstos no han sido contrastados aún con el modelo realizado en el Proyecto de Actuaciones y Planta Propulsora del proyecto Céfiro.

El modelo realizado por Francisco Ventura, es más elaborado que el utilizado en este proyecto y capta mayor número de variables que el de la Teoría de la Cantidad de Movimiento, como pueden ser el paso de la hélice, el número de palas y la torsión de la misma.

Sería interesante para futuras versiones corregidas de esta aeronave, que se implementara un modelo más completo de hélice para el estudio de la estabilidad y el control, así como de la influencia del chorro dentro de los coeficientes de las derivadas de estabilidad.

Otro inconveniente que se ha observado a lo largo de este proyecto, es que toda la Teoría de Cantidad de Movimiento está tratada sobre una corriente de aire no perturbada; sin embargo, en el aeromodelo, se tiene que la corriente que le llega a la hélice sí está perturbada debido a todo el fuselaje del mismo. Este hecho debería de ser medido para determinar su influencia dentro del avión.

Por último, la propuesta que se hace desde este Proyecto Fin de Carrera al Departamento de Ingeniería Aeroespacial y Mecánica de Fluidos, es la posibilidad de la realización de un trabajo de investigación a modo de estudio en más profundidad o como otro proyecto fin de carrera, acerca de la influencia de una corriente perturbada por un cuerpo sobre el estabilizador horizontal. Esta investigación, sería interesante enfocarla en torno al estudio de la estela que produce una hélice en movimiento y su repercusión en el estabilizador horizontal. Además, sería importante realizar un estudio aerodinámico a fondo acerca del encajonamiento que la corriente sufre al fluir entre el estabilizador horizontal y las dos derivas verticales.

Las repercusiones que este estudio conllevaría, sería un mayor conocimiento del efecto de una hélice cuya corriente aguas arriba es perturbada, así como una estimación más real de los coeficientes de estabilidad, además de un importante conocimiento de la aerodinámica de un sistema encajonado. Además se podría realizar una validación más detallada de este modelo con herramientas avanzadas de estudio aerodinámico como el CFD.



9.2. Modelo realimentado en vuelo

Una vez que es conocida la estabilidad y el comportamiento del avión en vuelo, se ha de diseñar un sistema de control para que sea capaz de controlarlo de forma autónoma.

Este proyecto, aunque se denomina Análisis de la Estabilidad y el Control de un Avión No Tripulado, concretamente se ha centrado en la estimación de las derivadas de estabilidad y la validación del modelo. Todo el estudio de estabilidad que se ha realizado ha sido para varios puntos de operación como cruceros a diferentes regímenes de motor, aterrizajes y despegues. Sin embargo, el estudio sólo se ha realizado para varios puntos de operación y debido a la complejidad del mismo, la parte de control no ha sido abordada, aunque en futuras versiones si se deberá realizar.

Por tanto, es necesaria la realimentación de todos los parámetros de la estabilidad conforme va evolucionando el vuelo. Por ello, para futuras versiones se propone que se realimente el sistema de matrices generado en este proyecto con una herramienta de Simulink desarrollada por el profesor Francisco Gavilán Jiménez como proyecto fin de carrera. Con esta herramienta, es posible observar de forma real la variación de todas las variables a lo largo del vuelo y no únicamente punto a punto, de forma que es un buen preámbulo para la posterior implementación de un sistema de control embarcado.

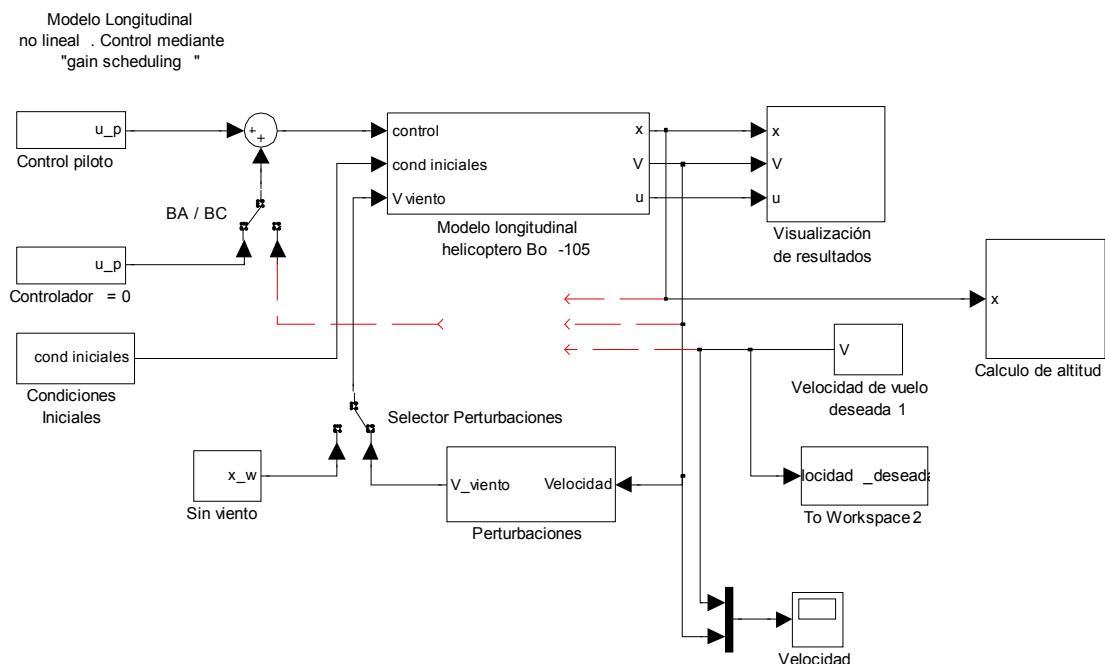


Figura 9.1. - Modelo realimentado en vuelo



9.3. Medida de las derivadas de estabilidad reales

Aunque en este proyecto se ha realizado la estimación lo más fidedigna posible de las derivadas de estabilidad del sistema completo, es conveniente resaltar que son solamente una estimación numérica mediante procedimientos matemáticos.

Este procedimiento, tal y como se ha comentado en el apartado anterior, no es totalmente preciso, puesto que no tiene en cuenta la perturbación que envía el fuselaje al chorro de la hélice y por tanto todas las derivadas de estabilidad que tienen contribución del estabilizador horizontal posiblemente tengan una cierta desviación respecto de los valores reales.

En la referencia [2] se hace hincapié en su libro, acerca de que todos los procesos matemáticos que él realiza son meramente cálculos matemáticos y estimaciones, pero que para la medida correcta de las fuerzas y momentos, y consecuentemente, de las derivadas de estabilidad, es necesario introducir el avión en un túnel de viento y realizar las medidas necesarias.

Se propone desde este proyecto para futuras revisiones, la construcción de una maqueta a escala del Céfiro con un motor a escala e introducirla dentro del túnel de viento de la Escuela Superior de Ingenieros. Concretamente con una escala 1:4 sería suficiente y concretamente la medida más correcta para que las puntas de ala no se encontraran demasiado cerca de las paredes del túnel, pudiendo ser objeto de interferencias con la estela. Así se puede obtener un estudio más detallado de todas las variables aerodinámicas del problema.



Figura 9.2. - Pruebas en túnel de viento

10. Conclusiones

Tras el estudio de este proyecto se puede llegar a una serie de conclusiones muy claras:

- El diseño y la construcción de cualquier tipo de aeronave es un proceso largo y duro y en el que la ingeniería concurrente muestra en ocasiones su peor cara. La interacción de las diferentes áreas de conocimiento es fundamental y el flujo de información entre las diferentes partes ha de ser continuo.
Por tanto, el problema de diseño y construcción de un avión es un proceso en el que se debe trabajar en equipo, y en el que el talento individual no sirve de nada si todos los integrantes del mismo no trabajan al unísono.
- El proceso de análisis y diseño está basado en una serie de complejos cálculos, que deben ser verificados con posterioridad mediante pruebas funcionales y especialmente para el estudio de la Estabilidad, con registro de datos en vuelo.
- Respecto del cálculo de derivadas de estabilidad, es preciso añadir que el margen de tolerancia de los fallos admisibles dentro de la magnitud de las mismas de un 100 % es muy estricto, cuando en publicaciones como artículos de la Universidad de Concepción en Argentina, dan por muy positivos resultados mediante procesos de Vortex-Lattice que emiten errores de hasta un 300 % en la magnitud.
- Dentro de todos los departamentos de diseño de una aeronave, el de Estabilidad y Control es el que se ve más fuertemente influenciado por las otras áreas, y para la asignatura de Cálculo de Aviones es importante que los alumnos sepan, que esta parte debe de ser de las primeras en empezarse, y por supuesto, es la última que se termina.
- Durante el vuelo se apreció que el avión es estable para todos los segmentos de vuelo. Durante el despegue se comprobó lo predicho en el apartado 7.2.3 acerca del modo espiral, puesto que a baja velocidad el avión no es estable en ese modo, pero a mayores velocidades sí lo es y así se demostró.
- Para diferentes velocidades de vuelo y regímenes de motor, el avión se demostró que no se iba lejos de su punto de equilibrio y respondía a los mandos para las diferentes sollicitaciones. Las superficies de control respondieron bien a todas las sollicitaciones en subida y bajada y virajes, sin apreciarse ningún tipo de error. Además según afirmó el piloto tras el vuelo, el comportamiento del avión fue excelente en todo momento y le pareció fácil de manejar a la vez que hábil en las maniobras.
- Como miembro activo de la construcción, conozco a la perfección los materiales empleados y las decisiones que se han tomado durante la fase de construcción; de modo que, en un primer momento se decidió que los tubos de cola serían de



material compuesto, pero finalmente se tuvieron que hacer de aluminio. Para futuras versiones del Céfiro, el cambio de utilizar aluminio a utilizar fibra de carbono, supone un ahorro de peso detrás del centro de gravedad de unos 600 gramos, lo cual supone que se puede reducir otros 600 gramos por delante del centro de gravedad, reduciendo el peso total del avión en 1,2 kilogramos, lo cual es una muy optimizada solución.

Con esto, se pretende hacer especial hincapié en que la utilización de material compuesto para toda la estructura es uno de los siguientes pasos a abordar por el Departamento de Ingeniería Aeroespacial, y puede llegar a ser una magnífica forma de ahorrar tiempos de fabricación, especialmente se reducirán los tiempos de lijado y tratamiento posterior de la madera con el film ignífugo.

- La más importante de las conclusiones es que el avión ha volado, lo cual es el problema primigenio que se debe verificar, porque de lo contrario, todo el esfuerzo de los integrantes del proyecto no habría servido de nada.



Bibliografía

- [1] Bandu N. Pamadi., Performance, Stability, Dynamics, and control of Airplanes., NASA Langley Research Center, Hampton, Virginia., AIAA education series.
- [2] Roskam, Jan., Airplane Design Part VII: Determination of Stability, Control and Performance Characteristics: FAR and Military Requirements., The University of Kansas, Lawrence., 2002.
- [3] Smetana, Frederick., Riding and handling qualities of light aircraft – Review and analysis: National aeronautics and space administration., North Carolina state university, 1972.
- [4] Etkin, Bernard., Dynamic of flight – Stability and control: Institute of Aerophysiscs., University of Toronto, 1959.
- [5] Pettinelli R. Enzo., Diseño Conceptual de un Avión no Tripulado y Análisis Básico de Estabilidad y Control de una Aeronave., Informe Proyecto de Ingeniería Mecánica., Universidad de Concepción, Facultad de Ingeniería, Departamento de Ingeniería Mecánica., Julio del 2002.
- [6] Blakelock, John H., Automatic Control of Aircraft and Missiles., USAF, Air Force Institute of Technology., Wiley-Interscience publication, second edition, 1991.
- [7] Nelson, Robert C., Flight Stability and automatic control., Department of Aerospace and Mechanical Engineering, University of Notre Dame., McGraw Hill, second edition, 1998.
- [8] Ogata, Katsuhiko; Ingeniería de Control Moderna; Editorial Prentice-Hall Hispanoamericana S.A., Segunda edición 1993.
- [9] European Aviation Safety Agency; Certification Specifications for Large Aeroplains CS – 25.
- [10] Bernal Ortega, Carlos; Integración de sistemas y pruebas funcionales de un avión no tripulado: El proyecto Céfiro.
- [11] Martín Cañal, Adrián; Diseño aerodinámico de un UAV de baja velocidad: El proyecto Céfiro.
- [12] Pérez Alcaraz, Daniel; Diseño estructural y construcción de un avión no tripulado: El proyecto Céfiro.
- [13] Samblás Carrasco, Francisco Ventura; Análisis de las actuaciones y modelado de la planta propulsora de un avión no tripulado: El proyecto Céfiro.

