

Trabajo Fin de Grado

Grado en Ingeniería Aeroespacial

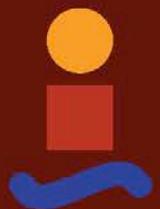
Estudio de características Aerodinámicas y de Estabilidad de un Ala Voladora

Autor: Jorge Narbona González

Tutor: Sergio Esteban Roncero

Dep. Ingeniería Aeroespacial y Mecánica de Fluidos
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2014



Trabajo Fin de Grado
Grado en Ingeniería Aeroespacial

Estudio de características Aerodinámicas y de Estabilidad de un Ala Voladora

Autor:

Jorge Narbona González

Tutor:

Sergio Esteban Roncero

Profesor Contratado Doctor

Dep. de Ingeniería Aeroespacial y Mecánica de Fluidos

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2014

Trabajo Fin de Grado: Estudio de características Aerodinámicas y de Estabilidad de un Ala Voladora

Autor: Jorge Narbona González

Tutor: Sergio Esteban Roncero

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2014

El Secretario del Tribunal

Agradecimientos

Este proyecto significa mucho para mí. No se trata de un simple trabajo de clase, sino que implica la finalización de una importante etapa de mi vida. Atras quedan muchos años de duro esfuerzo y dedicación, que sin duda continuarán en el futuro. Durante todos estos años, muchas son las personas que me han ayudado en el día a día para poder continuar adelante. Aunque se hace imposible nombrar a todas ellas, me gustaría agradecer profundamente a todas las personas que, de alguna manera, son parte de la culminación de este proyecto.

En primer lugar, debo agradecer a mi tutor, Sergio Esteban, por la gran oportunidad que me dio al ofrecerme este proyecto. Además, le agradezco el haber estado siempre disponible cuando lo necesitaba, su gran vinculación a este proyecto y las numerosas horas dedicadas en revisiones del documento.

A otros profesores del Departamento de Ingeniería Aeroespacial y Mecánica de Fluidos, como Miguel Pérez-Saborid, Alfonso Valenzuela, Damián Rivas o Fran Gavilán, por haberme proporcionado en estos años los conocimientos necesarios para llevar a cabo este proyecto. También se me hace inevitable nombrar a otros profesores que han dejado su huella a lo largo de la carrera, tales como Rafael Vázquez Valenzuela, Antonio Franco Espín, Antonio Corrales, M^a Ángeles Martín Prats, José Manuel Gordillo, Federico París, Carlos Gómez Camacho, Marcelo Rodríguez y Antonio Fernández Carrión.

Agradezco también a todos mis amigos y compañeros, tanto del colegio como de la facultad, porque siempre me han apoyado y han conformado un ambiente que ha hecho posible llevar adelante mi trayectoria académica.

Por último, lo más importante. Mis más sinceros agradecimientos a toda mi familia: a mi padre, mi madre y mis hermanos. Por estar siempre ayudándome y permitir que mis estudios fueran algo más sencillos. Sin ellos, nada de esto hubiera sido posible.

A todos, gracias de corazón.

Jorge Narbona González.

Resumen

La necesidad de investigar la estabilidad estática y dinámica de aviones no convencionales requiere del desarrollo de un código que automatice el cálculo de las características de estabilidad de estos aviones. Las alas voladoras son aviones no convencionales que además presentan un desafío importante a la hora de ser analizadas, ya que carecen de una cola para ser controladas tanto longitudinal como lateralmente.

Con este objetivo, se realiza a lo largo de este proyecto un estudio detallado de las características aerodinámicas y de estabilidad de una ala voladora, cuya geometría de referencia está preestablecida [3], tratando de comparar las características de dicho ala en dos configuraciones básicas: sin winglets y con winglets.

Los estudios aerodinámicos serán necesarios para determinar las características de los perfiles que constituyen el ala, así como para analizar las fuerzas y momentos aerodinámicos generados en ella. Asimismo, mediante el análisis de estabilidad se describirá el comportamiento estático y dinámico del ala voladora. Además, se estudiará el efecto de la geometría del diseño en las propiedades tanto aerodinámicas como de estabilidad para de esta manera tener una herramienta que permita en el futuro desarrollar alas voladoras eficientes.

Índice general

Agradecimientos	I
Resumen	III
Índice general	V
Índice de figuras	IX
Índice de tablas	XVII
Notación	XIX
1. Introducción	1
1.1. Motivación	1
1.2. Descripción del proyecto	4
2. Estado del arte	7
3. Descripción de la dinámica del avión	11
3.1. Hipótesis generales	11
3.2. Sistemas de referencia y sistemas de ejes	11
3.2.1. Sistema inercial topocéntrico	12
3.2.2. Sistema de ejes horizonte local	12
3.2.2.1. Orientación de los ejes horizonte local (H) respecto de los ejes del sistema inercial topocéntrico (T)	12
3.2.3. Sistema de ejes viento	12
3.2.3.1. Orientación de los ejes viento (W) respecto de los ejes horizonte local (H)	13
3.2.4. Sistema de ejes cuerpo	15
3.2.4.1. Orientación de los ejes cuerpo (B) respecto de los ejes viento (W)	15
3.2.4.2. Orientación de los ejes cuerpo (B) respecto de los ejes horizonte local (H)	16
3.3. Modelo no lineal de 6 grados de libertad	17
3.3.1. Ecuaciones cinemáticas lineales	18
3.3.2. Ecuaciones cinemáticas angulares	18

3.3.3. Ecuaciones dinámicas	19
3.4. Modelo linealizado de pequeñas perturbaciones	20
3.4.1. Modelo lineal de fuerzas aerodinámicas y propulsivas	22
3.4.2. Ecuaciones desacopladas	24
3.5. Estabilidad dinámica	27
3.5.1. Estabilidad dinámica longitudinal	29
3.5.2. Estabilidad dinámica lateral-direccional	31
4. Presentación teórica de las herramientas empleadas	35
4.1. Herramientas aerodinámicas	35
4.1.1. Definición de los perfiles: módulo <i>Direct Foil Design</i>	35
4.1.2. Análisis de los perfiles: módulo <i>Xfoil Direct Analysis</i>	36
4.1.3. Definición y análisis del ala: módulo <i>Wing and Plane Design</i>	38
4.2. Herramientas de estabilidad	43
5. Ala Voladora	47
5.1. Descripción de la geometría nominal	47
5.2. Estudios aerodinámicos	51
5.2.1. Estudios 2D	51
5.2.1.1. NACA 65 ₁ – 012	52
5.2.1.1.1. C_l, C_d, C_m vs. α, δ y Re	52
5.2.1.1.2. Polar del perfil: C_l vs. C_d	54
5.2.1.2. NACA 65 ₃ – 018	55
5.2.1.2.1. C_l, C_d, C_m vs. α, δ y Re	55
5.2.1.2.2. Polar del perfil: C_l vs. C_d	57
5.2.1.3. NACA 0010	57
5.2.1.3.1. C_l, C_d, C_m vs. α, δ y Re	57
5.2.1.3.2. Polar del perfil: C_l vs. C_d	59
5.2.2. Estudios 3D	60
5.2.2.1. Configuración nominal del Ala con y sin winglets	60
5.2.2.2. Ala sin winglets	61
5.2.2.2.1. Estudio de fuerzas aerodinámicas	61
5.2.2.2.2. Estudio de momentos aerodinámicos	77
5.2.2.2.3. Estimación de las derivadas de estabilidad	87
5.2.2.3. Ala con winglets	100
5.2.2.3.1. Estudio de fuerzas aerodinámicas	100
5.2.2.3.2. Estudio de momentos aerodinámicos	112
5.2.2.3.3. Estimación de las derivadas de estabilidad	121
5.2.3. Conclusiones	131
5.3. Módulo de estabilidad	132
5.3.1. Ala sin winglets	132

5.3.1.1.	Configuración de trimado	132
5.3.1.2.	Derivadas de estabilidad	133
5.3.1.3.	Modos	138
5.3.2.	Ala con winglets	139
5.3.2.1.	Configuración de trimado	140
5.3.2.2.	Derivadas de estabilidad	140
5.3.2.3.	Modos	144
5.3.3.	Comparación	144
5.4.	Cálculo de derivadas de estabilidad con ecuaciones paramétricas	146
5.5.	Estudio paramétrico	155
5.5.1.	Variación de la geometría del ala	158
5.5.1.1.	Variación de la flecha	158
5.5.1.2.	Variación del estrechamiento	163
5.5.1.3.	Variación de la torsión	167
5.5.2.	Variación de la geometría de los winglets	169
5.5.2.1.	Variación de la superficie	169
5.5.2.2.	Variación de la flecha	173
5.5.2.3.	Variación del estrechamiento	177
5.5.3.	Conclusiones	181
5.6.	Respuestas dinámicas	182
5.6.1.	Comparativa de la flecha del ala	182
5.6.1.1.	Respuesta longitudinal	182
5.6.1.2.	Respuesta lateral-direccional	185
5.6.2.	Comparativa del estrechamiento del ala	189
5.6.2.1.	Respuesta longitudinal	189
5.6.2.2.	Respuesta lateral-direccional	192
5.6.3.	Comparativa de la superficie de winglet	195
5.6.3.1.	Respuesta longitudinal	195
5.6.3.2.	Respuesta lateral-direccional	198
6.	Conclusiones	203
7.	Futuras líneas de trabajo	205
	Anexos	207
	A. Atmósfera ISA	209
	B. Criterios de estabilidad estática	211
	C. Manual de uso de XF5R	213
C.1.	XF5R. Creación del modelo y módulo de aerodinámica	213
C.1.1.	Módulo "Direct Foil Design". Modelando el perfil	213

C.1.2. Módulo "Xfoil Direct Analysis". Analizando el perfil	217
C.1.3. Módulo "Wing and Plane Design". Diseñando y analizando superficies.	224
C.1.4. Posibles errores	238
C.2. Módulo de estabilidad de XFLR5	241
C.2.1. Implementación de las superficies de control y análisis de estabilidad	241
C.2.2. Análisis de estabilidad y resultados	247
C.2.3. Posibles errores	250
Bibliografía	253

Índice de figuras

1.1. Diseño de ornitóptero de Leonardo da Vinci	1
1.2. Otto Lilienthal dispuesto a volar	1
1.3. Fotografía original del primer vuelo con motor de la historia	2
1.4. Algunas alas voladoras famosas en la historia	3
1.5. Ala Voladora (imagen extraída de [3])	4
2.1. Ejemplos de análisis en CFD	8
2.2. Modelo de simulación de un avión en CEASIOM	9
3.1. Sistema de ejes horizonte local	13
3.2. Sistema de ejes viento	13
3.3. Orientación de la fuerza aerodinámica	14
3.4. Orientación del empuje	15
3.5. Sistema de ejes cuerpo	15
3.6. Criterio de signos	17
3.7. Esquema del modo espiral	32
3.8. Esquema del balanceo holandés	33
4.1. Perfiles aerodinámicos definidos en XFLR5	36
4.2. Ventana para configurar el análisis aerodinámico de los perfiles	37
4.3. Resultados aerodinámicos para el NACA 65 ₃ -018	37
4.4. Resultados aerodinámicos para el NACA 65 ₃ -018 exportados de XFLR5	38
4.5. Definición de la geometría del ala	39
4.6. Definición del ala voladora con los winglets	40
4.7. Definición de la geometría de los winglets	40
4.8. Comparación entre los métodos de cálculo VLM y LLT de XFLR5	42
4.9. Resultados aerodinámicos para el ala voladora exportados de XFLR5	42
4.10. Ventana para la configuración del análisis de estabilidad	43
4.11. Definición del barrido de la variable de control	44
4.12. Derivadas de estabilidad	45
4.13. Matrices del problema dinámico	46
4.14. Modos longitudinales y laterales-direccionales	46

5.1. Forma en planta del ala	48
5.2. Vista 3D winglet	49
5.3. Vista de perfil del winglet	49
5.4. Vista 3D del ala	50
5.5. Variación de C_l con α y Re (NACA 65 ₁ – 012)	52
5.6. Variación de C_l con α , Re y δ (NACA 65 ₁ – 012)	52
5.7. Análisis fino del NACA 65 ₁ – 012	53
5.8. Variación de C_d con α y Re (NACA 65 ₁ – 012)	53
5.9. Variación de C_d con α y δ (NACA 65 ₁ – 012)	53
5.10. Variación de C_m con α y Re (NACA 65 ₁ – 012)	54
5.11. Variación de C_m con α y δ (NACA 65 ₁ – 012)	54
5.12. Polar del perfil en función de Re (NACA 65 ₁ – 012)	54
5.13. Polar del perfil en función de δ (NACA 65 ₁ – 012)	54
5.14. Variación de C_l con α y Re (NACA 65 ₃ – 018)	55
5.15. Variación de C_l con α , Re y δ (NACA 65 ₃ – 018)	55
5.16. Análisis fino del NACA 65 ₃ – 018	56
5.17. Variación de C_d con α y Re (NACA 65 ₃ – 018)	56
5.18. Variación de C_d con α y δ (NACA 65 ₃ – 018)	56
5.19. Variación de C_m con α y Re (NACA 65 ₃ – 018)	57
5.20. Variación de C_m con α y δ (NACA 65 ₃ – 018)	57
5.21. Polar del perfil en función de Re (NACA 65 ₃ – 018)	57
5.22. Polar del perfil en función de δ (NACA 65 ₃ – 018)	57
5.23. Variación de C_l con α y Re (NACA 0010)	58
5.24. Análisis fino del NACA 0010	58
5.25. Variación de C_d con α y Re (NACA 0010)	58
5.26. Variación de C_m con α y Re (NACA 0010)	59
5.27. Polar del perfil en función de Re (NACA 0010)	59
5.28. Ejes viento y ejes cuerpo	62
5.29. Definición de ejes para las fuerzas aerodinámicas	62
5.30. Estudio del coeficiente de resistencia para el ala sin winglets	63
5.31. Variación de C_D con α y U_∞ (ala sin winglets)	64
5.32. Estudio del coeficiente de fuerza lateral para el ala sin winglets	65
5.33. Estudio del coeficiente de sustentación para el ala sin winglets	66
5.34. Variación de C_L con α y U_∞ (ala sin winglets)	66
5.35. Polar del ala sin winglets	67
5.36. Variación de C_D con δ_f (ala sin winglets)	68
5.37. Ala voladora deflectando los flaps	69
5.38. Variación de C_L con δ_f (ala sin winglets)	70
5.39. Ala voladora deflectando los elevadores	70
5.40. Variación de C_D con δ_e (ala sin winglets)	71
5.41. Variación de C_L con δ_e (ala sin winglets)	72

5.42. Polar del ala sin winglets en función de δ_e	72
5.43. Ala voladora deflectando los alerones	73
5.44. Variación de C_D con δ_a (ala sin winglets)	74
5.45. Variación de C_D con δ_a y β (ala sin winglets)	74
5.46. Variación de C_Y con δ_a (ala sin winglets)	75
5.47. Variación de C_Y con δ_a y β (ala sin winglets)	75
5.48. Variación de C_L con δ_a (ala sin winglets)	76
5.49. Variación de C_L con δ_a y β (ala sin winglets)	76
5.50. Criterio de signos para las fuerzas y momentos aerodinámicos	77
5.51. Estudio del coeficiente de momento de cabeceo para el ala sin winglets	78
5.52. Variación de C_M con α y U_∞ (ala sin winglets)	79
5.53. Estudio del coeficiente de momento de balance para el ala sin winglets	80
5.54. Estudio del coeficiente de momento de guiñada para el ala sin winglets	81
5.55. Variación de C_M con δ_f (ala sin winglets)	82
5.56. Variación de C_M con δ_e (ala sin winglets)	83
5.57. Variación de C_M con δ_a (ala sin winglets)	84
5.58. Variación de C_M con δ_a y β (ala sin winglets)	85
5.59. Variación de C_L con δ_a (ala sin winglets)	85
5.60. Variación de C_L con δ_a y β (ala sin winglets)	86
5.61. Variación de C_N con δ_a (ala sin winglets)	86
5.62. Variación de C_N con δ_a y β (ala sin winglets)	87
5.63. C_{D_α} para el ala sin winglets	89
5.64. $C_{D_{\delta_e}}$ para el ala sin winglets	89
5.65. C_{L_α} para el ala sin winglets	89
5.66. $C_{L_{\delta_e}}$ para el ala sin winglets	89
5.67. C_{M_α} para el ala sin winglets	90
5.68. $C_{M_{\delta_e}}$ para el ala sin winglets	90
5.69. C_{Y_β} para el ala sin winglets	93
5.70. $C_{Y_{\delta_a}}$ para el ala sin winglets	94
5.71. C_{Y_β} y $C_{Y_{\delta_a}}$ para el ala sin winglets	95
5.72. C_{L_β} para el ala sin winglets	96
5.73. $C_{L_{\delta_a}}$ para el ala sin winglets	98
5.74. C_{L_β} y $C_{L_{\delta_a}}$ para el ala sin winglets	98
5.75. C_{N_β} y $C_{N_{\delta_a}}$ para el ala sin winglets	99
5.76. Estudio del coeficiente de resistencia para el ala con winglets	101
5.77. Variación de C_D con α y U_∞ (ala con winglets)	101
5.78. Estudio del coeficiente de fuerza lateral para el ala con winglets	102
5.79. Estudio del coeficiente de sustentación para el ala con winglets	103
5.80. Variación de C_L con α y U_∞ (ala con winglets)	103
5.81. Polar del ala con winglets	104
5.82. Variación de C_D con δ_f (ala con winglets)	105

5.83. Variación de C_L con δ_f (ala con winglets)	106
5.84. Variación de C_D con δ_e (ala con winglets)	107
5.85. Variación de C_L con δ_e (ala con winglets)	107
5.86. Polar del ala con winglets en función de δ_e	108
5.87. Variación de C_D con δ_a (ala con winglets)	109
5.88. Variación de C_D con δ_a y β (ala con winglets)	109
5.89. Variación de C_Y con δ_a (ala con winglets)	110
5.90. Variación de C_Y con δ_a y β (ala con winglets)	110
5.91. Variación de C_L con δ_a (ala con winglets)	111
5.92. Variación de C_L con δ_a y β (ala con winglets)	111
5.93. Estudio del coeficiente de momento de cabeceo para el ala con winglets	113
5.94. Variación de C_M con α y U_∞ (ala con winglets)	113
5.95. Estudio del coeficiente de momento de balance para el ala con winglets	114
5.96. Estudio del coeficiente de momento de guiñada para el ala con winglets	115
5.97. Variación de C_M con δ_f (ala con winglets)	116
5.98. Variación de C_M con δ_e (ala con winglets)	117
5.99. Variación de C_M con δ_a (ala con winglets)	118
5.100 Variación de C_M con δ_a y β (ala con winglets)	118
5.101 Variación de $C_{\mathcal{L}}$ con δ_a (ala con winglets)	119
5.102 Variación de $C_{\mathcal{L}}$ con δ_a y β (ala con winglets)	119
5.103 Variación de $C_{\mathcal{N}}$ con δ_a (ala con winglets)	120
5.104 Variación de $C_{\mathcal{N}}$ con δ_a y β (ala con winglets)	120
5.105 C_{D_α} para el ala con winglets	121
5.106 $C_{D_{\delta_e}}$ para el ala con winglets	121
5.107 C_{L_α} para el ala con winglets	122
5.108 $C_{L_{\delta_e}}$ para el ala con winglets	122
5.109 C_{M_α} para el ala con winglets	122
5.110 $C_{M_{\delta_e}}$ para el ala con winglets	122
5.111 C_{Y_β} para el ala con winglets	124
5.112 $C_{Y_{\delta_a}}$ para el ala con winglets	125
5.113 C_{Y_β} y $C_{Y_{\delta_a}}$ para el ala con winglets	126
5.114 $C_{\mathcal{L}_\beta}$ para el ala con winglets	128
5.115 $C_{\mathcal{L}_{\delta_a}}$ para el ala con winglets	129
5.116 $C_{\mathcal{L}_\beta}$ y $C_{\mathcal{L}_{\delta_a}}$ para el ala con winglets	130
5.117 $C_{\mathcal{N}_\beta}$ y $C_{\mathcal{N}_{\delta_a}}$ para el ala con winglets	131
5.118 Geometría del elevador	147
5.119 Variación de l_v y z_v con la flecha y el estrechamiento del winglet.	157
5.120 Detalle del winglet al variar la geometría del ala	158
5.121 Geometría del ala para distintos valores de la flecha	159
5.122 Resultados del análisis paramétrico variando la flecha del ala	162
5.123 Geometría del ala para distintos valores del estrechamiento	163

5.124	Resultados del análisis paramétrico variando el estrechamiento del ala	166
5.125	Geometría del ala para distintos valores de la torsión	167
5.126	Resultados del análisis paramétrico variando la torsión geométrica del ala	168
5.127	Geometría del ala voladora para distintos valores de la superficie de los winglet	169
5.128	Resultados del análisis paramétrico variando la superficie de los winglets	172
5.129	Geometría de los winglets para distintos valores de su flecha	173
5.130	Resultados del análisis paramétrico variando la flecha de los winglets	176
5.131	Geometría de los winglets para distintos valores de su estrechamiento	177
5.132	Resultados del análisis paramétrico variando el estrechamiento de los winglets	180
5.133	Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en u variando la flecha .	183
5.134	Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en α variando la flecha .	183
5.135	Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en u & α variando la flecha	184
5.136	Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en q variando la flecha .	184
5.137	Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en θ variando la flecha .	185
5.138	Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en β variando la flecha .	186
5.139	Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en p variando la flecha .	186
5.140	Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en r variando la flecha .	187
5.141	Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en ϕ variando la flecha .	187
5.142	Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en ψ variando la flecha .	188
5.143	Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en u variando el estrecha- miento	189
5.144	Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en α variando el estre- chamiento	190
5.145	Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en u & α variando el estrechamiento	190
5.146	Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en q variando el estrecha- miento	191
5.147	Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en θ variando el estrecha- miento	191
5.148	Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en β variando el estre- chamiento	192
5.149	Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en p variando el estrecha- miento	193
5.150	Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en r variando el estrecha- miento	193
5.151	Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en ϕ variando el estre- chamiento	194
5.152	Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en ψ variando el estre- chamiento	194
5.153	Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en u variando S_v	195
5.154	Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en α variando S_v	196
5.155	Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en u & α variando S_v . .	196

5.156	Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en q variando S_v	197
5.157	Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en θ variando S_v	197
5.158	Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en β variando S_v	198
5.159	Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en p variando S_v	199
5.160	Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en r variando S_v	199
5.161	Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en ϕ variando S_v	200
5.162	Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en ψ variando S_v	200
A.1.	Variación de la temperatura, presión y densidad del aire con la altitud según el modelo de atmósfera ISA	210
B.1.	Criterios de estabilidad estática (imagen extraída de [11])	212
C.1.	Menú Direct Foil Design	213
C.2.	Representación del perfil	214
C.3.	Asistente de introducción de perfiles NACA	215
C.4.	Representación superpuesta de perfiles	215
C.5.	Modificación de las características del perfil	216
C.6.	Modificación del número de puntos	217
C.7.	Menú principal del módulo Xfoil Direct Analysis	218
C.8.	Selección del perfil	219
C.9.	Batch Analysis	219
C.10.	Analizando perfiles mediante "Batch Foil Analysis"	220
C.11.	Resultados del Batch Analysis para los dos perfiles	221
C.12.	Cambio de variables a representar	222
C.13.	Opciones de visualización	223
C.14.	Distribución a lo largo del perfil	223
C.15.	Interfaz principal del menú Wing and Plane Design	224
C.16.	Introducción de un ala	225
C.17.	Definición de un ala	227
C.18.	Introducción de una nueva sección en el ala	228
C.19.	Introducción de un perfil	229
C.20.	Visualización 3D del ala	230
C.21.	Definición del análisis aerodinámico del ala	230
C.22.	Rango de análisis	231
C.23.	Visualización de resultados en 3D	232
C.24.	Visualización de las polares del ala	233
C.25.	Visualización de variables a lo largo de la envergadura	233
C.26.	Definición de la geometría del fuselaje	234
C.27.	Definición del avión	235
C.28.	Visualización del avión en 3D	236
C.29.	Definición del análisis aerodinámico del avión	237

C.30. Estudio del coeficiente de momentos	238
C.31. Singularidad por la posición de los planos	239
C.32. Outside the flight envelope	239
C.33. Error de interpolación	240
C.34. Activación del flap en un perfil	241
C.35. Cambio de perfil en las superficies aerodinámicas	242
C.36. Apertura del módulo de estabilidad de XFLR5	243
C.37. Opciones del módulo de estabilidad de XFLR5	243
C.38. Cálculo de las derivadas de control del elevador	244
C.39. Cálculo de las derivadas de control del timón de dirección	245
C.40. Cálculo de las derivadas de control de los alerones	245
C.41. Secuencia de barrido de las variables de control	246
C.42. Activación de δ_e y δ_r	247
C.43. Trimado longitudinal	247
C.44. Derivadas de estabilidad	248
C.45. Derivadas de control	248
C.46. Autovalores y autovectores del problema de estabilidad	249
C.47. Matrices del problema de estabilidad	249
C.48. Error por análisis viscoso	250
C.49. Warning por exceso de valores de la variable de control	251

Índice de tablas

5.1. Variación del coeficiente de momento con/sin winglets	112
5.2. Comparación del cálculo de las derivadas de estabilidad respecto a la velocidad para el ala sin winglets	134
5.3. Comparación del cálculo de las derivadas de estabilidad respecto al ángulo de ataque para el ala sin winglets	134
5.4. Comparación del cálculo de las derivadas de estabilidad respecto al ángulo de deflexión del elevador para el ala sin winglets	135
5.5. Comparación del cálculo de las derivadas de estabilidad respecto al ángulo de resbalamiento para el ala sin winglets	136
5.6. Comparación del cálculo de las derivadas de estabilidad respecto al ángulo de deflexión del alerón para el ala sin winglets	137
5.7. Comparación del cálculo de las derivadas de estabilidad respecto a la velocidad para el ala con winglets	140
5.8. Comparación del cálculo de las derivadas de estabilidad respecto al ángulo de ataque para el ala con winglets	141
5.9. Comparación del cálculo de las derivadas de estabilidad respecto al ángulo de deflexión del elevador para el ala con winglets	141
5.10. Comparación del cálculo de las derivadas de estabilidad respecto al ángulo de resbalamiento para el ala con winglets	142
5.11. Comparación del cálculo de las derivadas de estabilidad respecto al ángulo de deflexión del alerón para el ala con winglets	143
5.12. Cálculo de las derivadas de estabilidad respecto a la velocidad con ecuaciones paramétricas	148
5.13. Cálculo de las derivadas de estabilidad respecto al ángulo de ataque con ecuaciones paramétricas	149
5.14. Cálculo de las derivadas de estabilidad respecto al ángulo de deflexión del elevador con ecuaciones paramétricas	149
5.15. Cálculo de las derivadas de estabilidad respecto a la velocidad angular de cabeceo con ecuaciones paramétricas	150
5.16. Cálculo de las derivadas de estabilidad respecto a la tasa de variación de ángulo de ataque con ecuaciones paramétricas	150
5.17. Cálculo de las derivadas de estabilidad propulsivas con ecuaciones paramétricas	151
5.18. Cálculo de las derivadas de estabilidad respecto al ángulo de resbalamiento con ecuaciones paramétricas	152

5.19. Cálculo de las derivadas de estabilidad respecto al ángulo de deflexión del alerón con ecuaciones paramétricas	152
5.20. Cálculo de las derivadas de estabilidad respecto a la velocidad angular de balance con ecuaciones paramétricas	153
5.21. Cálculo de las derivadas de estabilidad respecto a la velocidad angular de guiñada con ecuaciones paramétricas	154
5.22. Datos del estudio paramétrico variando la flecha del ala	159
5.23. Datos del estudio paramétrico variando el estrechamiento del ala	164
5.24. Datos del estudio paramétrico variando la torsión del ala	168
5.25. Datos del estudio paramétrico variando la superficie de los winglets	170
5.26. Datos del estudio paramétrico variando la flecha de los winglets	174
5.27. Valores de C_{Y_β} al variar la flecha del winglet	177
5.28. Datos del estudio paramétrico variando el estrechamiento de los winglets	178

Notación

Parámetros geométricos

<u>Símbolo</u>	<u>Descripción</u>	<u>Unidades</u>
$MAC \equiv \bar{c}$	Cuerda media aerodinámica	m
MAC_v	Cuerda media aerodinámica del winglet	m
c_x	Cuerda en una sección x cualquiera	m
c_r	Cuerda en la raíz	m
c_t	Cuerda en la punta	m
b	Envergadura del ala	m
λ	Estrechamiento	-
S	Superficie alar	m ²
A	Alargamiento	-
$\Lambda_{\frac{1}{4}}$	Flecha en la línea de $c/4$	rad
Λ_{LE}	Flecha en el borde de ataque	rad
Λ_{TE}	Flecha en el borde de salida	rad
κ	Torsión del perfil en el borde marginal	rad
c_{rv}	Cuerda en la raíz del winglet	m
c_{tv}	Cuerda en la punta del winglet	m
$\frac{b_v}{2}$	Semienvergadura del winglet	m
λ_v	Estrechamiento del winglet	-
S_v	Superficie de los winglets	m ²
A_v	Alargamiento del winglet	-
$\Lambda_{\frac{1}{4}v}$	Flecha en la línea de $c/4$ del winglet	rad
Λ_{LEv}	Flecha en el borde de ataque del winglet	rad
Λ_{TEv}	Flecha en el borde de salida del winglet	rad
X_{CG}	Distancia en el eje x al centro de gravedad del avión	m

Z_{CG}	Distancia en el eje z al centro de gravedad del avión	m
X_{NA}	Distancia en el eje x al centro aerodinámico del avión	m
X_{CP}	Distancia en el eje x al centro de presiones del avión	m
l_v	Distancia paralela a la cuerda desde el vértice del ala al centro aerodinámico del winglet	m
l_{gv}	Distancia paralela a la cuerda desde el centro de gravedad del ala al centro aerodinámico del winglet	m
z_v	Distancia vertical desde el centro de gravedad del ala al centro aerodinámico del winglet	m
c_{r_e}	Cuerda en la raíz del elevador	m
c_{t_e}	Cuerda en la punta del elevador	m
$\frac{b_e}{2}$	Semienvergadura del elevador	m
λ_e	Estrechamiento del elevador	-
S_e	Superficie de los elevadores	m ²
l_e	Distancia paralela a la cuerda desde el centro de gravedad del ala al centro aerodinámico del elevador	m
I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}	Momentos de inercia del avión	kg·m ²
$\hat{I}_{xx}, \hat{I}_{yy}, \hat{I}_{zz}$	Momentos de inercia adimensionales del avión	-
I_{xy}, I_{yz}, I_{xz}	Productos de inercia del avión	kg·m ²
$\hat{I}_{xy}, \hat{I}_{yz}, \hat{I}_{xz}$	Productos de inercia adimensionales del avión	-

Fuerzas y momentos aerodinámicos

<u>Símbolo</u>	<u>Descripción</u>	<u>Unidades</u>
\vec{F}_A	Vector fuerza aerodinámica	N
\vec{F}_T	Vector fuerza propulsiva	N
\vec{M}_A	Vector momento aerodinámico	N·m
\vec{M}_T	Vector momento propulsivo	N·m
F_{A_x}	Fuerza aerodinámica en el eje x	N
F_{T_x}	Fuerza propulsiva en el eje x	N
X_u	Aceleración en el eje x por unidad de variación en la velocidad	1/s
X_{T_u}	Aceleración en el eje x por unidad de variación en la velocidad (debido a la fuerza propulsiva)	1/s
X_α	Aceleración en el eje x por unidad de ángulo de ataque	m/s ² /rad
X_{δ_e}	Aceleración en el eje x por unidad de ángulo de deflexión del elevador	m/s ² /rad

F_{A_z}	Fuerza aerodinámica en el eje z	N
F_{T_z}	Fuerza propulsiva en el eje z	N
Z_α	Aceleración en el eje z por unidad de ángulo de ataque	$m/s^2/rad$
Z_u	Aceleración en el eje z por unidad de variación en la velocidad	1/s
$Z_{\dot{\alpha}}$	Aceleración en el eje z por unidad de variación en la tasa de cambio de ángulo de ataque	$m/s/rad$
Z_q	Aceleración en el eje z por unidad de velocidad angular de cabeceo	$m/s/rad$
Z_{δ_e}	Aceleración en el eje z por unidad de ángulo de deflexión del elevador	$m/s^2/rad$
d	Fuerza de resistencia del perfil	N/m
C_d	Coficiente de resistencia del perfil	-
C_{d_0}	Coficiente de resistencia del perfil con sustentación nula	-
D	Fuerza de resistencia del avión	N
D_i	Fuerza de resistencia inducida	N
D_p	Fuerza de resistencia parásita	N
C_D	Coficiente de resistencia del avión	-
C_{D_0}	Coficiente de resistencia con sustentación nula	-
C_{D_1}	Coficiente de resistencia en la configuración de referencia	-
C_{D_α}	Variación del coeficiente de resistencia con el ángulo de ataque	1/rad
$C_{D_{\dot{\alpha}}}$	Variación del coeficiente de resistencia con la tasa de cambio adimensional de ángulo de ataque	1/rad
$C_{D_{\delta_e}}$	Variación del coeficiente de resistencia con el ángulo de deflexión del elevador	1/rad
C_{D_q}	Variación del coeficiente de resistencia con la velocidad angular de cabeceo adimensional	1/rad
C_{D_u}	Variación del coeficiente de resistencia con la velocidad adimensional	-
l	Fuerza de sustentación del perfil	N/m
C_l	Coficiente de sustentación del perfil	-
C_{l_0}	Coficiente de sustentación del perfil con ángulo de ataque nulo	-
C_{l_α}	Variación del coeficiente de sustentación del perfil con el ángulo de ataque	1/rad
C_{l_δ}	Variación del coeficiente de sustentación del perfil con el ángulo de deflexión de la superficie de control	1/rad
L	Fuerza de sustentación del avión	N
C_L	Coficiente de sustentación del avión	-

C_{L_0}	Coeficiente de sustentación con ángulo de ataque nulo	-
C_{L_1}	Coeficiente de sustentación en la configuración de referencia	-
C_{L_α}	Variación del coeficiente de sustentación con el ángulo de ataque	1/rad
$C_{L_{\dot{\alpha}}}$	Variación del coeficiente de sustentación con la tasa de cambio adimensional de ángulo de ataque	1/rad
$C_{L_{\delta_e}}$	Variación del coeficiente de sustentación con el ángulo de deflexión del elevador	1/rad
C_{L_q}	Variación del coeficiente de sustentación con la velocidad angular de cabeceo adimensional	1/rad
C_{L_u}	Variación del coeficiente de sustentación con la velocidad adimensional	-
m	Momento aerodinámico del perfil	N·m/m
C_m	Coeficiente de momento del perfil	-
C_{m_0}	Coeficiente de momento del perfil con ángulo de ataque nulo	-
C_{m_α}	Variación del coeficiente de momento del perfil con el ángulo de ataque	1/rad
$C_{m_{ac}}$	Coeficiente de momento del perfil respecto al centro aerodinámico	-
\mathcal{M}_A	Momento de cabeceo del avión	N·m
\mathcal{M}_T	Momento de cabeceo del avión (debido a la fuerza propulsiva)	N·m
\mathcal{M}_α	Aceleración angular en cabeceo por unidad de ángulo de ataque	1/s ²
\mathcal{M}_{T_α}	Aceleración angular en cabeceo por unidad de ángulo de ataque (debido a la fuerza propulsiva)	1/s ²
\mathcal{M}_u	Aceleración angular en cabeceo por unidad de variación en la velocidad	rad/s/m
\mathcal{M}_{T_u}	Aceleración angular en cabeceo por unidad de variación en la velocidad (debido a la fuerza propulsiva)	rad/s/m
$\mathcal{M}_{\dot{\alpha}}$	Aceleración angular en cabeceo por unidad de variación en la tasa de cambio de ángulo de ataque	1/s
\mathcal{M}_q	Aceleración angular en cabeceo por unidad de velocidad angular de cabeceo	1/s
\mathcal{M}_{δ_e}	Aceleración angular en cabeceo por unidad de ángulo de deflexión del elevador	1/s ²
C_M	Coeficiente de momento de cabeceo del avión	-
C_{M_0}	Coeficiente de momento de cabeceo con ángulo de ataque nulo	-
$C_{M_{ac}}$	Coeficiente de momento de cabeceo respecto al centro aerodinámico	-
C_{M_1}	Coeficiente de momento de cabeceo en la configuración de referencia	-
C_{M_α}	Variación del coeficiente de momento de cabeceo con el ángulo de ataque	1/rad

$C_{M\dot{\alpha}}$	Variación del coeficiente de momento de cabeceo con la tasa de cambio adimensional de ángulo de ataque	1/rad
$C_{M\delta_e}$	Variación del coeficiente de momento de cabeceo con el ángulo de deflexión del elevador	1/rad
C_{Mq}	Variación del coeficiente de momento de cabeceo con la velocidad angular de cabeceo adimensional	1/rad
C_{Mu}	Variación del coeficiente de momento de cabeceo con la velocidad adimensional	-
T	Fuerza propulsiva	N
C_T	Coficiente de fuerza propulsiva	-
$C_{T_{x_1}}$	Componente propulsiva en la dirección x en la configuración de referencia	-
$C_{T_{xu}}$	Variación de la fuerza propulsiva en la dirección x con la velocidad adimensional	-
$C_{T_{x\alpha}}$	Variación de la fuerza propulsiva en la dirección x con el ángulo de ataque	1/rad
$C_{T_{m_1}}$	Coficiente de momento de cabeceo debido a la fuerza propulsiva en la configuración de referencia	-
$C_{T_{mu}}$	Variación del coeficiente de momento de cabeceo debido a la fuerza propulsiva con la velocidad adimensional	-
$C_{T_{m\alpha}}$	Variación del coeficiente de momento de cabeceo debido a la fuerza propulsiva con el ángulo de ataque	1/rad
F_{A_y}	Fuerza aerodinámica en el eje y	N
F_{T_y}	Fuerza propulsiva en el eje y	N
Y_β	Aceleración en el eje y por unidad de ángulo de resbalamiento	m/s ² /rad
Y_p	Aceleración en el eje y por unidad de velocidad angular de balance	m/s/rad
Y_r	Aceleración en el eje y por unidad de velocidad angular de guiñada	m/s/rad
Y_{δ_a}	Aceleración en el eje y por unidad de ángulo de deflexión del alerón	m/s ² /rad
C_Y	Coficiente de fuerza lateral del avión	-
C_{Y_β}	Variación del coeficiente de fuerza lateral con el ángulo de resbalamiento	1/rad
$C_{Y_{\dot{\beta}}}$	Variación del coeficiente de fuerza lateral con la tasa de cambio adimensional de ángulo de resbalamiento	1/rad
$C_{Y_{\delta_a}}$	Variación del coeficiente de fuerza lateral con el ángulo de deflexión del alerón	1/rad
C_{Y_p}	Variación del coeficiente de fuerza lateral con la velocidad angular de balance adimensional	1/rad
C_{Y_r}	Variación del coeficiente de fuerza lateral con la velocidad angular de guiñada adimensional	1/rad
$C_{T_{Y_\beta}}$	Variación de la fuerza lateral propulsiva con el ángulo de resbalamiento	1/rad
\mathcal{L}_A	Momento de balance del avión	N·m

\mathcal{L}_T	Momento de balance del avión (debido a la fuerza propulsiva)	N·m
\mathcal{L}_β	Aceleración angular en balance por unidad de ángulo de resbalamiento	1/s ²
\mathcal{L}_p	Aceleración angular en balance por unidad de velocidad angular en balance	1/s
\mathcal{L}_r	Aceleración angular en balance por unidad de velocidad angular en guiñada	1/s
\mathcal{L}_{δ_a}	Aceleración angular en balance por unidad de ángulo de deflexión del alerón	1/s ²
$C_{\mathcal{L}}$	Coficiente de momento de balance del avión	-
$C_{\mathcal{L}\beta}$	Variación del coeficiente de momento de balance con el ángulo de resbalamiento	1/rad
$C_{\mathcal{L}\dot{\beta}}$	Variación del coeficiente de momento de balance con la tasa de cambio adimensional de ángulo de resbalamiento	1/rad
$C_{\mathcal{L}\delta_a}$	Variación del coeficiente de momento de balance con el ángulo de deflexión del alerón	1/rad
$C_{\mathcal{L}p}$	Variación del coeficiente de momento de balance con la velocidad angular de balance adimensional	1/rad
$C_{\mathcal{L}r}$	Variación del coeficiente de momento de balance con la velocidad angular de guiñada adimensional	1/rad
\mathcal{N}_A	Momento de guiñada del avión	N·m
\mathcal{N}_T	Momento de guiñada del avión (debido a la fuerza propulsiva)	N·m
\mathcal{N}_β	Aceleración angular en guiñada por unidad de ángulo de resbalamiento	1/s ²
\mathcal{N}_p	Aceleración angular en guiñada por unidad de velocidad angular en balance	1/s
\mathcal{N}_r	Aceleración angular en guiñada por unidad de velocidad angular en guiñada	1/s
\mathcal{N}_{δ_a}	Aceleración angular en guiñada por unidad de ángulo de deflexión del alerón	1/s ²
$\mathcal{N}_{T\beta}$	Aceleración angular en guiñada por unidad de ángulo de resbalamiento (debido a la fuerza propulsiva)	1/s ²
$C_{\mathcal{N}}$	Coficiente de momento de guiñada del avión	-
$C_{\mathcal{N}\beta}$	Variación del coeficiente de momento de guiñada con el ángulo de resbalamiento	1/rad
$C_{\mathcal{N}\dot{\beta}}$	Variación del coeficiente de momento de guiñada con la tasa de cambio adimensional de ángulo de resbalamiento	1/rad
$C_{\mathcal{N}\delta_a}$	Variación del coeficiente de momento de guiñada con el ángulo de deflexión del alerón	1/rad
$C_{\mathcal{N}p}$	Variación del coeficiente de momento de guiñada con la velocidad angular de balance adimensional	1/rad
$C_{\mathcal{N}r}$	Variación del coeficiente de momento de guiñada con la velocidad angular de guiñada adimensional	1/rad
$C_{T_{n\beta}}$	Variación de la coeficiente de momento de guiñada creado por la fuerza propulsiva con el ángulo de resbalamiento	1/rad

Direcciones y velocidades lineales y angulares

<u>Símbolo</u>	<u>Descripción</u>	<u>Unidades</u>
γ	Ángulo de asiento de la velocidad	rad
χ	Ángulo de guiñada de la velocidad	rad
μ	Ángulo de balance de la velocidad	rad
ϵ	Ángulo de ataque del empuje	rad
ν	Ángulo de resbalamiento del empuje	rad
α	Ángulo de ataque	rad
α_1	Ángulo de ataque en la configuración de referencia	rad
$\dot{\alpha}$	Tasa de variación del ángulo de ataque	rad/s
β	Ángulo de resbalamiento	rad
$\dot{\beta}$	Tasa de variación del ángulo de resbalamiento	rad/s
θ	Ángulo de asiento	rad
ψ	Ángulo de guiñada	rad
ϕ	Ángulo de balance	rad
δ_e	Ángulo del elevador	rad
δ_{e1}	Ángulo del elevador en la configuración de referencia	rad
$\dot{\delta}_e$	Tasa de variación del ángulo del elevador	rad/s
δ_a	Ángulo del alerón	rad
$\dot{\delta}_a$	Tasa de variación del ángulo del alerón	rad/s
δ_f	Ángulo de flaps	rad
$\dot{\delta}_f$	Tasa de variación del ángulo de flaps	rad/s
u	Velocidad en el eje x	m/s
u_1	Velocidad en el eje x en la configuración de referencia	m/s
v	Velocidad en el eje y	m/s
w	Velocidad en el eje z	m/s
\hat{u}	Velocidad adimensional en el eje x	-
\hat{v}	Velocidad adimensional en el eje y	-
\hat{w}	Velocidad adimensional en el eje z	-
p	Velocidad angular en balance	rad/s

\hat{p}	Velocidad angular en balance adimensional	-
\dot{p}	Aceleración angular en balance	rad/s ²
q	Velocidad angular en cabeceo	rad/s
\hat{q}	Velocidad angular en cabeceo adimensional	-
\dot{q}	Aceleración angular en cabeceo	rad/s ²
r	Velocidad angular en guiñada	rad/s
\hat{r}	Velocidad angular en guiñada adimensional	-
\dot{r}	Aceleración angular en guiñada	rad/s ²

Otros parámetros

<u>Símbolo</u>	<u>Descripción</u>	<u>Unidades</u>
t	Tiempo	s
\hat{t}	Tiempo adimensional	-
Re	Número de Reynolds	-
M	Número de Mach	-
\vec{V}	Vector velocidad aerodinámica	m/s
V	Velocidad aerodinámica (módulo)	m/s
μ	Viscosidad (dinámica) del aire	kg/m/s
ρ	Densidad del aire kg/m ³	
ν	Viscosidad cinemática del aire	m ² /s
p	Presión del aire	kg/m/s ²
γ	Coefficiente de dilatación adiabática del aire	-
a	Velocidad del sonido	m/s
m	Masa del ala	kg
\hat{m}	Masa adimensional del ala	-
W	Peso del ala	N
g	Gravedad terrestre	m/s ²
V_s	Velocidad de entrada en pérdida	m/s
\bar{q}	Presión dinámica	kg/m/s ²
\bar{q}_1	Presión dinámica en la configuración de referencia	kg/m/s ²
$T_{\frac{1}{2}}$	Tiempo en reducirse a la mitad la amplitud	s

T_2	Tiempo en doblarse la amplitud	s
ξ	Amortiguamiento	-
ω_n	Frecuencia natural	rad/s

Capítulo 1

Introducción

1.1. Motivación

A lo largo de la historia, la humanidad siempre ha intentado conquistar los cielos. Para empezar a ver intentos de simulación del vuelo de las aves, hay que remontarse a los antiguos griegos, con el mito de Daedalus y su hijo Icarus, pasando por los extravagantes diseños de ornitóptero de Leonardo da Vinci a finales del siglo XV en Italia (figura 1.1). Posteriores hazañas en la historia de los vuelos residen en Francia, con la invención del globo aerostático por los hermanos Montgolfier a finales del siglo XVIII; en Inglaterra, con el primer concepto de avión de alas fijas desarrollado por George Cayley a finales del siglo XVIII y principios del XIX; en Alemania, con los planeadores de Otto Lilienthal a finales del siglo XIX (figura 1.2) y en los Estados Unidos por parte de Samuel Pierpont Langley. Al mismo tiempo que Langley, los hermanos Wright hacían historia el 17 de diciembre de 1903, cuando llevaron a cabo el primer vuelo de un avión más pesado que el aire (figura 1.3).

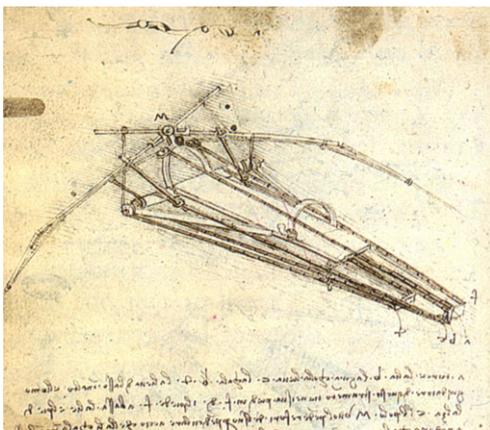


Figura 1.1: Diseño de ornitóptero de Leonardo da Vinci



Figura 1.2: Otto Lilienthal dispuesto a volar



Figura 1.3: Fotografía original del primer vuelo con motor de la historia

En la actualidad, una amplia variedad de aviones no convencionales surcan nuestros cielos. Entre ellos, las alas voladoras representan el diseño más puro y cercano a la naturaleza. Las alas voladoras se definen como aquellas aeronaves de ala fija que permiten realizar un vuelo estable y controlable sin presencia de fuselaje o superficies verticales [1], exceptuando pequeños winglets o superficies tales como las del Northrop YB-49 (figura 1.4c). Algunos ejemplos de alas voladoras que han pasado a la historia son la mayoría de las creaciones de los hermanos alemanes Walter y Reimar Horten durante la década de 1930 y durante todo el siglo XX (figura 1.4a); los modelos Storch I - Storch IX del alemán Alexander Lippisch previos a la Segunda Guerra Mundial; los modelos creados por la NASA entre 1963 y 1975 o los Northrop del ejército estadounidense previos o ligeramente posteriores a la Segunda Guerra Mundial: el Northrop YB-35 de 1946 (figura 1.4b), el Northrop YB-49 de 1947 (figura 1.4c), llegando hasta el último modelo de ala voladora, el Northrop Grumman B-2 Spirit, que voló por primera vez en 1989 (figura 1.4d).



(a) Horten H.IV



(b) Northrop YB-35



(c) Northrop YB-49



(d) Northrop Grumman B-2 Spirit

Figura 1.4: Algunas alas voladoras famosas en la historia

Históricamente, las alas voladoras han sido defendidas por muchos como la configuración potencialmente más eficiente de avión desde el punto de vista de la aerodinámica y el peso estructural. Tal noción proviene generalmente de la idea de que la ausencia de cualquier componente del avión, con excepción del ala, debe reducir el coeficiente de resistencia y la complejidad estructural. Sin embargo, en estos aviones el ala debe ser capaz de proporcionar estabilidad y control de vuelo por sí misma, un requisito que en principio impone dificultades adicionales al problema de diseño. De hecho, los aumentos en peso y fricción debido al problema de estabilidad pueden compensar parcial o totalmente los beneficios estructurales de la simplificación.

Las alas voladoras representan un desafío único a la hora de predecir sus características de estabilidad estática y dinámica, ya que la mayor parte de la literatura que ha sido escrita sobre esta materia trata sobre aviones convencionales, con una estructura de cola para su control.

Con este hecho en mente, el proyecto presente trata de estudiar las características aerodinámicas y de estabilidad de las alas voladoras. Los antecedentes de este proyecto están basados en el artículo [3], en el cual se describen los análisis de estabilidad realizados para un ala voladora, que adopta el nombre de "Ala" (figura 1.5). En dicho artículo, se define completamente la geometría del Ala y se realiza un primer estudio de estabilidad, que muestra la necesidad de añadir winglets al Ala para satisfacer los requisitos de estabilidad lateral. Para estos análisis, se utilizan una serie de ecuaciones empíricas que permiten el cálculo de las derivadas de estabilidad del Ala, considerando por separado la aportación del ala y los winglets [16].



Figura 1.5: Ala Voladora (imagen extraída de [3])

1.2. Descripción del proyecto

Los resultados obtenidos para el Ala en [3], indicaban unas características de estabilidad positivas para la configuración de ala voladora con winglets. El objetivo primero de este proyecto se basa en demostrar estos resultados, partiendo de la misma geometría aunque utilizando para ello varias herramientas de cálculo distintas. De este modo, se persigue mejorar los resultados anteriores, realizando un análisis con más rigor que permita conocer en profundidad las características de las alas voladoras, pudiendo compararse los resultados, validarse las herramientas de cálculo y corroborar lo obtenido en [3].

Los análisis del ala voladora se incluyen en el capítulo 5 de este documento. En primer lugar, en la sección (5.1) se describe la geometría nominal del ala, basada en los datos de [3]. Posteriormente, en la sección (5.2) se procede a realizar los estudios de aerodinámica del ala. Para ello, debido a la simplicidad del software y con el objetivo de poder validarlo comparando los resultados con un futuro estudio en túnel de viento, se decidió utilizar el software libre XFLR5 (véase el capítulo 4, donde se describe el uso hecho de este software). En primer lugar se analizan los perfiles utilizados en el ala voladora (sección 5.2.1), para así poder analizar posteriormente el ala completa (sección 5.2.2). Estos mismos análisis se realizan tanto para la configuración de ala sin winglets como para el ala con winglets.

Tras obtener las características aerodinámicas del ala, en la sección (5.3) se analizan la estabilidad longitudinal y lateral-direccional del ala voladora, de nuevo para las configuraciones con/sin winglets. Con el objetivo de tener varias herramientas para comparar los resultados, se calcularán las derivadas de estabilidad mediante XFLR5 directamente y, además, a partir de los resultados aerodinámicos previamente obtenidos (en XFLR5), calculándolas mediante un código numérico propio. Asimismo, en la sección (5.4) se utilizarán las mismas ecuaciones paramétricas que fueron usadas en [3]. Estas

ecuaciones, basadas en [16] y [19], permiten desacoplar las contribuciones del ala y los winglets a cada una de las derivadas de estabilidad. De este modo, se generó un código que automatizaba el cálculo de las derivadas de estabilidad para alas voladoras, a partir de sus datos geométricos y parámetros de la configuración de vuelo trimado. Esto es ideal para las alas voladoras puesto que muchas de las derivadas de estabilidad son simplificadas en la literatura indicando únicamente sus contribuciones principales. Cuando la mayor de las contribuciones proviene de la cola, y el avión analizado carece de ésta, se estaría frente a un grave problema. La comparación de las derivadas halladas mediante los distintos métodos permitirá obtener conclusiones acerca de la estabilidad del ala voladora, deduciendo también la ventaja del uso de los winglets.

Las últimas secciones del capítulo 5 tratan del análisis de distintas geometrías para el ala voladora, alejándose de la configuración nominal previamente estudiada. En la sección (5.5) se realiza un estudio de las características de estabilidad del ala variando diferentes parámetros de la geometría tanto del propio ala como de los winglets. De este modo, se intenta optimizar la geometría y ver cómo afecta cada parámetro por separado a las características de estabilidad de las alas voladoras. Por último, en la sección (5.6) se procede a representar la respuesta dinámica del ala voladora ante distintas perturbaciones, comparando las distintas geometrías analizadas previamente y observando sus características de estabilidad dinámica.

Capítulo 2

Estado del arte

Como se ha explicado en el capítulo 1, para la realización de este proyecto se decidió utilizar como herramienta esencial de cálculo el software libre XFLR5. Esta herramienta permite realizar análisis aerodinámicos y de estabilidad de perfiles, alas y aviones, operando a bajos números de Reynolds [24]. Los numerosos análisis realizados en este proyecto permitirán, mediante una comparación con un futuro estudio en túnel de viento, validar los cálculos de este software.

Actualmente, existen numerosas herramientas que permiten obtener los resultados que aquí se requerían. A continuación se ofrece un listado y se explican brevemente algunas de estas herramientas:

- **United States Air Force Stability and Control Digital DATCOM:** Se trata de un software que implementa los métodos contenidos en el DATCOM¹ para calcular las derivadas de estabilidad estáticas, de control y dinámicas de los aviones de ala fija. El DATCOM digital requiere un archivo de entrada que contenga una descripción de la geometría del avión a analizar, y da como salida las correspondientes derivadas de estabilidad adimensionales de acuerdo a la condición de vuelo especificada. Con los valores obtenidos, se pueden calcular multitud de parámetros de la dinámica del vuelo.

Algunos desarrollos actuales de la herramienta DATCOM digital son: DATCOM+, la herramienta para Matlab "Mathworks Aerospace Toolbox" y OpenDatcom.

- **Computational Fluid Dynamics (CFD):** Software de mecánica de fluidos en general, que utiliza métodos numéricos para resolver y analizar cualquier problema que involucre gases o líquidos. Permite simular la interacción de cualquier fluido con superficies definidas por las condiciones de contorno. Esta herramienta tiene una potencia de cálculo muy grande y, en particular, permite realizar cálculos de aerodinámica en alas y aviones. La base fundamental de casi todos los problemas de CFD son las ecuaciones de Navier-Stokes, las cuales pueden ser simplificadas si se eliminan los términos viscosos (obteniendo las ecuaciones de Euler). Simplificando aún más las ecuaciones, despreciando los términos de vorticidad se llega a las ecuaciones de flujo potencial. Finalmente, para pequeñas perturbaciones en flujos subsónicos y supersónicos (no transónicos ni hipersónicos) estas ecuaciones pueden ser linealizadas para obtener las ecuaciones del flujo potencial linealizado.

A partir de las ecuaciones y mediante diversos métodos de discretización numérica y modelos de turbulencia, se resuelve el problema considerado calculando las fuerzas que el fluido ejerce sobre el cuerpo. CFD incluye análisis de flujos estacionarios o no estacionarios; laminares, turbulentos o de transición; subsónicos, supersónicos e hipersónicos; con transferencia de calor y reacciones;

¹El DATCOM es una colección de los mejores conocimientos y opiniones en el área de la estabilidad aerodinámica y el control, que permite calcular las derivadas de estabilidad de los aviones dada la geometría y una condición de vuelo.

mezclas de gases y líquidos; con gases reales, compresibles, líquidos no Newtonianos . . . Uno de los software de CFD más populares es ANSYS Fluent.

La validación de los resultados del software se lleva a cabo mediante experimentación en túnel de viento y mediante tests a escala real (pruebas en vuelo).

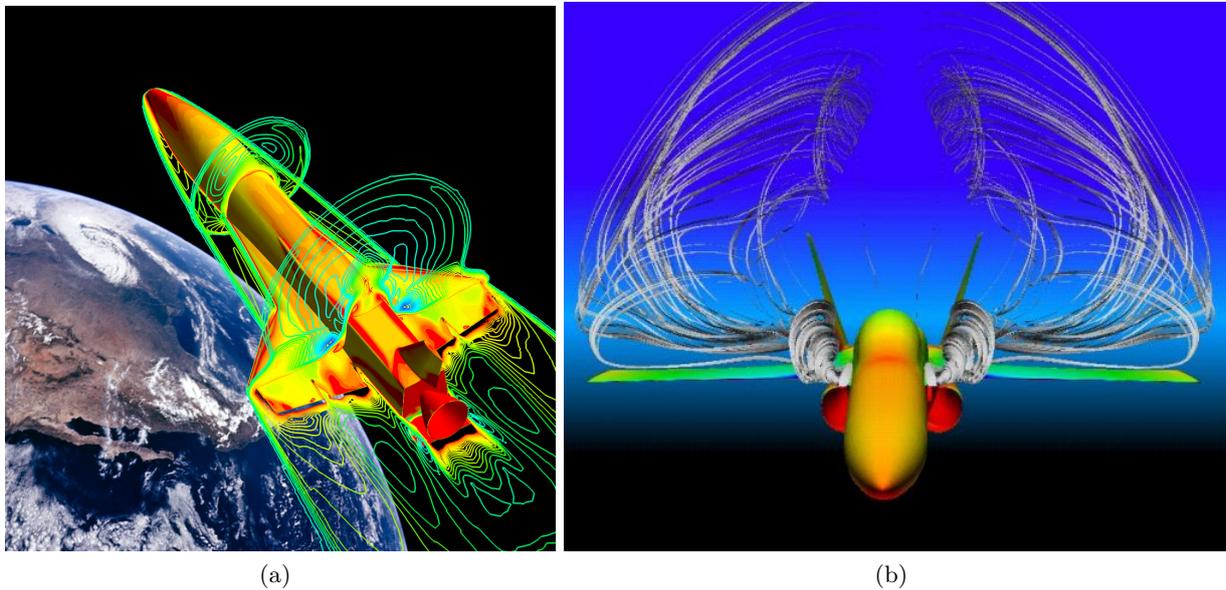


Figura 2.1: Ejemplos de análisis en CFD

- **Computerised Environment for Aircraft Synthesis and Integrated Optimisation Methods (CEASIOM):** CEASIOM es un software utilizado para el diseño conceptual de aviones, que hace uso de la teoría y los datos semi-empíricos, ajustando los algoritmos con datos obtenidos de la experiencia y proyectos anteriores. La fase de diseño conceptual de una aeronave puede suponer hasta el 80% del coste del producto a lo largo de su ciclo de vida, por lo que los errores durante esta fase deben ser evitados. CEASIOM permite, mediante diversos módulos, orientar al ingeniero en este proceso de diseño conceptual. Entre los distintos módulos que CEASIOM incluye se pueden encontrar: el módulo de geometría (punto de inicio para construir el avión), el módulo de aerodinámica (Digital DATCOM combinado con códigos de TORNADO y CFD), el módulo de estabilidad y control (SDSA), el módulo de diseño de sistemas de control de vuelo (FCSDT), el módulo de aeroelasticidad (NeoCASS), así como otras herramientas de estructuras.

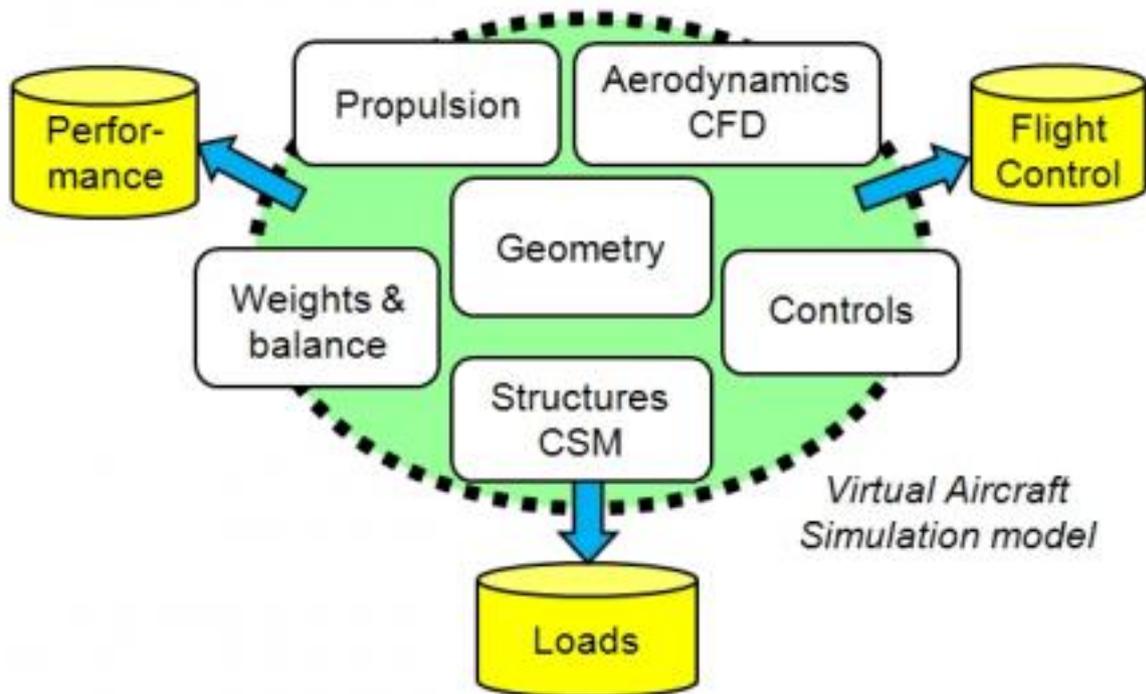


Figura 2.2: Modelo de simulación de un avión en CEASIO

- TORNADO:** Es un software de código abierto, programado en MATLAB, para el cálculo de las derivadas de estabilidad y coeficientes de fuerzas y momentos de una aeronave. Utiliza como base un método numérico denominado Vortex Lattice Method (VLM) para aerodinámica lineal. Este método está basado en la teoría de flujo incompresible y potencial, donde los efectos de viscosidad y disipación son despreciados. Además, supone pequeño espesor en todas las superficies sustentadoras y pequeños ángulos, todo ello necesario para la linealización de las ecuaciones. Así, modelando todas las superficies sustentadoras como placas planas, TORNADO permite calcular la mayoría de las derivadas de estabilidad para un gran rango de geometrías. Con una velocidad computacional muy elevada y aún en fase de desarrollo, el código está siendo utilizado en numerosas universidades de todo el mundo.

Capítulo 3

Descripción de la dinámica del avión

Como se ha introducido en el capítulo 1, el presente proyecto trata del estudio de la estabilidad de un ala voladora, incluyendo el cálculo de sus derivadas de estabilidad, análisis de sus modos y representación del comportamiento dinámico. Para ello, son necesarias una serie de herramientas, por lo cual se hace imprescindible realizar una introducción teórica de la dinámica del avión en este capítulo. A lo largo del capítulo, se particularizará la formulación al caso aplicado de un ala voladora que, no disponiendo de timón de dirección, carece de uno de los grados de libertad con respecto a otros aviones convencionales.

Tras plantear unas hipótesis iniciales en la sección (3.1), se procederá a describir los sistemas de referencia utilizados en la sección (3.2). Una vez descritos los sistemas de ejes, se mostrarán las ecuaciones que dominan el comportamiento dinámico del avión en la sección (3.3), pasando posteriormente a realizar una linealización del modelo en la sección (3.4). Por último, en la sección (3.5) se describe brevemente la dinámica del avión a partir de las ecuaciones obtenidas previamente.

3.1. Hipótesis generales

En este capítulo se van a plantear las ecuaciones generales que describen la dinámica del vuelo de un avión; es decir, la evolución de las variables de estado de éste en función de las fuerzas y momentos exteriores. Para ello, es necesario en primer lugar plantear una serie de hipótesis:

- **Modelo de Tierra:** Se considera la Tierra plana y la gravedad constante.
- **Modelo de atmósfera:** La atmósfera está en calma (no hay viento), y la variación de sus magnitudes con la altitud viene dada por el estándar de atmósfera ISA (International Standard Atmosphere) (ver anexo A).
- El avión es un cuerpo rígido, simétrico y con los motores fijos.

3.2. Sistemas de referencia y sistemas de ejes

En el desarrollo de este proyecto se utilizarán distintos sistemas de referencia, habituales en la Mecánica del Vuelo. Para obtener las ecuaciones escalares del movimiento se consideran las ecuaciones vectoriales en forma matricial. Para ello los vectores deben proyectarse en un sistema de ejes determinado. Los distintos sistemas de ejes utilizados se describen a continuación. Para obtener las componentes de un vector \vec{a} en ejes Y conocidas sus componentes en ejes X , se considera la matriz $[T]^{YX}$ asociada a la transformación $X \rightarrow Y$ que permite escribir

$$[a]^Y = [T]^{YX} [a]^X \quad (3.1)$$

En lo que sigue, se usará esta notación para designar la transformación entre distintos ejes de coordenadas. Se procede ahora a describir los distintos sistemas de referencia utilizados en la dinámica del vuelo, así como la transformación de coordenadas entre ellos.

3.2.1. Sistema inercial topocéntrico

Haciendo la hipótesis de Tierra plana, la superficie terrestre se considera plana y cualquier sistema de referencia fijado a ella (topocéntrico) puede considerarse inercial. Con estas hipótesis, el sistema inercial topocéntrico $T(O, x, y, z)$ se define como sigue:

- O (origen): cualquier punto de la superficie terrestre;
- Eje x : en dirección norte;
- Eje y : en dirección este;
- Eje z : completa un triedro a derechas (dirigido hacia abajo).

El plano formado por los ejes x e y (plano xy) es el plano horizontal.

3.2.2. Sistema de ejes horizonte local

El sistema de ejes horizonte local $H(O_h, x_h, y_h, z_h)$ se define como sigue (ver figura 3.1):

- O_h (origen): centro de masas del vehículo;
- Eje x_h : paralelo al eje x del sistema inercial topocéntrico;
- Eje y_h : paralelo al eje y del sistema inercial topocéntrico;
- Eje z_h : completa un triedro a derechas (paralelo al eje z del sistema inercial topocéntrico).

El plano $x_h y_h$ (formado por los ejes x_h e y_h) es el plano horizontal local.

3.2.2.1. Orientación de los ejes horizonte local (H) respecto de los ejes del sistema inercial topocéntrico (T)

Transformación $T \rightarrow H$: la orientación de los ejes horizonte local coincide en todo momento con la de los ejes del sistema inercial topocéntrico. La matriz de transformación es pues la identidad.

3.2.3. Sistema de ejes viento

El sistema de ejes viento $W(O_w, x_w, y_w, z_w)$ se define como sigue (ver figuras 3.2 y 3.2):

- O_w (origen): centro de masas del avión;
- Eje x_w : dirigido según el vector velocidad aerodinámica \vec{V} y en su mismo sentido;

- Eje z_w : contenido en el plano de simetría del avión, y dirigido hacia abajo en la actitud normal de vuelo;
- Eje y_w : completa un triedro a derechas (dirigido según el ala derecha del avión).

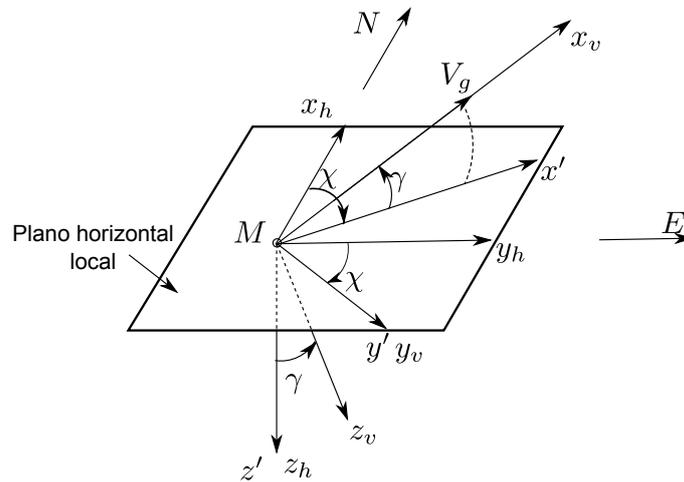


Figura 3.1: Sistema de ejes horizonte local

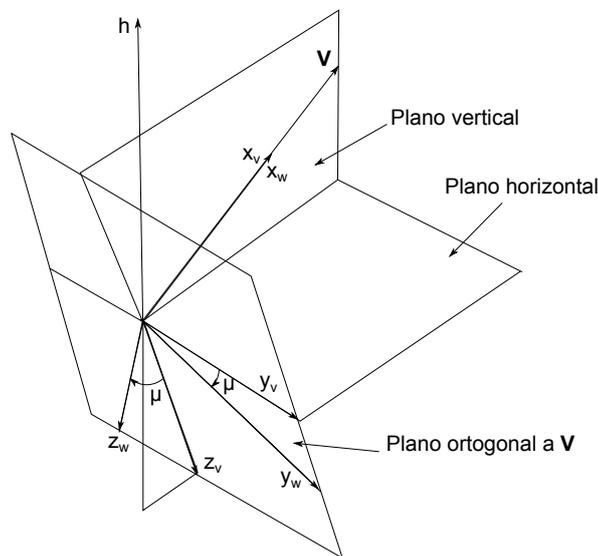


Figura 3.2: Sistema de ejes viento

3.2.3.1. Orientación de los ejes viento (W) respecto de los ejes horizonte local (H)

Los ángulos que permiten describir la orientación de los ejes viento respecto de los ejes horizonte local son los siguientes:

- El ángulo de asiento de velocidad (γ) (en inglés, aerodynamic flight-path angle) es el ángulo formado por el vector velocidad aerodinámica \vec{V} con el plano horizontal local, positivo cuando el avión sube.
- El ángulo de guiñada de velocidad (χ) (en inglés, aerodynamic heading angle) es el ángulo formado por la proyección del vector velocidad \vec{V} sobre el plano horizontal local con la dirección norte, positivo hacia el este.
- El ángulo de balance de velocidad (μ) o ángulo de alabeo (en inglés, bank angle) es el ángulo formado por el eje y_w con la intersección del plano $y_w z_w$ con el plano horizontal, positivo en el sentido de bajar el ala derecha.

Transformación $H \rightarrow W$: los ejes viento se obtienen a partir de los ejes horizonte local mediante una rotación de ángulo χ alrededor del eje z_h , seguida de una rotación de ángulo γ alrededor del eje intermedio y' , seguida de una rotación de ángulo μ alrededor del eje x_w (ver figuras 3.1 y 3.2). La matriz de transformación es

$$[T]^{WH} = \begin{bmatrix} \cos \gamma \cos \chi & \cos \gamma \sin \chi & -\sin \chi \\ \sin \mu \sin \gamma \cos \chi - \cos \mu \sin \chi & \sin \mu \sin \gamma \sin \chi + \cos \mu \cos \chi & \sin \mu \cos \gamma \\ \cos \mu \sin \gamma \cos \chi + \sin \mu \sin \chi & \cos \mu \sin \gamma \sin \chi - \sin \mu \cos \chi & \cos \mu \cos \gamma \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Este sistema de ejes permite orientar de forma natural la fuerza aerodinámica (ver figura 3.3), siendo, por definición, la resistencia (D) la componente según $-x_w$, la fuerza lateral (Q) la componente según $-y_w$ y la sustentación (L) la componente según $-z_w$. Nótese que en general la velocidad \vec{V} no está contenida en el plano de simetría del avión (en el caso de vuelo simétrico sí lo está); se llama ángulo de resbalamiento (en inglés, sideslip angle) al ángulo formado por el vector \vec{V} con el plano de simetría.

Es importante mencionar que la fuerza aerodinámica así definida, en ejes viento, no tendrá las mismas componentes que en ejes estabilidad, los cuales serán utilizados en el desarrollo posterior. En estos ejes, las componentes serán F_{Ax} , F_{Ay} y F_{Az} .

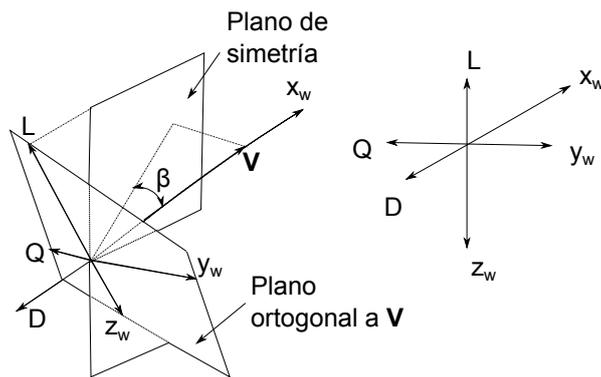


Figura 3.3: Orientación de la fuerza aerodinámica

Para orientar el empuje respecto de los ejes viento, se definen el ángulo de ataque del empuje (ϵ) y el ángulo de resbalamiento del empuje (ν), tal y como se indica en la figura (3.4).

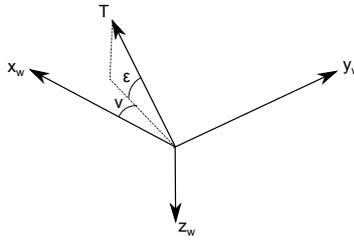


Figura 3.4: Orientación del empuje

3.2.4. Sistema de ejes cuerpo

El sistema de ejes cuerpo $B(O_b, x_b, y_b, z_b)$ se define como sigue (ver figura 3.5):

- O_b (origen): centro de masas del avión;
- Eje x_b : contenido en el plano de simetría del avión, según una línea de referencia longitudinal, y dirigido hacia el morro;
- Eje z_b : contenido en el plano de simetría del avión, ortogonal a x_b , y dirigido hacia abajo en la actitud normal de vuelo;
- Eje y_b : completa un triedro a derechas (es ortogonal al plano de simetría, dirigido según el ala derecha del avión).

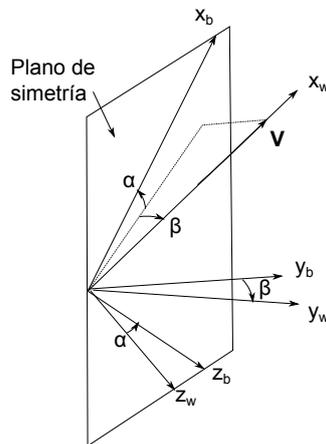


Figura 3.5: Sistema de ejes cuerpo

3.2.4.1. Orientación de los ejes cuerpo (B) respecto de los ejes viento (W)

La orientación de los ejes cuerpo respecto de los ejes viento viene definida por los siguientes ángulos:

- El ángulo de resbalamiento (en inglés, sideslip angle) (β) es el ángulo formado por el vector \vec{V} con el plano de simetría, positivo cuando el aire le entra al avión por la derecha.
- El ángulo de ataque (en inglés, angle of attack) (α) es el ángulo formado por el eje x_b con la proyección del vector \vec{V} sobre el plano de simetría, positivo cuando el aire le entra al avión por abajo.

Transformación $W \rightarrow B$: los ejes cuerpo se obtienen a partir de los ejes viento mediante una rotación de ángulo β alrededor del eje $-z_w$, seguida de una rotación de ángulo α alrededor del eje y_b (ver figura 3.5). La matriz de transformación es

$$[T]^{BW} = \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \beta & -\cos \alpha \sin \beta & -\sin \alpha \\ \sin \beta & \cos \beta & 0 \\ \sin \alpha \cos \beta & -\sin \alpha \sin \beta & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

3.2.4.2. Orientación de los ejes cuerpo (B) respecto de los ejes horizonte local (H)

Por otro lado, la orientación respecto de los ejes horizonte local viene definida por los llamados Ángulos de Euler:

- El ángulo de asiento (en inglés, pitch angle) (θ) es el ángulo formado por el eje x_b con el plano horizontal local, positivo hacia arriba.
- El ángulo de guiñada (en inglés, yaw angle) (ψ) es el ángulo formado por la proyección del eje x_b sobre el plano horizontal local con la dirección norte, positivo hacia el este.
- El ángulo de balance (en inglés, roll angle) (ϕ) es el ángulo formado por el eje y_b con la intersección del plano $y_b z_b$ con el plano horizontal, positivo en el sentido de bajar el ala derecha.

Cuando $\phi = 0$ se dice que el avión vuela con las alas a nivel.

Transformación $H \rightarrow X_1 \rightarrow X_2 \rightarrow B$: los ejes cuerpo se obtienen a partir de los ejes horizonte local mediante una rotación de ángulo ψ alrededor del eje z_h , que permite pasar de los ejes H a los ejes $X_1(O_1, x_1, y_1, z_1 \equiv z_h)$; seguida de una rotación de ángulo θ alrededor del eje intermedio y_1 , que pasa desde los ejes X_1 a los ejes $X_2(O_2, x_2, y_2 \equiv y_1, z_2)$; seguida de una última rotación de ángulo ϕ alrededor del eje $x_2 \equiv x_b$, que lleva los ejes X_2 a los ejes cuerpo finales. La matriz de transformación se construye a partir de las tres transformaciones elementales descritas:

$$\begin{aligned} [T]^{BH} &= \overbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}}^{T^{BX_2}} \overbrace{\begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}}^{T^{X_2X_1}} \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \cos \theta \sin \psi & -\sin \theta \\ \sin \phi \sin \theta \cos \psi - \cos \phi \sin \psi & \sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi & \sin \phi \cos \theta \\ \cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi & \cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (3.4) \end{aligned}$$

Esta matriz verifica la siguiente relación

$$[T]^{BH} = [T]^{BW} [T]^{WH} \quad (3.5)$$

la cual permite relacionar los ángulos (θ, ψ, ϕ) con los ángulos (α, β) y (γ, χ, μ) .

3.3. Modelo no lineal de 6 grados de libertad

El objetivo que se persigue es relacionar el movimiento de la aeronave con las fuerzas que actúan sobre ella. En primer lugar, conviene hacer las siguientes definiciones:

- $\vec{r}_c = (x_c, y_c, z_c)^T$: Vector de posición del avión respecto del sistema topocéntrico (nótese el abuso de notación, ya que en este caso el supérndice T representa la traspuesta del vector, no la proyección en el sistema topocéntrico).
- \vec{V}_c : Vector velocidad del avión respecto del sistema topocéntrico.
- \vec{V}_w : Velocidad del viento respecto del sistema topocéntrico.
- \vec{V} : Vector velocidad aerodinámica del avión. Las fuerzas y momentos aerodinámicos dependen de esta velocidad.

$$\vec{V} = \vec{V}_c - \vec{V}_w \quad (3.6)$$

Como se comentó en las hipótesis generales, no se considerará viento, por lo que la velocidad aerodinámica del avión coincide con la velocidad respecto a tierra, y, por ser el sistema topocéntrico inercial (hipótesis de Tierra plana), coincidirá también con la velocidad inercial ($\vec{V} = \vec{V}_c = \vec{V}_I$).

En la figura (3.6) se puede ver el criterio de signos para las fuerzas y momentos aerodinámicos, así como para las velocidades lineales y angulares. Recuérdese que en el índice de notación se puede consultar la nomenclatura seguida.

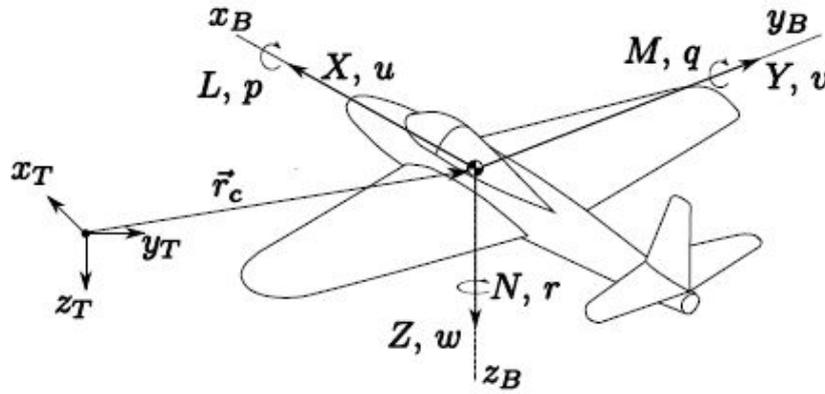


Figura 3.6: Criterio de signos

El desarrollo de las ecuaciones dinámicas se hará en los ejes cuerpo del avión. En estos ejes, se definen los siguientes vectores:

$$[V]^B = [u, v, w]^T \quad (3.7)$$

$$[\omega]^B = [p, q, r]^T \quad (3.8)$$

$$[F_A]^B = [F_{Ax}, F_{Ay}, F_{Az}]^T \quad (3.9)$$

$$[F_T]^B = [F_{Tx}, F_{Ty}, F_{Tz}]^T \quad (3.10)$$

$$[M_A]^B = [\mathcal{L}_A, \mathcal{M}_A, \mathcal{N}_A]^T \quad (3.11)$$

$$[M_T]^B = [\mathcal{L}_T, \mathcal{M}_T, \mathcal{N}_T]^T \quad (3.12)$$

donde u , v y w son las velocidades lineales en los ejes x , y , z , respectivamente; p , q y r son las velocidades angulares de balance, cabeceo y guiñada; F_{A_x} , F_{A_y} y F_{A_z} son las componentes de la fuerza aerodinámica en los ejes cuerpo; F_{T_x} , F_{T_y} y F_{T_z} son las componentes de la fuerza propulsiva en dichos ejes; \mathcal{L}_A , \mathcal{M}_A y \mathcal{N}_A son los momentos aerodinámicos y \mathcal{L}_T , \mathcal{M}_T y \mathcal{N}_T son los momentos producidos por la fuerza propulsiva.

3.3.1. Ecuaciones cinemáticas lineales

Para empezar se plantean las ecuaciones cinemáticas lineales, que permiten conocer la posición del vehículo a partir de su velocidad.

$$[V_c]^T = \left[\frac{dr_c}{dt} \right]^T = \begin{bmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{y}_c \\ \dot{z}_c \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Puesto que las ecuaciones se van a plantear en los ejes cuerpo, se dispondrá de $[V_c]^B$, por lo que hay que hacer la transformación:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{y}_c \\ \dot{z}_c \end{bmatrix} &= [T]^{TB} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} u \cos \theta \cos \psi + v(\sin \phi \sin \theta \cos \psi - \cos \phi \sin \psi) + w(\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) \\ u \cos \theta \sin \psi + v(\sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi) + w(\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi) \\ -u \sin \theta + v \sin \phi \cos \theta + w \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.14)$$

3.3.2. Ecuaciones cinemáticas angulares

A continuación se van a escribir las ecuaciones cinemáticas angulares, las cuales permiten conocer los parámetros de actitud (ángulos de Euler: θ , ψ y ϕ) a partir de la velocidad angular.

A partir de la transformación $H \rightarrow B$ explicada en la sección (3.2.4.2), se puede escribir el vector velocidad angular de la siguiente forma:

$$\vec{\omega} = \dot{\psi} \vec{k}_H + \dot{\theta} \vec{j}_{X_1} + \dot{\phi} \vec{i}_B \quad (3.15)$$

donde \vec{k}_H , \vec{j}_{X_1} y \vec{i}_B son los vectores unitarios según los ejes z_h , y_1 y x_b , respectivamente. Proyectando esta ecuación en ejes cuerpo a partir de las matrices de transformación descritas en la sección (3.2.4.2):

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \dot{\psi} [T]^{BH} [k_H]^H + \dot{\theta} [T]^{BX_2} [T]^{X_2X_1} [j_{X_1}]^{X_1} + \dot{\phi} [i_B]^B \quad (3.16)$$

Y haciendo las transformaciones indicadas queda:

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \theta \\ \dot{\theta} \cos \phi + \dot{\psi} \cos \theta \sin \phi \\ -\dot{\theta} \sin \phi + \dot{\psi} \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Por último, conviene despejar en estas ecuaciones las derivadas de los ángulos de Euler en un mismo miembro de la ecuación:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p + (q \sin \phi + r \cos \phi) \tan \theta \\ q \cos \phi - r \sin \phi \\ (q \sin \phi + r \cos \phi) \sec \theta \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

3.3.3. Ecuaciones dinámicas

En cuanto a las ecuaciones dinámicas, se comienza planteando la Segunda Ley de Newton para las fuerzas y la ecuación del momento cinético para los momentos:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \frac{d\vec{V}_c}{dt} \quad (3.19)$$

$$\sum \vec{M}_{ext} = \frac{d\vec{h}_c}{dt} \quad (3.20)$$

donde $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{F}_A + \vec{F}_T + m\vec{g}$ es la suma de fuerzas exteriores aplicadas, $\sum \vec{M}_{ext} = \vec{M}_A + \vec{M}_T$ es la suma de momentos exteriores aplicados, $\vec{h}_c = \bar{I}\vec{\omega}$ es el momento angular y \bar{I} es el tensor de inercia.

Las derivadas anteriores han de tomarse desde un sistema de referencia inercial, que, como se ha explicado, será aquí el sistema topocéntrico. Sin embargo, puesto que el tensor de inercia es conocido en ejes cuerpo, se proyectarán las ecuaciones en estos ejes y se tomarán las derivadas mediante la fórmula de Poisson.

Aplicando la fórmula de Poisson para realizar las derivadas en ejes cuerpo, la ecuación (3.19) queda:

$$m \left. \frac{d\vec{V}_c}{dt} \right|_{inercial} = m \left(\left. \frac{d\vec{V}_c}{dt} \right|_B + \vec{\omega} \times \vec{V}_c \right) = \vec{F}_A + \vec{F}_T + m\vec{g} \quad (3.21)$$

mientras que la ecuación (3.20) resulta:

$$\left. \frac{d\vec{h}_c}{dt} \right|_{inercial} = \left(\left. \frac{d\vec{\omega}}{dt} \right|_B + \vec{\omega} \times \vec{\omega} \right) = \vec{M}_A + \vec{M}_T \quad (3.22)$$

Estas ecuaciones se proyectan en ejes cuerpo, a partir de la definición de las fuerzas y momentos aerodinámicos y propulsivos dados anteriormente y sabiendo que

$$[g]^B = [T]^{BT} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix}$$

Las ecuaciones resultantes son:

$$m(\dot{u} - vr + qw) = -mg \sin \theta + F_{A_x} + F_{T_x} \quad (3.23)$$

$$m(\dot{v} + ur - wp) = mg \cos \theta \sin \phi + F_{A_y} + F_{T_y} \quad (3.24)$$

$$m(\dot{w} - uq + vp) = mg \cos \theta \cos \phi + F_{A_z} + F_{T_z} \quad (3.25)$$

$$I_{xx}\dot{p} - I_{xz}\dot{r} - I_{xz}pq + (I_{zz} - I_{yy})rq = \mathcal{L}_A + \mathcal{L}_T \quad (3.26)$$

$$I_{yy}\dot{q} + (I_{xx} - I_{zz})pr + I_{xz}(p^2 - r^2) = \mathcal{M}_A + \mathcal{M}_T \quad (3.27)$$

$$I_{zz}\dot{r} - I_{xz}\dot{p} + (I_{yy} - I_{xx})pq + I_{xz}qr = \mathcal{N}_A + \mathcal{N}_T \quad (3.28)$$

Las ecuaciones anteriores (cinemáticas lineales, ecuaciones 3.15; cinemáticas angulares, ecuaciones 3.18 y dinámicas, ecuaciones 3.23-3.28) constituyen un sistema de 12 ecuaciones diferenciales que permiten calcular las 12 variables de estado:

$$\vec{x} = [x_c, y_c, z_c, \phi, \theta, \psi, u, v, w, p, q, r]$$

Para cerrar el problema, es necesario conocer las expresiones de las fuerzas y momentos aerodinámicos y propulsivos. Es decir, es necesario un modelo aerodinámico y otro propulsivo. En general, dicho modelo será de la forma:

$$\vec{F}_{A,T}, \vec{M}_{A,T} = f(u(\tau), v(\tau), w(\tau), p(\tau), q(\tau), r(\tau), \vec{u})$$

donde $x(\tau)$ representa la historia pasada de la variable x , y \vec{u} es el vector de control. Para el caso particular de ala voladora, sin timón de dirección, se tiene:

$$\vec{u} = [\delta_e, \delta_T, \delta_a]$$

por lo que el sistema tendrá tres grados de libertad (leyes de pilotaje: deflexión de elevador, palanca del motor y deflexión de alerón respectivamente). La deflexión del elevador se define positiva hacia abajo, produciendo un momento de cabeceo negativo (picado). La deflexión del alerón es positiva cuando da un momento de balance positivo, tendiendo a bajar el ala derecha.

El problema de trayectoria (ecuaciones cinemáticas lineales) está desacoplado del resto. Pueden resolverse las ecuaciones de actitud (cinemáticas angulares) y dinámicas independientemente. A partir de ahora, no aparecerán en la formulación las ecuaciones cinemáticas lineales.

3.4. Modelo linealizado de pequeñas perturbaciones

Para el estudio de problemas de estabilidad y control, resulta prácticamente imposible trabajar con las ecuaciones no lineales obtenidas. Por ello, para simplificar el problema, se selecciona un punto de operación del avión y se linealizan las ecuaciones en torno a dicho punto. De este modo, se obtiene un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias (ODE's) lineal que sí es abordable en la práctica, siendo únicamente válido cuando el movimiento de la aeronave consiste en pequeñas perturbaciones alrededor del punto de operación.

Las variables de estado se expresarán como suma de su valor en el punto de operación (subíndice "1") más su desviación (con la misma nomenclatura que el valor total de la variable) (obsérvese el abuso de notación):

$$\begin{aligned} u &= u_1 + u(t) & p &= p_1 + p(t) & \phi &= \phi_1 + \phi(t) \\ v &= v_1 + v(t) & q &= q_1 + q(t) & \theta &= \theta_1 + \theta(t) \\ w &= w_1 + w(t) & r &= r_1 + r(t) & \psi &= \psi_1 + \psi(t) \\ F_{A_x} &= F_{A_{x_1}} + \Delta F_{A_x} & F_{A_y} &= F_{A_{y_1}} + \Delta F_{A_y} & F_{A_z} &= F_{A_{z_1}} + \Delta F_{A_z} \\ F_{T_x} &= F_{T_{x_1}} + \Delta F_{T_x} & F_{T_y} &= F_{T_{y_1}} + \Delta F_{T_y} & F_{T_z} &= F_{T_{z_1}} + \Delta F_{T_z} \\ \mathcal{M}_A &= \mathcal{M}_{A_1} + \Delta \mathcal{M}_A & \mathcal{L}_A &= \mathcal{L}_{A_1} + \Delta \mathcal{L}_A & \mathcal{N}_A &= \mathcal{N}_{A_1} + \Delta \mathcal{N}_A \\ \mathcal{M}_T &= \mathcal{M}_{T_1} + \Delta \mathcal{M}_T & \mathcal{L}_T &= \mathcal{L}_{T_1} + \Delta \mathcal{L}_T & \mathcal{N}_T &= \mathcal{N}_{T_1} + \Delta \mathcal{N}_T \end{aligned}$$

El vuelo de referencia que se va a utilizar consiste en un vuelo simétrico ($v_1 = 0$), rectilíneo ($\phi_1 = 0$), estacionario (u_1, v_1, w_1, p_1, q_1 y r_1 constantes) y con velocidades angulares nulas ($p_1 = q_1 =$

$r_1 = \dot{\phi}_1 = \dot{\theta}_1 = \dot{\psi}_1 = 0$). Para simplificar el problema aún más, se define el sistema de ejes estabilidad ($S(O_s, x_s, y_s, z_s)$), que no es más que el anterior sistema de ejes cuerpo para una situación particular: El eje x_b va según la dirección y sentido de la velocidad de referencia (u_1). Nótese que previamente, el sistema de ejes cuerpo había sido definido con el eje x_b apuntando hacia el morro, pero nunca se había concretado la dirección exacta. De este modo, se consigue que la velocidad vertical de referencia sea nula ($w_1 = 0$). Formalmente, el sistema de ejes estabilidad vendrá definido por:

- O_s (origen): centro de gravedad del avión;
- Eje x_s : según la dirección de la velocidad del estado de referencia (\vec{V}_1);

$$[V_1]^S = [u_1, 0, 0]^T$$

- Eje y_s : paralelo a y_b ;
- Eje z_s : formando un triedro a derechas.

Por lo tanto, en estos ejes estabilidad, las variables de estado en el vuelo de referencia resultan todas nulas excepto u_1 , θ_1 y ψ_1 . La velocidad u_1 será la que se tenga en la configuración de referencia, con el avión trimado longitudinalmente a un ángulo de ataque $\alpha_1 = \theta_1$ y con una deflexión de elevador δ_{e_1} . Para el ángulo de guiñada, se puede escoger cualquier referencia, ya que la ecuación correspondiente (ecuación cinemática angular en la dirección z) está desacoplada del resto.

Se procede, por lo tanto, a la linealización de las ecuaciones dinámicas y cinemáticas angulares. Para ello, se desprecian los términos de segundo orden en las perturbaciones respecto del punto de operación. Además, los términos no lineales que puedan aparecer en las ecuaciones se aproximan por series de Taylor en torno al punto de operación, quedándose sólo con la parte lineal.

$$\begin{aligned}\sin(\phi_1 + \phi(t)) &\approx \sin \phi_1 + \phi(t) \cos \phi_1 \\ \cos(\phi_1 + \phi(t)) &\approx \cos \phi_1 - \phi(t) \sin \phi_1\end{aligned}$$

Con esto y, sabiendo que el punto de operación satisface las ecuaciones del sistema (lo cual permite simplificar las ecuaciones), se obtienen las ecuaciones linealizadas:

$$m(\dot{u} - v_1 r - r_1 v + w_1 q + q_1 w) + mg \cos \theta_1 = \Delta F_{A_x} + \Delta F_{T_x} \quad (3.29)$$

$$m(\dot{v} + u_1 r + r_1 u - w_1 p - p_1 w) + mg(\theta \sin \phi_1 \sin \theta_1 - \phi \cos \phi_1 \cos \theta_1) = \Delta F_{A_y} + \Delta F_{T_y} \quad (3.30)$$

$$m(\dot{w} - u_1 q - q_1 u + v_1 p + p_1 v) + mg(\theta \cos \phi_1 \sin \theta_1 + \phi \sin \phi_1 \cos \theta_1) = \Delta F_{A_z} + \Delta F_{T_z} \quad (3.31)$$

$$I_{xx} \dot{p} - I_{xz} \dot{r} - I_{xz}(p_1 q + q_1 p) + (I_{zz} - I_{yy})(r_1 q + q_1 r) = \Delta \mathcal{L}_A + \Delta \mathcal{L}_T \quad (3.32)$$

$$I_{yy} \dot{q} + (I_{xx} - I_{zz})(p_1 r + r_1 p) + I_{xz}(2p_1 p - 2r_1 r) = \Delta \mathcal{M}_A + \Delta \mathcal{M}_T \quad (3.33)$$

$$I_{zz} \dot{r} - I_{xz} \dot{p} + (I_{yy} - I_{xx})(p_1 q + q_1 p) + I_{xz}(q_1 r + r_1 q) = \Delta \mathcal{N}_A + \Delta \mathcal{N}_T \quad (3.34)$$

$$p + (q \sin \phi_1 + r \cos \phi_1 + \phi \dot{\theta}_1) \tan \theta_1 + \theta \dot{\psi}_1 \sec \theta_1 = \dot{\phi} \quad (3.35)$$

$$q \cos \phi_1 - r \sin \phi_1 - \phi \cos \theta_1 \dot{\psi}_1 = \dot{\theta} \quad (3.36)$$

$$(q \sin \phi_1 + r \cos \phi_1 + \phi \dot{\theta}_1 + \theta \sin \theta_1 \dot{\psi}_1) \sec \theta_1 = \dot{\psi} \quad (3.37)$$

Si ahora se particularizan las expresiones anteriores para el vuelo de referencia dado, las ecuaciones quedan de la siguiente manera (donde ahora todos los giros, velocidades y fuerzas vienen dados en los ejes estabilidad):

$$m\dot{u} + mg\theta \cos \theta_1 = \Delta F_{A_x} + \Delta F_{T_x} \quad (3.38)$$

$$m(\dot{v} + ru_1) - mg\phi \cos \theta_1 = \Delta F_{A_y} + \Delta F_{T_y} \quad (3.39)$$

$$m(\dot{w} - qu_1) + mg\theta \sin \theta_1 = \Delta F_{A_z} + \Delta F_{T_z} \quad (3.40)$$

$$I_{xx}\dot{p} - I_{xz}\dot{r} = \Delta \mathcal{L}_A + \Delta \mathcal{L}_T \quad (3.41)$$

$$I_{yy}\dot{q} = \Delta \mathcal{M}_A + \Delta \mathcal{M}_T \quad (3.42)$$

$$I_{zz}\dot{r} - I_{xz}\dot{p} = \Delta \mathcal{N}_A + \Delta \mathcal{N}_T \quad (3.43)$$

$$p + r \tan \theta_1 = \dot{\phi} \quad (3.44)$$

$$q = \dot{\theta} \quad (3.45)$$

$$r \sec \theta_1 = \dot{\psi} \quad (3.46)$$

En las ecuaciones linealizadas aparecen las fuerzas y momentos de perturbación, pero no se ha mencionado qué valor tienen que tener las fuerzas y momentos de referencia. En ejes estabilidad, para que las variables del estado de referencia cumplan las ecuaciones del movimiento, se tienen que cumplir las ecuaciones dinámicas originales (sin linealizar):

$$F_{A_{x_1}} + F_{T_{x_1}} = mg \sin \theta_1 \quad (3.47)$$

$$F_{A_{y_1}} + F_{T_{y_1}} = 0 \quad (3.48)$$

$$F_{A_{z_1}} + F_{T_{z_1}} = -mg \cos \theta_1 \quad (3.49)$$

$$\mathcal{L}_{A_1} + \mathcal{L}_{T_1} = 0 \quad (3.50)$$

$$\mathcal{M}_{A_1} + \mathcal{M}_{T_1} = 0 \quad (3.51)$$

$$\mathcal{N}_{A_1} + \mathcal{N}_{T_1} = 0 \quad (3.52)$$

Las anteriores ecuaciones dan el valor de las fuerzas y momentos aerodinámicos y propulsivos que existen en el estado de referencia cuando se vuela con un ángulo de asiento θ_1 . Con la linealización llevada a cabo, los ángulos de ataque y resbalamiento se pueden aproximar como:

$$\alpha = \arctan \frac{w_1 + w(t)}{u_1 + u(t)} \rightarrow \alpha \approx \frac{w}{u_1} \quad (3.53)$$

$$\beta = \arcsin \frac{v_1 + v(t)}{|\vec{V}|} \rightarrow \beta \approx \frac{v}{u_1} \quad (3.54)$$

3.4.1. Modelo lineal de fuerzas aerodinámicas y propulsivas

Por último, queda pendiente definir una expresión (lineal) de las fuerzas y momentos aerodinámicos y propulsivos. Estrictamente, estos son funcionales de las variables de estado y su historia pasada. Si A es una fuerza o momento aerodinámico y ξ es una variable de estado, se puede considerar que:

$$A(t) = A(\xi(\tau)) \quad , \quad -\infty < \tau \leq t \quad (3.55)$$

Puesto que una función se puede reconstruir si se conocen sus infinitas derivadas en un punto, esto es equivalente a:

$$A(t) = A(\xi, \dot{\xi}, \ddot{\xi}, \dots)$$

Ante la dificultad de conocer con exactitud este modelo aerodinámico, en la práctica se linealiza la expresión anterior, considerando que únicamente serán relevantes los términos hasta la primera derivada:

$$A \approx A_1 + A_\xi \xi + A_{\dot{\xi}} \dot{\xi}$$

donde: $A_\xi = \left. \frac{\partial A}{\partial \xi} \right|_1$, $A_{\dot{\xi}} = \left. \frac{\partial A}{\partial \dot{\xi}} \right|_1$. En general, para las fuerzas y momentos aerodinámicos, se tendrá:

$$A \simeq f(t, u, \dot{u}, v, \dot{v}, w, \dot{w}, p, \dot{p}, q, \dot{q}, r, \dot{r}, \delta_a, \dot{\delta}_a, \delta_e, \dot{\delta}_e, \delta_T, \dot{\delta}_T)$$

por lo que linealizando se reduce a:

$$\Delta A \approx A_u u + A_{\dot{u}} \dot{u} + \dots + A_p p + A_{\dot{p}} \dot{p} + \dots + A_{\delta_a} \delta_a + A_{\dot{\delta}_a} \dot{\delta}_a$$

Los términos $A_u, A_{\dot{u}}, \dots$ son conocidos como **derivadas de estabilidad**. Para cerrar el modelo aerodinámico, se necesita la ley de control del avión.

En ejes estabilidad, las fuerzas aerodinámicas de resistencia y sustentación coinciden con la dirección de los ejes, al ir estos según la velocidad de referencia. De este modo:

$$F_{A_{x_1}} = -D \quad (3.56)$$

$$F_{A_{z_1}} = -L \quad (3.57)$$

Las fuerzas y momentos aerodinámicos, en primera aproximación, no dependerán de todas las variables de estado. Por ello, se realizarán las siguientes aproximaciones:

- Por simetría del avión y de las condiciones de referencia, las derivadas de estabilidad de F_{A_y} , F_{T_y} , \mathcal{L}_A , \mathcal{L}_T , \mathcal{N}_A y \mathcal{N}_T respecto de las variables longitudinales (u, w, q, δ_e) son nulas.
- Por simetría del avión, las derivadas de estabilidad de F_{A_x} , F_{T_x} , F_{A_z} , F_{T_z} , \mathcal{M}_A y \mathcal{M}_T respecto de las variables laterales-direccionales (v, p, r, δ_a) son nulas.
- Se desprecian todas las derivadas de estabilidad que involucran aceleraciones lineales y angulares, excepto: $Z_{\dot{w}}$, $\mathcal{M}_{\dot{w}}$.

En cuanto a las fuerzas y momentos propulsivos, se tendrá un modelo sencillo en el que sólo aparecerán algunas derivadas de estabilidad (X_{T_u} , \mathcal{M}_{T_u} , \mathcal{M}_{T_α} y \mathcal{N}_{T_β}).

De este modo, el modelo queda:

$$\frac{\Delta F_{A_x}}{m} = X_u u + X_\alpha \alpha + X_{\delta_e} \delta_e \quad (3.58)$$

$$\frac{\Delta F_{T_x}}{m} = X_{T_u} u \quad (3.59)$$

$$\frac{\Delta F_{A_y}}{m} = Y_\beta \beta + Y_p p + Y_r r + Y_{\delta_a} \delta_a \quad (3.60)$$

$$\frac{\Delta F_{T_y}}{m} = 0 \quad (3.61)$$

$$\frac{\Delta F_{A_z}}{m} = Z_u u + Z_\alpha \alpha + Z_{\dot{\alpha}} \dot{\alpha} + Z_q q + Z_{\delta_e} \delta_e \quad (3.62)$$

$$\frac{\Delta F_{T_z}}{m} = 0 \quad (3.63)$$

$$\frac{\Delta \mathcal{L}_A}{I_{xx}} = \mathcal{L}_\beta \beta + \mathcal{L}_p p + \mathcal{L}_r r + \mathcal{L}_{\delta_a} \delta_a \quad (3.64)$$

$$\frac{\Delta \mathcal{L}_T}{I_{xx}} = 0 \quad (3.65)$$

$$\frac{\Delta \mathcal{M}_A}{I_{yy}} = \mathcal{M}_u u + \mathcal{M}_\alpha \alpha + \mathcal{M}_{\dot{\alpha}} \dot{\alpha} + \mathcal{M}_q q + \mathcal{M}_{\delta_e} \delta_e \quad (3.66)$$

$$\frac{\Delta \mathcal{M}_T}{I_{yy}} = \mathcal{M}_{T_u} u + \mathcal{M}_{T_\alpha} \alpha \quad (3.67)$$

$$\frac{\Delta \mathcal{N}_A}{I_{zz}} = \mathcal{N}_\beta \beta + \mathcal{N}_p p + \mathcal{N}_r r + \mathcal{N}_{\delta_a} \delta_a \quad (3.68)$$

$$\frac{\Delta \mathcal{N}_T}{I_{zz}} = \mathcal{N}_{T_\beta} \beta \quad (3.69)$$

donde se ha pasado de fuerzas y momentos a aceleraciones lineales y angulares dividiendo por masa e inercias, respectivamente.

3.4.2. Ecuaciones desacopladas

Como consecuencia del modelo aerodinámico y propulsivo empleado, existe un desacople en las ecuaciones linealizadas del movimiento entre la dinámica longitudinal (u, w, q, θ) y la dinámica lateral-direccional (v, p, r, ϕ, ψ). Introduciendo el modelo linealizado de fuerzas y momentos aerodinámicos y propulsivos (ecuaciones 3.58 - 3.69) en las ecuaciones dinámicas y cinemáticas angulares linealizadas (y particularizadas en la condición de referencia, ecuaciones 3.38 - 3.46), resultan las siguientes ecuaciones:

- Ecuaciones longitudinales:

$$(X_u + X_{T_u})u + X_\alpha \alpha + X_{\delta_e} \delta_e = \dot{u} + g\theta \cos \theta_1 \quad (3.70)$$

$$Z_u u + Z_\alpha \alpha + Z_{\dot{\alpha}} \dot{\alpha} + Z_q q + Z_{\delta_e} \delta_e = \dot{\alpha} - qu_1 + g\theta \sin \theta_1 \quad (3.71)$$

$$(\mathcal{M}_u + \mathcal{M}_{T_u})u + (\mathcal{M}_\alpha + \mathcal{M}_{T_\alpha})\alpha + \mathcal{M}_{\dot{\alpha}} \dot{\alpha} + \mathcal{M}_q q + \mathcal{M}_{\delta_e} \delta_e = \dot{q} \quad (3.72)$$

$$\dot{\theta} = q \quad (3.73)$$

- Ecuaciones laterales-direccionales:

$$Y_\beta \beta + Y_p p + Y_r r + Y_{\delta_a} \delta_a = \dot{\beta} u_1 + r u_1 - g \phi \cos \theta_1 \quad (3.74)$$

$$\mathcal{L}_\beta \beta + \mathcal{L}_p p + \mathcal{L}_r r + \mathcal{L}_{\delta_a} \delta_a = \dot{p} - \frac{I_{xz}}{I_{xx}} \dot{r} \quad (3.75)$$

$$(\mathcal{N}_\beta + \mathcal{N}_{T_\beta}) \beta + \mathcal{N}_p p + \mathcal{N}_r r + \mathcal{N}_{\delta_a} \delta_a = \dot{r} - \frac{I_{xz}}{I_{zz}} \dot{p} \quad (3.76)$$

$$\dot{\phi} = p + r \tan \theta_1 \quad (3.77)$$

$$\dot{\psi} = r \sec \theta_1 \quad (3.78)$$

Nótese que la última ecuación (3.78) está desacoplada del resto. Además, se han utilizado las expresiones del ángulo de ataque y resbalamiento linealizadas para sustituir $w = \alpha u_1$ y $v = \beta u_1$.

Despejando en las ecuaciones anteriores las derivadas en un miembro y escribiéndolas en forma matricial, se tiene:

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_u + X_{T_u} & X_\alpha & 0 & -g \cos \theta_1 \\ \frac{Z_u}{u_1 - Z_{\dot{\alpha}}} & \frac{Z_\alpha}{u_1 - Z_{\dot{\alpha}}} & \frac{Z_q + u_1}{u_1 - Z_{\dot{\alpha}}} & \frac{-g \sin \theta_1}{u_1 - Z_{\dot{\alpha}}} \\ \mathcal{M}_u + \mathcal{M}_{T_u} + \frac{Z_u \mathcal{M}_{\dot{\alpha}}}{u_1 - Z_{\dot{\alpha}}} & \mathcal{M}_\alpha + \mathcal{M}_{T_\alpha} + \frac{Z_\alpha \mathcal{M}_{\dot{\alpha}}}{u_1 - Z_{\dot{\alpha}}} & \mathcal{M}_q + \frac{(Z_q + u_1) \mathcal{M}_{\dot{\alpha}}}{u_1 - Z_{\dot{\alpha}}} & \frac{-g \sin \theta_1 \mathcal{M}_\alpha}{u_1 - Z_{\dot{\alpha}}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \alpha \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_{\delta_e} \\ \frac{Z_{\delta_e}}{u_1 - Z_{\dot{\alpha}}} \\ \mathcal{M}_{\delta_e} + \frac{Z_{\delta_e} \mathcal{M}_{\dot{\alpha}}}{u_1 - Z_{\dot{\alpha}}} \\ 0 \end{bmatrix} \delta_e \quad (3.79)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Y_\beta}{u_1} & Y_p & Y_r - u_1 & g \cos \theta_1 & 0 \\ \frac{\mathcal{L}_\beta + A_1(\mathcal{N}_\beta + \mathcal{N}_{T_\beta})}{(1 - A_1 B_1) u_1} & \frac{\mathcal{L}_p + A_1 \mathcal{N}_p}{1 - A_1 B_1} & \frac{\mathcal{L}_r + A_1 \mathcal{N}_r}{1 - A_1 B_1} & 0 & 0 \\ \frac{B_1 \mathcal{L}_\beta + \mathcal{N}_\beta + \mathcal{N}_{T_\beta}}{(1 - A_1 B_1) u_1} & \frac{B_1 \mathcal{L}_p + \mathcal{N}_p}{1 - A_1 B_1} & \frac{B_1 \mathcal{L}_r + \mathcal{N}_r}{1 - A_1 B_1} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \tan \theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sec \theta_1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ p \\ r \\ \phi \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_{\delta_a} \\ \frac{\mathcal{L}_{\delta_a} + A_1 \mathcal{N}_{\delta_a}}{1 - A_1 B_1} \\ \frac{B_1 \mathcal{L}_{\delta_a} + \mathcal{N}_{\delta_a}}{1 - A_1 B_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_a \quad (3.80)$$

donde $A_1 = \frac{I_{xz}}{I_{xx}}$ y $B_1 = \frac{I_{xz}}{I_{zz}}$. Las derivadas de estabilidad anteriormente definidas, suelen ser calculadas a partir de los valores de las derivadas de estabilidad adimensionales, definidas en el índice de notación. Por ejemplo, para la derivada X_u se tendría, siguiendo la definición de derivada de estabilidad dada anteriormente (variación de la aceleración en el eje x con la velocidad longitudinal, evaluada en la condición de referencia):

$$\begin{aligned} X_u &= \left. \frac{\partial \left(\frac{F_{Ax}}{m} \right)}{\partial u} \right|_1 = \frac{1}{m} \left(\frac{\partial}{\partial u} \left(\frac{1}{2} \rho V^2 S C_X \right) \right)_1 = \frac{1}{m} \frac{1}{2} \rho S \left(2(u_1 + u) C_X + V^2 \frac{\partial C_X}{\partial u} \right)_1 = \\ &= \frac{1}{m} \frac{1}{2} \rho S \left(2u_1 C_{X_1} + u_1^2 \frac{\partial C_X}{\partial u} \Big|_1 \right) = \frac{\bar{q}_1 S}{m u_1} \left(2C_{X_1} + \frac{\partial C_X}{\partial \hat{u}} \Big|_1 \right) = \frac{-\bar{q}_1 S (C_{D_u} + 2C_{D_1})}{m u_1} \quad (3.81) \end{aligned}$$

Para el resto de derivadas, el cálculo sería similar al anterior. Recuérdesse que mientras que F_{Ax} es la fuerza aerodinámica en el eje x , las derivadas dimensionales están tomadas respecto de las aceleraciones

(fuerzas/momentos por unidad de masa/inercia). Para la ecuación anterior, se ha tenido en cuenta que, para el problema longitudinal, $V^2 = (u_1 + u)^2 + w^2$. Además, en la condición de referencia, $V \equiv u_1$ y $\bar{q}_1 = \frac{1}{2}\rho u_1^2$. Asimismo, se ha tenido en cuenta la igualdad dada en la ecuación (3.56). A partir de la ecuación (3.47) se podría hallar el valor de C_{X_1} conocido el ángulo de asiento del vuelo de referencia.

Obsérvese también que las derivadas de estabilidad adimensionales (en este caso C_{D_u}) se obtienen derivando los propios coeficientes de fuerza o momento con respecto a las variables adimensionales del problema, evaluando siempre en la condición de referencia. Como ejemplo adicional, $C_{M_q} = \left. \frac{\partial C_M}{\partial q} \right|_1$. Para esto, es necesario conocer la definición de las distintas variables adimensionales.

- Variables longitudinales:

$$\left| \begin{array}{l} F_{A_x} \\ F_{T_x} \\ u \\ t \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} C_X = \frac{F_{A_x}}{\frac{1}{2}\rho V^2 S} \\ C_{T_x} = \frac{F_{T_x}}{\frac{1}{2}\rho V^2 S} \\ \hat{u} = \frac{u}{u_1} \\ \hat{t} = \frac{t 2u_1}{c} \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} F_{A_z} \\ F_{T_z} \\ w \\ m \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} C_Z = \frac{F_{A_z}}{\frac{1}{2}\rho V^2 S} \\ C_{T_z} = \frac{F_{T_z}}{\frac{1}{2}\rho V^2 S} \\ \hat{w} = \frac{w}{u_1} = \alpha \\ \hat{m} = \frac{2m}{\rho S \bar{c}} \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} \mathcal{M}_A \\ \mathcal{M}_T \\ q \\ I_{yy} \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} C_M = \frac{\mathcal{M}_A}{\frac{1}{2}\rho V^2 S \bar{c}} \\ C_{T_m} = \frac{\mathcal{M}_T}{\frac{1}{2}\rho V^2 S \bar{c}} \\ \hat{q} = \frac{q \bar{c}}{2u_1} \\ \hat{I}_{yy} = \frac{I_{yy}}{\rho S (\frac{\bar{c}}{2})^3} \end{array} \right|$$

- Variables laterales-direccionales:

$$\left| \begin{array}{l} F_{A_y} \\ F_{T_y} \\ v \\ t \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} C_Y = \frac{F_{A_y}}{\frac{1}{2}\rho V^2 S} \\ C_{T_y} = \frac{F_{T_y}}{\frac{1}{2}\rho V^2 S} \\ \hat{v} = \frac{v}{u_1} = \beta \\ \hat{t} = \frac{t 2u_1}{b} \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} \mathcal{L}_A \\ \mathcal{L}_T \\ p \\ m \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} C_{\mathcal{L}} = \frac{\mathcal{L}_A}{\frac{1}{2}\rho V^2 S b} \\ C_{T_l} = \frac{\mathcal{L}_T}{\frac{1}{2}\rho V^2 S b} \\ \hat{p} = \frac{pb}{2u_1} \\ \hat{m} = \frac{2m}{\rho S b} \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} \mathcal{N}_A \\ \mathcal{N}_T \\ r \\ I \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} C_N = \frac{\mathcal{N}_A}{\frac{1}{2}\rho V^2 S b} \\ C_{T_n} = \frac{\mathcal{N}_T}{\frac{1}{2}\rho V^2 S b} \\ \hat{r} = \frac{rb}{2u_1} \\ \hat{I} = \frac{I}{\rho S (\frac{b}{2})^3} \end{array} \right|$$

Mostrado cómo es el cálculo de las derivadas de estabilidad, se procede a mostrar la dependencia de cada una de las derivadas dimensionales con las derivadas adimensionales:

Derivadas longitudinales:

$$\begin{aligned} X_u &= \frac{-\bar{q}_1 S (C_{D_u} + 2C_{D_1})}{m u_1} & Z_{\delta_e} &= \frac{-\bar{q}_1 S C_{L_{\delta_e}}}{m} \\ X_{T_u} &= \frac{\bar{q}_1 S (C_{T_{x_u}} + 2C_{T_{x_1}})}{m u_1} & \mathcal{M}_u &= \frac{\bar{q}_1 S \bar{c} (C_{M_u} + 2C_{M_1})}{I_{yy} u_1} \\ X_\alpha &= \frac{-\bar{q}_1 S (C_{D_\alpha} - C_{L_1})}{m} & \mathcal{M}_{T_u} &= \frac{\bar{q}_1 S \bar{c} (C_{T_{m_u}} + 2C_{T_{m_1}})}{I_{yy} u_1} \\ X_{\delta_e} &= \frac{-\bar{q}_1 S C_{D_{\delta_e}}}{m} & \mathcal{M}_\alpha &= \frac{\bar{q}_1 S \bar{c} C_{M_\alpha}}{I_{yy}} \\ Z_u &= \frac{-\bar{q}_1 S (C_{L_u} + 2C_{L_1})}{m u_1} & \mathcal{M}_{T_\alpha} &= \frac{\bar{q}_1 S \bar{c} C_{T_{m_\alpha}}}{I_{yy}} \\ Z_\alpha &= \frac{-\bar{q}_1 S (C_{L_\alpha} + C_{D_1})}{m} & \mathcal{M}_{\dot{\alpha}} &= \frac{\bar{q}_1 S \bar{c}^2 C_{M_{\dot{\alpha}}}}{2 I_{yy} u_1} \\ Z_{\dot{\alpha}} &= \frac{-\bar{q}_1 S \bar{c} C_{L_{\dot{\alpha}}}}{2 m u_1} & \mathcal{M}_q &= \frac{\bar{q}_1 S \bar{c}^2 C_{M_q}}{2 I_{yy} u_1} \\ Z_q &= \frac{-\bar{q}_1 S \bar{c} C_{L_q}}{2 m u_1} & \mathcal{M}_{\delta_e} &= \frac{\bar{q}_1 S \bar{c} C_{M_{\delta_e}}}{I_{yy}} \end{aligned}$$

Derivadas laterales-direccionales:

$$\begin{aligned}
Y_\beta &= \frac{\bar{q}_1 S C_{Y_\beta}}{m} & \mathcal{L}_{\delta_a} &= \frac{\bar{q}_1 S b C_{\mathcal{L}_{\delta_a}}}{I_{xx}} \\
Y_p &= \frac{\bar{q}_1 S b C_{Y_p}}{2m u_1} & \mathcal{N}_\beta &= \frac{\bar{q}_1 S b C_{\mathcal{N}_\beta}}{I_{zz}} \\
Y_r &= \frac{\bar{q}_1 S b C_{Y_r}}{2m u_1} & \mathcal{N}_{T_\beta} &= \frac{\bar{q}_1 S b C_{T_{n_\beta}}}{I_{zz}} \\
Y_{\delta_a} &= \frac{\bar{q}_1 S C_{Y_{\delta_a}}}{m} & \mathcal{N}_p &= \frac{\bar{q}_1 S b^2 C_{\mathcal{N}_p}}{2I_{zz} u_1} \\
\mathcal{L}_\beta &= \frac{\bar{q}_1 S b C_{\mathcal{L}_\beta}}{I_{xx}} & \mathcal{N}_r &= \frac{\bar{q}_1 S b^2 C_{\mathcal{N}_r}}{2I_{zz} u_1} \\
\mathcal{L}_p &= \frac{\bar{q}_1 S b^2 C_{\mathcal{L}_p}}{2I_{xx} u_1} & \mathcal{N}_{\delta_a} &= \frac{\bar{q}_1 S b C_{\mathcal{N}_{\delta_a}}}{I_{zz}} \\
\mathcal{L}_r &= \frac{\bar{q}_1 S b^2 C_{\mathcal{L}_r}}{2I_{xx} u_1} & &
\end{aligned}$$

3.5. Estabilidad dinámica

En esta sección se va a realizar un estudio de la estabilidad dinámica del movimiento de perturbación del avión, a partir de la condición de referencia fijada anteriormente. Este estudio será necesario en el capítulo 5 para analizar los modos del ala voladora y representar su respuesta dinámica.

En Mecánica del Vuelo, se dice que un avión es dinámicamente estable si ante cualquier perturbación respecto a la condición de vuelo de referencia, la amplitud de las variables de perturbación tiende a cero cuando el tiempo tiende a infinito.

Nótese la diferencia con el concepto de estabilidad estática de aviones, el cual está relacionado con la generación de fuerzas y momentos recuperadores ante una perturbación de la condición de equilibrio (sin analizar si efectivamente se acaba recuperando dicha condición de vuelo de referencia).

Para realizar el análisis de estabilidad dinámica, se parte de las ecuaciones linealizadas longitudinales y laterales-direccionales obtenidas en la sección anterior. De manera genérica, cada uno de estos sistemas de ecuaciones diferenciales lineales puede escribirse de la siguiente forma:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (3.82)$$

siendo \mathbf{x} y \mathbf{u} los vectores de estados y de señales de control, respectivamente. Se va a analizar el movimiento libre del avión (con los controles fijos en la posición correspondiente al vuelo de referencia, esto es, $\mathbf{u} = \mathbf{0}$). Recuérdese que al estar trabajando con las variables del modelo perturbado, $\mathbf{u} = \mathbf{0}$ implica que los valores de δ_e y δ_a pertenecen iguales a los de la condición de referencia, no teniendo por qué ser nulos. En efecto, para poder trimar el avión longitudinalmente, será necesaria una cierta deflexión del elevador.

Además, para una condición de vuelo de referencia, la matriz de transición de estados (A) es constante, por lo que (3.82) se convierte en un sistema autónomo, lineal e invariante en el tiempo. De este modo, la solución de (3.82) será de la forma:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_0 e^{\lambda t} \quad (3.83)$$

y sustituyendo en (3.82) queda:

$$\lambda \mathbf{x}_0 e^{\lambda t} = \mathbf{A} \mathbf{x}_0 e^{\lambda t} \rightarrow (\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I}) \mathbf{x}_0 = \mathbf{0} \quad (3.84)$$

Para que la ecuación anterior tenga solución distinta de la trivial, tiene que cumplirse:

$$|\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I}| = 0 \quad (3.85)$$

Esto es, aparece un problema de cálculo de autovalores de la matriz \mathbf{A} . Teniendo en cuenta que la ecuación característica que se obtiene de (3.85) tendrá distintas raíces, se puede escribir de forma genérica la solución del sistema de la siguiente manera:

$$\mathbf{x}(t) = \sum_i \mathbf{x}_{0i} e^{\lambda_i t} \quad (3.86)$$

donde \mathbf{x}_{0i} denota el autovector asociado al autovalor λ_i . Cada sumando $\mathbf{x}_{0i} e^{\lambda_i t}$ constituye un modo del sistema. La contribución de cada modo a la respuesta final del avión dependerá de las condiciones iniciales del problema, o, lo que es lo mismo, de la perturbación que aparezca.

Además, por ser \mathbf{A} real, los autovalores serán reales o complejos conjugados, de manera que el autovector asociado a un autovalor real será también real, y si se tienen dos autovalores complejos conjugados, los autovectores asociados serán también complejos conjugados.

El carácter de cada modo vendrá fijado por su autovalor asociado, teniéndose las siguientes posibilidades:

- Autovalor real:
 - negativo: convergencia pura,
 - positivo: divergencia pura.
- Autovalor complejo:
 - parte real negativa: oscilación convergente,
 - parte real positiva: oscilación divergente.

Para que el avión sea inestable, basta con que uno de sus modos lo sea. En el caso de tener dos autovalores complejos conjugados, los modos asociados aparecerán en la solución final de la forma:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{a}_1 e^{\lambda_1 t} + \mathbf{a}_2 e^{\lambda_2 t} + \dots \quad (3.87)$$

y teniendo en cuenta que $\lambda_1 = \sigma + i\omega$ y $\lambda_2 = \sigma - i\omega$, junto con $\mathbf{a}_1 = \bar{\mathbf{a}}_2$ (donde $\bar{\mathbf{x}}$ denota el conjugado de \mathbf{x}), puede escribirse:

$$\mathbf{a}_1 e^{\lambda_1 t} + \mathbf{a}_2 e^{\lambda_2 t} = e^{\sigma t} (\mathbf{A}_1 \cos \omega t + \mathbf{A}_2 \sin \omega t) \quad (3.88)$$

siendo $\mathbf{A}_1 = \mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2$ y $\mathbf{A}_2 = i(\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2)$. Nótese que las partes real e imaginaria de un autovalor complejo permiten conocer la atenuación de la oscilación (parte real) y la frecuencia de la misma (parte imaginaria). Al mismo tiempo, a partir de dicho valor, resulta trivial obtener el amortiguamiento y la frecuencia natural del modo:

$$\omega_n = \sqrt{\sigma^2 + \omega^2} \quad (3.89)$$

$$\xi = \frac{-\sigma}{\omega_n} \quad (3.90)$$

Para los modos reales, se suele dar como medida característica el tiempo que transcurre hasta reducir a la mitad (o doblar, para un modo inestable) la amplitud de este:

$$T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln(1/2)}{\lambda_j} \quad (3.91)$$

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\lambda_j} \quad (3.92)$$

3.5.1. Estabilidad dinámica longitudinal

Se parte de las ecuaciones longitudinales linealizadas, en ejes estabilidad, particularizadas en la condición de referencia, tal como se describió en la sección (3.4.2). Se trabajará con dichas ecuaciones dadas en su forma matricial. Si, como se ha comentado, se deja fijo el mando de profundidad en el valor correspondiente a la condición de vuelo de referencia, el sistema de ecuaciones longitudinal queda:

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_u + X_{T_u} & X_\alpha & 0 & -g \cos \theta_1 \\ \frac{Z_u}{u_1 - Z_{\dot{\alpha}}} & \frac{Z_\alpha}{u_1 - Z_{\dot{\alpha}}} & \frac{Z_q + u_1}{u_1 - Z_{\dot{\alpha}}} & \frac{-g \sin \theta_1}{u_1 - Z_{\dot{\alpha}}} \\ \mathcal{M}_u + \mathcal{M}_{T_u} + \frac{Z_u \mathcal{M}_{\dot{\alpha}}}{u_1 - Z_{\dot{\alpha}}} & \mathcal{M}_\alpha + \mathcal{M}_{T_\alpha} + \frac{Z_\alpha \mathcal{M}_{\dot{\alpha}}}{u_1 - Z_{\dot{\alpha}}} & \mathcal{M}_q + \frac{(Z_q + u_1) \mathcal{M}_{\dot{\alpha}}}{u_1 - Z_{\dot{\alpha}}} & \frac{-g \sin \theta_1 \mathcal{M}_\alpha}{u_1 - Z_{\dot{\alpha}}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \alpha \\ q \\ \theta \end{bmatrix} \quad (3.93)$$

Las soluciones de este sistema serán del tipo:

$$\begin{aligned} u(t) &= u_0 e^{\lambda t} & \alpha(t) &= \alpha_0 e^{\lambda t} \\ q(t) &= q_0 e^{\lambda t} & \theta(t) &= \theta_0 e^{\lambda t} \end{aligned}$$

Seguindo la nomenclatura previa, se tiene $\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_0 e^{\lambda t}$, siendo

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} u(t) \\ \alpha(t) \\ q(t) \\ \theta(t) \end{bmatrix}$$

Como se ha explicado, la solución del sistema se obtiene hallando los autovalores y autovectores de la matriz \mathbf{A} . Resolviendo la ecuación característica, se obtendrá un polinomio de cuarto grado conocido como cuártica de estabilidad:

$$A\lambda^4 + B\lambda^3 + C\lambda^2 + D\lambda + E = 0 \quad (3.94)$$

cuyas raíces serán los autovalores del sistema. Nótese que al haber escrito las ecuaciones en su forma dimensional, los autovalores resultantes tendrán dimensiones de [Tiempo⁻¹]. De forma general, en aviones convencionales, de la ecuación (3.94) resultarán dos pares de autovalores complejos conjugados, los cuales se corresponden con los dos modos existentes en la dinámica longitudinal de aviones: un modo rápido y con amortiguamiento grande (**corto período**) y otro mucho más lento y menos amortiguado (**fugoide**).

El cálculo de las raíces de la ecuación anterior permitirá conocer el carácter de los modos longitudinales (distinguiendo si son estables o inestables, y oscilatorios o no oscilatorios), además de

proporcionar otros parámetros globales de cada modo, como es la frecuencia natural, amortiguamiento, tiempo mitad/doble, etc. Para obtener una información más detallada, identificando cómo es el comportamiento de las distintas variables de estado asociado a cada modo, es necesario calcular también los autovectores del sistema.

El modo fugoide es una oscilación de baja frecuencia en la que se producen cambios principalmente en la velocidad y el ángulo de asiento, mientras que tanto el ángulo de ataque como la velocidad angular de cabeceo permanecen prácticamente constantes. Para entender cómo se mueve el avión durante el fugoide, se puede pensar en la respuesta del mismo ante una perturbación en la velocidad de vuelo, con la siguiente secuencia de acontecimientos:

1. Si aumenta la velocidad de vuelo (a ángulo de ataque y empuje constantes), el avión empezará a subir, por lo que el ángulo de asiento de la velocidad $\gamma = \theta - \alpha \approx \theta$ empezará a crecer (nótese que α es prácticamente nulo durante el fugoide).
2. Durante el ascenso el avión irá disminuyendo su velocidad, hasta que llegue un momento en el que se habrá frenado tanto que no será capaz de mantener el régimen de subida.
3. A partir de este momento, el avión empezará a descender, decreciendo el ángulo de trayectoria y aumentando la velocidad de vuelo. Cuando el avión llegue a la altitud del vuelo de referencia, la velocidad habrá aumentado hasta igualarse con la de referencia (esto es, $u = 0$), pero el ángulo de trayectoria habrá alcanzado su valor mínimo, por lo que el avión seguirá descendiendo.
4. Durante el descenso, la velocidad se incrementará (por encima de la de referencia), por lo que la sustentación aumentará, haciendo lo mismo el ángulo de trayectoria. Esta situación se mantendrá hasta que se llegue al máximo de velocidad, coincidiendo con un ángulo de trayectoria nulo (se habrá llegado a la altitud mínima de la oscilación).
5. Esta oscilación se mantendrá hasta que la resistencia aerodinámica consiga amortiguarla. Se puede entender así el bajo amortiguamiento presente en el fugoide, gracias a la elevada eficiencia aerodinámica con la que se diseñan los aviones.

En cuanto al modo de corto período, el movimiento del avión asociado involucra principalmente al ángulo de ataque y a la velocidad angular de cabeceo, mientras que la velocidad de vuelo permanece prácticamente constante. Además, el módulo del ángulo de ataque y del ángulo de asiento son prácticamente iguales, al mismo tiempo que el desfase entre estas variables es reducido. Esto implica que las variaciones en el ángulo de asiento de la velocidad (o ángulo de trayectoria, $\gamma = \theta - \alpha$) serán pequeñas, por lo que se puede decir que durante el modo de corto período el avión se mantiene volando a nivel y a velocidad constantes.

Así, se puede entender el corto período como un modo rápido, en el que tras una perturbación en α , el avión tiende a recuperar rápidamente el ángulo de ataque de equilibrio, atenuando la oscilación en tiempos tan pequeños que ni la velocidad de vuelo ni el ángulo de trayectoria sufren variaciones importantes (debido a la elevada inercia). La rigidez que hace que el avión recupere el ángulo de ataque de equilibrio está íntimamente relacionada con el índice de estabilidad estática longitudinal ($C_{M\alpha}$), mientras que en el amortiguamiento intervienen tanto C_{Mq} como $C_{M\dot{\alpha}}$. Estas derivadas de estabilidad tienen un efecto sobre el avión mucho mayor que las responsables de atenuar el modo fugoide (principalmente la resistencia aerodinámica), lo cual explica la clara diferencia en el amortiguamiento de ambos modos.

3.5.2. Estabilidad dinámica lateral-direccional

Para el problema lateral-direccional, las ecuaciones linealizadas (en ejes estabilidad) en torno a la condición de vuelo de referencia, en forma matricial y con el mando de alerón fijo en la condición de referencia (deflexión nula) son:

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Y_\beta}{u_1} & Y_p & Y_r - u_1 & g \cos \theta_1 & 0 \\ \frac{\mathcal{L}_\beta + A_1(\mathcal{N}_\beta + \mathcal{N}_{T_\beta})}{(1-A_1B_1)u_1} & \frac{\mathcal{L}_p + A_1\mathcal{N}_p}{1-A_1B_1} & \frac{\mathcal{L}_r + A_1\mathcal{N}_r}{1-A_1B_1} & 0 & 0 \\ \frac{B_1\mathcal{L}_\beta + \mathcal{N}_\beta + \mathcal{N}_{T_\beta}}{(1-A_1B_1)u_1} & \frac{B_1\mathcal{L}_p + \mathcal{N}_p}{1-A_1B_1} & \frac{B_1\mathcal{L}_r + \mathcal{N}_r}{1-A_1B_1} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \tan \theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sec \theta_1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ p \\ r \\ \phi \\ \psi \end{bmatrix} \quad (3.95)$$

Como se describió anteriormente, las solución de este sistema será una superposición de los distintos modos (ecuación 3.86), del tipo:

$$\begin{aligned} v(t) &= v_0 e^{\lambda t} & p(t) &= p_0 e^{\lambda t} \\ r(t) &= r_0 e^{\lambda t} & \phi(t) &= \phi_0 e^{\lambda t} \\ \psi(t) &= \psi_0 e^{\lambda t} \end{aligned}$$

siendo en este caso

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} v(t) \\ p(t) \\ r(t) \\ \phi(t) \\ \psi(t) \end{bmatrix}$$

Para hallar los autovalores y autovectores del problema lateral-direccional, habrá que resolver de nuevo la ecuación característica (ecuación 3.85), que en este caso queda como un polinomio de quinto orden, cuyas raíces serán los autovalores del problema. Al estar una de las ecuaciones desacopladas del resto ($\dot{\psi} = r \sec \theta_1$), uno de los autovalores obtenidos será puramente nulo, lo cual implica que el ángulo de guiñada presenta un comportamiento del tipo neutralmente estable. Las otras cuatro raíces serían el resto de autovalores. En aviones convencionales se suele obtener:

- λ_1 : Real, de módulo muy pequeño (puede ser positivo o negativo). Se corresponde con el **modo espiral**.
- λ_2 : Real, de módulo grande. Se corresponde con el **modo de convergencia en balance**.
- $\lambda_3, \bar{\lambda}_3$: Par de autovalores complejos conjugados, con parte real negativa (de módulo pequeño). Se corresponden con el **modo de balanceo holandés**.

El modo espiral se trata de un modo muy lento que involucra fundamentalmente a los ángulos de balance y guiñada, mientras que las variaciones en velocidades angulares y en el ángulo de resbalaamiento (o velocidad lateral v) son sensiblemente más pequeñas. Se puede entender así que este modo sea inherentemente lento, ya que las fuerzas y momentos aerodinámicos dependen precisamente de β , p y r , de manera que si estas variables son pequeñas, es de esperar que las fuerzas y momentos recuperadores también lo sean.

Para visualizar el movimiento del avión debido al modo espiral, se puede pensar en la respuesta del mismo ante una perturbación que provoque un pequeño ángulo de balance. Puesto que es de esperar que el avión esté trimado para volar con las alas niveladas, aparecerá una componente lateral del peso (en ejes cuerpo) sin compensar, lo que provocará una aceleración lateral que se traducirá en un cierto ángulo de resbalamiento (ver figura 3.7).

Haciendo un análisis simplificado de los momentos aerodinámicos que aparecerán ante esta situación, se puede ver que, por una parte, la estabilidad direccional ($C_{N\beta} > 0$) provocará un momento de guiñada hacia el lado del viraje (tratando de eliminar el ángulo de resbalamiento), mientras que la estabilidad lateral ($C_{L\beta} < 0$) generará un momento recuperador que ayudará a nivelar las alas (deteniendo el viraje). Se puede intuir así que un valor de $C_{L\beta}$ muy negativo contribuirá a estabilizar el modo espiral, mientras que si se aumenta demasiado el índice de estabilidad estática direccional ($C_{N\beta}$) se obtiene el efecto opuesto.

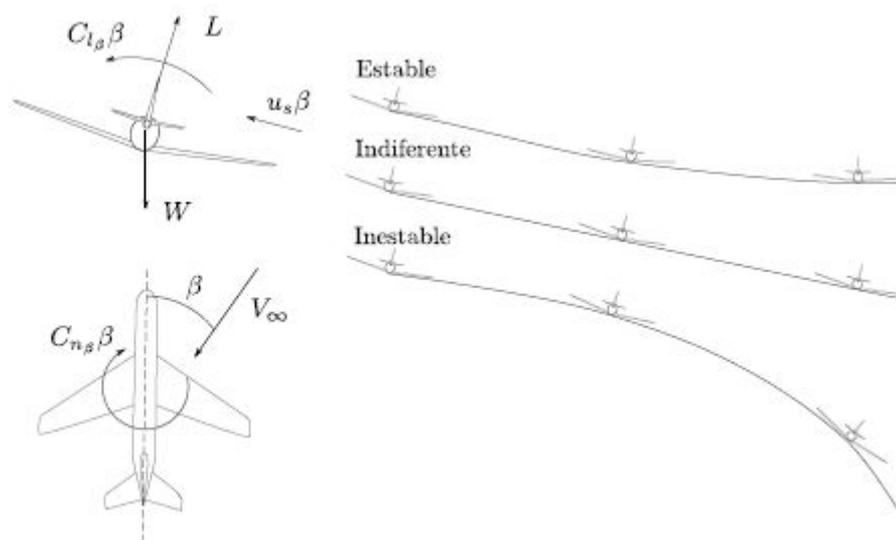


Figura 3.7: Esquema del modo espiral

Con respecto al modo de convergencia en balance, este puede aproximarse por un movimiento con un único grado de libertad (rotación en balance). Los parámetros que influyen fundamentalmente en este modo son el amortiguamiento en balance (C_{Lp}) y la inercia respecto al eje longitudinal del avión (I_{xx}).

Por último, el modo de balanceo holandés se trata de un modo oscilatorio con un fuerte acoplamiento entre todas las variables de estado de la dinámica lateral-direccional. Además, cabe destacar que, durante la oscilación, la aeronave apenas sufrirá desplazamientos laterales, manteniendo un vuelo prácticamente rectilíneo. Esto se debe a que las componentes del ángulo de resbalamiento y del ángulo de guiñada resultan casi opuestas (igual módulo y desfase de 180°).

Para visualizar el movimiento del avión, se puede pensar en la respuesta del mismo ante una perturbación en guiñada (ver figura 3.8). Gracias a la estabilidad estática direccional (controlada por $C_{N\beta}$), la aeronave tenderá a girar para anular el ángulo de resbalamiento. Sin embargo, al mismo tiempo, la estabilidad lateral (controlada por $C_{L\beta}$) hace que el avión comience un giro en balance, contrario al viraje requerido para anular el ángulo de resbalamiento, lo cual hace que cuando el avión recupere el rumbo original (situación *a* en la figura 3.8), tendrá un ángulo de balance distinto del de equilibrio. Al ser un modo oscilatorio, el ángulo de guiñada sobrepasará su valor de equilibrio, de manera que el ángulo de resbalamiento comenzará a ser negativo, y la estabilidad lateral hará que

el ángulo de balance decrezca hasta llegar a la situación *b* (figura 3.8). A partir de este momento, el avión comenzará el movimiento inverso: recuperando el ángulo de guiñada y aumentando el de balance (esta vez en sentido contrario), manteniendo esta oscilación hasta que sea amortiguada.

Como se puede ver en la figura, resulta bastante ilustrativo observar la trayectoria que describe la punta del ala durante este movimiento, la cual se puede asemejar a una elipse.

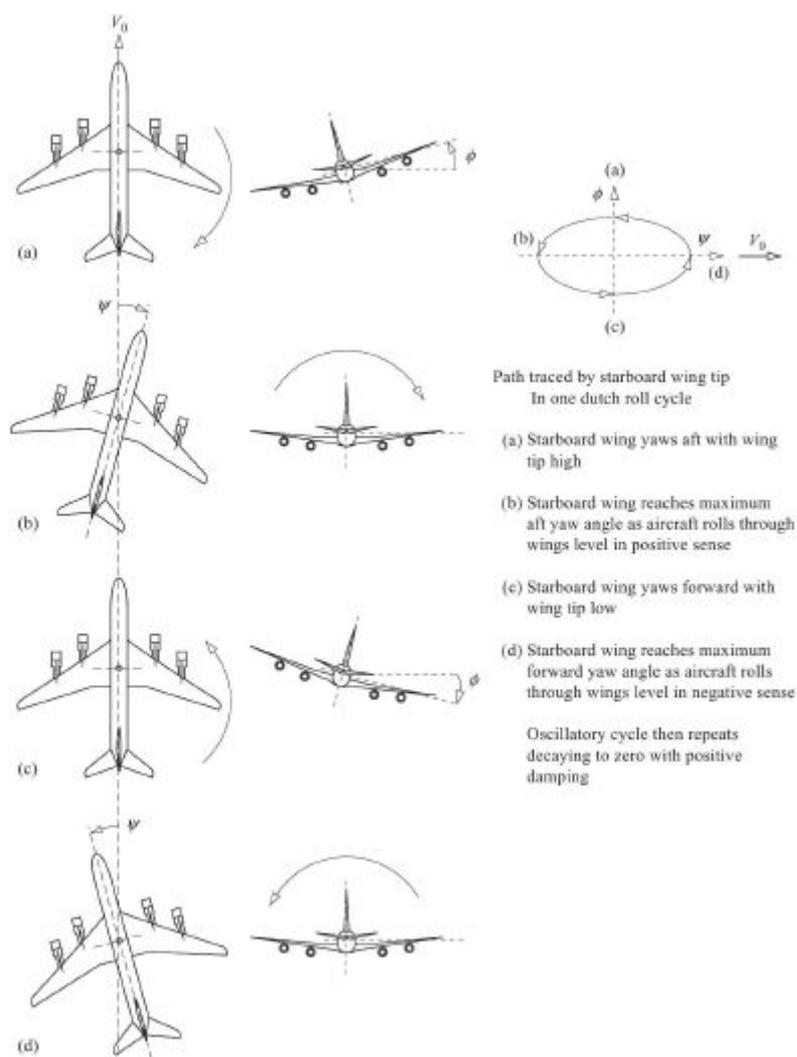


Figura 3.8: Esquema del balanceo holandés

Observando este movimiento, se puede entender que las derivadas de estabilidad $C_{N\beta}$ y $C_{L\beta}$ tengan una influencia opuesta a la que tenían en el modo espiral. Así, un aumento del índice de estabilidad estática direccional ($C_{N\beta}$) contribuye a estabilizar el balanceo holandés (aumentando el momento recuperador que anula el ángulo de guiñada). Por el contrario, haciendo más negativo $C_{L\beta}$ se consigue un efecto desestabilizador, aumentando las oscilaciones en balance que se producen cuando el avión tiende a anular el ángulo de resbalamiento.

Capítulo 4

Presentación teórica de las herramientas empleadas

Para realizar los estudios presentes en este proyecto, se ha utilizado el software libre XFLR5, que permite realizar análisis aerodinámicos desde perfiles hasta alas y aviones operando a bajos números de Reynolds. Asimismo, los estudios de estabilidad del ala voladora se han apoyado en gran parte también en el módulo de estabilidad que incluye XFLR5. En las siguientes secciones se describe brevemente el uso que se ha hecho de XFLR5 a lo largo de este proyecto, tanto para los estudios aerodinámicos (sección 4.1) como para los de estabilidad (sección 4.2). Para una descripción más detallada de dicho software, en el anexo (C) se incluye un manual de la herramienta.

A lo largo de este capítulo, se mencionarán diversos datos de la geometría del ala voladora estudiada en este proyecto, así como algunos de los resultados, ya que deben ser necesariamente insertados en la interfaz de XFLR5. Para entender mejor de dónde proceden, deberá consultarse el capítulo 5.

4.1. Herramientas aerodinámicas

En esta sección se va a describir el procedimiento llevado a cabo en XFLR5 para la obtención de los resultados aerodinámicos de este proyecto.

4.1.1. Definición de los perfiles: módulo *Direct Foil Design*

El primer paso en XFLR5 es describir los perfiles aerodinámicos que van a ser posteriormente utilizados a lo largo del análisis. Para este proyecto, como se describirá en el capítulo 5, se van a utilizar los perfiles NACA 65₃-018 y NACA 65₁-012 para el ala y el NACA 0010 para los winglets.

A partir de los archivos .dat correspondientes a cada perfil (o insertándolo directamente desde XFLR5 para el NACA 0010) se construyen los perfiles. En los análisis aerodinámicos realizados posteriormente, se realizarán estudios de la influencia de la deflexión de los flaps en los perfiles, así como de los elevadores y otras superficies de control en el ala. Para ello, será necesario duplicar los perfiles del ala, creando los mismos perfiles pero flapeados, de modo que puedan ser escogidos posteriormente para su análisis. Será necesario fijar la deflexión del flap para todas las configuraciones que se estudiarán en los análisis aerodinámicos, en este caso, $\pm 10^\circ$, $\pm 20^\circ$ y $\pm 30^\circ$. También es necesario definir el perfil con deflexión nula del flap para ser utilizado en el módulo de estabilidad para el cálculo de las derivadas de control. El flap deberá insertarse definiendo la posición horizontal (86,65% de la cuerda) y vertical (0% del espesor) de la charnela. Por último, se realiza un refinado global de los perfiles hasta los 200 puntos para así aumentar la precisión en los análisis aerodinámicos que se realizarán posteriormente.

En la figura (4.1) se muestra una imagen de los perfiles una vez definidos en XFLR5.

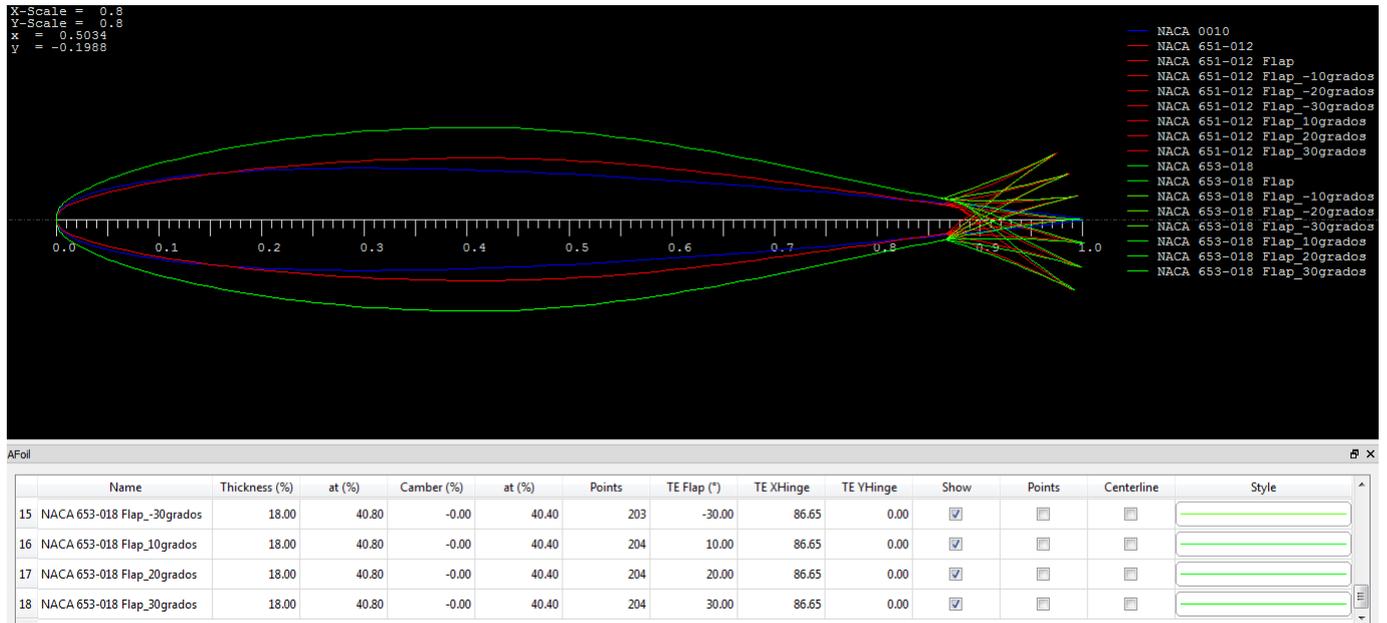


Figura 4.1: Perfiles aerodinámicos definidos en XFLR5

Una vez definidos los perfiles, el siguiente paso sería la definición del ala a analizar. Sin embargo, XFLR5 requiere que, antes de analizar las alas o aviones tridimensionales, se analicen los perfiles aerodinámicos por separado, en todo el rango de números de Reynolds que aparecerán localmente en el análisis 3D. XFLR5 interpola estos resultados para hacer los cálculos tridimensionales. Es por ello que el siguiente paso llevado cabo es el análisis de estos perfiles, que es descrito a continuación.

4.1.2. Análisis de los perfiles: módulo *Xfoil Direct Analysis*

En este módulo, se selecciona la opción de *batch analysis* para realizar un análisis de todos los perfiles definidos. Se mostrará la ventana que aparece en la figura (4.2). En ella, se seleccionarán todos los perfiles deseados y se hará un análisis de tipo 1 (velocidad constante), obteniendo una serie de curvas en función del ángulo de ataque y para varios valores del número de Reynolds. El rango de número de Reynolds se seleccionará, como se explica en el capítulo 5, en un rango entre 200000 y 1800000. Además, se fijará el número de Mach en el valor $M = 0,063$. Para este proyecto, se han analizado los perfiles realizando un barrido de número de Reynolds con incrementos de 100000 y aumentando el ángulo de ataque en fracciones de $0,25^\circ$. Es importante que siempre se haga un barrido adecuado tanto en número de Reynolds como en el ángulo de ataque. Si al realizar el posterior análisis del ala hiciese falta algún valor adicional (XFLR5 no permite extrapolar los resultados), debería volverse a este módulo y repetir el procedimiento. En la ventana de análisis, se permite configurar además distintos parámetros relacionados con la transición de la capa límite, que no serán tocados en este proyecto.

Los análisis realizados calculan numerosas curvas como coeficiente de sustentación, de resistencia y momento de los perfiles, posición del centro de presiones o eficiencia aerodinámica, en función del ángulo de ataque. Nótese que el análisis realizado por XFLR5 es de tipo viscoso. Obsérvese, por ejemplo, los resultados para el perfil NACA 653-018 en la figura (4.3).

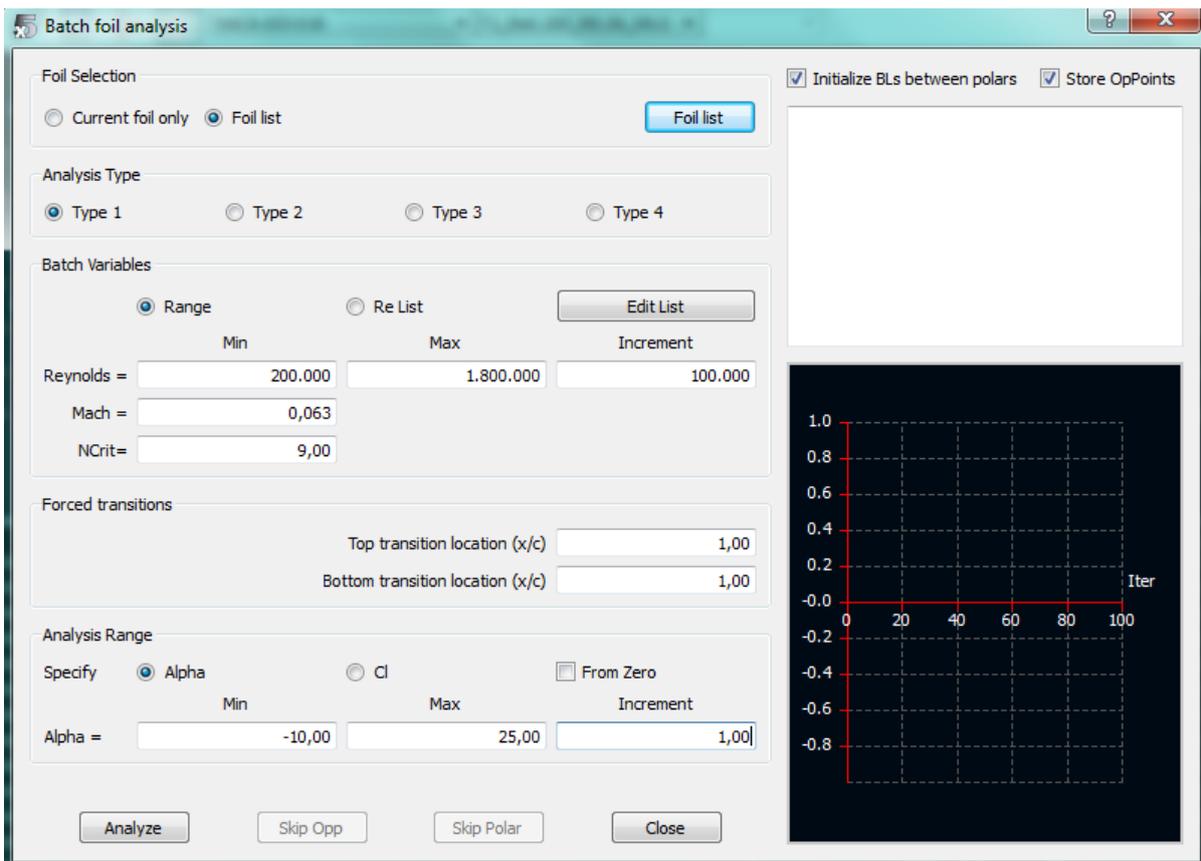


Figura 4.2: Ventana para configurar el análisis aerodinámico de los perfiles

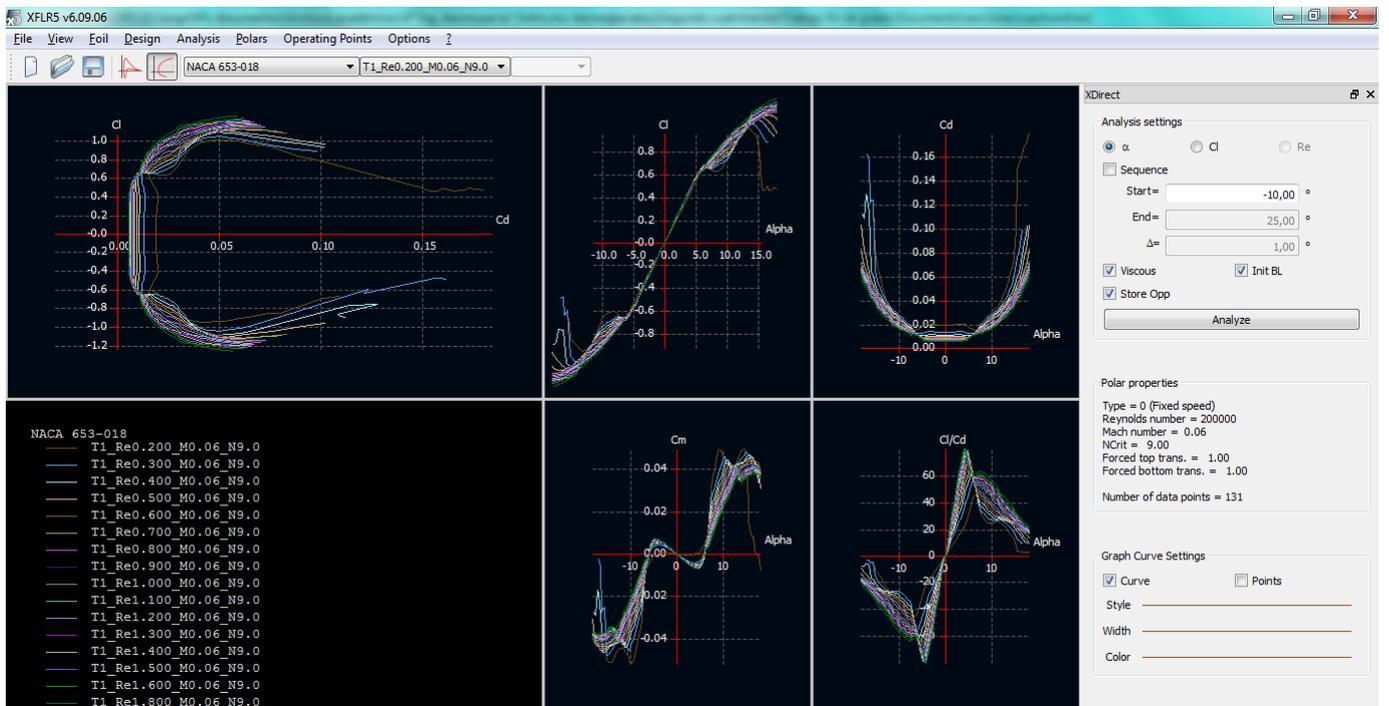


Figura 4.3: Resultados aerodinámicos para el NACA 653-018

Estos resultados pueden exportarse para ser manipulados con otras herramientas tales como Matlab. Una vez se exportan las polares, los datos quedan guardados en un archivo .txt que indica los valores de cada variable para cada ángulo de ataque analizado. En la figura (4.4) se muestra un ejemplo en que se exportan los resultados anteriormente mostrados para el NACA 65₃-018, para el caso $Re = 10^6$. Las columnas muestran el coeficiente de sustentación (CL), coeficiente de resistencia (CD), coeficiente de resistencia de presión (CDp), coeficiente de momento respecto de $c/4$ (Cm), valor mínimo del coeficiente de presión en extradós (Cpmin) y posición del centro de presiones (XCp), entre otros.

```

XFLR5 v6.09.06
-----
Calculated polar for: NACA 653-018
1 1 Reynolds number fixed      Mach number fixed
xtrf = 1.000 (top)             1.000 (bottom)
Mach = 0.063      Re = 1.000 e 6      Ncrit = 9.000
-----
alpha    CL      CD      CDp      Cm    Top Xtr  Bot Xtr  Cpmin  Chinge  xcp
-----
-18.000  -1.1571  0.07031  0.06620  -0.0380  1.0000  0.0158  -8.2233  0.0000  0.1872
-17.750  -1.1566  0.06723  0.06303  -0.0388  1.0000  0.0159  -8.1334  0.0000  0.1871
-17.500  -1.1551  0.06436  0.06006  -0.0394  1.0000  0.0160  -8.0361  0.0000  0.1871
-17.250  -1.1525  0.06166  0.05726  -0.0399  1.0000  0.0161  -7.9316  0.0000  0.1871
-17.000  -1.1491  0.05911  0.05462  -0.0403  1.0000  0.0162  -7.8206  0.0000  0.1873
-16.750  -1.1450  0.05669  0.05211  -0.0406  1.0000  0.0164  -7.7028  0.0000  0.1874
-16.500  -1.1399  0.05443  0.04976  -0.0408  1.0000  0.0165  -7.5862  0.0000  0.1876
-16.250  -1.1339  0.05230  0.04753  -0.0410  1.0000  0.0166  -7.4641  0.0000  0.1878
-16.000  -1.1274  0.05027  0.04542  -0.0411  1.0000  0.0167  -7.3385  0.0000  0.1881
-15.750  -1.1209  0.04834  0.04342  -0.0406  1.0000  0.0169  -7.2286  0.0000  0.1887
-15.500  -1.1142  0.04649  0.04154  -0.0402  1.0000  0.0171  -7.1094  0.0000  0.1894
-15.250  -1.1062  0.04476  0.03977  -0.0399  1.0000  0.0173  -6.9750  0.0000  0.1899
-15.000  -1.0977  0.04310  0.03807  -0.0396  1.0000  0.0174  -6.8351  0.0000  0.1904
-14.750  -1.0884  0.04153  0.03647  -0.0394  1.0000  0.0176  -6.6911  0.0000  0.1908
-14.500  -1.0787  0.04000  0.03491  -0.0390  1.0000  0.0178  -6.5466  0.0000  0.1912
-14.250  -1.0685  0.03856  0.03342  -0.0387  1.0000  0.0180  -6.4004  0.0000  0.1917
-14.000  -1.0582  0.03715  0.03197  -0.0383  1.0000  0.0182  -6.2556  0.0000  0.1922
-13.750  -1.0474  0.03580  0.03058  -0.0378  1.0000  0.0184  -6.1101  0.0000  0.1927
-13.500  -1.0364  0.03448  0.02922  -0.0374  1.0000  0.0186  -5.9716  0.0000  0.1932
-13.250  -1.0250  0.03322  0.02792  -0.0368  1.0000  0.0188  -5.8354  0.0000  0.1938
-13.000  -1.0128  0.03204  0.02670  -0.0363  1.0000  0.0191  -5.6952  0.0000  0.1943
-12.750  -0.9855  0.03078  0.02536  -0.0390  0.9569  0.0194  -5.4995  0.0000  0.1909
-12.500  -0.9604  0.02971  0.02414  -0.0409  0.9262  0.0196  -5.3137  0.0000  0.1882
-12.250  -0.9574  0.02824  0.02255  -0.0391  0.9018  0.0199  -5.2262  0.0000  0.1905
-12.000  -0.9508  0.02704  0.02126  -0.0376  0.8849  0.0202  -5.1132  0.0000  0.1923
-11.750  -0.9413  0.02601  0.02015  -0.0362  0.8710  0.0205  -4.9855  0.0000  0.1937
-11.500  -0.9305  0.02506  0.01912  -0.0350  0.8590  0.0208  -4.8527  0.0000  0.1950
-11.250  -0.9188  0.02416  0.01815  -0.0338  0.8482  0.0211  -4.7177  0.0000  0.1962
-11.000  -0.9065  0.02328  0.01722  -0.0327  0.8385  0.0215  -4.5824  0.0000  0.1973
-10.750  -0.8939  0.02244  0.01630  -0.0316  0.8297  0.0218  -4.4481  0.0000  0.1985
-10.500  -0.8808  0.02165  0.01544  -0.0304  0.8212  0.0222  -4.3131  0.0000  0.1997
-10.250  -0.8665  0.02091  0.01464  -0.0293  0.8132  0.0226  -4.1832  0.0000  0.2008
-10.000  -0.8542  0.02011  0.01376  -0.0280  0.8055  0.0229  -4.0645  0.0000  0.2022
    
```

Figura 4.4: Resultados aerodinámicos para el NACA 65₃-018 exportados de XFLR5

4.1.3. Definición y análisis del ala: módulo *Wing and Plane Design*

El último paso, tras analizar los perfiles, es definir la geometría del ala y analizarla. Aunque XFLR5 permite definir aviones con fuselaje y cola, no será necesario en este caso puesto que el ala voladora no dispone de ellos.

En primer lugar se define la geometría del ala. Con los datos geométricos que se presentarán en el capítulo 5, se introducen en la ventana de XFLR5 los distintos perfiles (flapeados si es el caso), su cuerda, posición en la envergadura, flecha, diedro, torsión ... hasta completar la definición del ala. Finalmente, se selecciona la opción "reset mesh" y se acepta.

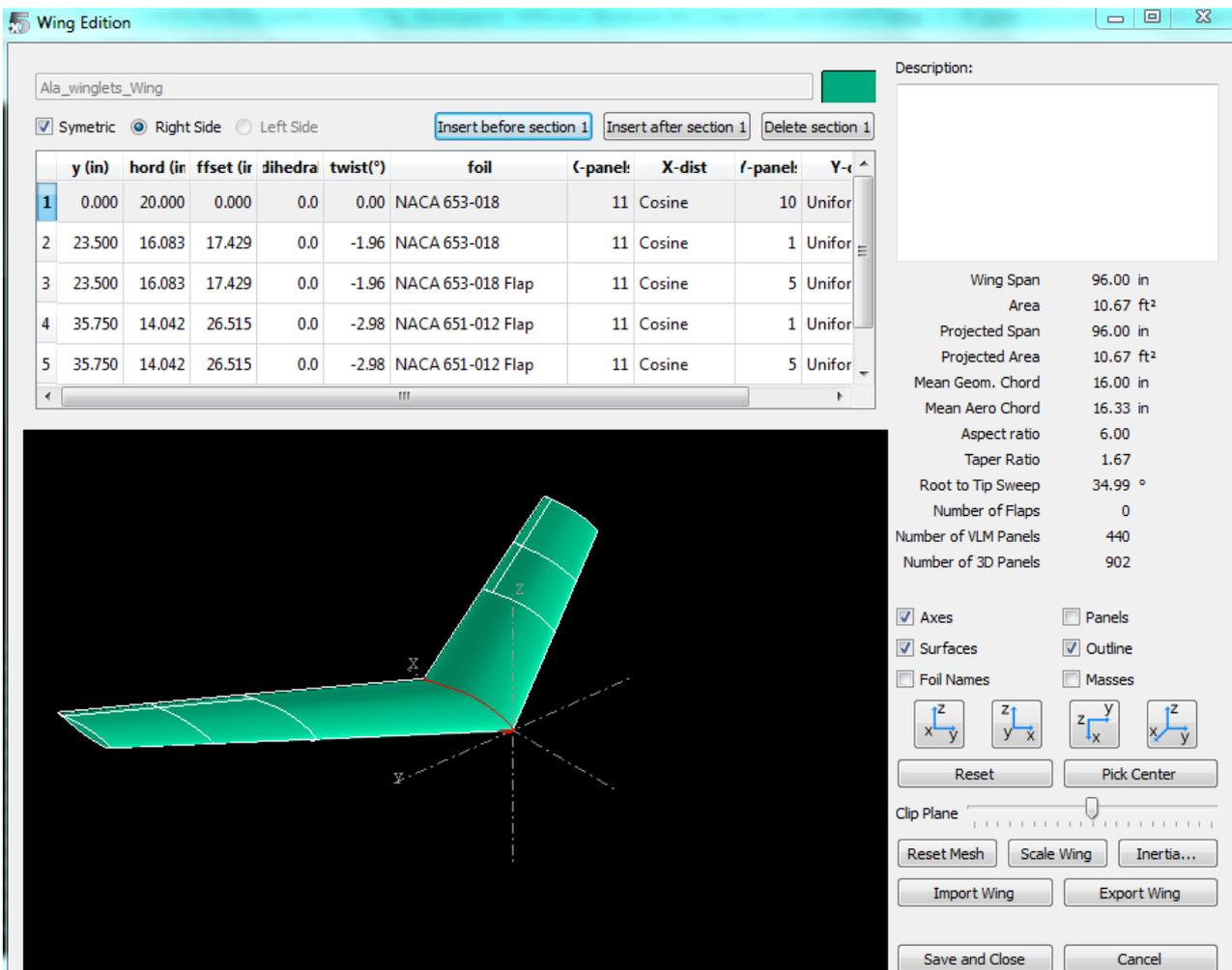


Figura 4.5: Definición de la geometría del ala

Si se quiere añadir winglets al ala, se deberá crear un avión ("define a new plane"). Se añadirá el ala anteriormente creada, sin incidencia, y un "double fin", estableciendo la posición adecuada.

La definición del winglet se establece a partir de la geometría descrita en el capítulo 5, como se observa en la figura (4.7). Es importante mencionar que XFLR5 produce errores por inestabilidad numérica si se sitúa otra superficie en el mismo plano que el ala, por lo que se debe bajar el plano en que se apoyan los winglets una cantidad, aunque sea pequeña, que se elige como 0,51 cm.

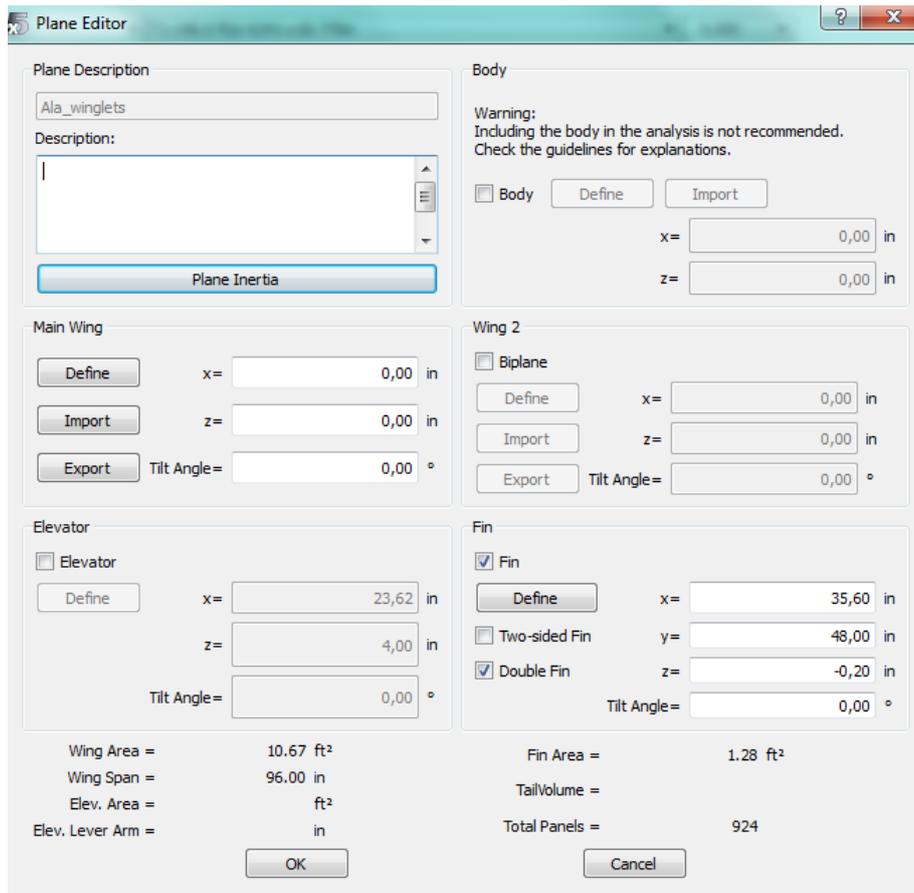


Figura 4.6: Definición del ala voladora con los winglets

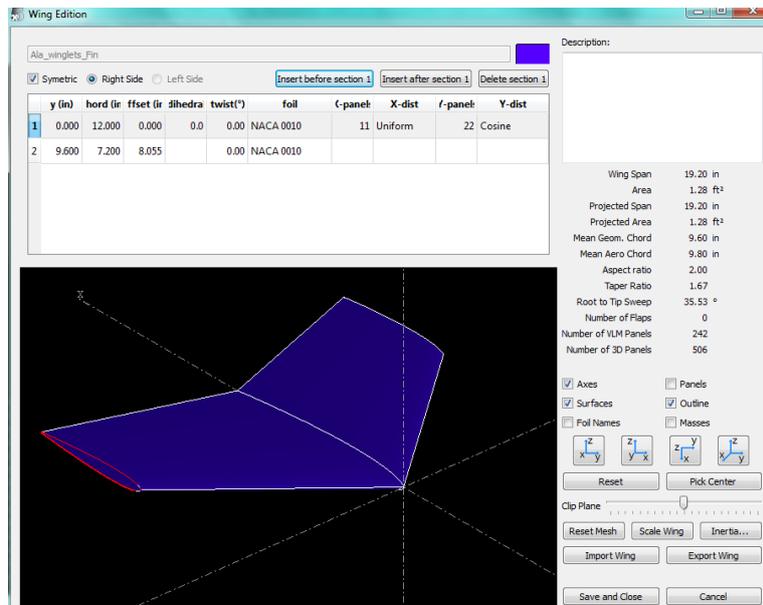


Figura 4.7: Definición de la geometría de los winglets

Una vez definidos los winglets, se procede a realizar los análisis aerodinámicos. En la opción "define an analysis", se establecen los parámetros del análisis (de nuevo de tipo 1): velocidad de vuelo (21,336 m/s para el caso nominal estudiado), ángulo de resbalamiento (β), masa y centro de gravedad del ala, densidad y viscosidad. Además, XFLR5 permite hacer un análisis viscoso a partir de los resultados viscosos obtenidos para los perfiles. Si se han hecho previamente los análisis necesarios para los perfiles, no debería ocurrir ningún fallo. En la ventana de análisis, una vez seleccionada la velocidad de vuelo y la viscosidad, se muestra el rango de número de Reynolds que aparece en el ala al realizar el análisis. Por lo tanto, quizás sea recomendable mirar esto antes de proceder a analizar los perfiles sin saber con certeza para qué números de Reynolds analizarlos.

XFLR5 permite además escoger el método de cálculo de alas entre: Vortex Lattice Method (VLM), Lifting Line Theory (LLT) y un método de paneles 3D. A continuación se describen las características de cada método:

- **LLT:** A pesar de que el LLT clásico es lineal, en esta versión de XFLR5 se implementa un método no lineal que tiene en cuenta los efectos de viscosidad [20]. El método tiene dos limitaciones principales, no dando buenos resultados cuando las alas testadas son de pequeño alargamiento o tienen una flecha pronunciada. Además, se espera que las mismas no tengan un ángulo de diedro elevado.
- **VLM:** Es la alternativa para aquellas geometrías que quedan fuera del alcance del LLT. Con este método, el cálculo de la distribución de sustentación, los ángulos inducidos y la resistencia inducida se realiza de manera no viscosa y lineal. Esta es una de las diferencias básicas con el LLT. A cambio, es aplicable a cualquier geometría, incluyendo alas de pequeño alargamiento, con diedro elevado e incluso winglets.

Dado que el cálculo es no viscoso y lineal, las variables viscosas como la resistencia de fricción o transiciones se calculan a partir de la interpolación de los resultados obtenidos para las polares 2D. Esto genera una limitación a la hora de calcular puntos que se encuentren cercanos a la entrada en pérdida.

- **3D Panels:** Este método está aún en desarrollo, por lo que su fiabilidad no es buena.

Se suele recomendar utilizar el método LLT siempre que las características del ala sean consistentes con sus limitaciones, ya que al tener en cuenta los efectos de viscosidad los resultados son más exactos. Puesto que el ala voladora que se estudia en este proyecto tiene una flecha pronunciada, pequeño alargamiento y, además, posee winglets, parece recomendable usar en este caso el método VLM. En la figura (4.8) se representa el coeficiente de sustentación (a la izquierda) y el coeficiente de momento de cabeceo (a la derecha) para el ala voladora (sin winglets), con el objetivo de comparar los resultados entre ambos métodos de cálculo. Se puede observar que, aunque el método LLT permita predecir la entrada en pérdida al considerar los efectos de viscosidad, el método VLM parece más adecuado para el caso estudiado debido a la particular geometría. Recuérdese que, aunque el método VLM no predice la entrada en pérdida, sí es capaz de considerar los efectos viscosos a partir de la interpolación de los resultados obtenidos para los perfiles.

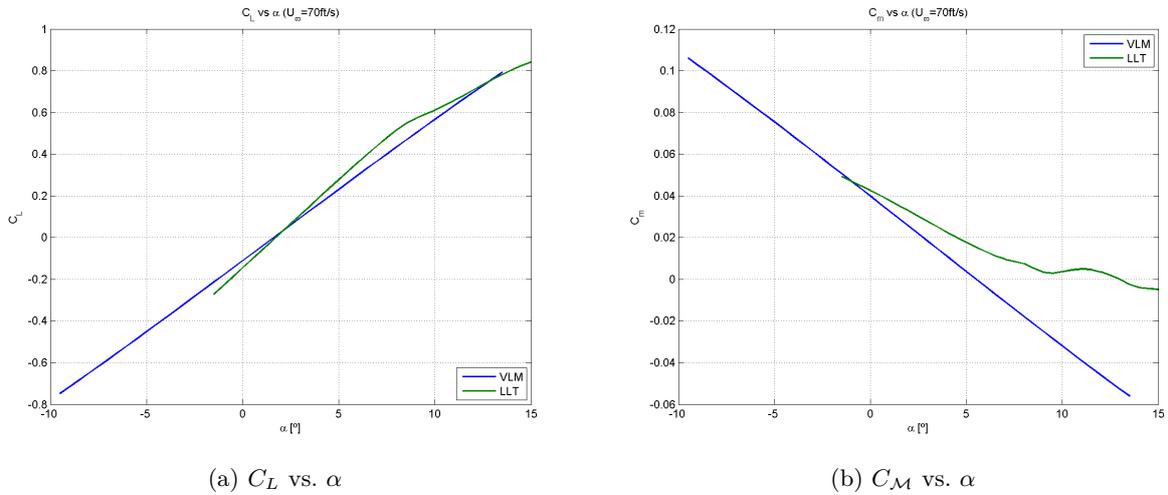


Figura 4.8: Comparación entre los métodos de cálculo VLM y LLT de XFLR5

Una vez se ha realizado el análisis para el rango de ángulos de ataque deseado, se obtendrán todos los resultados en las distintas ventanas de XFLR5, como los coeficientes de fuerza y momentos aerodinámicos entre otros. Se ha de destacar una característica importante de XFLR5, y es que el ángulo de resbalamiento es definido con el signo contrario al habitual, es decir, positivo cuando el aire le entra al avión por la izquierda. Esto ocurre únicamente en el módulo de aerodinámica, y se tendrá en cuenta en el capítulo 5 a la hora de explicar los análisis.

Los resultados pueden, al igual que para los perfiles, ser exportados para manipularse con Matlab. En la figura (4.9) puede verse un ejemplo de los datos exportados del análisis para el ala voladora con winglets. Las distintas columnas muestran, en este orden: ángulo de ataque, coeficiente de sustentación, coeficiente de resistencia inducida, coeficiente de resistencia de presión, coeficiente de resistencia (total), coeficiente de fuerza lateral, coeficiente de momento de cabeceo, coeficiente de momento de balance, coeficiente de momento de guiñada, coeficiente de momento de guiñada inducida, velocidad de vuelo y posición del centro de presiones del ala. Todos estos coeficientes de fuerza y momento siguen el mismo criterio de signos que el convencional, descrito en el capítulo 3.

XFLR5 v6.09.06

wing name : Ala_winglets
 wing polar name : T1-70.0 ft/s-VLM1-x18.770in
 Freestream speed : 70.000 ft/s

alpha	CL	Icd	Pcd	Tcd	CY	Cm	Rm	Ym	IYm	QInf	XCP
-7.000	-0.623430	0.015390	0.014165	0.029555	0.000000	0.116958	-0.000000	0.000000	0.000000	21.3360	0.5506
-6.500	-0.587759	0.013701	0.012786	0.026487	0.000000	0.112174	-0.000000	0.000000	0.000000	21.3360	0.5518
-6.000	-0.552013	0.012111	0.011991	0.024101	0.000000	0.107364	-0.000000	0.000000	0.000000	21.3360	0.5533
-5.500	-0.516199	0.010621	0.011537	0.022158	0.000000	0.102528	-0.000000	0.000000	0.000000	21.3360	0.5549
-5.000	-0.480325	0.009231	0.011126	0.020357	0.000000	0.097668	-0.000000	0.000000	0.000000	21.3360	0.5568
-4.500	-0.444398	0.007942	0.010746	0.018689	0.000000	0.092786	-0.000000	0.000000	0.000000	21.3360	0.5591
-4.000	-0.408428	0.006755	0.010490	0.017245	0.000000	0.087884	-0.000000	0.000000	0.000000	21.3360	0.5617
-3.500	-0.372423	0.005668	0.010242	0.015910	0.000000	0.082961	-0.000000	0.000000	0.000000	21.3360	0.5649
-3.000	-0.336389	0.004683	0.009903	0.014587	0.000000	0.078021	-0.000000	-0.000000	0.000000	21.3360	0.5687
-2.500	-0.300336	0.003800	0.009268	0.013067	0.000000	0.073065	-0.000000	-0.000000	0.000000	21.3360	0.5735
-2.000	-0.264272	0.003018	0.008798	0.011816	0.000000	0.068093	-0.000000	-0.000000	0.000000	21.3360	0.5796
-1.500	-0.228203	0.002337	0.008756	0.011093	0.000000	0.063109	-0.000000	-0.000000	0.000000	21.3360	0.5875
-1.000	-0.192140	0.001757	0.008743	0.010500	0.000000	0.058112	-0.000000	-0.000000	0.000000	21.3360	0.5983
-0.500	-0.156089	0.001278	0.008747	0.010025	0.000000	0.053105	-0.000000	-0.000000	0.000000	21.3360	0.6140
0.000	-0.120058	0.000899	0.008753	0.009652	0.000000	0.048090	-0.000000	-0.000000	0.000000	21.3360	0.6390
0.500	-0.084057	0.000620	0.008753	0.009373	0.000000	0.043067	-0.000000	-0.000000	0.000000	21.3360	0.6851
1.000	-0.048091	0.000441	0.008746	0.009187	0.000000	0.038038	-0.000000	-0.000000	0.000000	21.3360	0.7995
1.500	-0.012171	0.000361	0.008735	0.009096	0.000000	0.033006	-0.000000	-0.000000	0.000000	21.3360	1.5868
2.000	0.023698	0.000378	0.008733	0.009111	0.000000	0.027970	-0.000000	-0.000000	0.000000	21.3360	-0.0073
2.500	0.059506	0.000494	0.008738	0.009232	0.000000	0.022934	-0.000000	-0.000000	0.000000	21.3360	0.3187
3.000	0.095246	0.000706	0.008753	0.009459	0.000000	0.017897	-0.000000	-0.000000	-0.000000	21.3360	0.4000
3.500	0.130910	0.001014	0.008766	0.009780	0.000000	0.012863	-0.000000	-0.000000	-0.000000	21.3360	0.4372
4.000	0.166490	0.001417	0.008779	0.010196	0.000000	0.007832	-0.000000	-0.000000	-0.000000	21.3360	0.4587
4.500	0.201980	0.001913	0.008796	0.010709	0.000000	0.002807	-0.000000	-0.000000	-0.000000	21.3360	0.4728
5.000	0.237370	0.002502	0.008818	0.011320	0.000000	-0.002213	-0.000000	-0.000000	-0.000000	21.3360	0.4828

Figura 4.9: Resultados aerodinámicos para el ala voladora exportados de XFLR5

4.2. Herramientas de estabilidad

En esta sección se procede ahora a describir los procedimientos del módulo de estabilidad de XFLR5, utilizado a lo largo de este proyecto para la obtención de numerosos resultados.

Para realizar el análisis de estabilidad, en primer lugar se tiene que tener definida el ala (o avión) con las superficies flapeadas, tal como se describió en la sección (4.1.1). De este modo, se permitirá el cálculo de las derivadas de control que permitan las superficies definidas. Es aconsejable definir las superficies con los flaps pero sin deflectar (establecer deflexión nula), puesto que la deflexión dada en el módulo de estabilidad se medirá con respecto a este valor de referencia. Si el valor de referencia es nulo, las deflexiones medidas en el módulo de estabilidad serán directamente las deflexiones totales de las superficies de control.

Una vez se tiene creada la geometría, se selecciona "Define a Stability Analysis", y se entra a la ventana mostrada en la figura (4.10).

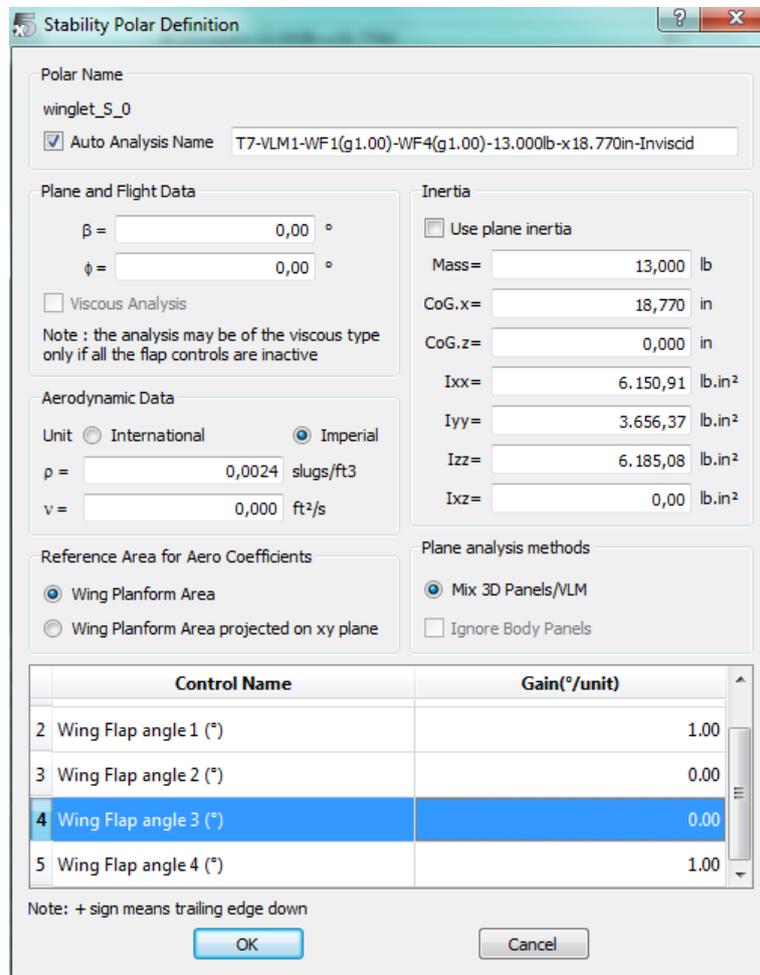


Figura 4.10: Ventana para la configuración del análisis de estabilidad

En dicha ventana, se deberán introducir la masa e inercias del ala, la posición de su centro de gravedad y la densidad y viscosidad del aire (parámetros detallados en el capítulo 5). Además, se debe elegir entre realizar un análisis viscoso o no viscoso, aunque se recomienda realizar siempre los análisis de tipo no viscoso, puesto que el análisis viscoso devuelve un error si se tiene activa alguna de las variables de control. Asimismo, XFLR5 permite fijar unos valores del ángulo de resbalamiento y el

ángulo de balance, que permanecen fijos durante el análisis (como se explicará a continuación, XFLR5 no realiza el trimado lateral-direccional del avión, sino únicamente el trimado longitudinal).

En la parte inferior de la ventana, se encuentran las distintas variables de control definidas mediante los flaps. Si no se activa ninguna de ellas, el análisis llevado a cabo no devolverá ninguna de las derivadas de control, aunque sí proporcionará el resto de derivadas de estabilidad. Al accionar una de las variables de control, XFLR5 calcula las derivadas de control asociadas a la superficie seleccionada. Por defecto, se muestra siempre la incidencia del ala. Si, además, el avión dispone de alerones, elevadores o timón de dirección (este último no aplicaría al caso de ala voladora), estos controles aparecerán en la ventana para poder ser seleccionados. Es importante mencionar que las superficies de control vienen numeradas en orden empezando a recorrer el ala desde el borde marginal izquierdo hasta el derecho.

Como ejemplo, supóngase que se quieren calcular las derivadas de control respecto a la deflexión del elevador. Entonces, se seleccionan todas las superficies que correspondan al elevador (en general una en cada semiala) y se les aplica una ganancia unidad. Al realizar el análisis, se deberá establecer el rango en que dicha variable de control se mueve, como se puede ver en la figura (4.11). La cantidad aquí introducida irá multiplicando a la ganancia establecida, dando así lugar a la deflexión real del elevador. Si la ganancia es la unidad, la cantidad establecida (en grados) en las casillas de la ventana mostrada en la figura (4.11) será directamente la deflexión de la superficie. Para la deflexión antisimétrica de los alerones, habría que definir una de las superficies con ganancia opuesta a la otra. Es importante indicar que el criterio de signo para las deflexiones se establece del modo convencional descrito en el capítulo 3, siendo δ_e positivo hacia abajo y δ_a positivo cuando el ala derecha tiende a caer.

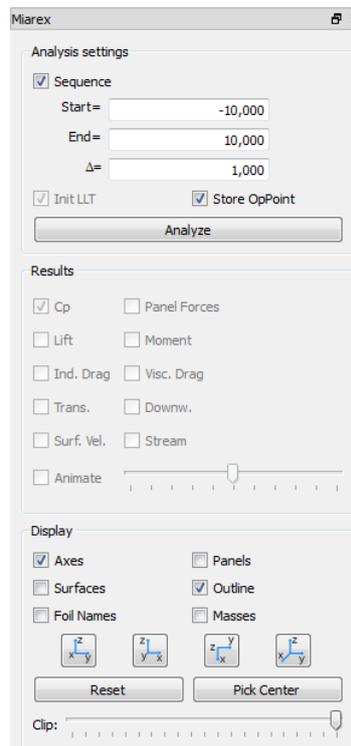


Figura 4.11: Definición del barrido de la variable de control

Si se quieren calcular las derivadas de control con respecto a distintas superficies, por ejemplo elevadores y timón de dirección, no se deberá establecer la ganancia para todas las superficies al mismo tiempo, sino que habría que realizar dos análisis distintos. Si se establece una ganancia para distintas superficies de control, XFLR5 calcularía las derivadas cruzadas resultantes de deflectar al

mismo tiempo todas estas superficies. Como ejemplo, supóngase que se establece una ganancia unidad en los elevadores y otra en el timón de dirección. Al realizar el análisis de estabilidad, el resultado de las derivadas de control que daría XFLR5 sería la variación que se produce en las fuerzas (o momentos) aerodinámicos al deflectar al mismo tiempo una unidad de elevador y otra de timón de dirección.

Una vez se establece el barrido de la variable de control, XFLR5 realizará el trimado del avión para cada valor comprendido entre los márgenes dados. Es decir, siendo la variable de entrada la deflexión de la superficie de control, XFLR5 realiza, para cada punto, el trimado longitudinal del avión. Si se entra con una deflexión de elevador determinada, XFLR5 calculará el ángulo de ataque y la velocidad necesarias para que el vuelo sea equilibrado. Una vez se consigue trimar el avión, XFLR5 calcula las derivadas de estabilidad (incluyendo las de control si se ha definido previamente), los modos y las matrices correspondientes al problema de autovalores y autovectores (véase el capítulo 3 para mayor comprensión). Además, se tiene la opción de visualizar los distintos modos en el avión o representar en gráficas distintas propiedades de ellos como su frecuencia o amortiguamiento.

```

Calculation for control position 0.36
  Rotating the flap by 0.36°, total angle is 0.36°
  Rotating the flap by 0.36°, total angle is 0.36°
Creating the unit RHS vectors...
Creating the influence matrix...
Performing LU Matrix decomposition...
Solving LU system...
Searching for zero-moment angle... Alpha=4.58312°
Creating source strengths...
Calculating doublet strength...
Calculating speed to balance the weight...VInf = 69.98296ft/s

___Inertia - Stability Axis - CoG Origin___|
Isxx=      6148 lb.in²
Isyy=      3646 lb.in²
Iszz=      6171 lb.in²
Isxz=      -1.845 lb.in²

Calculating the stability derivatives
Calculating the control derivatives

Longitudinal derivatives
Xu=      -0.05177          Cxu=     -0.0039986
Xw=       1.9003          Cxa=       0.14677
Zu=       -5.425          CzU=     -9.8195e-05
Zw=       -52.575         CLa=       4.0608
Zq=       -11.071         CLq=       4.1223
Mu=     -7.8056e-08       Cmu=     -1.4532e-08
Mw=       -3.092          Cma=     -0.57564
Mq=       -3.2317         CmQ=     -2.9005
Neutral Point position=  21.08537in

Lateral derivatives
Yv=       -2.9271          Cyb=     -0.22608
Yp=       -1.9992          Cyp=     -0.12665
Yr=        2.2776          Cyr=       0.14429
Lv=       -2.3785          Clb=     -0.075341
Lp=       -18.12          Clp=     -0.47076
Lr=        2.7308          Clr=       0.070947
Nv=        1.6791          Cnb=       0.053188
Np=        0.71954         Cnp=       0.018694
Nr=       -1.3582          Cnr=     -0.035287

Control derivatives
Xde=       0.19723          CXde=    0.00071414
Yde=     -3.7402e-12        CYde=   -1.3543e-14
Zde=       -68.847         CZde=    -0.24929
Lde=     9.3936e-13         CLde=    1.3949e-15
Mde=       -31.505         CMde=    -0.27497
Nde=     3.5795e-12        CNde=    5.3155e-15

```

Figura 4.12: Derivadas de estabilidad

```

-----State matrices-----
Longitudinal state matrix
-0.00877953      0.322258      0      -9.81
-0.920012      -8.91601      19.4533      0
-7.31522e-08   -2.89773     -3.02874      0
0              0              1              0
Lateral state matrix
-0.496395      -0.339031     -20.9446      9.81
-1.32226      -10.071      1.51799      0
0.930204      0.401446     -0.752553     0
0              1              0              0

-----Control Matrices-----
Longitudinal control matrix
0.0334469
-11.67545
-29.52595
0
Lateral control matrix
-6.342906e-13
5.214993e-13
1.981967e-12
0
    
```

Figura 4.13: Matrices del problema dinámico

```

-----Longitudinal modes-----
Eigenvalue:  -5.989+   -6.92i |  -5.989+   6.92i |  0.01259+  -0.5586i |  0.01259+   0.5586i
Eigenvector:  1+      0i |  1+      0i |  1+      0i |  1+      0i
              10.91+ -20.29i | 10.91+ 20.29i | -0.0339+ 0.003452i | -0.0339+ -0.003452i
              -5.528+ -6.934i | -5.528+ 6.934i | 0.03183+ 0.002558i | 0.03183+ -0.002558i
              0.9681+ 0.03907i | 0.9681+ -0.03907i | -0.003293+ 0.05706i | -0.003293+ -0.05706i

-----Lateral modes-----
Eigenvalue:  -10.19+   0i |  -0.5766+  -4.419i |  -0.5766+   4.419i |  0.02022+   0i
Eigenvector:  1+      0i |  1+      0i |  1+      0i |  1+      0i
              28.62+   0i |  -0.1253+ -0.02653i | -0.1253+ 0.02653i | 0.05428+   0i
              -1.316+  0i |  0.01032+ 0.1987i | 0.01032+ -0.1987i | 1.232+   0i
              -2.809+  0i |  0.009541+ -0.0271i | 0.009541+ 0.0271i | 2.685+   0i
    
```

Figura 4.14: Modos longitudinales y laterales-direccionales

Para las derivadas mostradas en la figura (4.12), el criterio de XFLR5 para los signos es el siguiente: $C_X = -C_D$, $C_Z = -C_L$. Para el resto de derivadas, el criterio es el convencional. Además, el signo de β en el módulo de estabilidad es también el habitual, no ocurriendo como en el módulo de aerodinámica, en el cual estaba definido en sentido contrario.

En el capítulo 5, cuando se realice el análisis de estabilidad para el ala voladora de este proyecto, se explicará en detalle qué resultados de XFLR5 son más fiables y cuáles menos. La problemática reside en que, al ser el análisis de estabilidad no viscoso, las derivadas y valores de la resistencia aerodinámica no son correctos, y entonces hay que determinarlos de otra manera (a partir de los propios resultados aerodinámicos hallados en XFLR5, exportándolos a Matlab). Por otro lado, el resto de derivadas longitudinales, laterales-direccionales y de control sí son en general adecuadas. Una vez conseguidas las derivadas de estabilidad, se ha comprobado que los modos y matrices proporcionados por XFLR5 no eran tampoco coherentes, por lo que se procedió al cálculo con Matlab partiendo de las derivadas de estabilidad.

Capítulo 5

Ala Voladora

El ala voladora que se va a analizar en este proyecto esta basada en el artículo de la AIAA, referenciado en [3]. La geometría de la configuración genérica de dicho ala se muestra en la sección (5.1). Se harán estudios de dicho ala tanto en el caso en que disponga de winglets como en el caso sin winglets, demostrando así la mejoría en la estabilidad lateral-direccional del ala cuando se tienen estos. Los estudios aerodinámicos y de estabilidad se realizan en las secciones (5.2) y (5.3) respectivamente. Además de XFLR5, se usarán ecuaciones paramétricas para obtener y comparar las derivadas de estabilidad obtenidas, en la sección (5.4). Posteriormente, se procederá a hacer un análisis paramétrico de las diferentes características de estabilidad del ala variando la geometría tanto del propio ala como de los winglets, en la sección (5.5). Por último, en la sección (5.6) se procede a representar la respuesta dinámica de distintas configuraciones de ala estudiadas, ante diferentes perturbaciones.

5.1. Descripción de la geometría nominal

Como se ha comentado, la geometría nominal del ala está obtenida de [3], viniendo dada por los siguientes parámetros:

$$c_r = 50,800 \text{ cm (20 in) (NACA 65}_3\text{-018)} \quad (5.1)$$

$$c_t = 30,480 \text{ cm (12 in) (NACA 65}_1\text{-012)} \quad (5.2)$$

$$b = 2,438 \text{ m (96 in)} \quad (5.3)$$

$$\lambda = \frac{c_t}{c_r} = 0,6 \quad (5.4)$$

$$S = b \frac{c_r + c_t}{2} = 0,991 \text{ m}^2 \text{ (10,667 ft}^2\text{)} \quad (5.5)$$

$$A = \frac{b^2}{S} = 6 \quad (5.6)$$

$$\Lambda_{\frac{1}{4}} = 35^\circ \quad (5.7)$$

$$\kappa = -4^\circ \quad (5.8)$$

donde c_r es la cuerda en la raíz del ala, c_t es la cuerda en el borde marginal, b es la envergadura del ala, λ su estrechamiento, S la superficie alar, A el alargamiento, $\Lambda_{\frac{1}{4}}$ la flecha en la línea de $c/4$ y κ el valor de la torsión geométrica en la punta del ala ("washout angle").

Como se ha comentado, la geometría nominal es obtenida a partir de la ya analizada en el artículo [3]. Aunque originalmente las medidas del ala vienen dadas en unidades imperiales (en dicho artículo),

por sencillez en la lectura del documento en general se trabajará con unidades del sistema métrico.

Nótese que el perfil situado en el borde marginal se coloca con una torsión negativa. Esta característica permitirá la estabilidad longitudinal del ala al proporcionar un valor de C_{M0} positivo, siendo la alternativa al uso de los perfiles reflex [1]. La desventaja de colocar perfiles con torsión geométrica negativa es que se pierde sustentación en ellos, teniéndose para el ala $C_{L0} < 0$.

La forma en planta del ala resultante con la anterior geometría, construida en XFLR5, se puede observar en la figura (5.1).

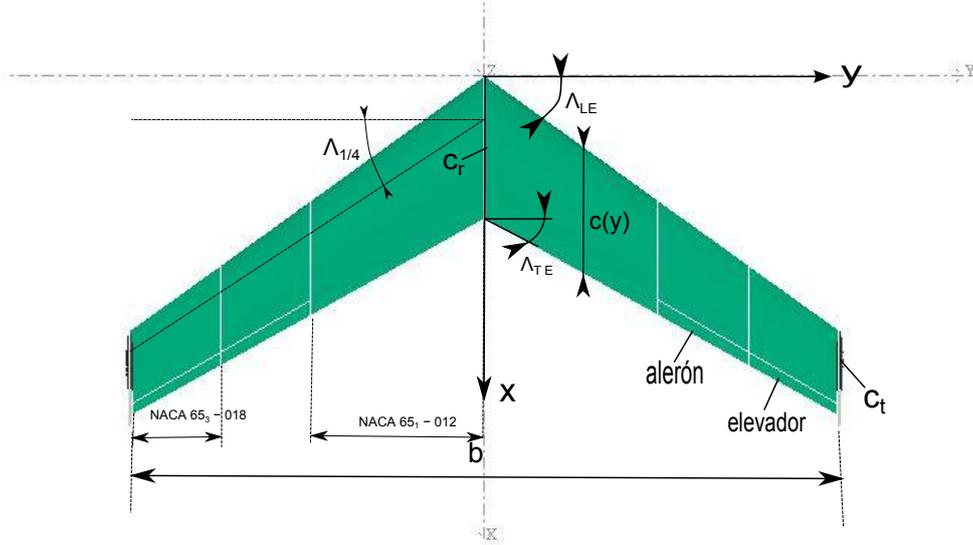


Figura 5.1: Forma en planta del ala

La geometría nominal de los winglets, en caso de tenerlos (puesto que se analizarán los casos tanto con winglets como sin winglets), es la que se adopta en el artículo de la AIAA, la cual en principio debe optimizar las características de estabilidad lateral-direccional:

$$c_{r_v} = 30,480 \text{ cm (12 in)} = c_t \quad (5.9)$$

$$c_{t_v} = 18,288 \text{ cm (7,2 in)} \quad (5.10)$$

$$\frac{b_v}{2} = 24,384 \text{ cm (9,6 in)} \quad (5.11)$$

$$\lambda_v = \frac{c_{t_v}}{c_{r_v}} = 0,6 \quad (5.12)$$

$$S_v = 2 \frac{b_v}{2} \frac{c_{r_v} + c_{t_v}}{2} = 0,119 \text{ m}^2 (1,28 \text{ ft}^2) \quad (5.13)$$

$$A_v = \frac{b_v^2}{S_v} = 2 \quad (5.14)$$

$$\Lambda_{LE_v} = 40^\circ \quad (5.15)$$

donde el subíndice “v” indica winglet. Nótese que se hacen coincidir las dimensiones de la cuerda en la punta del ala con la de la cuerda en la raíz del winglet. Además, la posición de los winglets es totalmente vertical. En las figuras (5.2) y (5.3) se pueden apreciar sendas imágenes de los winglets. Es importante mencionar que los winglets han sido bajados 0,51 cm (0,2 in) con respecto al plano del ala para evitar inestabilidades numéricas provocadas en XFLR5.

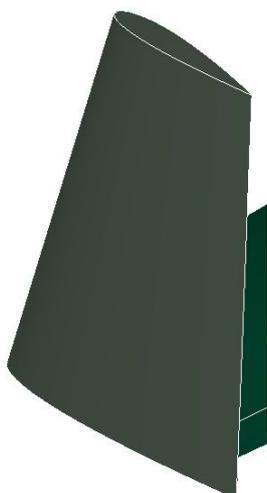


Figura 5.2: Vista 3D winglet



Figura 5.3: Vista de perfil del winglet

La masa del ala incluye tanto el tren de aterrizaje como otros equipos que el Ala llevaba a bordo [3]. Para todos los análisis se tomará $m = 5,897 \text{ kg}$ (13 lb) (se supone constante al variar la geometría en el análisis paramétrico para así simplificar el análisis y desacoplar el problema aerodinámico y de estabilidad del problema estructural).

Por otro lado, al realizar el análisis de estabilidad serán necesarias las inercias del ala. Conviene mencionar ya que en este estudio las inercias, al igual que la masa, se mantendrán siempre constantes. Sus valores (respecto al centro de gravedad), extraídos de [3], son los siguientes:

$$I_{xx} = 1,80 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 (6148,07 \text{ lb} \cdot \text{in}^2) \quad (5.16)$$

$$I_{yy} = 1,07 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 (3646,22 \text{ lb} \cdot \text{in}^2) \quad (5.17)$$

$$I_{zz} = 1,81 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 (6171,24 \text{ lb} \cdot \text{in}^2) \quad (5.18)$$

$$I_{xz} = 0 \quad (5.19)$$

A lo largo del ala se pueden encontrar diferentes superficies: alerones y elevadores. Ambas tienen una longitud (a lo largo de la envergadura) de 31,115 cm (12,25 in), estando los elevadores situados justo antes del borde marginal y los alerones previos a los primeros, como se puede apreciar en la figura (5.1). De este modo, se puede conseguir una mayor potencia de control longitudinal (al ser el brazo mayor). Realmente, se debería hablar de flaperones, puesto que una deflexión simétrica de estos junto con la de los elevadores serviría al ala como dispositivos hipersustentadores (flaps).

Por simplicidad en el modelado en XFLR5, se ha optado por definir la posición de la charnela de los flaps en porcentaje de la cuerda de cada perfil como una constante. En consecuencia, las superficies (alerones y elevadores) tendrán un pequeño estrechamiento por ser variable la cuerda de los perfiles a lo largo de la envergadura. En particular, se define la charnela en el 86,65 % de la cuerda de los perfiles. Esto hace que la cuerda del alerón/elevador mida 4,763 cm (1,875 in) (tal como se mencionaba en el artículo de la AIAA) en el perfil de transición entre el alerón y el elevador, que se encuentra en una posición de la envergadura $y = 0,908 \text{ m}$ (35,75 in) y cuya cuerda mide $c = 35,667 \text{ cm}$ (14,042 in). Por otro lado, los flaps se colocan verticalmente en el centro del perfil (de manera que la deflexión sea simétrica). En la figura (5.4) se observa una vista 3D del ala con los winglets, alerones y elevadores.

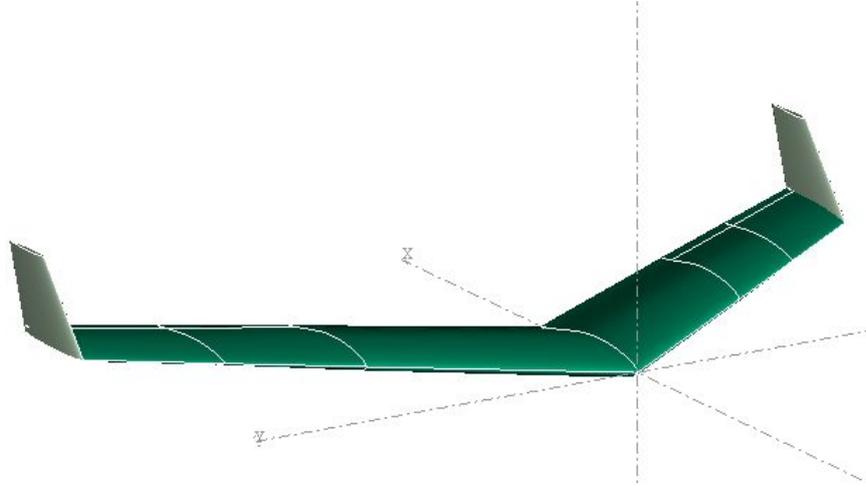


Figura 5.4: Vista 3D del ala

Una vez se conoce toda la geometría del ala, se procede a construirla en XFLR5. Debido a la existencia de los alerones y elevadores, es necesario definir más de una sección para la definición del ala. Para conocer las características geométricas de cada sección, es útil apoyarse en las siguientes ecuaciones que determinan la posición en el eje x del borde de ataque de cada perfil (x_{LE}), del borde de salida (x_{TE}) y de la cuerda de estos:

$$x_{LE}(y) = y \tan \Lambda_{LE} \quad (5.20)$$

$$x_{TE}(y) = c_r + y \tan \Lambda_{TE} \quad (5.21)$$

$$c(y) = x_{TE}(y) - x_{LE}(y) = c_r + y(\tan \Lambda_{TE} - \tan \Lambda_{LE}) \quad (5.22)$$

donde la flecha en el borde de ataque (Λ_{LE}) y la flecha en el borde de salida (Λ_{TE}) del ala se obtienen a partir de la flecha en la línea de $c/4$ mediante las siguientes expresiones:

$$\tan \Lambda_{LE} = \frac{\frac{b}{2} \tan \Lambda_{\frac{1}{4}} + \frac{c_r - c_t}{4}}{\frac{b}{2}} \quad (5.23)$$

$$\tan \Lambda_{TE} = \frac{\frac{b}{2} \tan \Lambda_{LE} + c_t - c_r}{\frac{b}{2}} \quad (5.24)$$

Por último, la torsión se distribuye linealmente a lo largo de la envergadura (desde 0° en la raíz hasta -4° en la punta). Cabe recordar que no se ha añadido ángulo de diedro al ala. En cuanto a los perfiles aerodinámicos, se utiliza el NACA 65₃-018 para el perfil situado en el encastre, manteniéndose constante dicho perfil hasta la sección en que comienza el alerón. Por otro lado, los perfiles del elevador son NACA 65₁-012. Por último, en los perfiles en que se encuentra el alerón se produce una transición ente los dos perfiles previamente nombrados. Es importante mencionar que, aunque esto no reproduce con total fidelidad la geometría indicada en [3], se ha optado por una simplificación ya que permite un mejor modelado en XFLR5.

Para los winglets, el perfil utilizado es simétrico (NACA 0010), intentando simular una placa plana. No se ha utilizado un perfil de menor espesor puesto que daba problemas a la hora de realizar un análisis aerodinámico en XFLR5.

5.2. Estudios aerodinámicos

En este primer estudio, se realiza un análisis aerodinámico del ala en su configuración nominal previamente descrita, tanto en el caso sin winglets como con winglets. En primer lugar, siguiendo con el procedimiento de XFLR5 descrito en el capítulo 4, se analizan los perfiles usados en el ala en la sección (5.2.1). Posteriormente, se analizarán ambas configuraciones del ala, incluyendo las fuerzas y momentos aerodinámicos generados, así como una estimación de las derivadas de estabilidad a partir de estos resultados (sección 5.2.2).

5.2.1. Estudios 2D

El objeto de este estudio es, además de permitir que XFLR5 tome los datos de los perfiles de los que posteriormente constará el ala, ver las principales características aerodinámicas de los distintos perfiles que constituyen dicho ala.

Para realizar un análisis correcto del ala, es necesario tener definidas las características aerodinámicas de los perfiles en el rango de Reynolds en que ésta volará. Tomando la velocidad de crucero del ala a partir de [3], se tiene que $V_2 = 21,336$ m/s (70 ft/s). Además de esta velocidad (valor nominal a partir de ahora), en general se analizará el comportamiento del ala para otras dos velocidades características del ala. La cota inferior viene dada por la velocidad de entrada en pérdida del ala. Aunque no es posible determinar esta velocidad aún, haciendo un análisis aerodinámico del ala para la velocidad nominal (se hará posteriormente), se obtiene un valor de $C_{L_{max}} \simeq 0,7$. Por lo tanto:

$$V_1 = 1,2V_s = 1,2\sqrt{\frac{2mg}{\rho SC_{L_{max}}}} = 14\text{m/s (46ft/s)} \quad (5.25)$$

Por otro lado, la velocidad máxima se obtiene de los resultados para el ala analizada en [3], de donde se tiene $V_3 = 44,5$ m/s (146 ft/s).

Además, sabiendo que al nivel del mar la densidad del aire es $\rho = 1,225$ kg/m³ y la viscosidad dinámica $\mu = 1,79 \cdot 10^{-5}$ Pa·s, se puede calcular la viscosidad cinemática como $\nu = 1,46 \cdot 10^{-5}$ m²/s. Por último, el rango de cuerdas existentes en el ala proporciona la variación del Re local a lo largo de la envergadura. Sabiendo que la cuerda del ala va desde su máximo valor en c_r hasta el mínimo en c_t , y tomando velocidades desde el máximo (V_3) hasta el mínimo (V_1), el rango de números de Reynolds existentes en el ala es:

$$Re = \frac{V \cdot L}{\nu} \sim (3 \cdot 10^5; 1,6 \cdot 10^6) \quad (5.26)$$

donde L es la magnitud característica del flujo, que viene siendo la cuerda de cada perfil. Cuando existen winglets en el ala, la cuerda mínima se reduce a c_{t_v} , disminuyendo el número de Reynolds mínimo al que hay que analizar los perfiles NACA 0010 a $Re_{min} \sim 2 \cdot 10^5$.

En cuanto al Mach de vuelo, quedará siempre fijado a un valor constante, puesto que este es muy pequeño y los efectos de compresibilidad serán siempre despreciables. El Mach se calcula a partir de la velocidad nominal como:

$$M = \frac{V_2}{a} = \frac{V_2}{\sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}}} = 0,063 \quad (5.27)$$

donde la presión del aire se toma al nivel del mar como $p = 1,01325 \cdot 10^5$ Pa y $\gamma = 1,4$. A continuación se representa, para cada perfil, los coeficientes C_l , C_d y C_m en función del ángulo de ataque (α), para distintos valores de Re y deflexiones del flap (δ). Además, se representa también la polar del perfil.

5.2.1.1. NACA 65₁ – 012

Este perfil se caracteriza por ser un perfil de la serie NACA 6 dígitos, simétrico. Algunos datos del perfil se pueden extraer a partir de sus dígitos [7].

5.2.1.1.1. C_l, C_d, C_m vs. α, δ y Re

En las figuras (5.5) y (5.6) se puede observar la variación del coeficiente de sustentación del NACA 65₁ – 012 con Re (5.5) y con Re y δ (5.6).

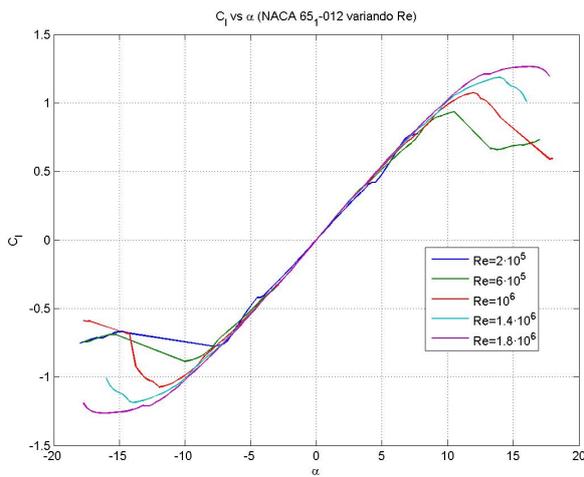


Figura 5.5: Variación de C_l con α y Re (NACA 65₁ – 012)

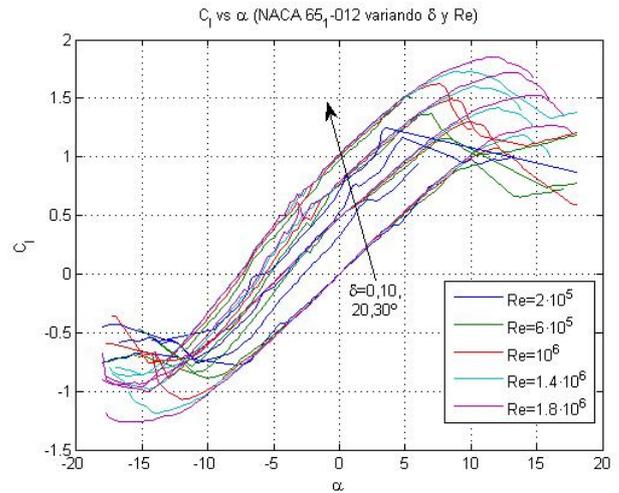


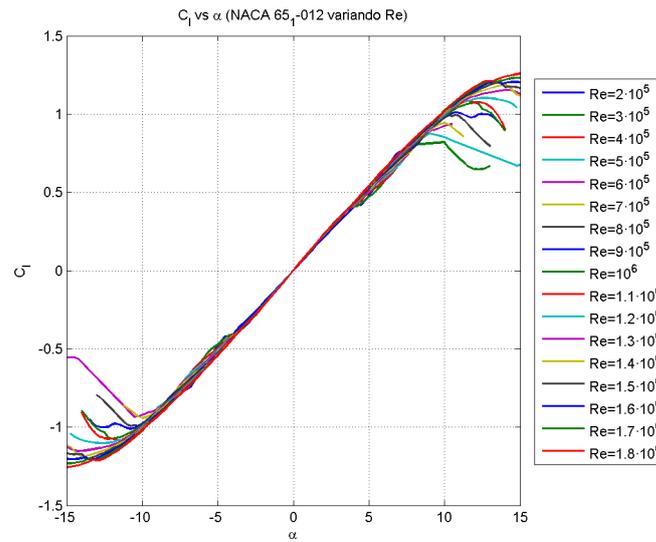
Figura 5.6: Variación de C_l con α, Re y δ (NACA 65₁ – 012)

Se puede observar que las pendientes de las curvas son aproximadamente $C_{l\alpha} = 2\pi$, resultado teórico que se da para una placa plana. Sin embargo, los efectos de viscosidad, que son tenidos aquí en cuenta, hacen que el perfil entre en pérdida para ángulos de ataque elevados. El ángulo de ataque máximo se alcanza para $\alpha \simeq 13^\circ$, dando un valor de $C_{l_{max}} \simeq 1,2$.

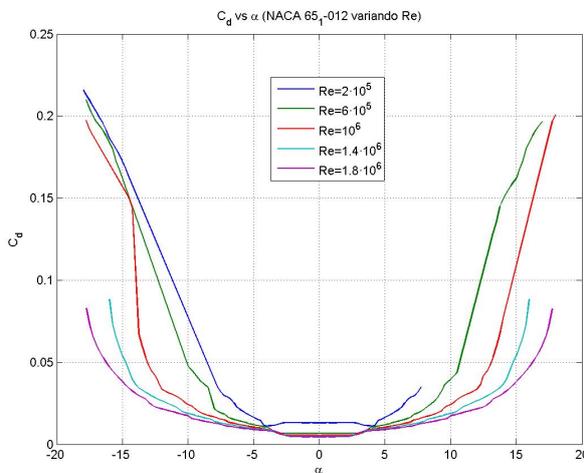
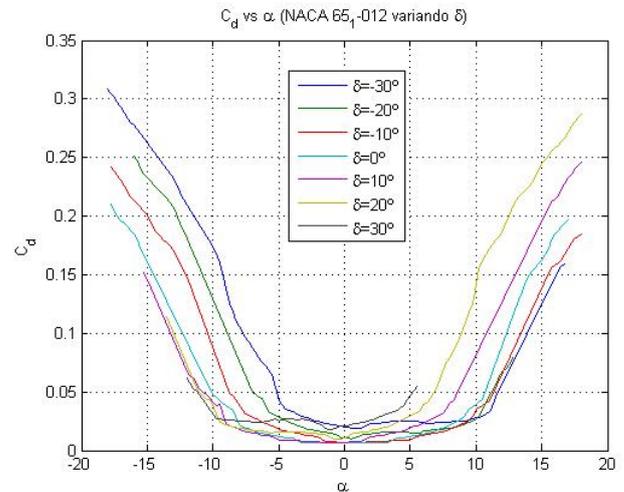
Al ser el perfil simétrico, las curvas de sustentación pasan por el origen. Es decir, que el perfil no genera ninguna sustentación a ángulo de ataque nulo ($C_{l_0} = 0$). En cuanto a la variación con el número de Reynolds, se observa que a mayor Re , mayor es el rango de ángulos de ataque para el que la capa límite se mantiene adherida, siendo entonces mayores los valores de $C_{l_{max}}$ y α_{max} .

Al aumentar la deflexión del flap, aumenta la curvatura del perfil, trasladándose las curvas hacia arriba. Por lo tanto, al aumentar δ , se obtienen mayores valores de C_{l_0} y $C_{l_{max}}$, aunque el ángulo de ataque máximo disminuye ligeramente. Para deflexiones de flap negativas, las curvas son las simétricas, por ser simétrico el perfil.

Aunque en la figuras (5.5) y (5.6) se han representado las curvas para un rango de números de Reynolds con una separación de $4 \cdot 10^5$ unidades, se ha realizado otro análisis más fino para que XFLR5 pueda disponer de una mejor interpolación de los datos. En la figura (5.7) se muestran los resultados obtenidos para el caso particular de C_l .

Figura 5.7: Análisis fino del NACA 65₁ – 012

En las figuras (5.8) y (5.9) se representa ahora el coeficiente de resistencia del perfil, suma de las contribuciones de resistencia parásita (viscosa) e inducida. Para el caso de variación de ángulo de deflexión del flap, se toma un valor de Reynolds característico de $Re = 6 \cdot 10^5$ (esto mismo se aplica a los casos posteriores).

Figura 5.8: Variación de C_d con α y Re (NACA 65₁ – 012)Figura 5.9: Variación de C_d con α y δ (NACA 65₁ – 012)

Obsérvese en estas figuras como se asemeja la polar del perfil a una polar parabólica, aumentando rápidamente la resistencia para ángulos de ataque elevados, cercanos al de entrada en pérdida del perfil. Para un mismo valor de α , el coeficiente de resistencia aumenta con valores de Re pequeños, es decir, a bajas velocidades. Al producirse deflexiones del flap, la resistencia viscosa del perfil es lógicamente mayor, como se puede observar en la figura (5.9).

Por último, en las figuras (5.10) y (5.11) se representa el coeficiente de momentos, variando de nuevo con α y Re . Es importante mencionar que los momentos representados están medidos con

respecto a la posición $c/4$ del perfil.

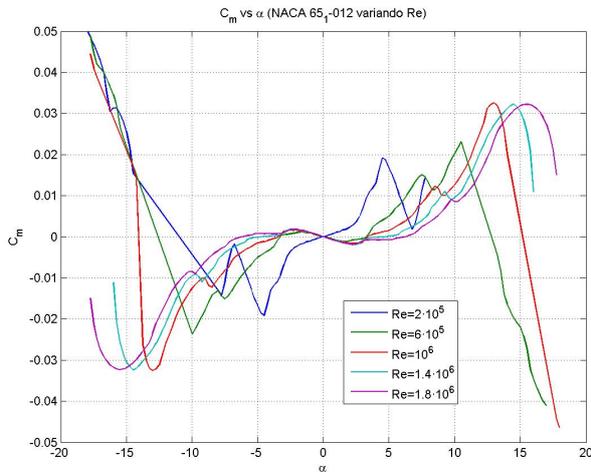


Figura 5.10: Variación de C_m con α y Re (NACA 65₁ – 012)

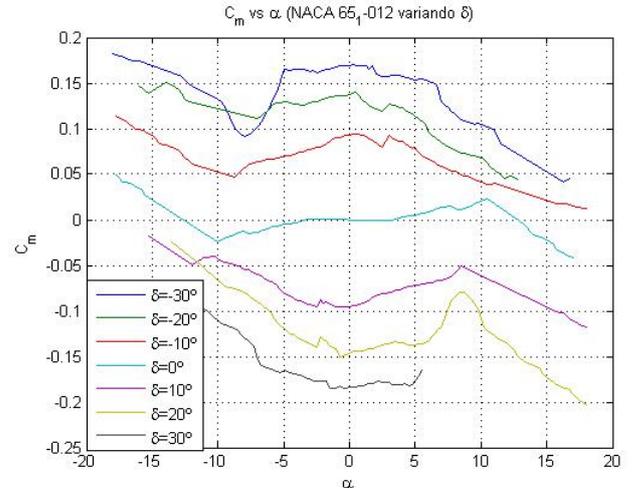


Figura 5.11: Variación de C_m con α y δ (NACA 65₁ – 012)

Al ir variando el centro de presiones del perfil con el ángulo de ataque, es obvio que el coeficiente de momentos cambiará de signo. Lo importante es que los momentos producidos por el perfil sean lo menor posible (en valor absoluto), lo cual se consigue con valores de Re elevados. Nótese también que deflexiones positivas del flap (hacia abajo) producen momento de picado ($C_{m_0} < 0$), como es de esperar. Sin ninguna deflexión de flap, el perfil tiene $C_{m_0} = 0$ por ser simétrico.

5.2.1.1.2. Polar del perfil: C_l vs. C_d

En este apartado, se representa la polar del perfil en las figuras (5.12) y (5.13). Es importante comentar que la polar mejora claramente para números de Reynolds elevados. Cuando se producen deflexiones del flap, se alcanzan mayores valores de C_l , aunque a costa de aumentar también C_d .

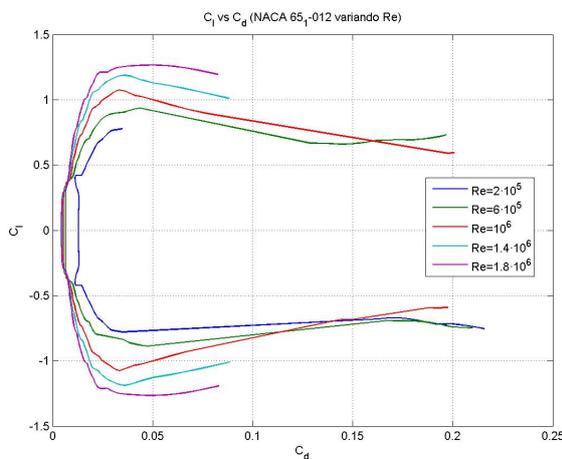


Figura 5.12: Polar del perfil en función de Re (NACA 65₁ – 012)

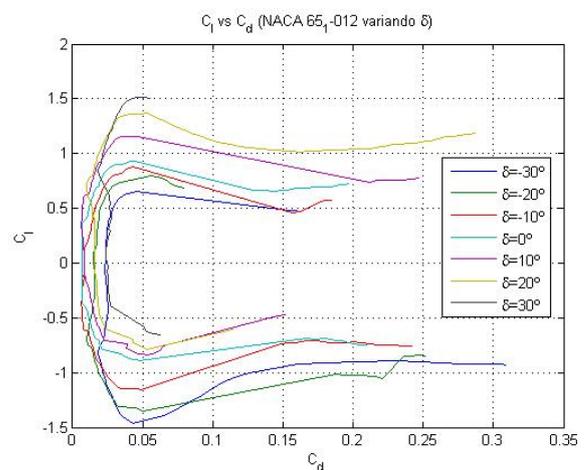


Figura 5.13: Polar del perfil en función de δ (NACA 65₁ – 012)

5.2.1.2. NACA 65₃ – 018

Este perfil es también un perfil simétrico de la serie NACA 6 dígitos, de mayor espesor que el anterior (utilizado en los perfiles centrales del ala). Tiene la peculiaridad de que mantiene el valor del coeficiente de resistencia bajo en un rango de ángulos de ataque en torno a cero mayor que el anterior (esta información está contenida en los dígitos del propio perfil). Las curvas analizadas para este perfil son similares a las anteriores en cuanto a las variables que se representan.

5.2.1.2.1. C_l , C_d , C_m vs. α , δ y Re

En primer lugar, se representa el coeficiente de sustentación del perfil en las figuras (5.14) y (5.15).

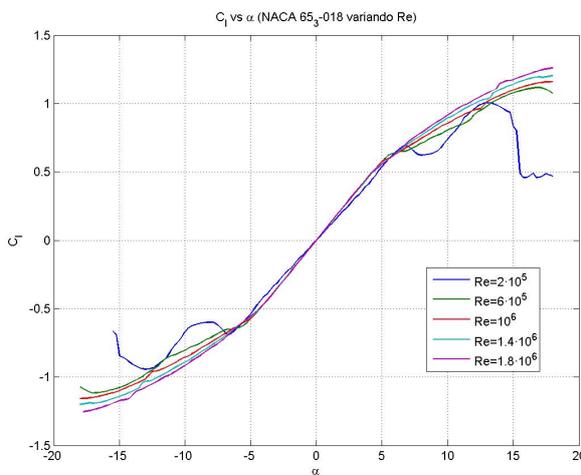


Figura 5.14: Variación de C_l con α y Re (NACA 65₃ – 018)

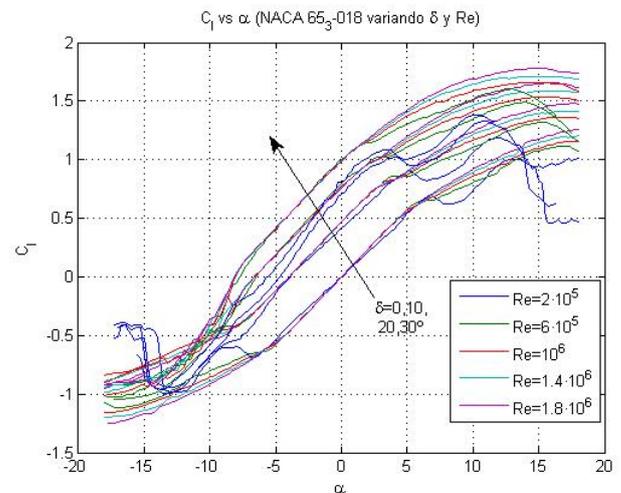


Figura 5.15: Variación de C_l con α , Re y δ (NACA 65₃ – 018)

Debido al espesor, para este perfil se obtiene una pendiente de sustentación (C_{l_α}) algo mayor. Aunque la entrada en pérdida se da para ángulos de ataque menores, es mucho más suave, ya que el espesor del perfil provoca un menor pico de succión y gradiente adverso de presiones en el extradós. Al igual que para el otro perfil, las curvas de sustentación se trasladan cuando se producen deflexiones del flap y son mejores para velocidades elevadas.

Al igual que en el caso anterior, se ha realizado un análisis fino del perfil en función del número de Reynolds, como se puede ver en la figura (5.16), representándose C_l en función de α .

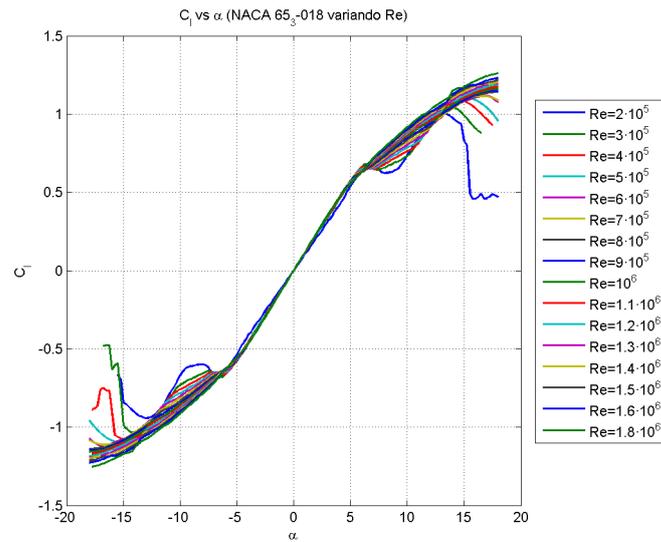


Figura 5.16: Análisis fino del NACA 65₃ – 018

En cuanto al coeficiente de resistencia, en las figuras (5.17) y (5.18), se representa este en función de α y δ . Es importante notar que, como se comentó anteriormente, el perfil genera unos valores de C_d pequeños alrededor de $\alpha = 0$ para un rango de ángulos de ataque mayor que en el caso del NACA 65₂ – 012. De nuevo, el coeficiente de resistencia disminuye para valores de Re elevados y aumenta con deflexiones del flap.

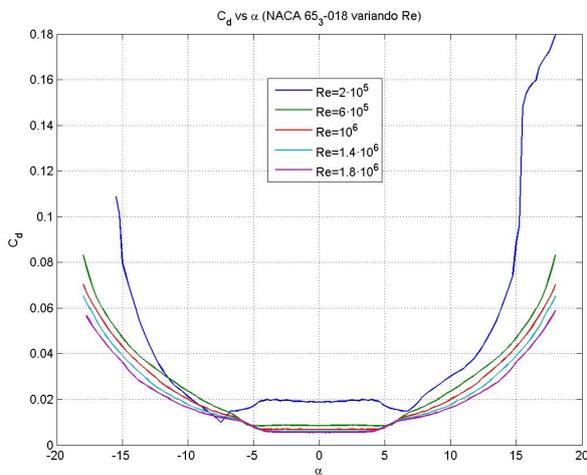


Figura 5.17: Variación de C_d con α y Re (NACA 65₃ – 018)

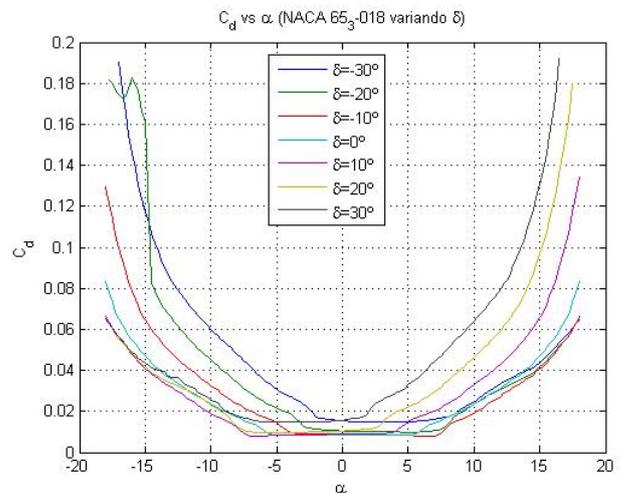


Figura 5.18: Variación de C_d con α y δ (NACA 65₃ – 018)

Por último, el coeficiente de momento se representa en las figuras (5.19) y (5.20). Obsérvese que las curvas resultan mucho más nobles que para el anterior perfil analizado.

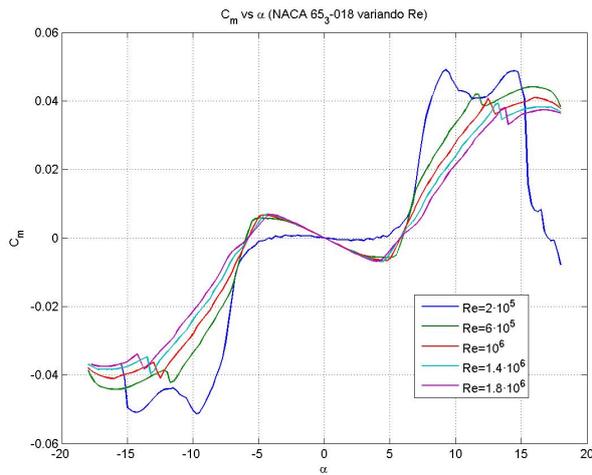


Figura 5.19: Variación de C_m con α y Re (NACA 653 – 018)

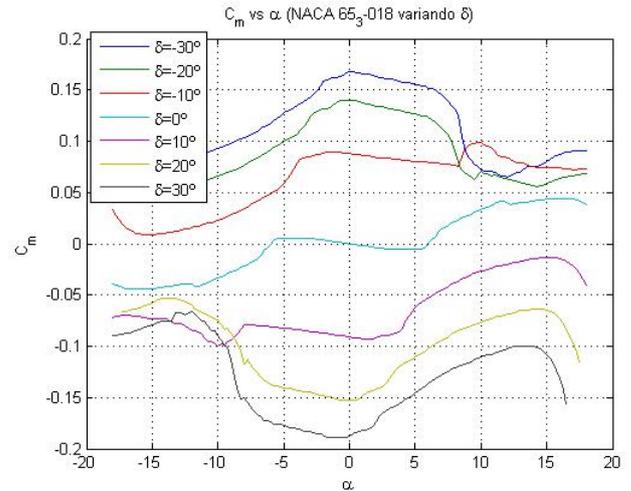


Figura 5.20: Variación de C_m con α y δ (NACA 653 – 018)

5.2.1.2.2. Polar del perfil: C_l vs. C_d

La polar del perfil se representa en las figuras (5.21) y (5.22). Al igual que ocurría con el NACA 651 – 012, la polar del perfil es mejor para números de Reynolds elevados.

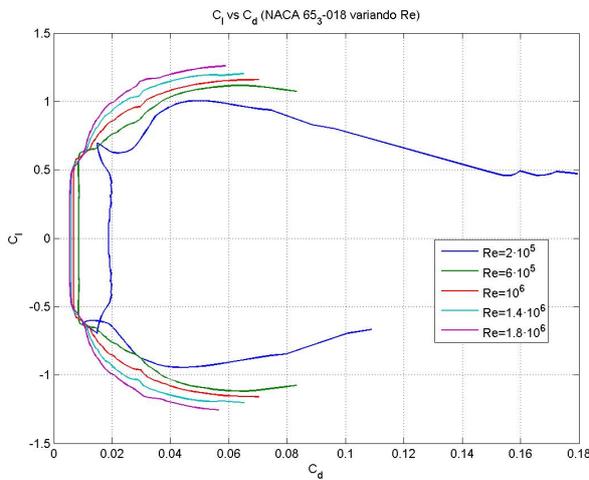


Figura 5.21: Polar del perfil en función de Re (NACA 653 – 018)

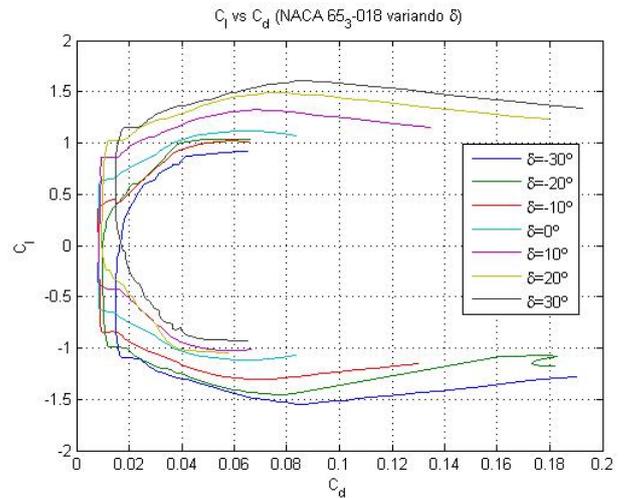


Figura 5.22: Polar del perfil en función de δ (NACA 653 – 018)

5.2.1.3. NACA 0010

Este perfil es un perfil simétrico de la serie NACA 4 dígitos, utilizado para construir los winglets del ala. Es por ello que no se analizarán curvas de este perfil con deflexiones del flap.

5.2.1.3.1. C_l, C_d, C_m vs. α, δ y Re

En primer lugar, se representa el coeficiente de sustentación en función del número de Reynolds, en la figura (5.23). Obsérvese que con este perfil se alcanzan valores de $C_{l_{max}}$ mayores que con los otros dos. En la figura (5.24) se tiene un análisis más fino de este perfil.

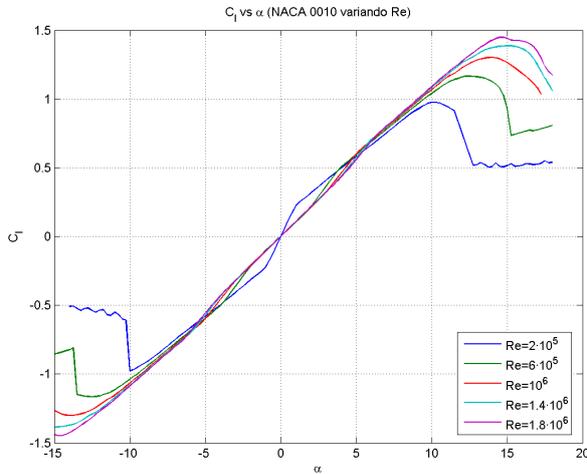


Figura 5.23: Variación de C_l con α y Re (NACA 0010)

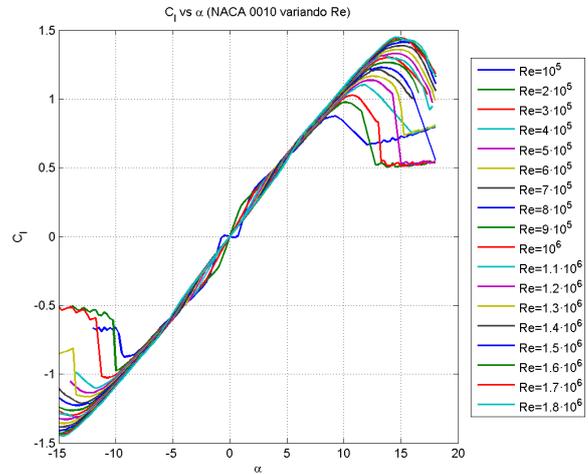


Figura 5.24: Análisis fino del NACA 0010

A continuación se puede observar, en la figura (5.25), la variación del coeficiente de resistencia del perfil con el ángulo de ataque, para distintos valores de Re . El coeficiente de momento se representa en la figura (5.26).

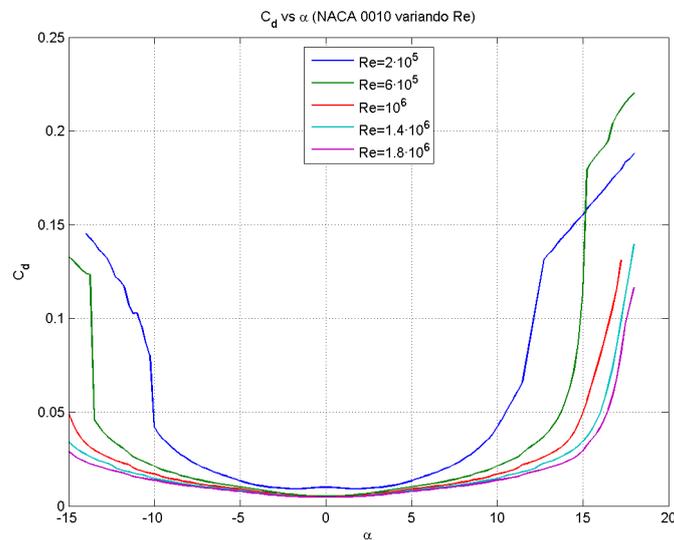


Figura 5.25: Variación de C_d con α y Re (NACA 0010)

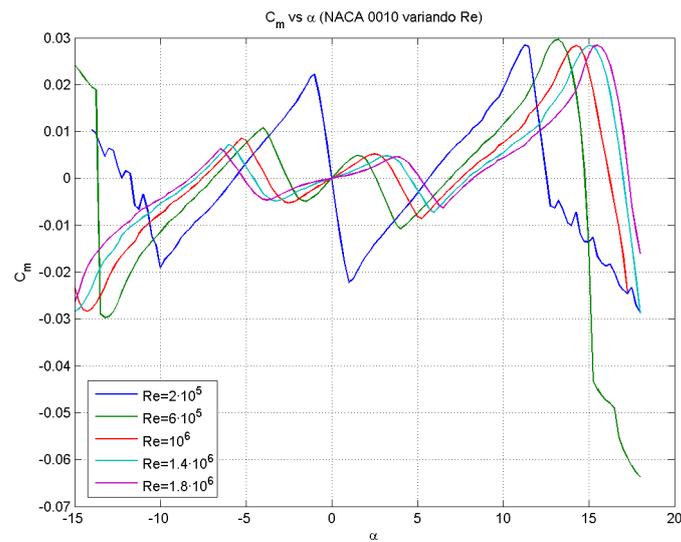


Figura 5.26: Variación de C_m con α y Re (NACA 0010)

5.2.1.3.2. Polar del perfil: C_l vs. C_d

La polar del perfil vuelve a mostrar unas mejores características aerodinámicas para números de Reynolds elevados, como se muestra en la figura (5.27).

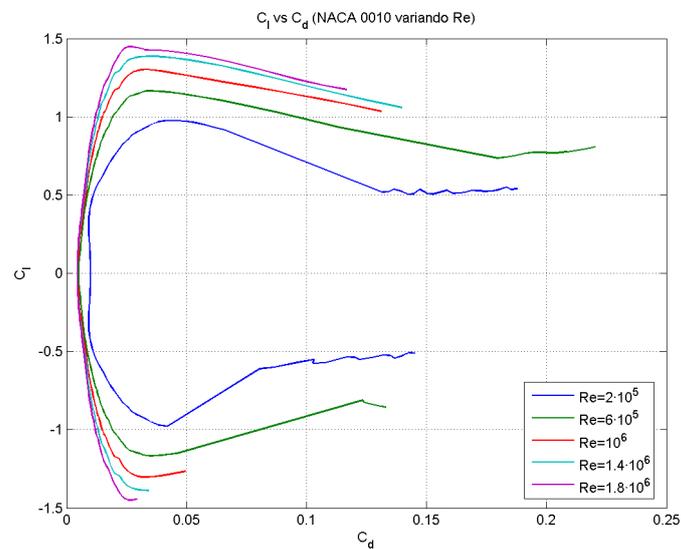


Figura 5.27: Polar del perfil en función de Re (NACA 0010)

5.2.2. Estudios 3D

En esta sección se va a analizar el ala en su configuración nominal tanto con winglets como sin winglets. Se realizarán estudios aerodinámicos para estudiar las fuerzas y momentos generados en el ala. Posteriormente, estos resultados se utilizarán para obtener una estimación de las derivadas de estabilidad que se compararán más adelante con las halladas mediante otros métodos.

Los análisis se realizarán siempre para 3 velocidades de vuelo: la velocidad nominal ($V_2 = 21,336\text{m/s}$), la velocidad máxima ($V_3 = 44,5\text{m/s}$) y la velocidad mínima ($V_1 = 14\text{m/s}$). Se usará como notación a partir de ahora U_∞ indistintamente a V .

También se analizarán las distintas fuerzas y momentos aerodinámicos cuando se producen deflexiones del alerón, elevador y flaps (considerando el flap como la deflexión simétrica conjunta de elevador y alerón), de 10, 20 y 30 grados (también deflexiones negativas).

Por otro lado, se estudiará la influencia del ángulo de resbalamiento (β) barriendo entre 0 y 10 grados (positivos y negativos), con incrementos de $2,5^\circ$.

Los análisis se realizarán en todos los casos utilizando el método VLM (Vortex Lattice Method) de XFLR5, tal como se explicó en el capítulo 4. Siempre se harán análisis de tipo viscoso, obteniendo así las características de entrada en pérdida del ala (los ángulos de ataque representados llegan hasta α_{max}) y valores realistas del coeficiente de resistencia de ésta.

5.2.2.1. Configuración nominal del Ala con y sin winglets

En primer lugar, para realizar el análisis aerodinámico, es necesario definir el centro de gravedad del ala (X_{CG}). El centro de gravedad es originalmente impuesto de modo que se tenga un margen estático $SM = 10\%$, para lo cual es necesario hacer una estimación del punto neutro del ala (X_{NA}). El punto neutro es el lugar más atrasado posible en el que se puede encontrar el centro de gravedad del avión para que este sea longitudinalmente estable. Es decir, si el centro de gravedad está adelantado con respecto al punto neutro, se tendrá un avión estable (y un margen estático positivo, definido como $SM = \frac{X_{NA} - X_{CG}}{MAC}$).

A continuación se procede a calcular el centro aerodinámico (o punto neutro) del ala sin considerar los winglets. Nótese que, cuando se añadan los winglets, el centro aerodinámico realmente se atrasará, por lo que, dejando el centro de gravedad constante, se obtendrá un margen estático mayor que el originalmente deseado (10%). Se utilizará el método explicado en [8].

La cuerda media aerodinámica (MAC) se puede estimar a partir de la cuerda en la raíz del ala y el estrechamiento de esta como:

$$MAC = \frac{2c_r}{3} \frac{1 + \lambda + \lambda^2}{1 + \lambda} = 41,487\text{cm} \quad (5.28)$$

La posición del centro aerodinámico se estima como el centroide geométrico del ala, a $1/4$ de la cuerda media del ala. A partir de las ecuaciones (5.23) y (5.24) se calculan la flecha en el borde de ataque y el borde de salida del ala:

$$\Lambda_{LE} = 36,57^\circ$$

$$\Lambda_{TE} = 29,91^\circ$$

Ahora, con la ecuación (5.22), se puede calcular la posición en y en que se encuentra la cuerda media:

$$y_{MAC} = \frac{MAC - c_r}{\tan \Lambda_{TE} - \tan \Lambda_{LE}} = 55,88\text{cm} \quad (5.29)$$

Y entonces la posición en x del centro aerodinámico sería:

$$X_{NA} = y_{MAC} \tan \Lambda_{LE} + \frac{MAC}{4} = 51,83\text{cm} \quad (5.30)$$

Imponiendo, con este punto neutro, un margen estático del 10%, se obtiene que el centro de gravedad debe estar situado en:

$$X_{CG} = X_{NA} - SM \cdot MAC = 47,68\text{cm} \quad (5.31)$$

5.2.2.2. Ala sin winglets

En primer lugar, se van a hacer los estudios aerodinámicos para la configuración de ala sin winglets.

5.2.2.2.1. Estudio de fuerzas aerodinámicas

En este apartado se representan los distintos coeficientes de fuerza (C_D , C_Y y C_L) variando con el ángulo de ataque y el ángulo de resbalamiento. Además, como se ha comentado, se realizan los análisis para distintas velocidades de vuelo. Por último, se estudia como varía cada coeficiente al producirse deflexiones de las superficies de control.

La fuerza de resistencia aerodinámica (D) va dirigida según el eje longitudinal del avión (eje x), siendo positiva cuando apunta hacia la cola ($D \simeq -F_{Ax}$). La fuerza de sustentación (L) va dirigida según el eje vertical (eje z), siendo positiva hacia arriba ($L \simeq -F_{Az}$). Por último, la fuerza lateral (F_{Ay}) es positiva cuando va dirigida según el eje lateral del avión (eje y), apuntando hacia el ala derecha.

Nótese que en la definición de estas fuerzas (F_{Ax} , F_{Ay} y F_{Az}) se está tratando siempre con los ejes definidos en el sistema de ejes cuerpo (ejes estabilidad). Sin embargo, la sustentación (L), fuerza lateral (Q) y resistencia del avión (D) están definidas en los ejes viento del avión (la resistencia según la dirección de la velocidad aerodinámica y la sustentación perpendicular a ella, véase la figura 5.29). No obstante, mientras los ángulos de ataque y resbalamiento sean pequeños, podrá hacerse la aproximación anterior (véase la figura 5.28). En el capítulo 3 se realiza una descripción detallada de los distintos sistemas de referencia y el criterio de signos utilizado. Asimismo, consúltese el índice de notación en caso de dudas sobre la notación.

Es importante mencionar también que el ángulo de resbalamiento se define positivo en la literatura cuando le entra al avión el aire por la derecha. Sin embargo, en los estudios aquí realizados, y debido a los criterios de XFLR5, se definirá con el signo contrario, como ya se adelantó en el capítulo 4. Es decir, que el ángulo de resbalamiento será positivo cuando le entre al avión el aire por la izquierda, generando una fuerza lateral dirigida entonces hacia la derecha (según el eje y). Cuando se realicen los estudios de estabilidad, se volverá al criterio de signos convencional. Este criterio aparecerá en los distintos gráficos mostrados la sección (5.2.2), debido a los criterios de XFLR5, aunque a la hora de las explicaciones se tomará el criterio habitual.

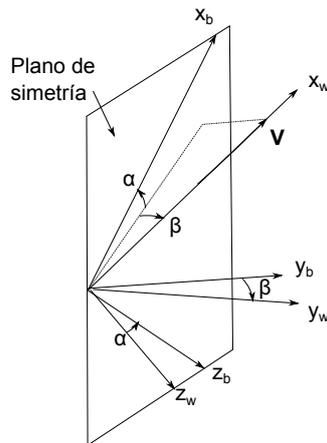


Figura 5.28: Ejes viento y ejes cuerpo

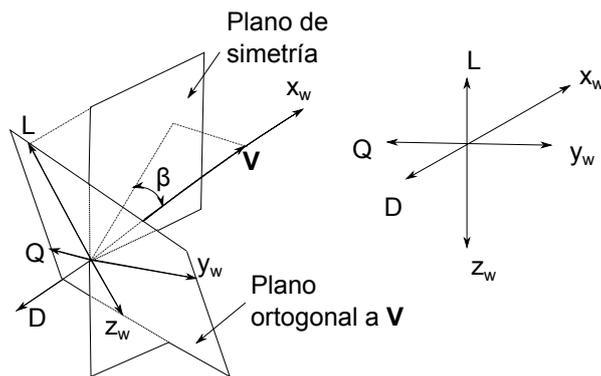


Figura 5.29: Definición de ejes para las fuerzas aerodinámicas

5.2.2.2.1.1. C_D, C_Y, C_L vs. α, β, U_∞

Para empezar, se representa en las figuras (5.30a), (5.30b) y (5.30c) el coeficiente de resistencia en función de α , para varios valores de β , y a las 3 velocidades de vuelo distintas. En la figura (5.30d) se representan, en 3 superficies (una para cada valor de la velocidad), las anteriores tendencias.

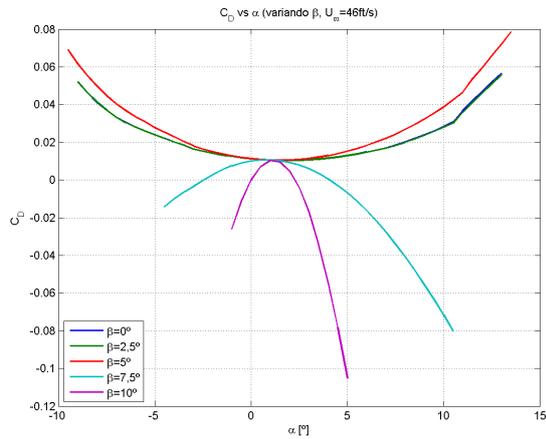
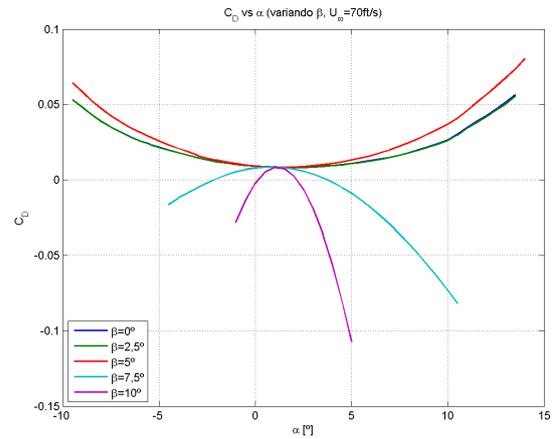
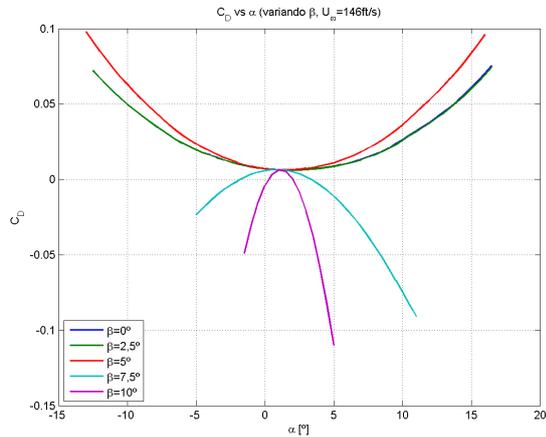
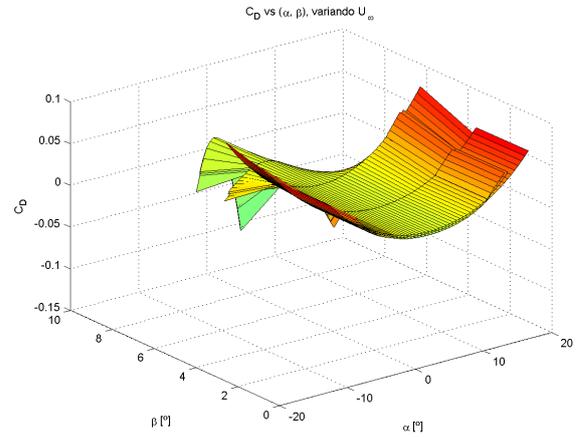
(a) C_D vs. α & β ($V = V_1$)(b) C_D vs. α & β ($V = V_2$)(c) C_D vs. α & β ($V = V_3$)(d) C_D vs. α , β & V

Figura 5.30: Estudio del coeficiente de resistencia para el ala sin winglets

Se puede observar la tendencia cuadrática del coeficiente de resistencia con el ángulo de ataque. Con el resbalamiento, se representan únicamente valores positivos de β puesto que las curvas coinciden cuando el valor es el opuesto, al ser el coeficiente de resistencia una variable longitudinal del problema que no depende del sentido del resbalamiento existente. La tendencia del coeficiente de resistencia con el resbalamiento no está muy clara, aunque se puede observar que afecta poco en general, a excepción de valores de β elevados. Es por ello que no se suele tener en cuenta en general el acoplamiento entre el problema longitudinal y lateral-direccional. Observando las curvas, puede entenderse que XFLR5 tiene ciertos problemas cuando el ángulo de resbalamiento crece demasiado, ya que se pueden ver curvas que dan valores negativos de C_D .

En cuanto a la velocidad, esta afecta muy poco a C_D , siendo prácticamente la única diferencia el rango de valores de α que se analizan (a mayores velocidades la entrada en pérdida se retrasa, obteniéndose valores mayores de α_{max} asociados a mayores valores de C_D , aunque para un mismo ángulo de ataque la resistencia sea menor, como se vio en el estudio de perfiles). Esto justifica que se desprecien posteriormente las derivadas de C_{D_u} . En la figura (5.31) se puede apreciar mejor la variación de C_D con el ángulo de ataque y la velocidad.

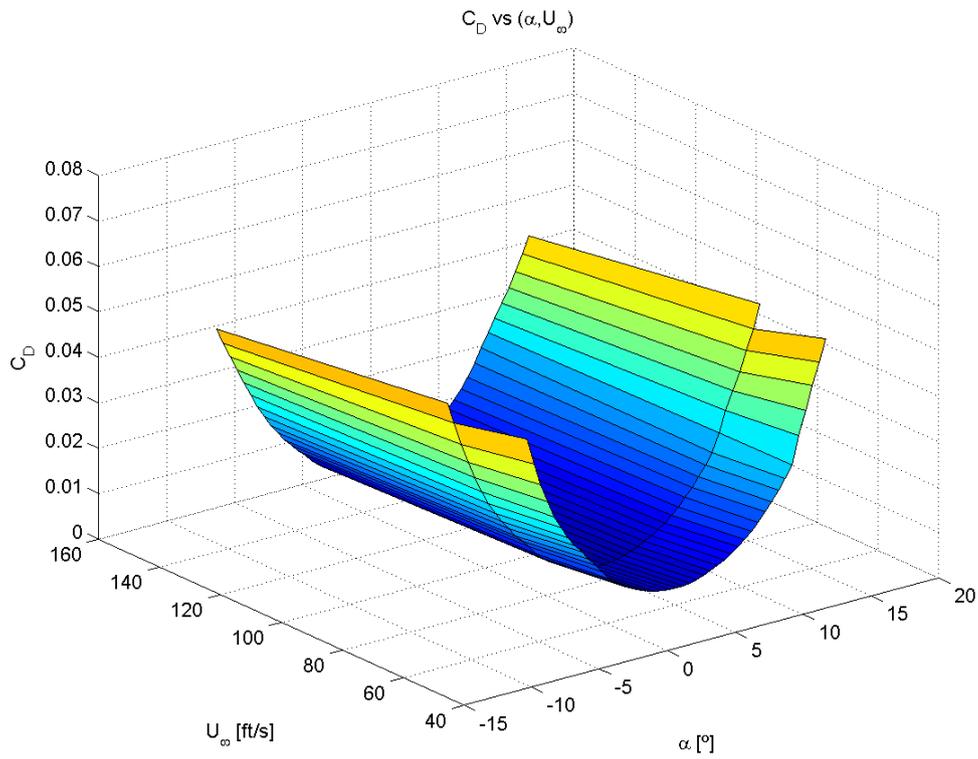
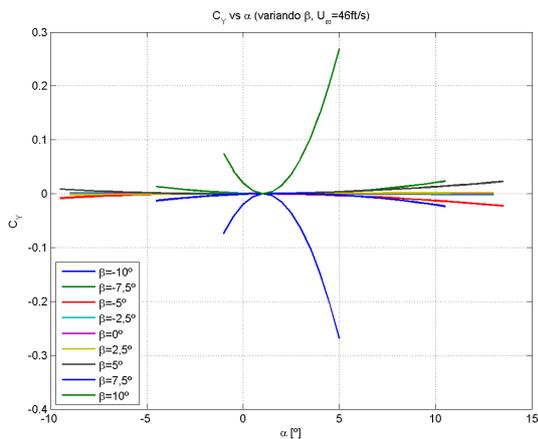
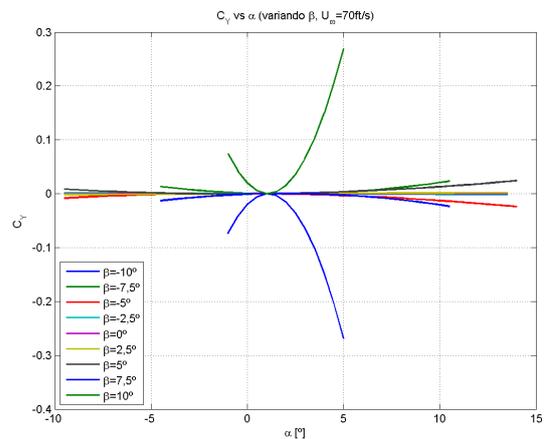


Figura 5.31: Variación de C_D con α y U_∞ (ala sin winglets)

A continuación, se representa, siguiendo la misma estructura, el coeficiente de fuerza lateral (C_Y) en la figura (5.32). Un valor positivo de C_Y indica una fuerza lateral generada en el sentido del ala derecha.



(a) C_Y vs. α & β ($V = V_1$)



(b) C_Y vs. α & β ($V = V_2$)

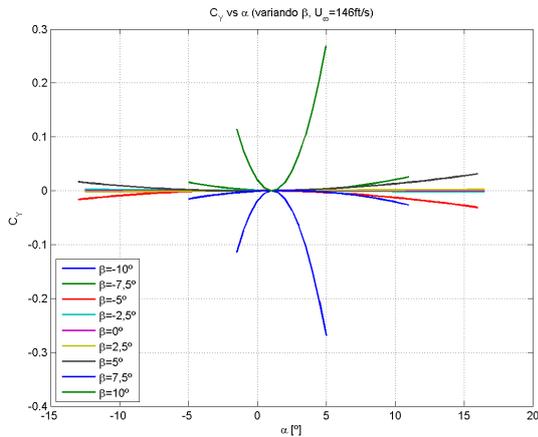
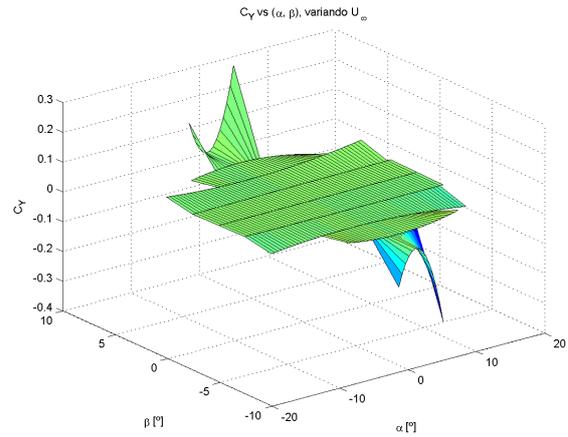
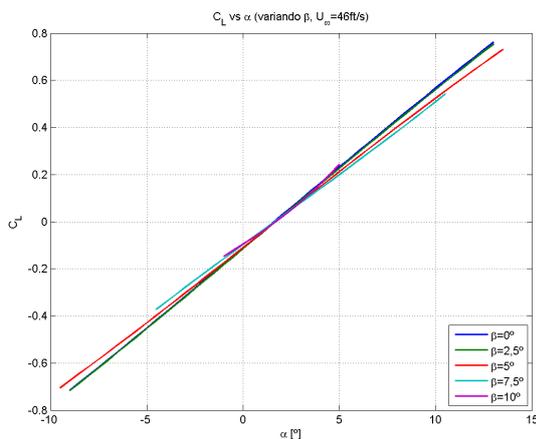
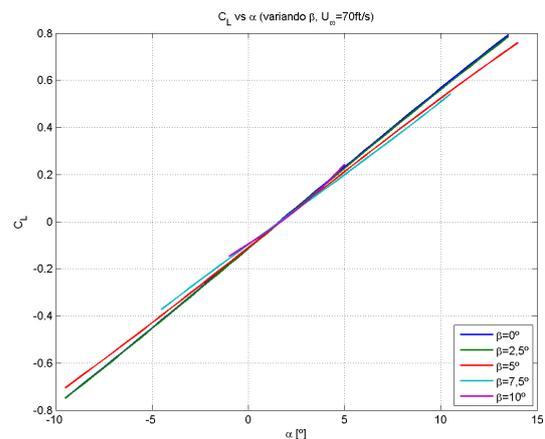
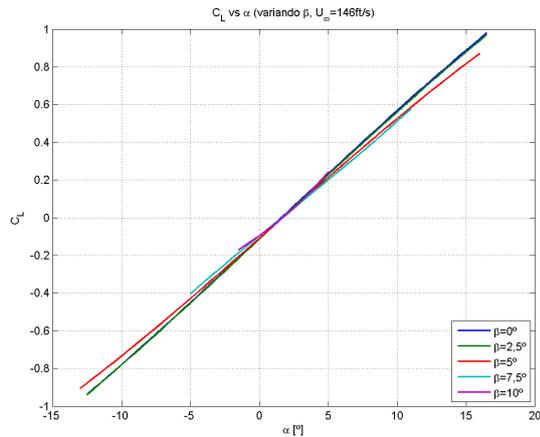
(c) C_Y vs. α & β ($V = V_3$)(d) C_Y vs. α , β & V

Figura 5.32: Estudio del coeficiente de fuerza lateral para el ala sin winglets

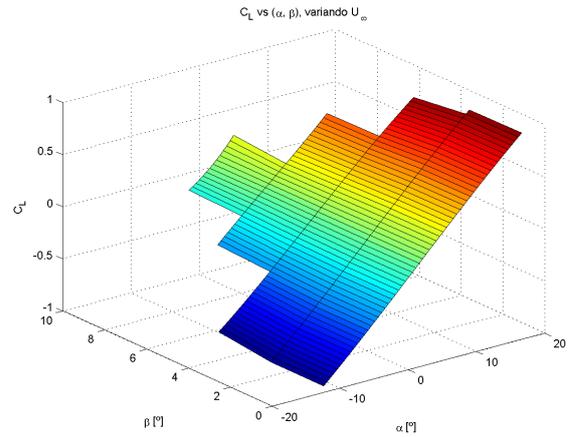
Nótese que los valores de C_Y son pequeños al no existir ninguna superficie vertical que genere fuerzas laterales. De hecho, cuando $\beta = 0$, se tiene que C_Y es idénticamente nulo. A medida que va aumentando el resbalamiento, la fuerza lateral generada es mayor (aunque la tendencia y, por lo tanto, el signo de $C_{Y\beta}$, no están bien definidos).

La influencia del ángulo de ataque en C_Y es muy pequeña (al igual que la de la velocidad, prácticamente inapreciable), excepto para valores grandes del resbalamiento. De nuevo vuelve a aparecer el acoplamiento entre los problemas longitudinal y lateral-direccional, normalmente omitido. En cualquier caso, la tendencia de la derivada $C_{Y\beta}$ con el ángulo de ataque parece ser cuadrática. Esto se verá reflejado cuando se utilicen las ecuaciones paramétricas en la determinación de las derivadas de estabilidad (sección 5.4). Ahora se representa, en la figura (5.33), el coeficiente de sustentación del ala.

(a) C_L vs. α & β ($V = V_1$)(b) C_L vs. α & β ($V = V_2$)



(c) C_L vs. α & β ($V = V_3$)



(d) C_L vs. α , β & V

Figura 5.33: Estudio del coeficiente de sustentación para el ala sin winglets

De nuevo, el signo de β no afecta al coeficiente de sustentación, por lo que se representan únicamente los valores positivos del ángulo de resbalamiento. De hecho, el efecto del resbalamiento es casi inapreciable.

Al aumentar la velocidad, la pendiente de la curva de sustentación ($C_{L\alpha}$) no cambia, aunque la capa límite se desprende más tarde, alcanzándose valores mayores de $C_{L_{max}}$ como ya se vio en el estudio de los perfiles. Por lo tanto, el efecto de la velocidad es muy pequeño (pudiendo despreciarse así posteriormente la derivada C_{L_u}).

Nótese que el ala tiene un coeficiente de sustentación negativo con ángulo de ataque nulo ($C_{L_0} < 0$), debido a la torsión negativa de los perfiles. Sin embargo, como se verá, esto permite obtener un valor de C_{M_0} positivo. En la figura (5.34) se puede apreciar mejor la variación de C_L con la velocidad y el ángulo de ataque.

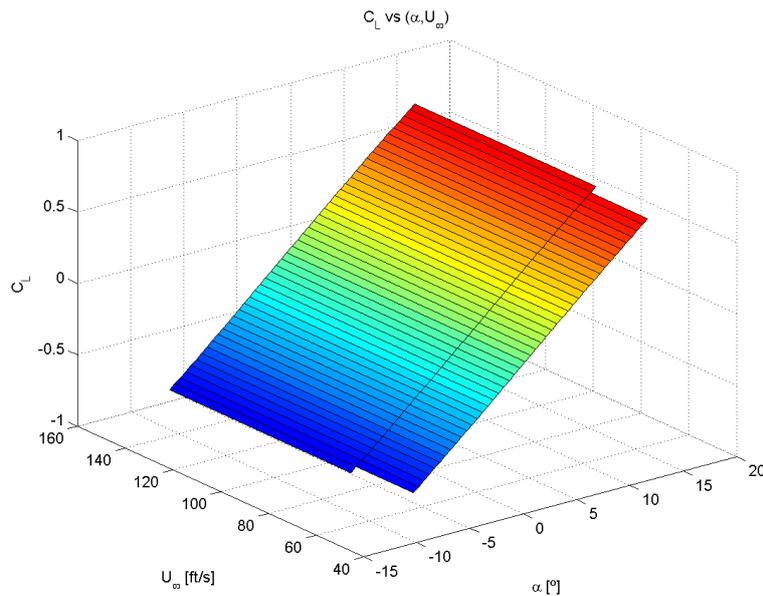


Figura 5.34: Variación de C_L con α y U_∞ (ala sin winglets)

5.2.2.2.1.2. C_L vs. C_D (Polar parabólica compensada)

La polar obtenida para el ala se representa en la figura (5.35), donde se puede ver también el efecto que tiene la velocidad de vuelo. Como ya se ha explicado, una mayor velocidad implica un mayor número de Reynolds, que resulta en menores valores de la resistencia viscosa para valores iguales de C_L . Para la velocidad nominal se representa, además, la curva obtenida interpolando la polar mediante una parábola (polar parabólica compensada). Los coeficientes obtenidos serían los siguientes:

$$C_D = C_{D_0} + K_1 C_L + K_2 C_L^2, \begin{cases} C_{D_0} = 0,00675787 \\ K_1 = -0,00177388 \\ K_2 = 0,074814861 \end{cases}$$

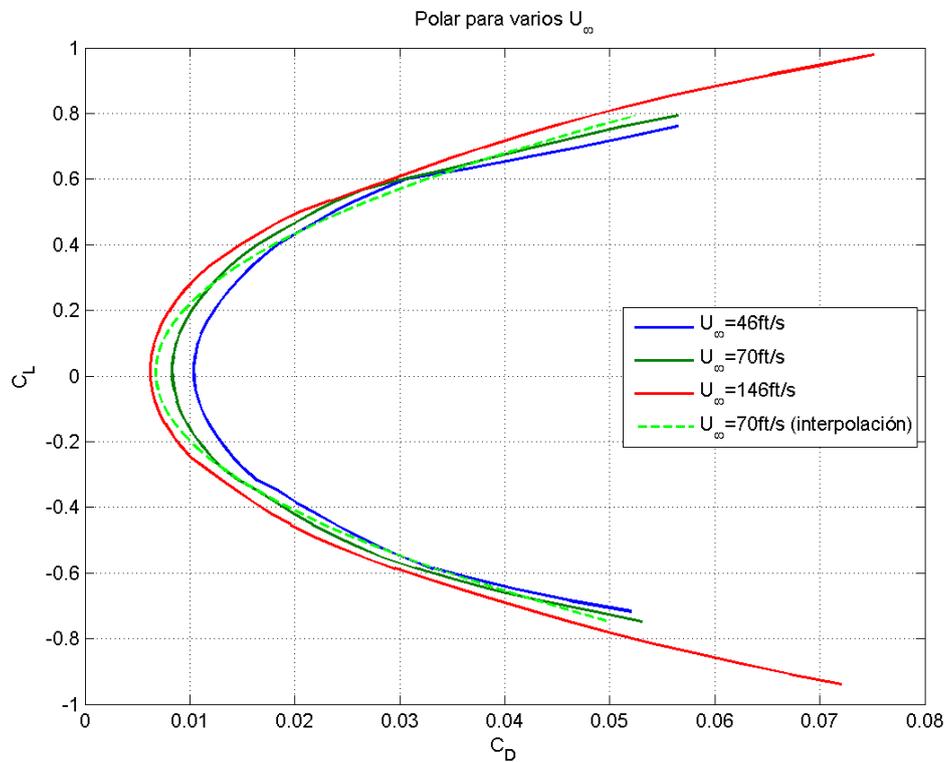


Figura 5.35: Polar del ala sin winglets

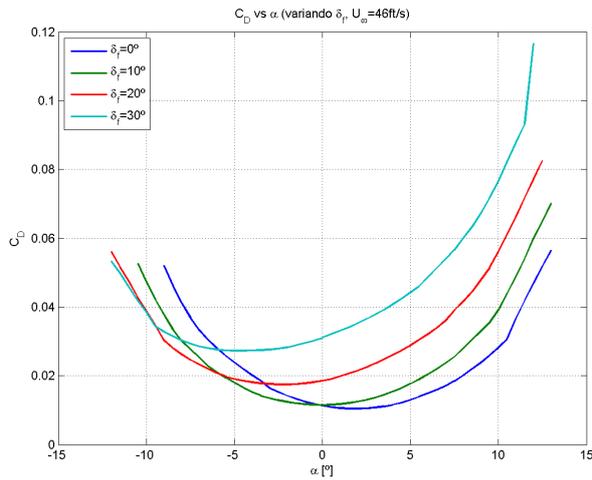
5.2.2.2.1.3. Deflexión de los flaps (δ_f)

A continuación, se muestra la influencia de las deflexiones del flap en los coeficientes de resistencia y sustentación, puesto que la fuerza lateral es siempre nula mientras no exista resbalamiento (tal como se ha visto anteriormente).

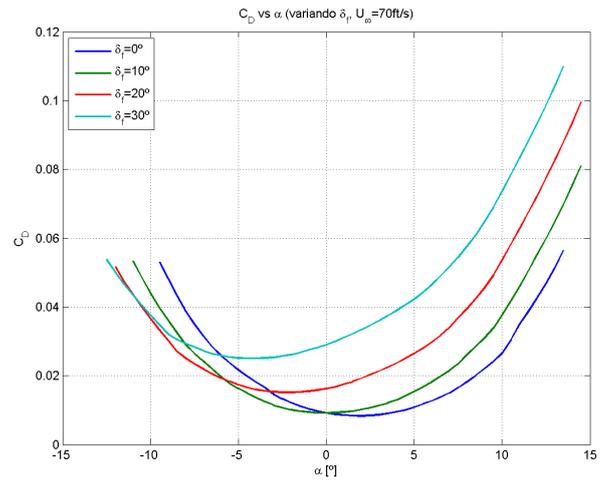
Se estudiarán exclusivamente deflexiones positivas de los flaps (hacia abajo, ver figura 5.37), ya que es esta la funcionalidad de estas superficies.

El efecto de la deflexión del flap en el coeficiente de resistencia es, para un amplio rango de ángulos de ataque, aumentarlo debido al incremento de la resistencia viscosa. Para ángulos de ataque negativos,

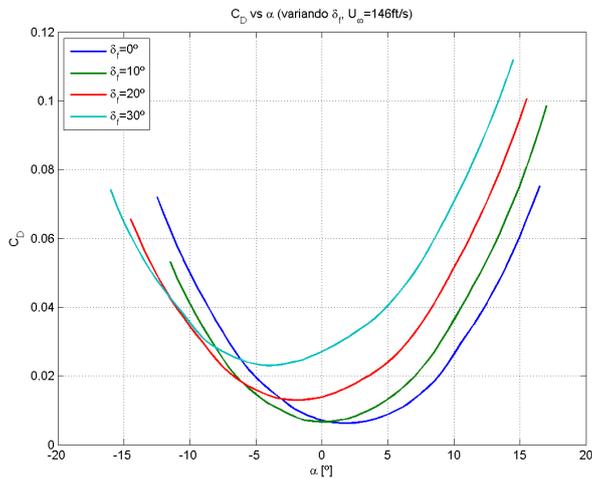
esta tendencia empieza a invertirse, resultando en una disminución de C_D a medida que aumenta la deflexión del flap (δ_f) (ver figura 5.36, donde se representa esta situación para las 3 velocidades de vuelo características).



(a) C_D vs. α & δ_f ($V = V_1$)



(b) C_D vs. α & δ_f ($V = V_2$)



(c) C_D vs. α & δ_f ($V = V_3$)

Figura 5.36: Variación de C_D con δ_f (ala sin winglets)

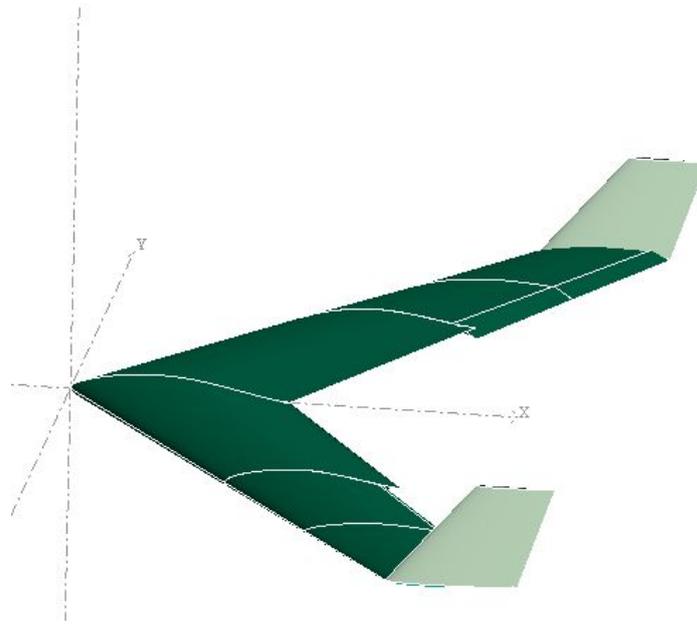
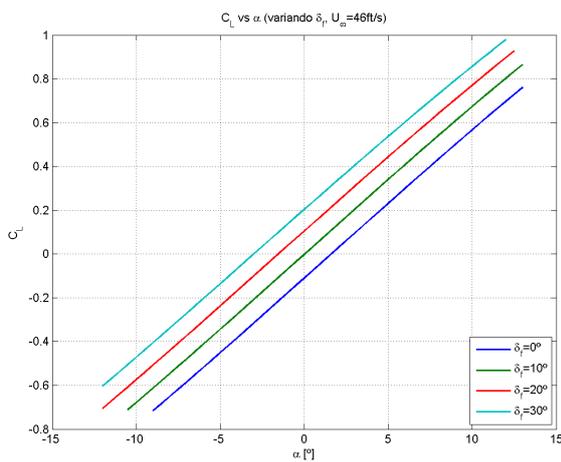
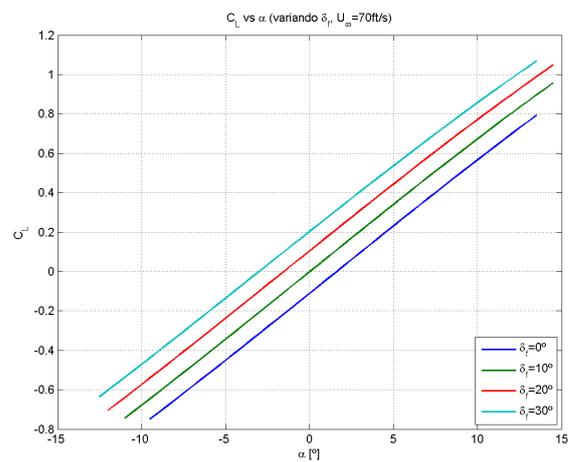


Figura 5.37: Ala voladora deflectando los flaps

Por otro lado, para el coeficiente de sustentación, los flaps consiguen aumentarlo considerablemente, manteniendo la pendiente constante ($C_{L\alpha} = \text{cte}$) y aumentando el valor de C_{L0} y $C_{L_{max}}$. Como es sabido, al aumentar la velocidad, se consigue llegar a ángulos de ataque mayores sin que el ala entre en pérdida (ver figura 5.38, donde se puede apreciar la variación de C_L frente a α para las 3 velocidades de vuelo estudiadas).

(a) C_L vs. α & δ_f ($V = V_1$)(b) C_L vs. α & δ_f ($V = V_2$)

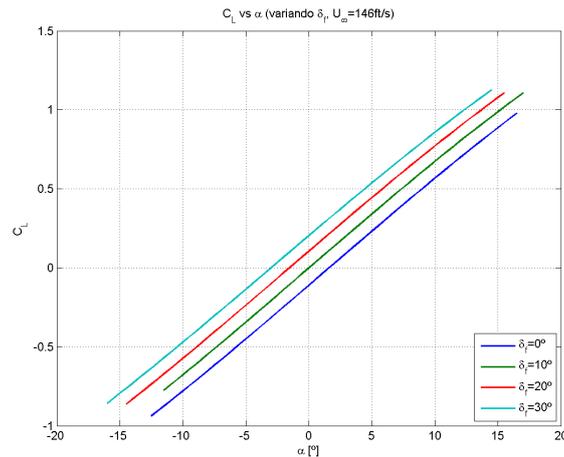


Figura 5.38: Variación de C_L con δ_f (ala sin winglets)

5.2.2.2.1.4. Deflexión del elevador (δ_e)

El efecto que introduce las deflexiones del elevador es similar al de los flaps anteriormente estudiado, aunque con menor potencia de control debido a que los flaps están constituidos tanto por los elevadores como por los flaperones, deflectándose simétricamente. No obstante, al estar los elevadores situados lo más cerca posible del borde marginal, se consigue más brazo que el que se conseguiría sitúandolos donde los alerones (ver figura 5.39). Las tendencias aquí observadas constituyen lo que posteriormente serán las derivadas de control longitudinales. Como se puede ver en las figuras (5.40) y (5.41), se da la siguiente tendencia:

$$C_{L\delta_e} > 0$$

De nuevo, las variables laterales del problema (la fuerza lateral en este caso, C_Y , y posteriormente los momentos $C_{\mathcal{L}}$ y $C_{\mathcal{N}}$) son nulas ya que no existe resbalamiento. En este caso, puesto que los elevadores podrán utilizarse para trimar el avión tanto con deflexiones positivas como negativas, se analizan casos con valores de δ_e con ambos signos (siendo, como es habitual, positiva la deflexión hacia abajo).

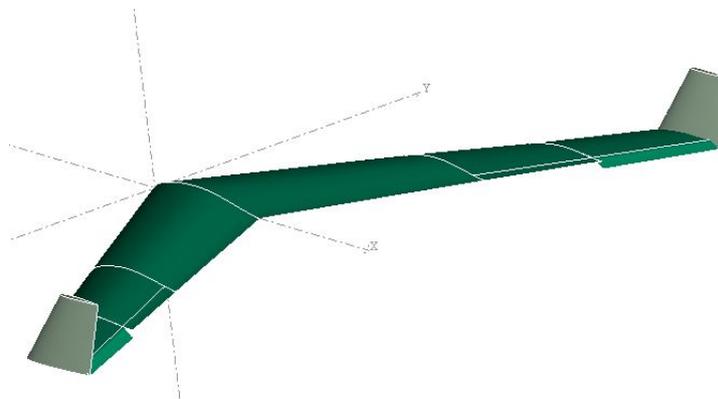
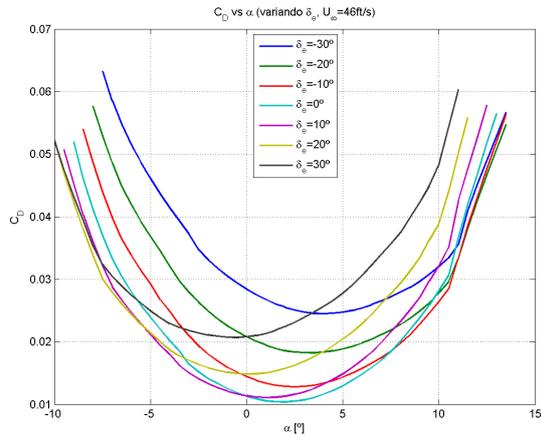
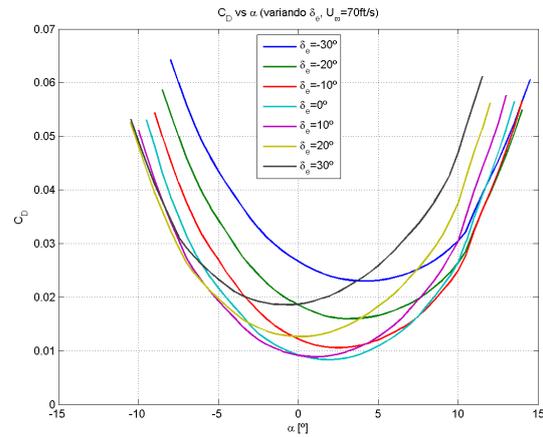


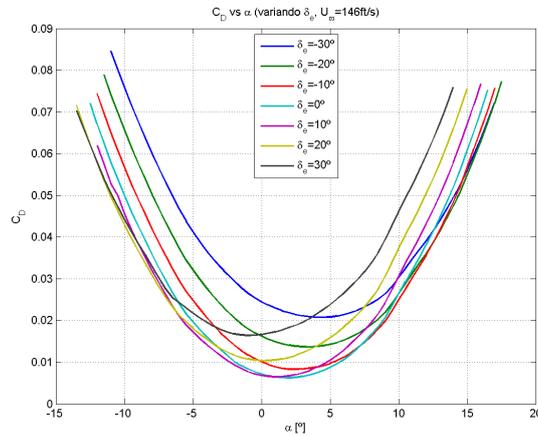
Figura 5.39: Ala voladora deflectando los elevadores



(a) C_D vs. α & δ_e ($V = V_1$)

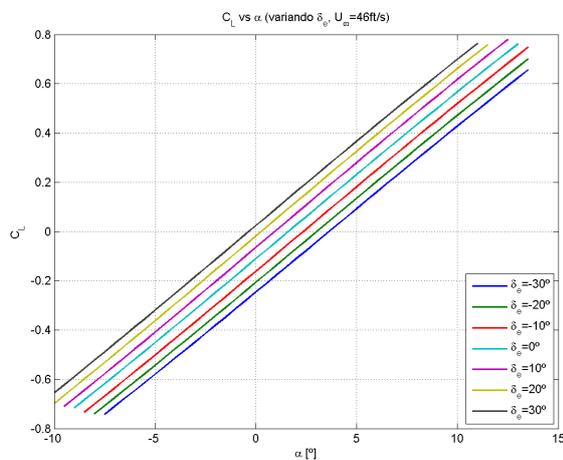


(b) C_D vs. α & δ_e ($V = V_2$)

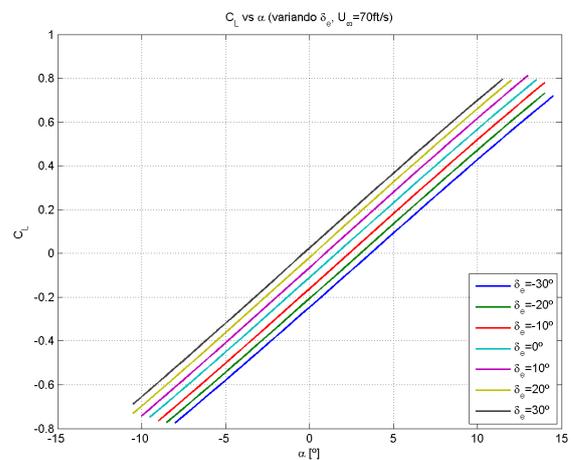


(c) C_D vs. α & δ_e ($V = V_3$)

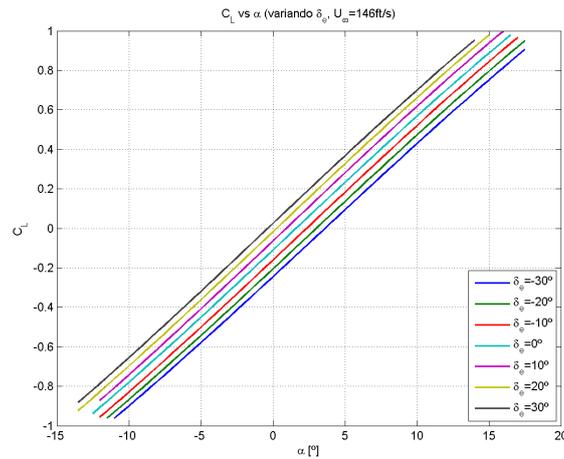
Figura 5.40: Variación de C_D con δ_e (ala sin winglets)



(a) C_L vs. α & δ_e ($V = V_1$)



(b) C_L vs. α & δ_e ($V = V_2$)



(c) C_L vs. α & δ_e ($V = V_3$)

Figura 5.41: Variación de C_L con δ_e (ala sin winglets)

A continuación se va a estudiar también como varía la polar del ala a medida que se deflecan los elevadores, en función también de la velocidad de vuelo (ver figura 5.42).

El efecto de la velocidad ya se comentó que es despreciable tanto en el coeficiente de sustentación como en el de resistencia. Al deflecar el elevador, se consigue aumentar el valor de C_L para así poder volar más lento, aunque también aumenta la resistencia aerodinámica para un mismo valor de C_L , perdiéndose así eficiencia aerodinámica.

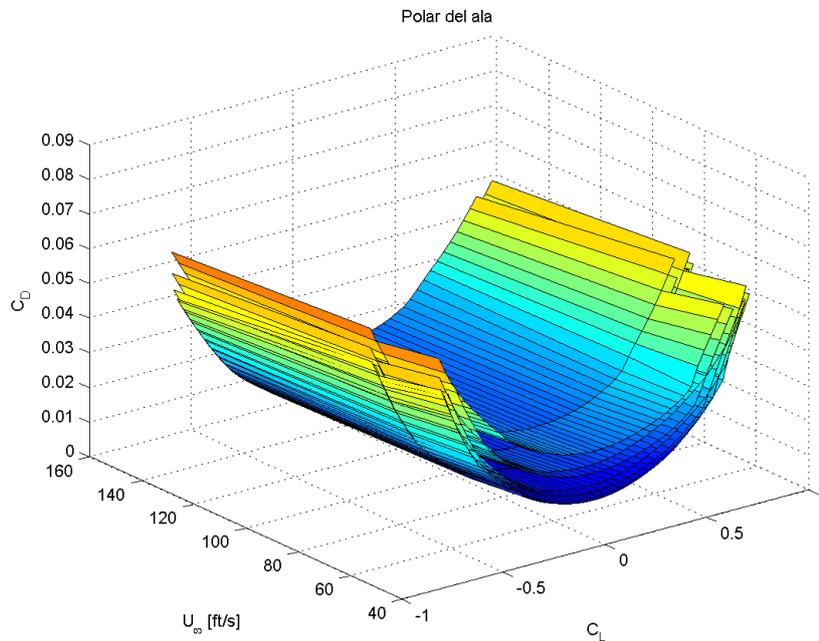


Figura 5.42: Polar del ala sin winglets en función de δ_e

5.2.2.2.1.5. Deflexión de los alerones (δ_a)

En esta sección se estudia la variación de las fuerzas aerodinámicas generadas en el ala al producirse deflexiones del alerón (δ_a). Se considera una deflexión positiva del alerón cuando esta produce un par de balanceo positivo (tal que baja el ala derecha). Es decir, cuando el alerón derecho sube para perder sustentación en el semiala derecha, y el alerón izquierdo baja para ganar sustentación en dicho semiala (figura 5.43).

En primer lugar se representa, en la figura (5.44), la variación del coeficiente de resistencia en función de α cuando aumenta la deflexión de los alerones, para las 3 velocidades de vuelo características. Nótese que el signo de δ_a no afecta a C_D , y por lo tanto sólo se representan curvas para valores de δ_a positivos. Estas curvas corresponden a valores de resbalamiento nulo.

Por otro lado, en la figura (5.45), se pueden observar sendas superficies que muestran la variación de este coeficiente cuando actúa el alerón y además existe resbalamiento. A la izquierda, cada superficie muestra un valor de δ_a diferente, mientras que a la derecha, cada superficie corresponde a un valor fijo del ángulo de resbalamiento (β). Todas las superficies corresponden a la velocidad nominal de vuelo.

Obsérvese que la resistencia aumenta al deflectarse los alerones (por el aumento de superficie frontal expuesta al paso del fluido), disminuye con la velocidad, y diverge para valores grandes de β , como se vio anteriormente. El efecto de δ_a sobre C_D supone otra de las muchas influencias que se están viendo entre los problemas longitudinal y lateral-direccional.

En cuanto al coeficiente de fuerza lateral, en las figuras (5.46) y (5.47) se representa siguiendo la misma estructura que para C_D . Se puede apreciar que cuando la deflexión del alerón es nula, no existe ninguna fuerza lateral generada en el ala (siempre que tampoco haya resbalamiento). Los valores de C_Y son muy pequeños al no haber superficies verticales que generen fuerzas laterales, y el efecto de la deflexión de los alerones es casi despreciable (como se verá, $C_{Y_{\delta_a}}$ será despreciado en el problema lateral-direccional), además de cambiante según el ángulo de ataque que se esté estudiando. Para valores grandes de β , C_Y crece considerablemente.

El coeficiente de sustentación no se ve apenas afectado por la deflexión de los alerones, como era de esperar, ya que la deflexión antisimétrica de éstos provoca la ganancia de sustentación en un semiala mientras que se pierde esta misma en el otro semiala. De nuevo, el signo de δ_a no afecta al valor de C_L . Como ya se comentó, la influencia de la velocidad y del resbalamiento es también prácticamente nula (ver figuras 5.48 y 5.49).

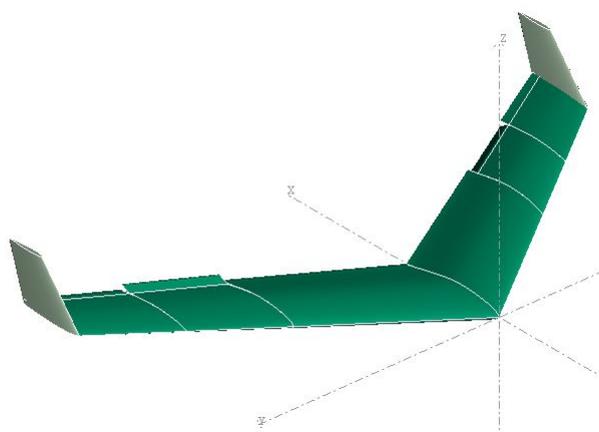
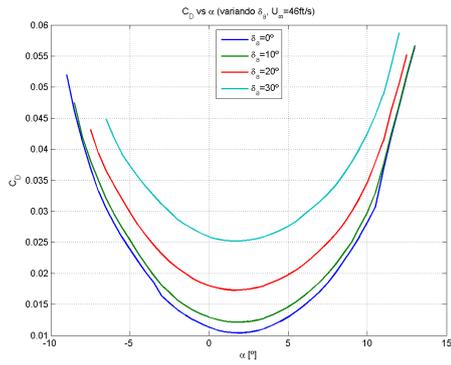
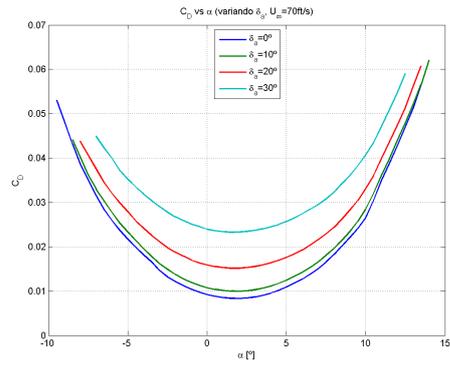


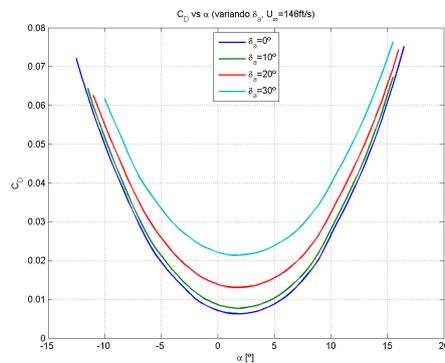
Figura 5.43: Ala voladora deflectando los alerones



(a) C_D vs. α & δ_a ($V = V_1$)

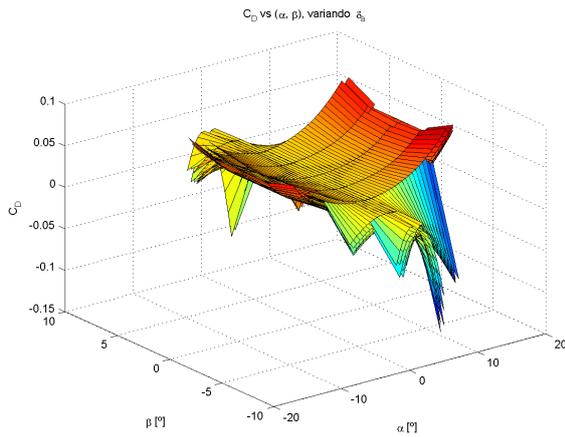


(b) C_D vs. α & δ_a ($V = V_2$)

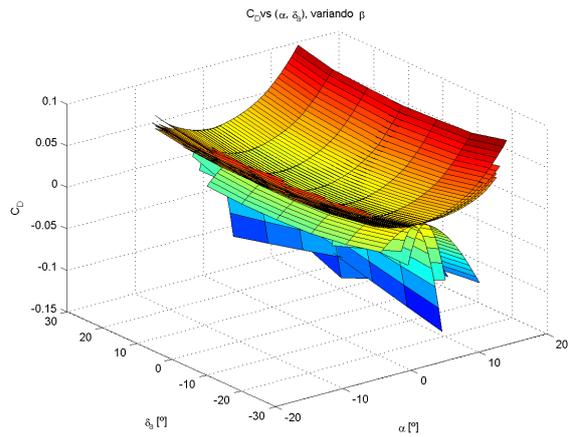


(c) C_D vs. α & δ_a ($V = V_3$)

Figura 5.44: Variación de C_D con δ_a (ala sin winglets)

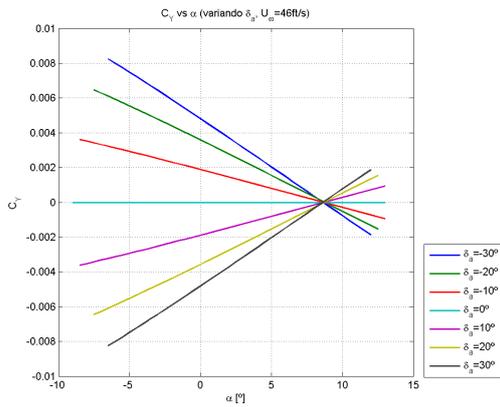


(a) C_D vs. α & β (para distintos δ_a)

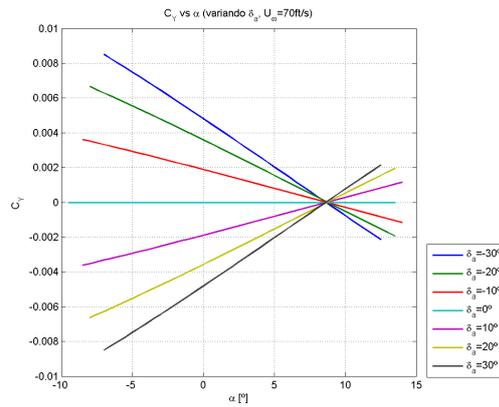


(b) C_D vs. α & δ_a (para distintos β)

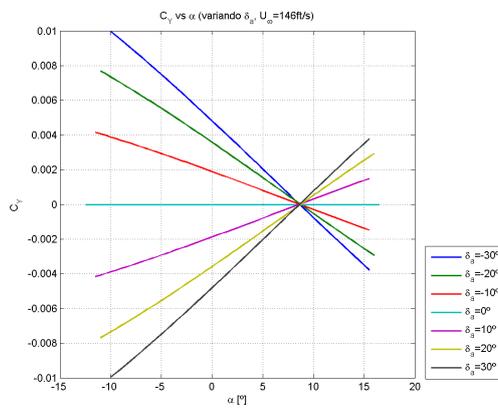
Figura 5.45: Variación de C_D con δ_a y β (ala sin winglets)



(a) C_Y vs. α & δ_a ($V = V_1$)

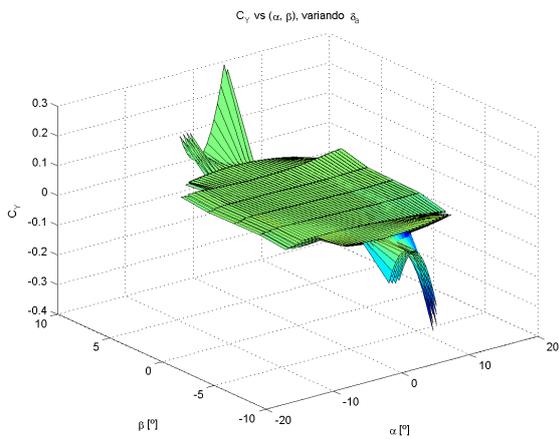


(b) C_Y vs. α & δ_a ($V = V_2$)

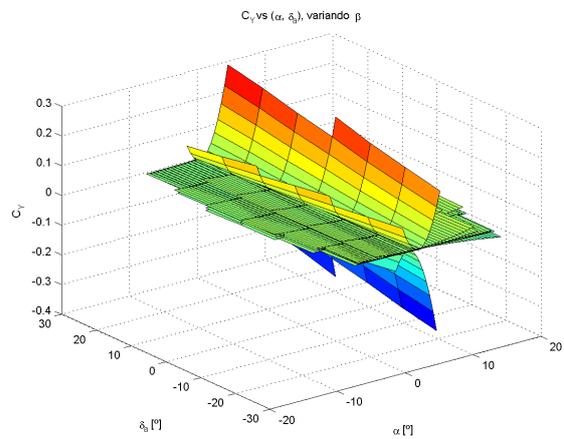


(c) C_Y vs. α & δ_a ($V = V_3$)

Figura 5.46: Variación de C_Y con δ_a (ala sin winglets)

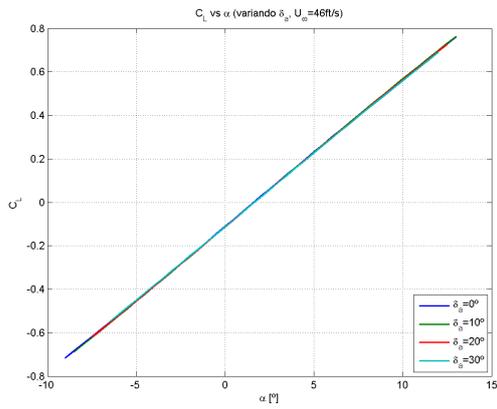


(a) C_Y vs. α & β (para distintos δ_a)

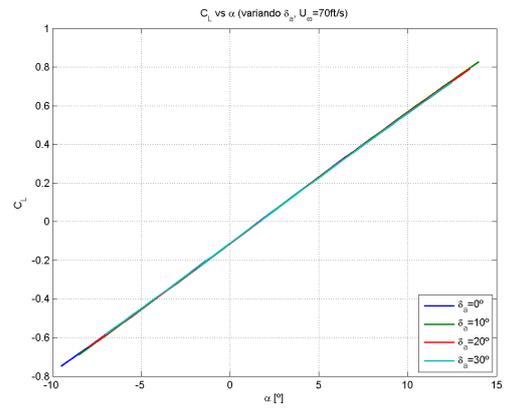


(b) C_Y vs. α & δ_a (para distintos β)

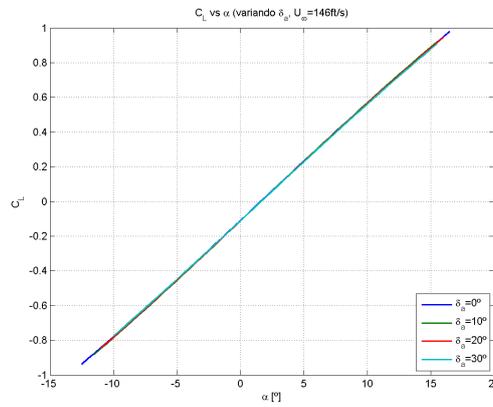
Figura 5.47: Variación de C_Y con δ_a y β (ala sin winglets)



(a) C_L vs. α & δ_a ($V = V_1$)

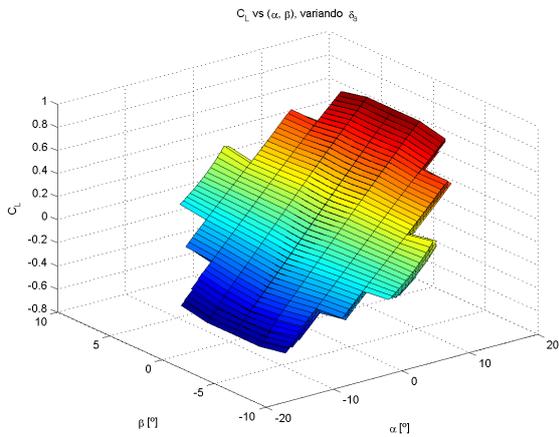


(b) C_L vs. α & δ_a ($V = V_2$)

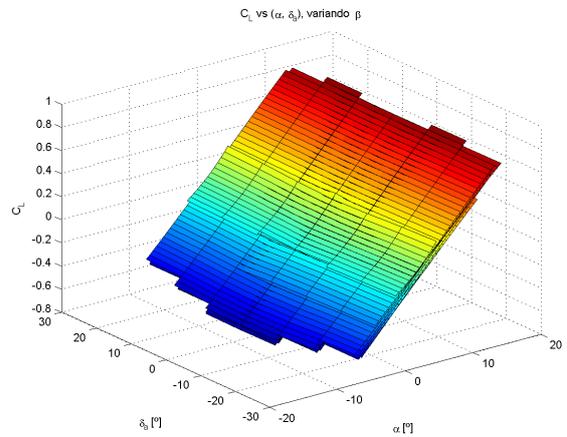


(c) C_L vs. α & δ_a ($V = V_3$)

Figura 5.48: Variación de C_L con δ_a (ala sin winglets)



(a) C_L vs. α & β (para distintos δ_a)



(b) C_L vs. α & δ_a (para distintos β)

Figura 5.49: Variación de C_L con δ_a y β (ala sin winglets)

5.2.2.2.2. Estudio de momentos aerodinámicos

En este apartado se van a estudiar los distintos momentos aerodinámicos que genera el ala (C_L , C_M y C_N), respecto al centro de gravedad, variando con el ángulo de ataque, la velocidad de vuelo, el ángulo resbalamiento y la deflexión de las distintas superficies de control del ala (flaps, elevadores y alerones).

Se considera un momento de balance positivo (C_L) como aquel que va dirigido según el eje x , tendiendo a bajar el ala derecha. El momento de cabeceo (C_M) se considera positivo cuando va en el sentido del eje y , realizando el avión un movimiento de encabritado (subiendo el morro). Por último, el momento de guiñada (C_N) es positivo en el sentido del eje z , quedando el ala derecha por detrás de la izquierda (figura 5.50).

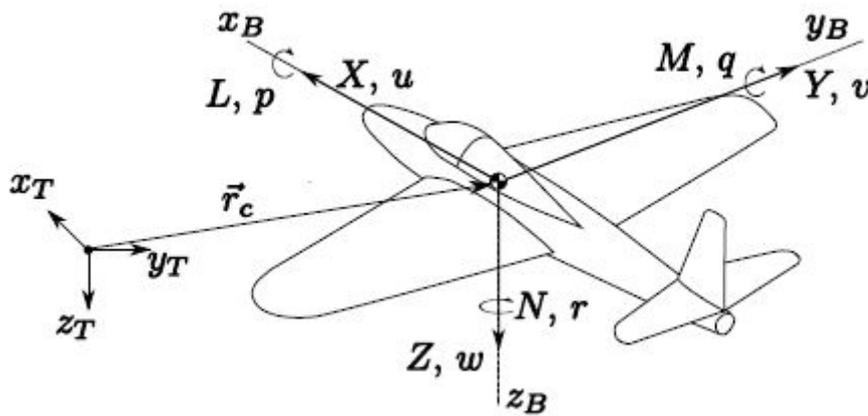
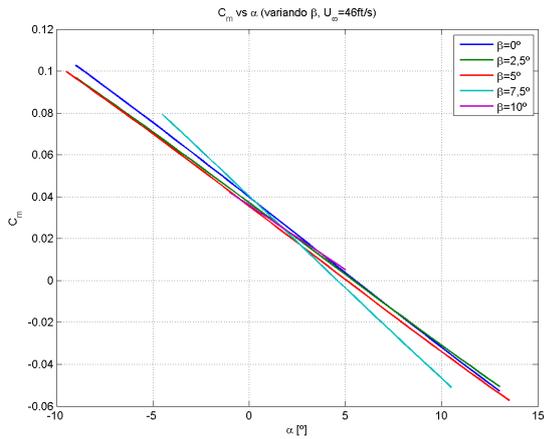


Figura 5.50: Criterio de signos para las fuerzas y momentos aerodinámicos

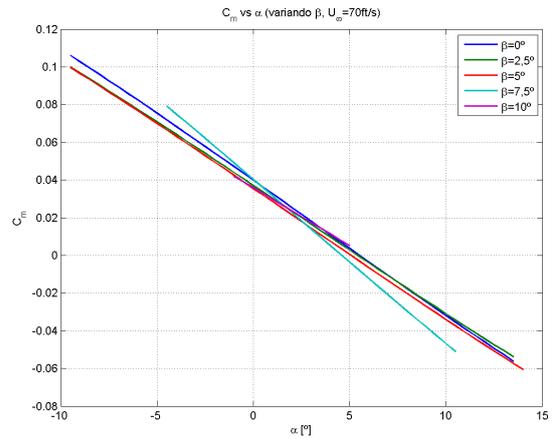
5.2.2.2.2.1. C_L , C_M , C_N vs. α , β , U_∞

A continuación se van a representar los distintos coeficientes de momento variando con el ángulo de ataque y el ángulo de resbalamiento, para las distintas velocidades de vuelo que se vienen estudiando hasta ahora.

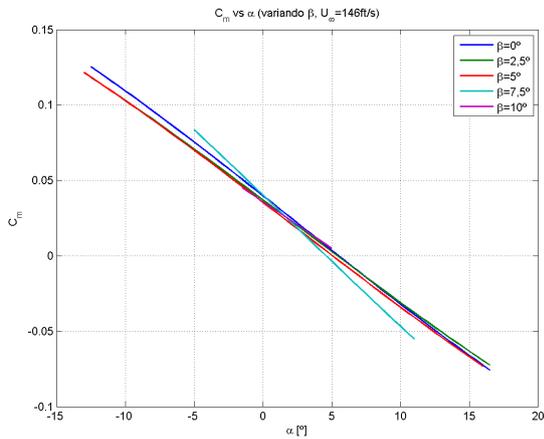
En las figuras (5.51a), (5.51b) y (5.51c) se representa el coeficiente de momento de cabeceo, de nuevo para las 3 velocidades, en función de α y β . En la figura (5.51d) se representan 3 superficies (una para cada velocidad) con las anteriores tendencias.



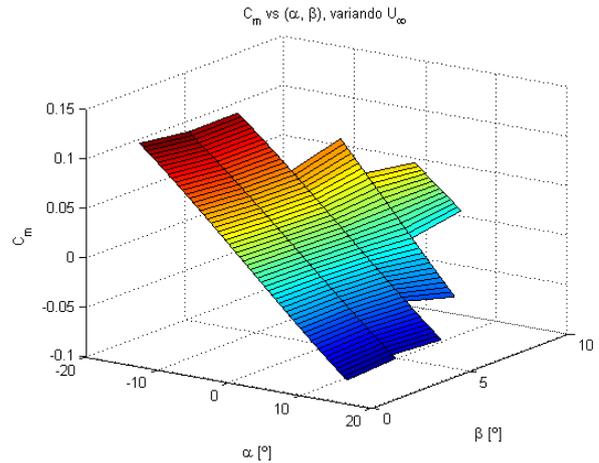
(a) C_M vs. α & β ($V = V_1$)



(b) C_M vs. α & β ($V = V_2$)



(c) C_M vs. α & β ($V = V_3$)



(d) C_M vs. α , β & V

Figura 5.51: Estudio del coeficiente de momento de cabeceo para el ala sin winglets

La influencia de β en C_M es pequeña, haciendo cambiar la pendiente $C_{M\alpha}$ ligeramente. Esto también justifica el desacople posterior entre los problemas longitudinal y lateral-direccional. Obsérvese que sólo se representan las curvas correspondientes a valores positivos de β , puesto que su signo no afecta al valor de C_M (al igual que pasaba con C_L y C_D).

Al aumentar la velocidad de vuelo, debido a que aumentan los valores alcanzables de ángulo de ataque, se llegan a extremos de C_M más alejados. No obstante, es importante notar que las curvas estarían superpuestas; es decir, que la velocidad de vuelo no cambia ni el valor de C_{M0} ni el de $C_{M\alpha}$ (véase la figura 5.52).

El estudio del coeficiente de momento de cabeceo frente al ángulo de ataque proporciona una información esencial para la estabilidad longitudinal del avión. En todos los casos analizados, se tienen valores de $C_{M\alpha} < 0$, debido a que se ha situado el centro de gravedad por delante del punto neutro del ala (con un margen estático $SM \simeq 10\%$). Esto quiere decir que, ante una perturbación de cabeceo, el avión tenderá a recuperar su posición de equilibrio debido a esta estabilidad estática inherente. Además, el valor de C_{M0} debe ser, como aquí ocurre, positivo, para poder trimar el avión con ángulos de ataque positivos. Recuérdese que el valor positivo de C_{M0} se ha conseguido gracias a

la torsión geométrica de los perfiles en la punta (washout angle).

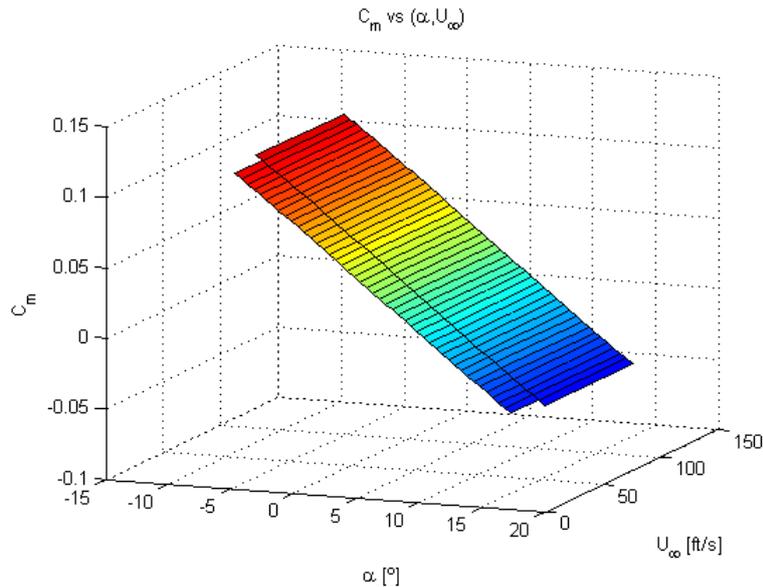


Figura 5.52: Variación de C_M con α y U_∞ (ala sin winglets)

El coeficiente de momento de balance se representa en la figura (5.53). Cuando no existe resbalamiento, al igual que pasaba con la fuerza lateral, no se genera ningún par de balance, debido a que el problema lateral permanece imperturbado. Lo mismo ocurrirá con el momento de guiñada. Cuando se tiene un ángulo de resbalamiento, se empiezan a crear momentos de balance en el ala, aunque las tendencias no están claras debido a los pequeños valores de C_L que aparecen en ausencia de superficies verticales y frente a una simple perturbación de resbalamiento. Debido a que no se está produciendo deflexión de ninguna superficie de control, se puede aproximar que el momento de balance generado en el ala viene exclusivamente determinado por el ángulo de resbalamiento:

$$C_L \simeq C_{L\beta}\beta \quad (5.32)$$

y puesto que no existen superficies verticales que generen fuerzas laterales, la única contribución a generar $C_{L\beta}$ es la flecha positiva del ala. Proximamente se estudiará en más detalle la estabilidad del ala y las contribuciones a cada una de las derivadas de estabilidad. Sin embargo, conviene ya puntualizar que uno de los criterios de estabilidad estática será:

$$C_{L\beta} < 0$$

Puesto que en este caso las tendencias de C_L con β son cambiantes y dependen del ángulo de ataque, se intuye la necesidad de los winglets para conseguir una estabilidad lateral adecuada en el ala (recuérdese además que en las gráficas el signo de β es contrario al convencional, por lo que las derivadas habría que tomarlas en sentido contrario).

Por último, nótese también que el coeficiente de momento de balance varía linealmente con el ángulo de ataque (lo que se verá reflejado al estudiar las ecuaciones paramétricas en la sección 5.4), y no se ve afectado por la velocidad de vuelo.

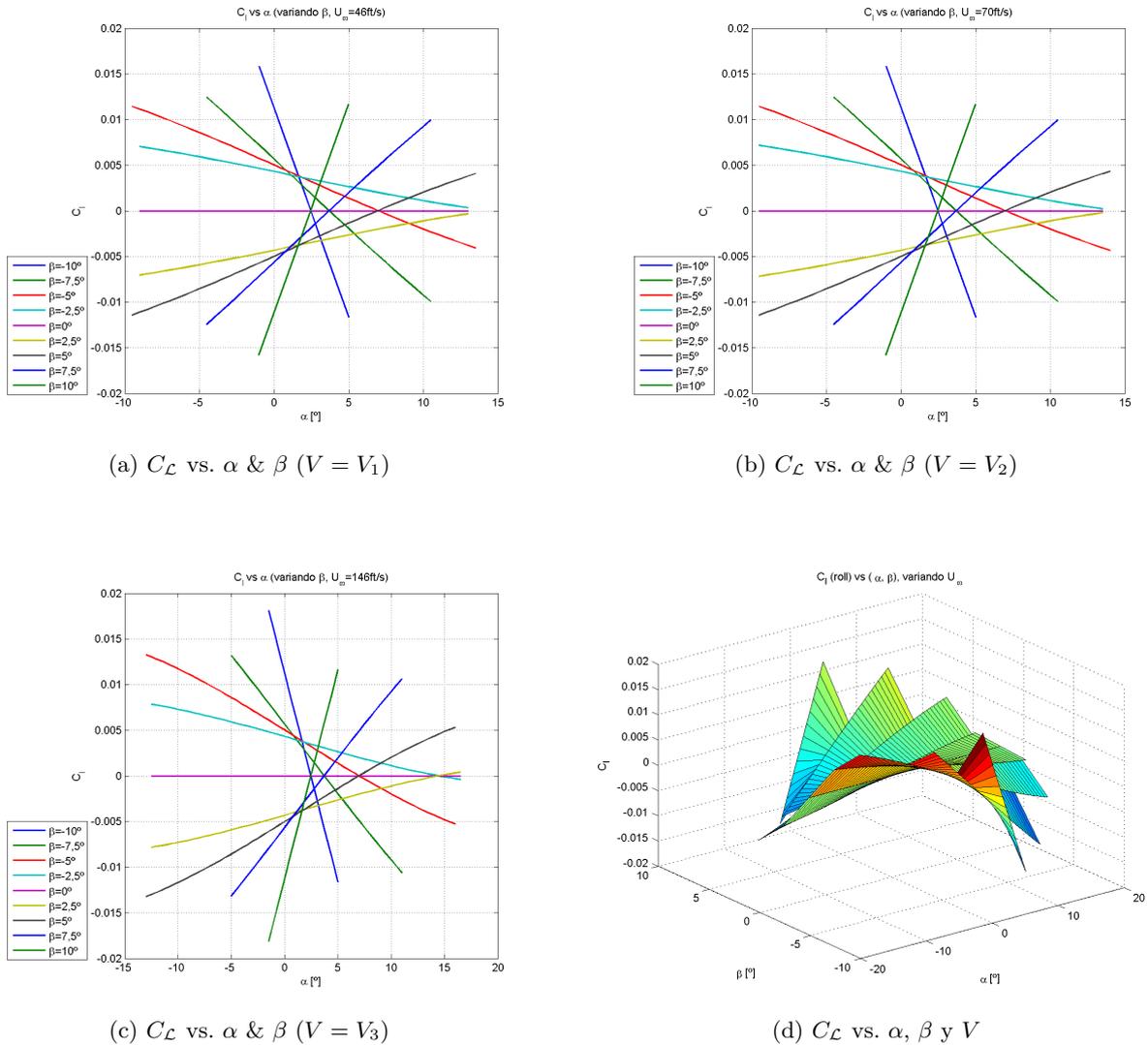


Figura 5.53: Estudio del coeficiente de momento de balance para el ala sin winglets

En cuanto al coeficiente de momento de guiñada, se vuelven a obtener valores nulos de éste cuando no existe resbalamiento, como ya se había comentado. Se obtienen valores muy pequeños de $C_{N\beta}$ debido a la ausencia de superficies verticales, variando de manera cuadrática con el ángulo de ataque (ver ecuaciones paramétricas para las derivadas de estabilidad en la sección 5.4). El efecto de la velocidad para el momento de guiñada es en este caso ligeramente apreciable, aumentando ligeramente con ésta.

Con el resbalamiento, se aprecia una tendencia fija que muestra un aumento del coeficiente de momento de guiñada. Si se considera el ángulo de resbalamiento con el sentido habitual adoptado en la literatura (contrario al aquí mostrado), estas curvas darían un valor de $C_{N\beta} > 0$, lo cual es un criterio necesario de estabilidad direccional. No obstante, los valores de $C_{N\beta}$ son muy pequeños, generados exclusivamente por la flecha del ala, y el valor de $C_{N\beta}$ es prácticamente nulo. Esto vuelve a poner de manifiesto la necesidad de los winglets para la estabilidad lateral-direccional del ala.

En la figura (5.54) se muestra la variación del coeficiente de momento de guiñada anteriormente explicada.

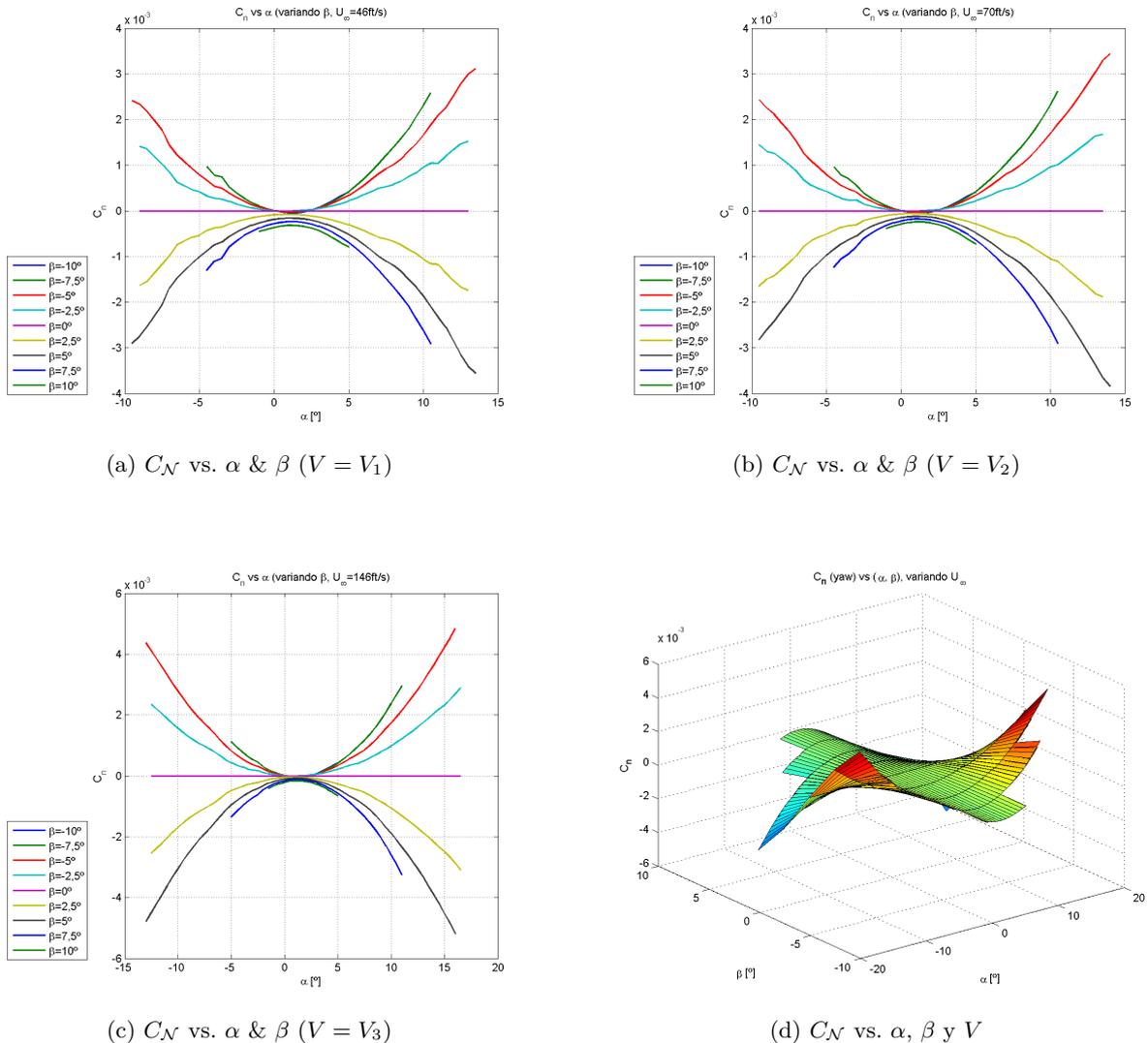
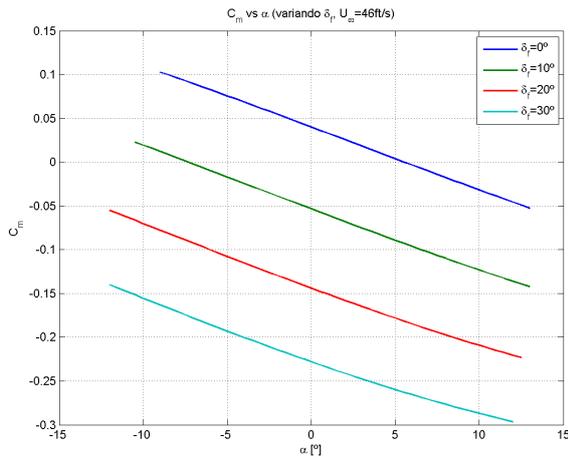


Figura 5.54: Estudio del coeficiente de momento de guiñada para el ala sin winglets

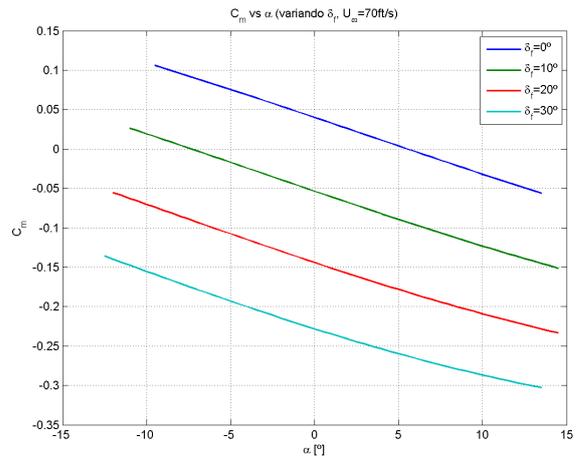
5.2.2.2.2. Deflexión de los flaps (δ_f)

En esta sección se procede a estudiar, tal como se hizo para las fuerzas aerodinámicas, el efecto de la deflexión de los flaps en los momentos aerodinámicos. Los momentos de balance y guiñada son idénticamente nulos mientras no se produzcan perturbaciones asimétricas en el ala (como el resbalamiento), por lo que se estudiará exclusivamente la variación del momento de cabeceo.

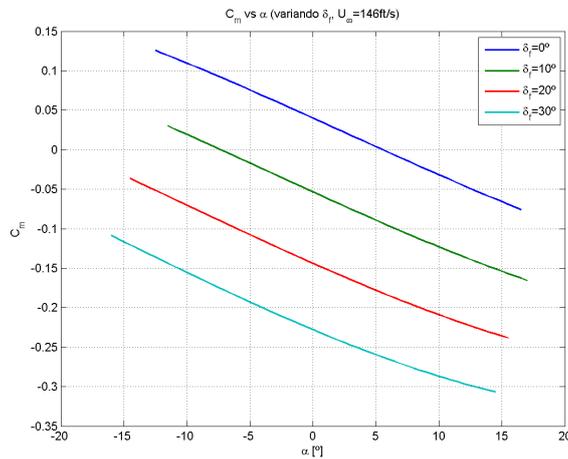
En la figura (5.55) se representa el coeficiente de momento de cabeceo (C_M) y el efecto que tiene en él la deflexión de los flaps (δ_f). Lógicamente, mientras mayor sea δ_f , mayor es el momento de picado que estos introducen (hacen disminuir el valor de C_{M0}), ya que aumenta la sustentación en el borde de salida del ala. Sin embargo, la pendiente $C_{M\alpha}$ se mantiene prácticamente constante.



(a) C_M vs. α & δ_f ($V = V_1$)



(b) C_M vs. α & δ_f ($V = V_2$)



(c) C_M vs. α & δ_f ($V = V_3$)

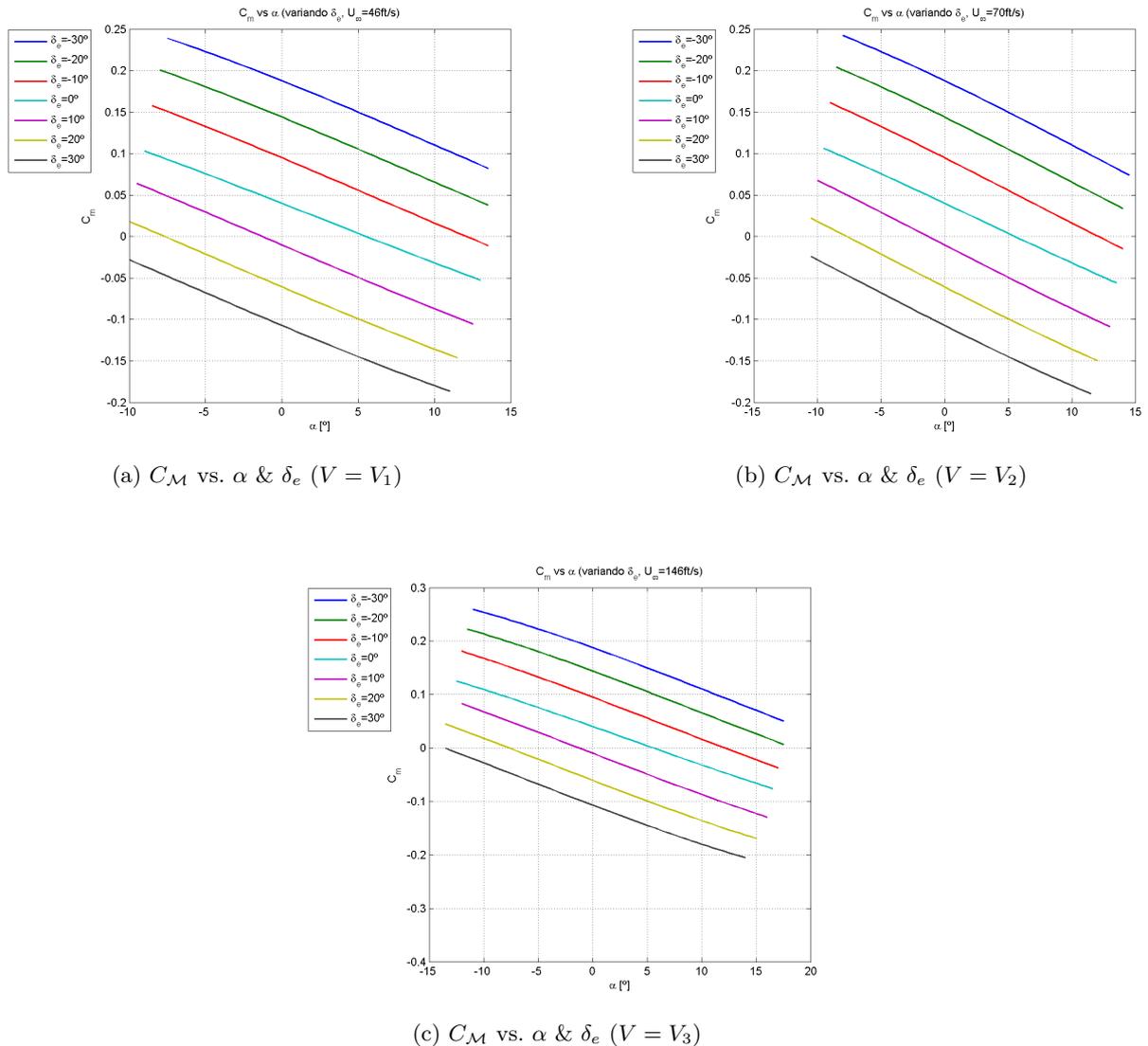
Figura 5.55: Variación de C_M con δ_f (ala sin winglets)

5.2.2.2.3. Deflexión del elevador (δ_e)

La deflexión del elevador, tal como se explicó en la sección (5.2.2.2.1), produce el mismo efecto que los flaps aunque con menor intensidad. De nuevo, los momentos de balance y guiñada son nulos y sólo se representa la variación del momento de cabeceo (ver figura 5.56). Nótese que se aprecia la siguiente tendencia:

$$C_{M\delta_e} < 0$$

es decir, que a medida que aumenta la deflexión del elevador, el momento de picado introducido es mayor. Esta derivada de control será necesaria a la hora de estudiar el trimado del avión.

Figura 5.56: Variación de C_M con δ_e (ala sin winglets)

5.2.2.2.2.4. Deflexión de los alerones (δ_a)

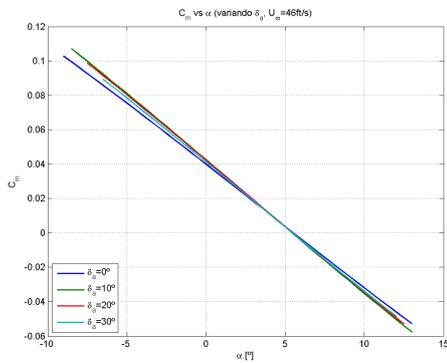
En este apartado se va a analizar el efecto de las deflexiones del alerón en los momentos aerodinámicos. En primer lugar, se representa el coeficiente de momento de cabeceo variando con el ángulo de ataque, para varios valores de δ_a y para las 3 velocidades estudiadas, en la figura (5.57) (con resbalamiento nulo). Debido a que el signo de δ_a no afecta al valor de C_M , se representan únicamente las curvas correspondientes a valores positivos de la deflexión. Además, en la figura (5.58) se representan dos gráficas que muestran el efecto combinado de la deflexión de los alerones y el resbalamiento (con la velocidad nominal constante). La gráfica de la izquierda corresponde a superficies con valores de δ_a constante, mientras que la de la derecha, a superficies con valores de β constante.

Obsérvese que la influencia de los alerones es pequeña en el momento de cabeceo, no variando apenas las curvas. No obstante, mientras que C_{M0} sí se mantiene prácticamente constante, existe una ligera variación de la pendiente $C_{M\alpha}$. Este hecho vuelve a motivar el desacoplamiento entre los problemas longitudinal y lateral-direccional.

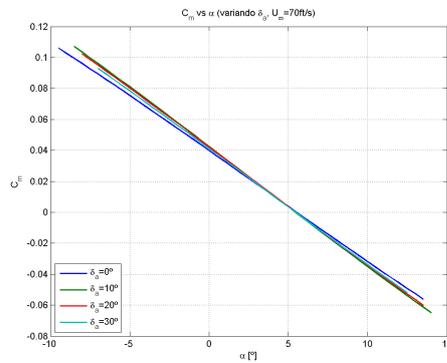
En cuanto al coeficiente de momento de balance, se observa perfectamente como los alerones tienen potencia de control para cambiar el momento de balance generado en el ala. A medida que se aumenta la deflexión de los alerones, el momento de balance aumenta (el alerón derecho sube haciendo que el semiala derecha pierda sustentación y caiga, mientras que el alerón izquierdo baja, haciendo que el semiala izquierda gane sustentación y suba). El efecto de α y β en el momento de balance es mucho menor (ver figuras 5.59 y 5.60). La tendencia aquí observada se traduce en:

$$C_{\mathcal{L}\delta_a} > 0$$

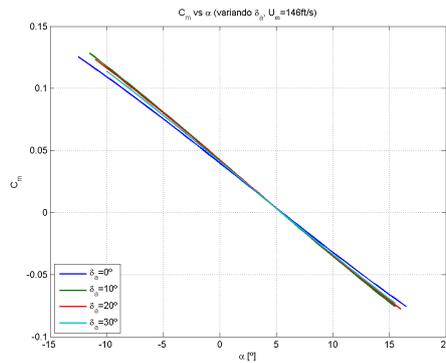
que es la potencia de control lateral. Por último, el coeficiente de momento de guiñada se representa en las figuras (5.61) y (5.62). Los valores de $C_{\mathcal{N}}$ permanecen muy pequeños en todos los casos (tanto variando con el ángulo de ataque, como el ángulo de resbalamiento y la deflexión de los alerones). Esto se traduce en que el efecto de guiñada adversa, producido porque el semiala que aumenta su sustentación también aumenta su resistencia inducida, es muy pequeño ($C_{\mathcal{N}\delta_a} \simeq 0$).



(a) $C_{\mathcal{M}}$ vs. α & δ_a ($V = V_1$)

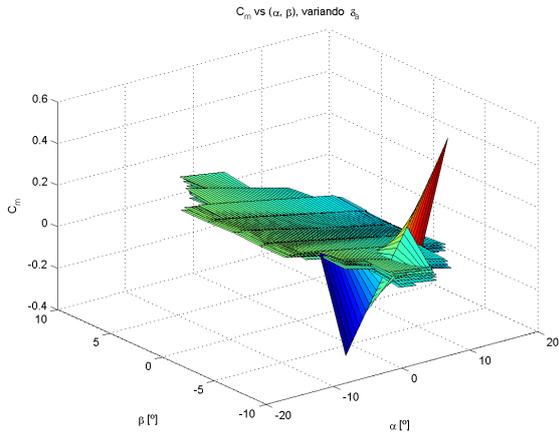


(b) $C_{\mathcal{M}}$ vs. α & δ_a ($V = V_2$)

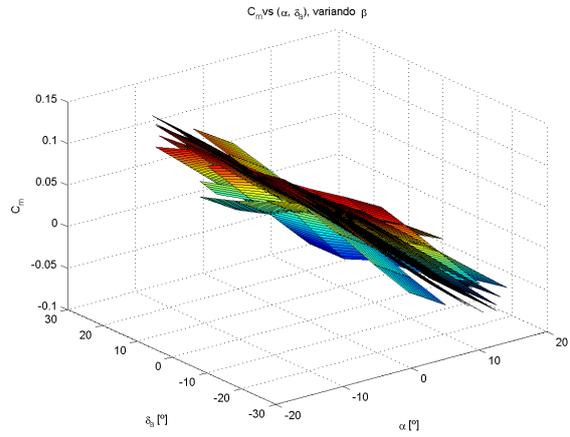


(c) $C_{\mathcal{M}}$ vs. α & δ_a ($V = V_3$)

Figura 5.57: Variación de $C_{\mathcal{M}}$ con δ_a (ala sin winglets)

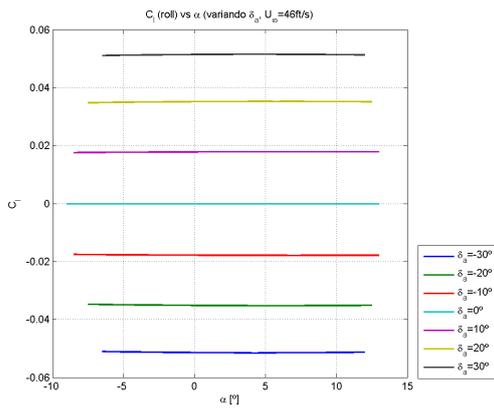


(a) C_M vs. α & β (para distintos δ_a)

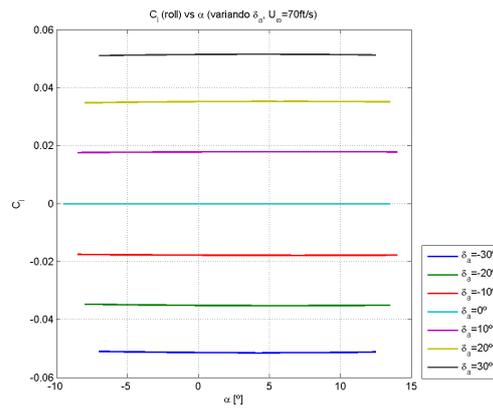


(b) C_M vs. α & δ_a (para distintos β)

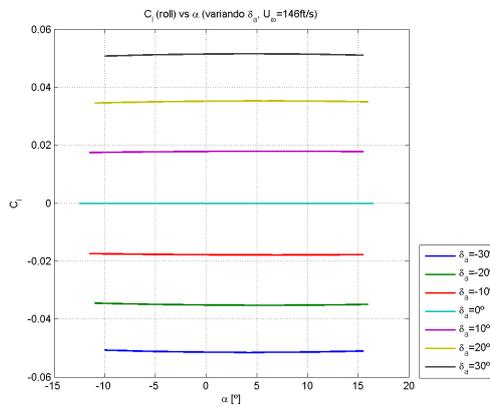
Figura 5.58: Variación de C_M con δ_a y β (ala sin winglets)



(a) C_L vs. α & δ_a ($V = V_1$)



(b) C_L vs. α & δ_a ($V = V_2$)



(c) C_L vs. α & δ_a ($V = V_3$)

Figura 5.59: Variación de C_L con δ_a (ala sin winglets)

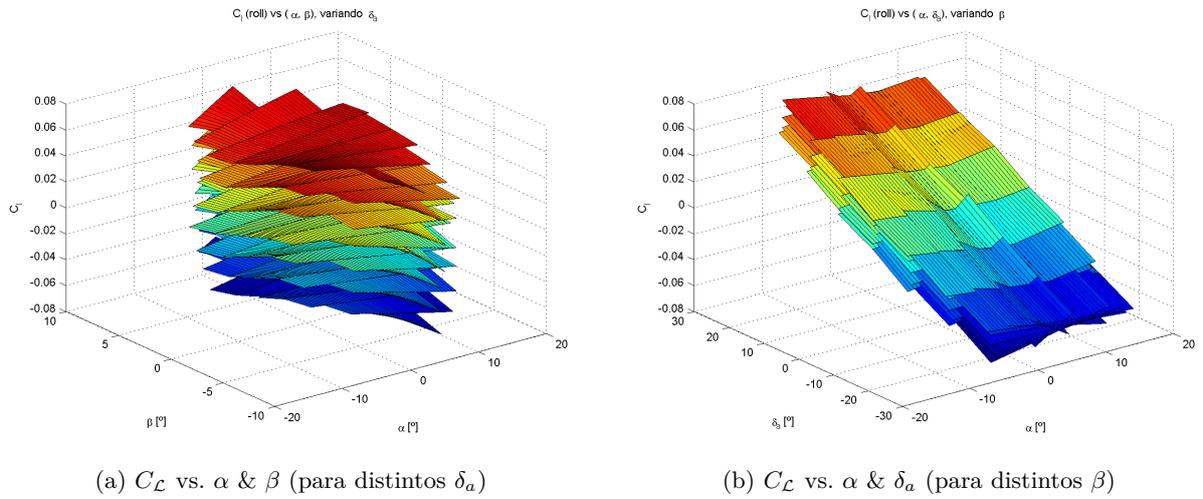


Figura 5.60: Variación de C_L con δ_a y β (ala sin winglets)

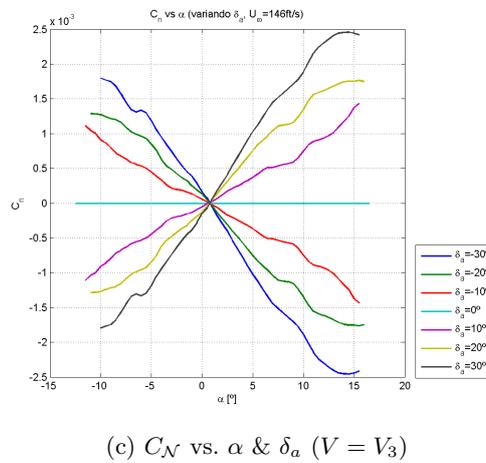
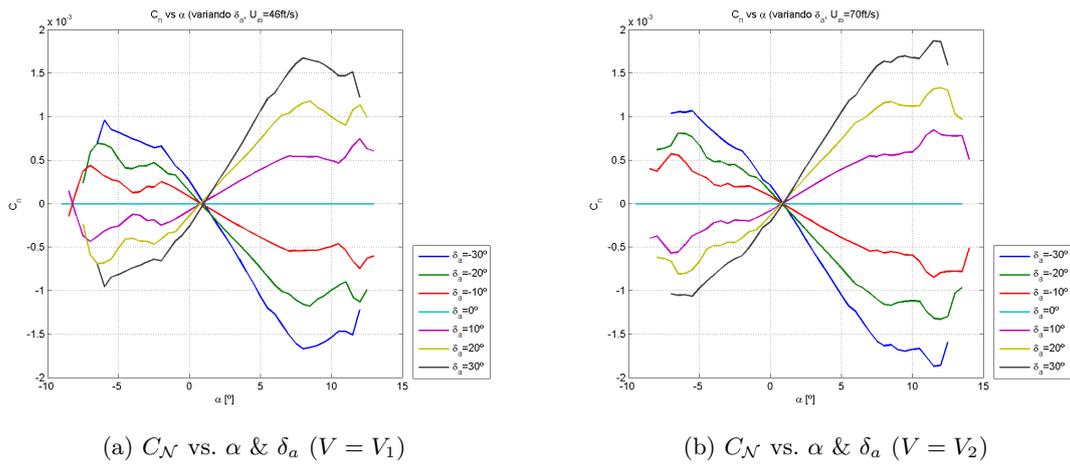


Figura 5.61: Variación de C_N con δ_a (ala sin winglets)

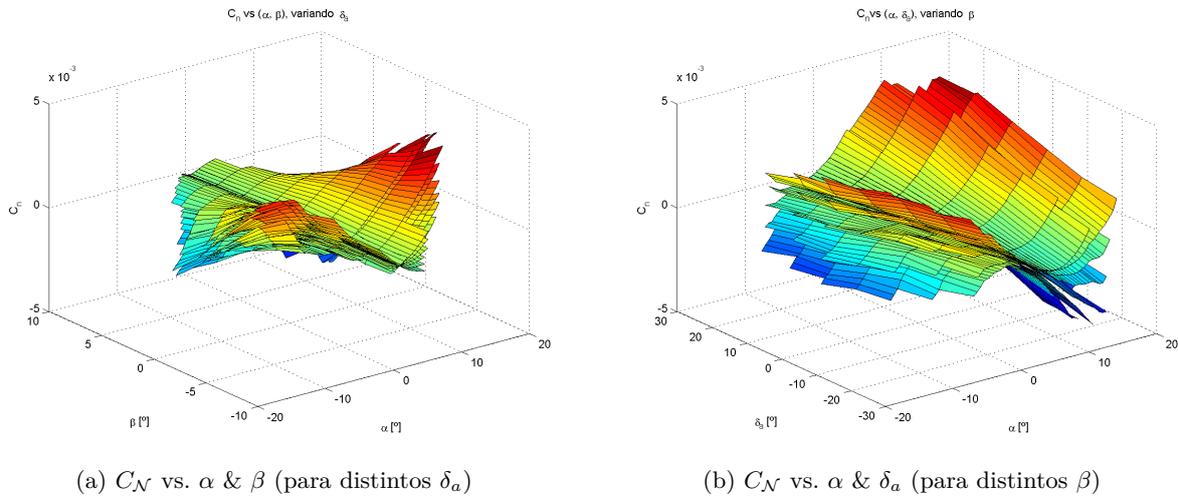


Figura 5.62: Variación de C_N con δ_a y β (ala sin winglets)

5.2.2.2.3. Estimación de las derivadas de estabilidad

Tras el estudio de las distintas fuerzas y momentos generados en el ala, se va a realizar ahora una estimación de algunas de las derivadas de estabilidad a partir de los resultados anteriormente obtenidos. El método de cálculo consistirá simplemente en interpolar los resultados aerodinámicos y realizar una diferenciación finita mediante un código numérico para obtener las derivadas.

Es importante comentar que las derivadas aquí estimadas son las derivadas de estabilidad adimensionales, obtenidas midiendo la variación de los coeficientes de fuerza y momento (adimensionales) frente a las variables de estado/control adimensionalizadas, definidas en el capítulo 3. Como ejemplo, las derivadas respecto a la velocidad longitudinal se obtienen a partir de la velocidad adimensionalizada con una velocidad de referencia, que será la del punto de diseño escogido al estudiar el trimado del avión. De este modo, tanto los coeficientes como las propias derivadas son siempre adimensionales.

5.2.2.2.3.1. Derivadas longitudinales

Las fuerzas y momentos correspondientes al problema longitudinal son:

- La fuerza de sustentación (L).
- La fuerza de resistencia aerodinámica (D).
- El momento de cabeceo (\mathcal{M}_A).

y las variables de estado son:

- La velocidad longitudinal (u).
- La velocidad vertical (w) o el ángulo de ataque ($\alpha = \arctan \frac{w}{u}$).
- La velocidad angular de cabeceo (q).
- El ángulo de asiento (θ), relacionado con la velocidad angular de cabeceo mediante $\dot{\theta} = q$.

Por último, la única variable de control sería la deflexión del elevador (δ_e). Por lo tanto, tal como se describe en el capítulo 3, haciendo un modelo de pequeñas perturbaciones linealizado en torno a un punto de referencia y desacoplando los problemas longitudinal y lateral-direccional, se pueden obtener expresiones de las fuerzas y momentos aerodinámicos en función de unos coeficientes (las derivadas de estabilidad) que, en general, vendrían dados por la variación de cada una de las fuerzas/momentos con respecto a: u , α , $\dot{\alpha}$, q , \dot{q} , δ_e y $\dot{\delta}_e$. En la sección (5.3) se comentarán las aproximaciones que se hacen para cada una de las derivadas de estabilidad. Mediante los resultados hasta ahora obtenidos, es posible realizar una estimación de las derivadas correspondientes a α y δ_e , siendo una buena aproximación la siguiente:

$$\begin{aligned} C_L &\simeq C_{L_0} + C_{L_\alpha}\alpha + C_{L_{\delta_e}}\delta_e \\ C_M &\simeq C_{M_0} + C_{M_\alpha}\alpha + C_{M_{\delta_e}}\delta_e \end{aligned}$$

Es importante comentar que una aproximación más precisa de C_L y C_M utilizaría las derivadas de estabilidad respecto a resto de variables que se acaban de comentar ($\dot{\alpha}$, q , \dot{q} ...). Algunas de estas derivadas se calcularán posteriormente en la sección (5.3). Sin embargo, de momento, con los resultados aerodinámicos es sólo posible hacer una estimación de las derivadas respecto a α y δ_e .

Para el coeficiente de resistencia, se puede usar un modelo de polar parabólica compensada, como ya se introdujo en la sección (5.2.2.2.1.2).

Además, las derivadas con respecto a u se pueden obtener a partir de las 3 velocidades analizadas, aunque con una precisión menor. No obstante, como ya se ha comentado, la velocidad de vuelo no afecta en general a ninguno de los coeficientes de fuerza/momento y se hará en lo que sigue la aproximación siguiente:

$$C_{L_u}, C_{D_u}, C_{M_u} \simeq 0$$

Las derivadas C_{L_α} , $C_{L_{\delta_e}}$, C_{D_α} , $C_{D_{\delta_e}}$, C_{M_α} y $C_{M_{\delta_e}}$ se estudian a continuación, viendo la variación con α , δ_e y U_∞ , siempre con ángulos de resbalamiento y de deflexión de alerón nulos.

En primer lugar, se analizan las derivadas del coeficiente de resistencia. En la figura (5.63) se puede observar como varía la derivada C_{D_α} con el propio ángulo de ataque, la deflexión del elevador y la velocidad de vuelo. Es razonable que se tenga una dependencia lineal de C_{D_α} con el ángulo de ataque, puesto que C_D se puede aproximar, como se estudió previamente, por una polar parabólica en función de α :

$$C_D = C_{D_0} + K_1 C_L + K_2 C_L^2 \rightarrow C_{D_\alpha} = K_1 C_{L_\alpha} + 2K_2 C_L C_{L_\alpha} \quad (5.33)$$

Además, para ángulos de ataque menores al de mínima resistencia, C_{D_α} será negativo, mientras que para ángulos mayores, C_{D_α} será positivo. Por otro lado, la variación de C_D con la deflexión del elevador es, como se puede ver en la figura (5.64), pequeña. Esto permitirá posteriormente hacer la aproximación $C_{D_{\delta_e}} \simeq 0$. Por último, se observa que las variaciones con la velocidad son, como se ha dicho, muy pequeñas (quedando las superficies casi solapadas). En resumen:

$$\begin{aligned} C_{D_\alpha} &\sim \alpha \\ C_{D_{\delta_e}} &\simeq 0 \end{aligned}$$

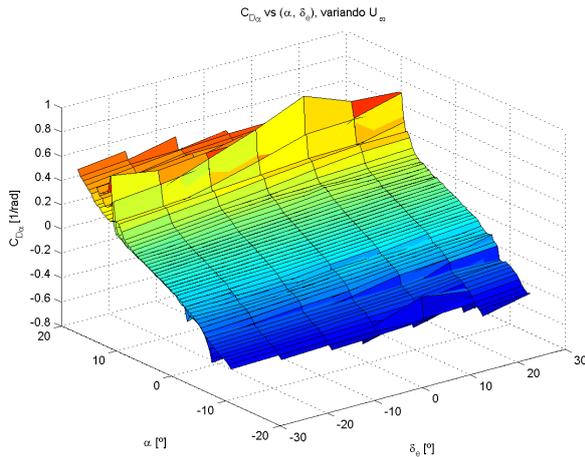


Figura 5.63: $C_{D\alpha}$ para el ala sin winglets

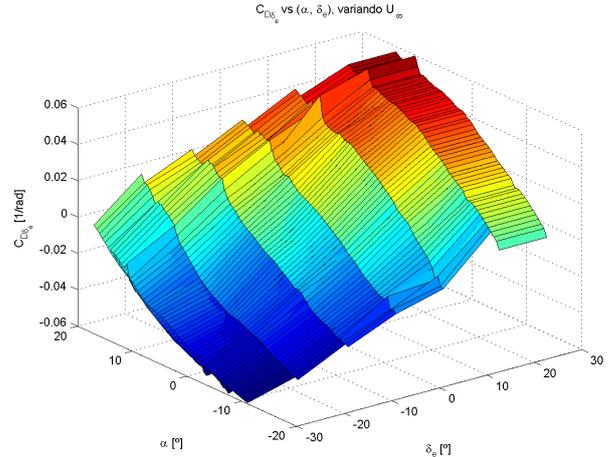


Figura 5.64: $C_{D\delta_e}$ para el ala sin winglets

A continuación se van a analizar las derivadas correspondientes al coeficiente de sustentación. Para la derivada $C_{L\alpha}$, se obtienen valores casi constantes (al ser la variación prácticamente lineal) y positivos. No obstante, existe cierta variación de la pendiente con el propio ángulo de ataque (como se puede ver en la figura 5.65), si bien la variación de $C_{L\alpha}$ con δ_e es casi nula. En cuanto a la derivada $C_{L\delta_e}$, se observa que toma valores también aproximadamente constantes (nótese la escala de las figuras), aunque con ciertas variaciones irregulares tanto con α como con el propio ángulo de deflexión del elevador (ver figura 5.66). En cualquier caso, siempre se tienen valores de $C_{L\delta_e}$ positivos. Por último, los valores de C_L son idénticos al variar la velocidad, por lo que las derivadas $C_{L\alpha}$ y $C_{L\delta_e}$ tampoco varían con U_∞ , quedando las distintas superficies representadas para cada velocidad solapadas (recuérdese la igualdad entre las derivadas cruzadas $\frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial y}$). En resumen:

$$C_{L\alpha} > 0$$

$$C_{L\delta_e} > 0$$

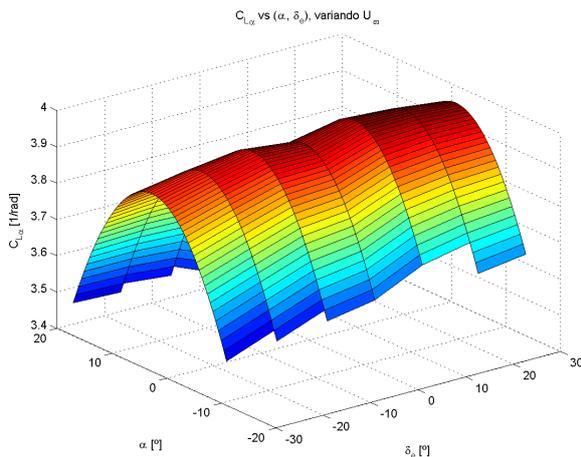


Figura 5.65: $C_{L\alpha}$ para el ala sin winglets

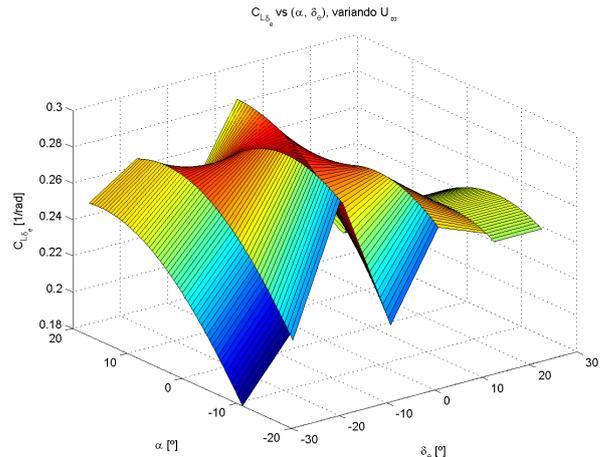


Figura 5.66: $C_{L\delta_e}$ para el ala sin winglets

Por último, se analizan las derivadas del coeficiente de momento de cabeceo. La derivada $C_{M\alpha}$ se representa en la figura (5.67). Obsérvese que, a pesar de las oscilaciones, los valores permanecen

en un rango estable aproximadamente constante, siendo siempre negativos. Por otro lado, la derivada $C_{M\delta_e}$ se representa en la figura (5.68). Nótese que, al igual que ocurría con $C_{M\alpha}$, los valores varían dentro de un rango aceptable y son siempre de valor negativo, tal como se había previsto en los análisis aerodinámicos. Es decir:

$$C_{M\alpha} < 0$$

$$C_{M\delta_e} < 0$$

Al igual que ocurría con los coeficientes de resistencia y sustentación, el coeficiente de momento muestra una dependencia nula con la velocidad de vuelo.

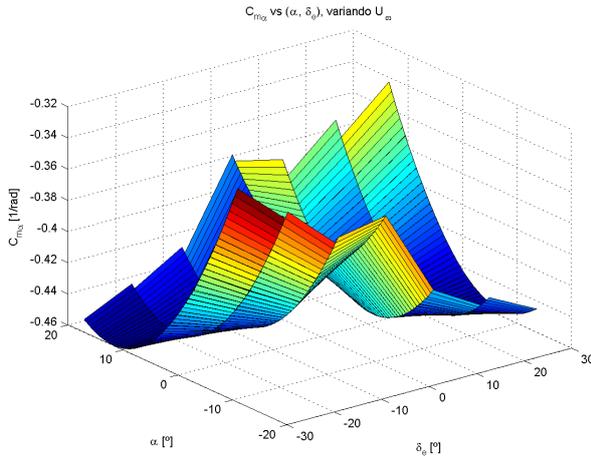


Figura 5.67: $C_{M\alpha}$ para el ala sin winglets

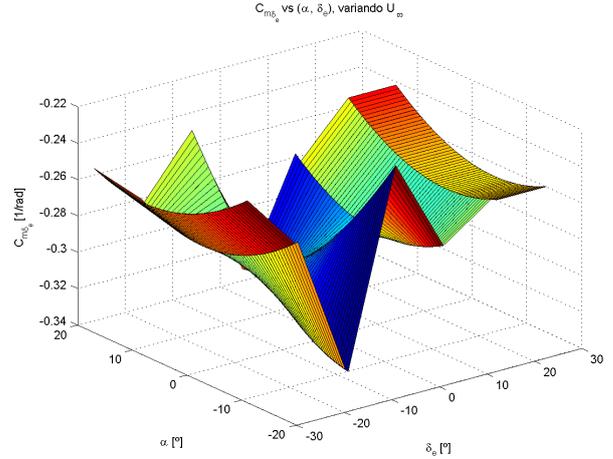


Figura 5.68: $C_{M\delta_e}$ para el ala sin winglets

5.2.2.2.3.2. Derivadas laterales-direccionales

Las fuerzas y momentos correspondientes al problema lateral-direccional son:

- La fuerza lateral (F_{Ay}).
- El momento de balance (\mathcal{L}_A).
- El momento de cabeceo (\mathcal{N}_A).

y las variables de estado son:

- La velocidad lateral (v) o el ángulo de resbalamiento ($\beta = \arcsin \frac{v}{|V|}$).
- La velocidad angular de balance (p).
- La velocidad angular de guiñada (r).
- El ángulo de balance (ϕ), que para vuelo horizontal satisface $\dot{\phi} = p$.
- El ángulo de guiñada (ψ), que para vuelo horizontal satisface $\dot{\psi} = r$.

Por último, la variable de control sería la deflexión del alerón (δ_a), ya que no existe timón de dirección en el ala voladora. De nuevo, el modelo desacoplado, linealizado en torno a un punto de referencia (que posteriormente será descrito en la configuración de trimado), devuelve las fuerzas y momentos en función de las derivadas de estabilidad con respecto a las siguientes variables en general: β , $\dot{\beta}$, p , \dot{p} , r , \dot{r} , δ_a y $\dot{\delta}_a$. Por ahora, se está en condiciones de calcular únicamente las derivadas con respecto a las variables que se han analizado en los estudios aerodinámicos. Es decir: C_{Y_β} , $C_{Y_{\delta_a}}$, $C_{\mathcal{L}\beta}$, $C_{\mathcal{L}_{\delta_a}}$, $C_{N\beta}$ y $C_{N_{\delta_a}}$. Se estudiará la variación de estas derivadas con β , δ_a y con el ángulo de ataque (α), manteniendo la velocidad en el valor nominal (70ft/s). Con estas derivadas, quedaría una buena aproximación para las fuerzas y momentos que vendría dada por:

$$\begin{aligned} C_Y &\simeq C_{Y_\beta}\beta + C_{Y_{\delta_a}}\delta_a \\ C_{\mathcal{L}} &\simeq C_{\mathcal{L}\beta}\beta + C_{\mathcal{L}_{\delta_a}}\delta_a \\ C_N &\simeq C_{N\beta}\beta + C_{N_{\delta_a}}\delta_a \end{aligned}$$

Nótese que en ausencia de perturbaciones asimétricas, los valores de C_Y , $C_{\mathcal{L}}$ y C_N serían nulos, como se vió en los análisis aerodinámicos.

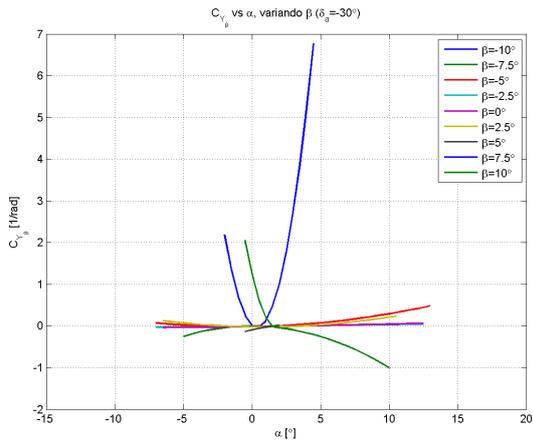
En primer lugar se van a analizar las derivadas correspondientes al coeficiente de fuerza lateral. En las figuras (5.71a) y (5.71b) se representa C_{Y_β} (primero variando con α y β , para varios valores de δ_a , y después variando con α y δ_a , correspondiendo cada superficie a un valor constante de β). Además, en la figura (5.69) se representa C_{Y_β} en función de α , variando con β . Cada gráfica (5.69a-5.69g) corresponde a un valor constante de δ_a . Los valores de C_{Y_β} son, como se puede apreciar, pequeños, debido a la ausencia de superficies verticales en el ala. Únicamente crecen para valores grandes del ángulo de resbalamiento.

En cuanto a la dependencia con α , se aprecia una variación cuadrática (aunque de valor muy pequeño) de C_{Y_β} con el ángulo de ataque, tal como se vió en los análisis aerodinámicos, poniendo de manifiesto la influencia que a veces existe entre los problemas longitudinal y lateral-direccional.

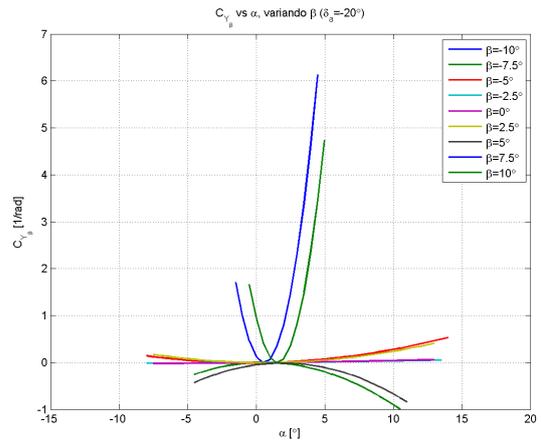
La derivada $C_{Y_{\delta_a}}$ se representa en las figuras (5.71c) y (5.71d), donde se observa perfectamente que toma valores muy pequeños que se podrían despreciar en primera aproximación. Además, en la figura (5.70) se representa $C_{Y_{\delta_a}}$ en función de α , variando con β . Cada gráfica (5.70a-5.70g) corresponde a un valor constante de δ_a . En resumen:

$$\begin{aligned} C_{Y_\beta} &\simeq 0 \\ C_{Y_{\delta_a}} &\simeq 0 \end{aligned}$$

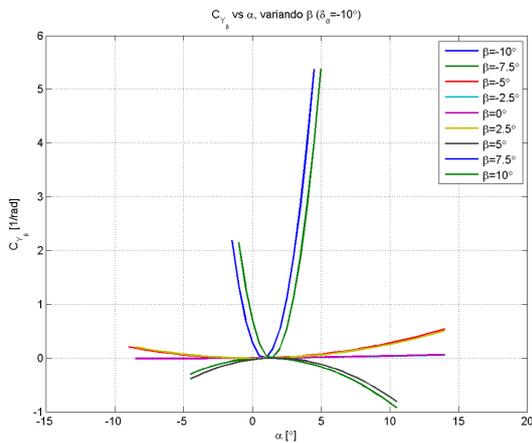
El valor de C_{Y_β} es un criterio de estabilidad estática lateral-direccional importante. Cuando se añadan los winglets, se conseguirá hacer que esta derivada aumente su valor (negativamente, para ser estable). Es importante mencionar que, dado el sentido del ángulo de resbalamiento en los análisis aerodinámicos de XF5R, las derivadas de estabilidad halladas respecto a este ángulo resultarán con signo contrario al convencional. Esto se debe a que al hacer la diferenciación numérica para obtener la derivada, se estarán recorriendo los valores en sentido contrario debido al criterio de signos de β , por lo que la derivada resultará con signo opuesto. Esto sólo se verá afectado en las gráficas mostradas, mientras que al realizar las explicaciones se tomará el criterio habitual.



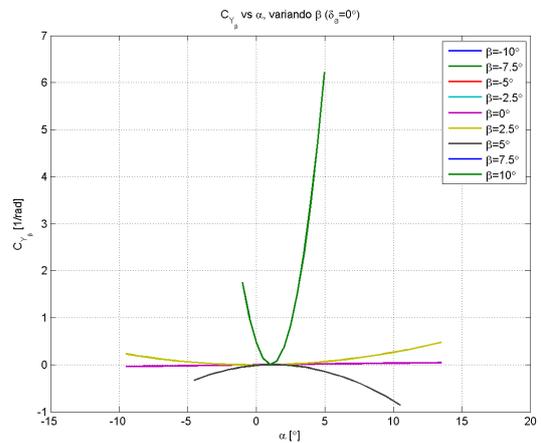
(a) $C_{Y_{\beta}}$ vs. α & β ($\delta_a = -30^\circ$)



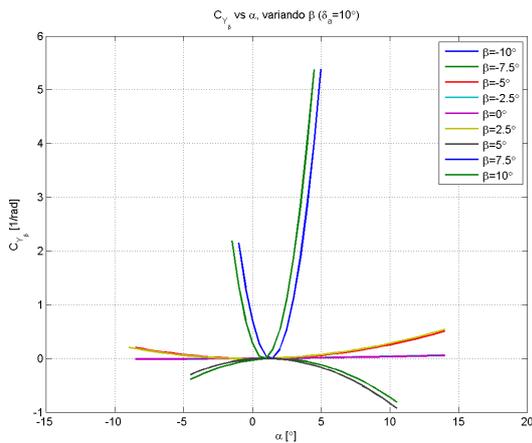
(b) $C_{Y_{\beta}}$ vs. α & β ($\delta_a = -20^\circ$)



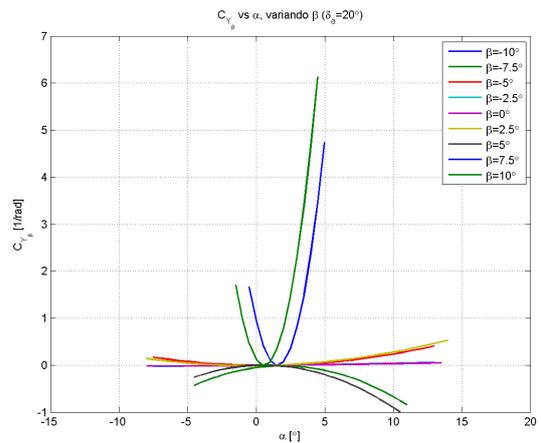
(c) $C_{Y_{\beta}}$ vs. α & β ($\delta_a = -10^\circ$)



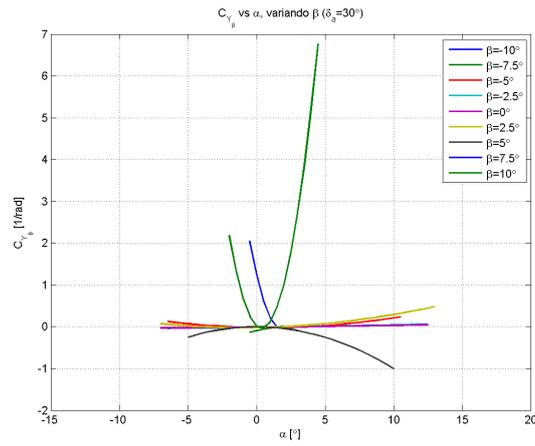
(d) $C_{Y_{\beta}}$ vs. α & β ($\delta_a = 0^\circ$)



(e) $C_{Y_{\beta}}$ vs. α & β ($\delta_a = 10^\circ$)

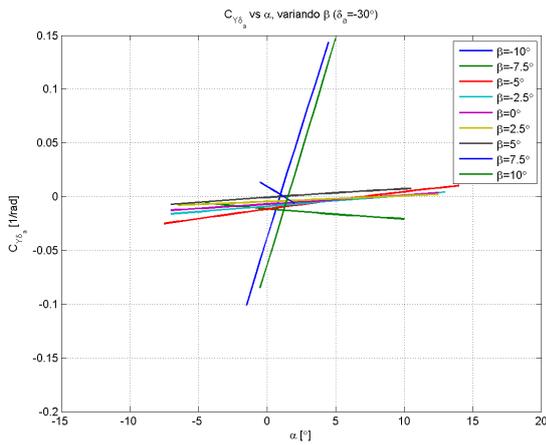


(f) $C_{Y_{\beta}}$ vs. α & β ($\delta_a = 20^\circ$)

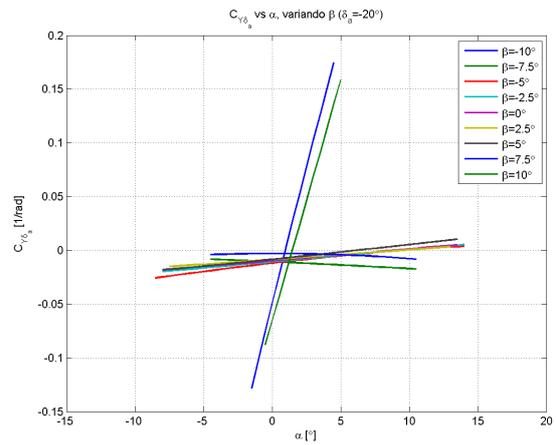


(g) $C_{Y_{\delta_a}}$ vs. α & β ($\delta_a = 30^\circ$)

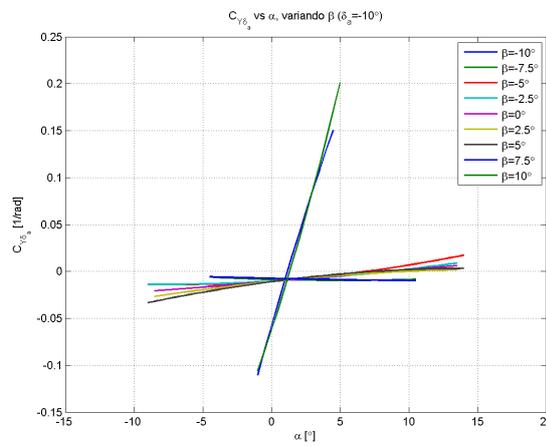
Figura 5.69: $C_{Y_{\delta_a}}$ para el ala sin winglets



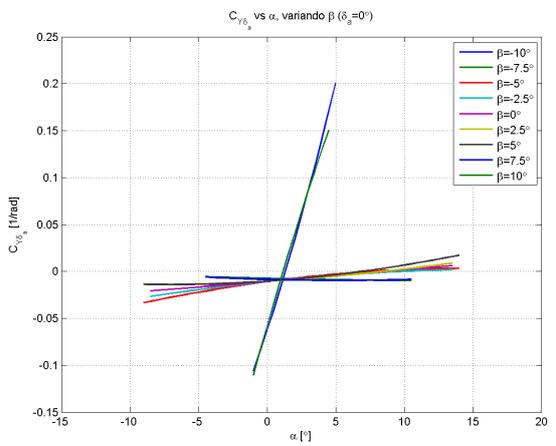
(a) $C_{Y_{\delta_a}}$ vs. α & β ($\delta_a = -30^\circ$)



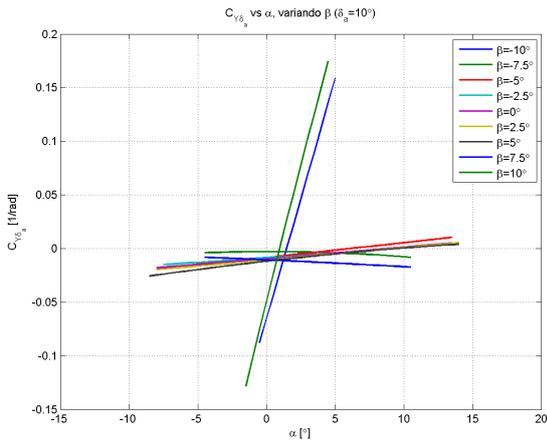
(b) $C_{Y_{\delta_a}}$ vs. α & β ($\delta_a = -20^\circ$)



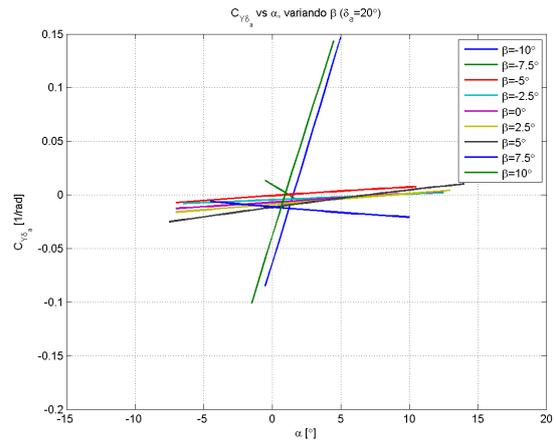
(c) $C_{Y_{\delta_a}}$ vs. α & β ($\delta_a = -10^\circ$)



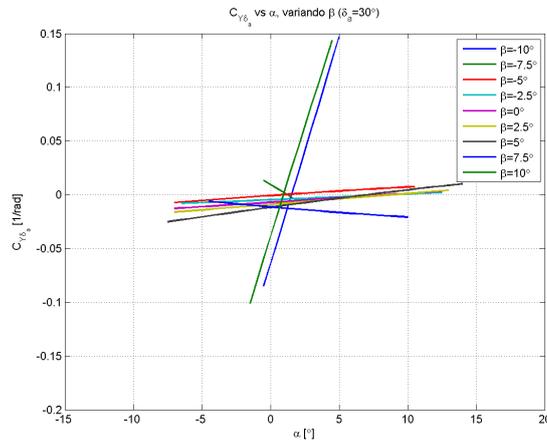
(d) $C_{Y_{\delta_a}}$ vs. α & β ($\delta_a = 0^\circ$)



(e) $C_{Y_{\delta_a}}$ vs. α & β ($\delta_a = 10^\circ$)

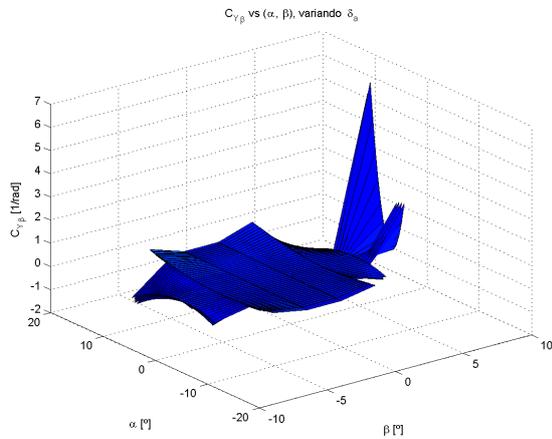


(f) $C_{Y_{\delta_a}}$ vs. α & β ($\delta_a = 20^\circ$)

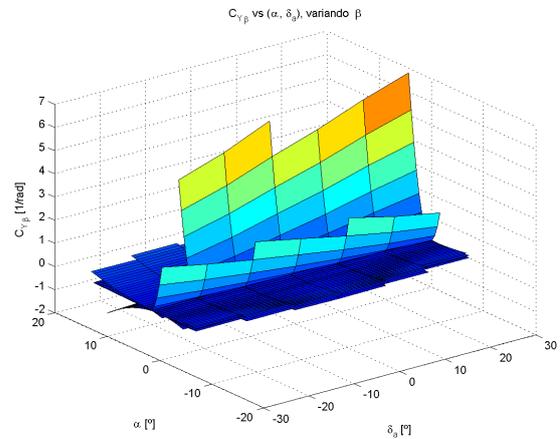


(g) $C_{Y_{\delta_a}}$ vs. α & β ($\delta_a = 30^\circ$)

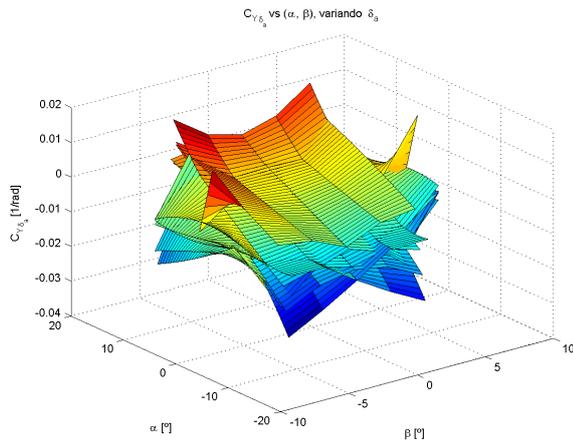
Figura 5.70: $C_{Y_{\delta_a}}$ para el ala sin winglets



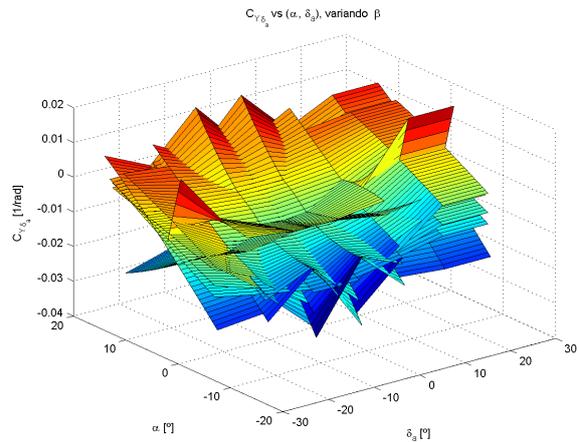
(a) $C_{Y_{\beta}}$ vs. α & β (para varios δ_a)



(b) $C_{Y_{\beta}}$ vs. α & δ_a (para varios β)



(c) $C_{Y_{\delta_a}}$ vs. α & β (para varios δ_a)



(d) $C_{Y_{\delta_a}}$ vs. α & δ_a (para varios β)

Figura 5.71: $C_{Y_{\beta}}$ y $C_{Y_{\delta_a}}$ para el ala sin winglets

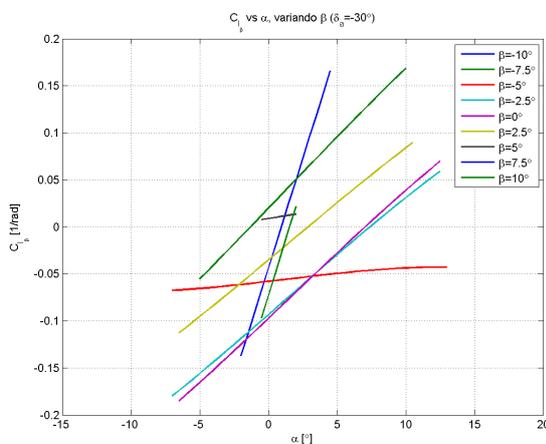
En cuanto a las derivadas del coeficiente de momento de balance, en la figura (5.74) se representan $C_{\mathcal{L}\beta}$ y $C_{\mathcal{L}\delta_a}$. El valor de $C_{\mathcal{L}\beta}$ obtenido resulta bastante pequeño y, además, cambia de signo según el ángulo de ataque, lo que supondrá un problema para la estabilidad lateral del ala (que requiere tener $C_{\mathcal{L}\beta} < 0$). Obsérvese también la dependencia lineal previamente comentada de $C_{\mathcal{L}}$ con el ángulo de ataque. Al igual que se hizo para la derivada $C_{Y_{\beta}}$, se representa en la figura (5.72) los resultados obtenidos para cada una de las deflexiones de alerón por separado, con objeto de permitir una mejor visualización de las tendencias descritas.

En cuanto a la potencia de control lateral ($C_{\mathcal{L}\delta_a}$), se obtienen valores adecuados y positivos, con ciertas oscilaciones según el ángulo de resbalamiento y de deflexión del alerón. En la figura (5.73) se representa $C_{\mathcal{L}\delta_a}$ variando con α y β para cada valor de δ_a por separado.

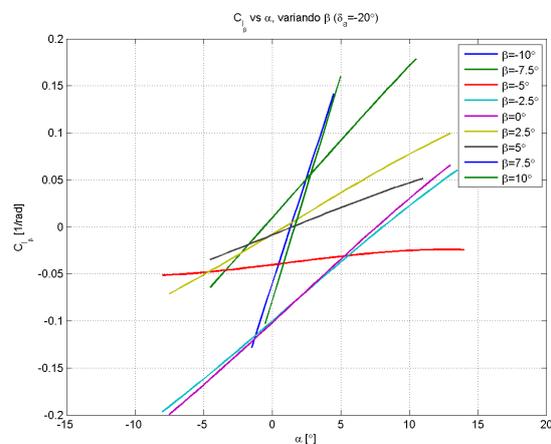
En resumen, se tiene:

$$C_{\mathcal{L}\beta} \simeq 0$$

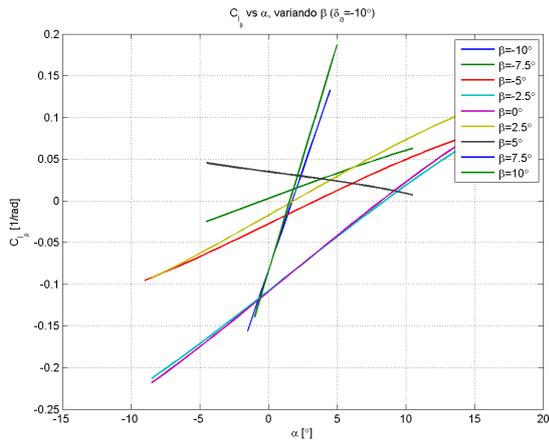
$$C_{\mathcal{L}\delta_a} > 0$$



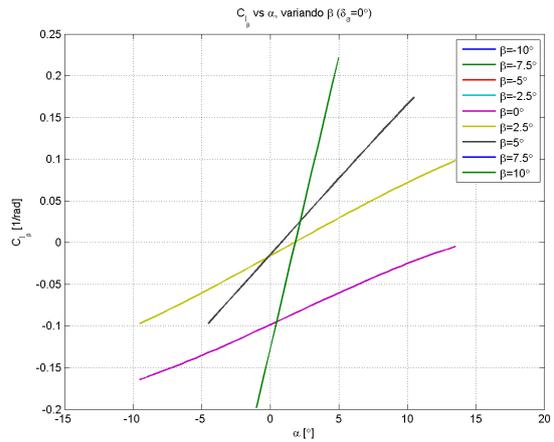
(a) $C_{\mathcal{L}\beta}$ vs. α & β ($\delta_a = -30^\circ$)



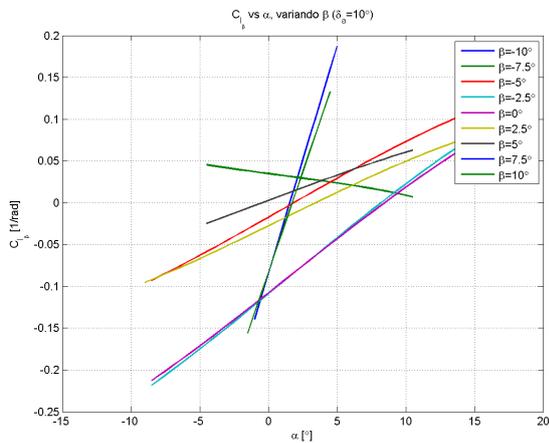
(b) $C_{\mathcal{L}\beta}$ vs. α & β ($\delta_a = -20^\circ$)



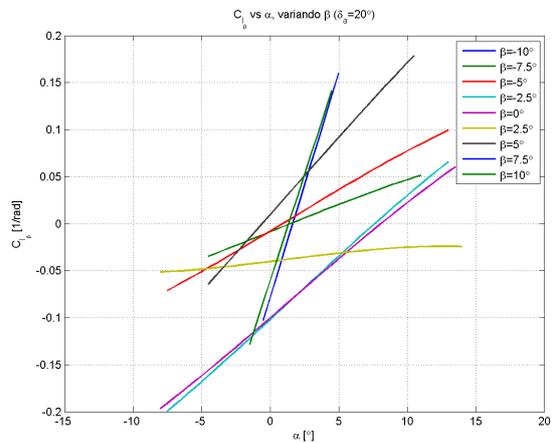
(c) $C_{L\beta}$ vs. α & β ($\delta_a = -10^\circ$)



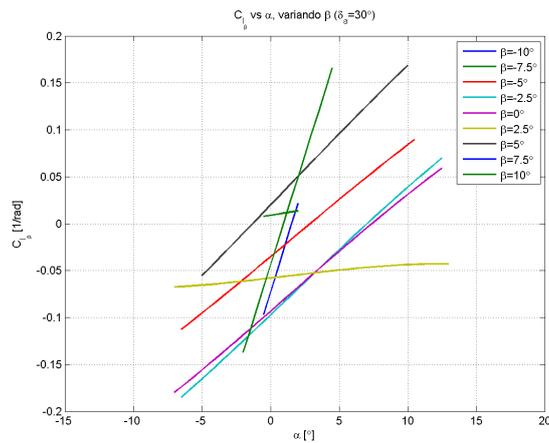
(d) $C_{L\beta}$ vs. α & β ($\delta_a = 0^\circ$)



(e) $C_{L\beta}$ vs. α & β ($\delta_a = 10^\circ$)

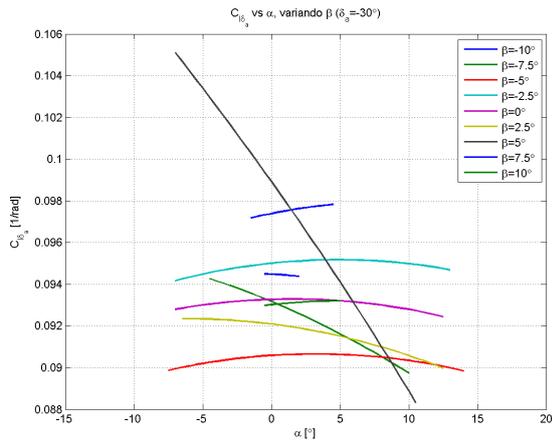


(f) $C_{L\beta}$ vs. α & β ($\delta_a = 20^\circ$)

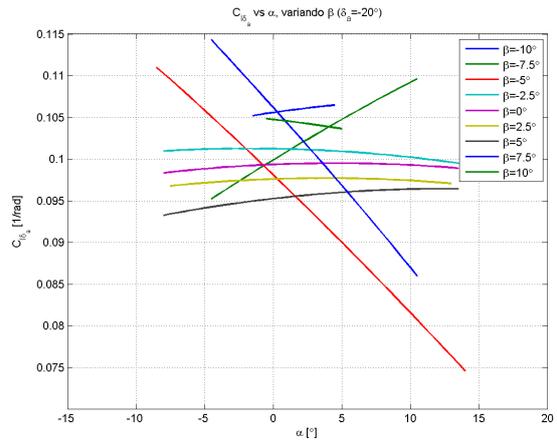


(g) $C_{L\beta}$ vs. α & β ($\delta_a = 30^\circ$)

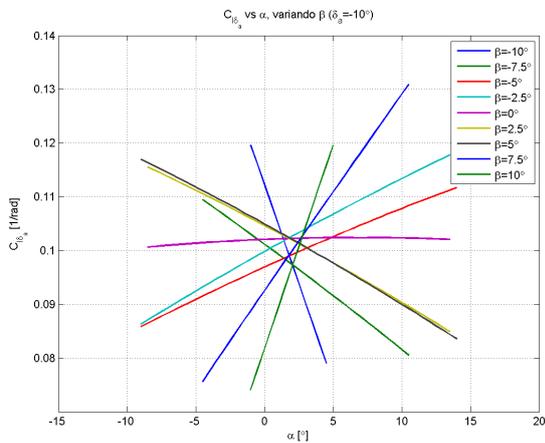
Figura 5.72: $C_{L\beta}$ para el ala sin winglets



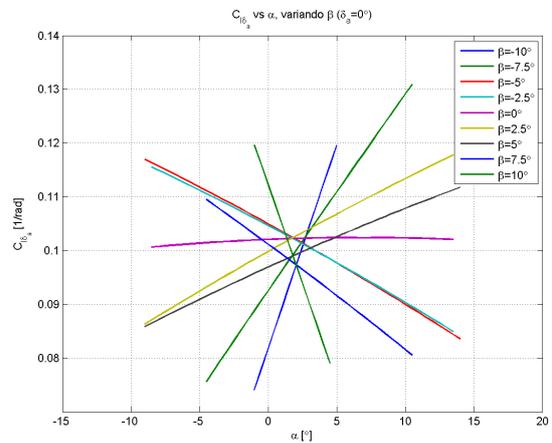
(a) $C_{L\delta_a}$ vs. α & β ($\delta_a = -30^\circ$)



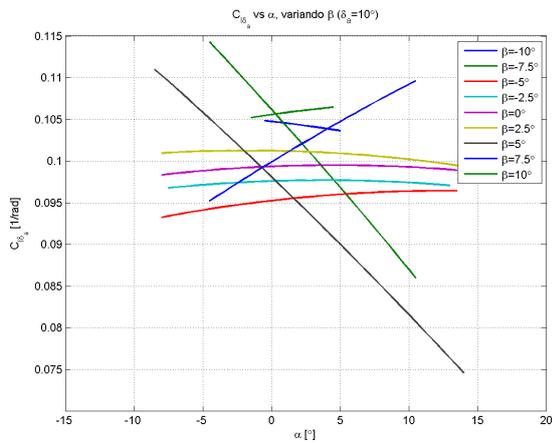
(b) $C_{L\delta_a}$ vs. α & β ($\delta_a = -20^\circ$)



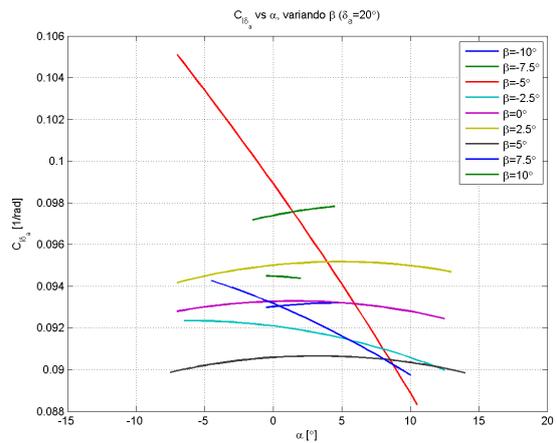
(c) $C_{L\delta_a}$ vs. α & β ($\delta_a = -10^\circ$)



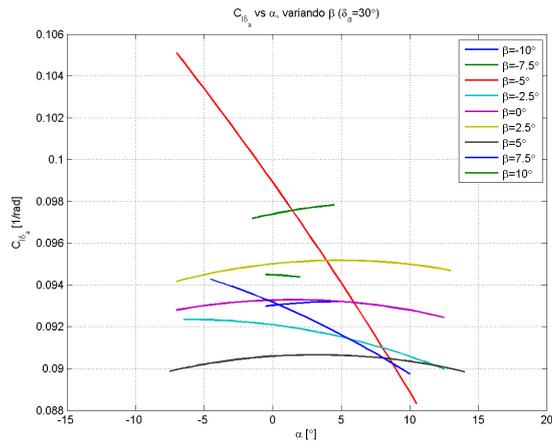
(d) $C_{L\delta_a}$ vs. α & β ($\delta_a = 0^\circ$)



(e) $C_{L\delta_a}$ vs. α & β ($\delta_a = 10^\circ$)

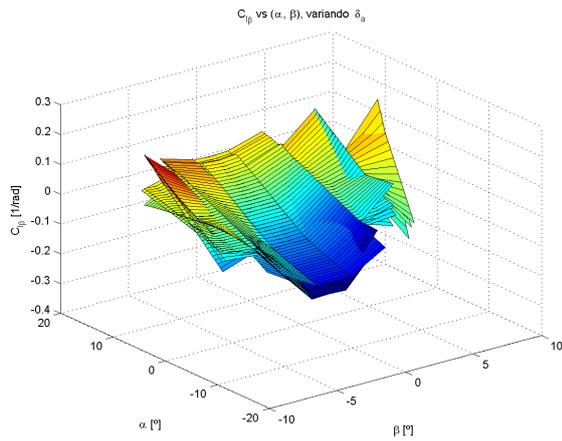


(f) $C_{L\delta_a}$ vs. α & β ($\delta_a = 20^\circ$)

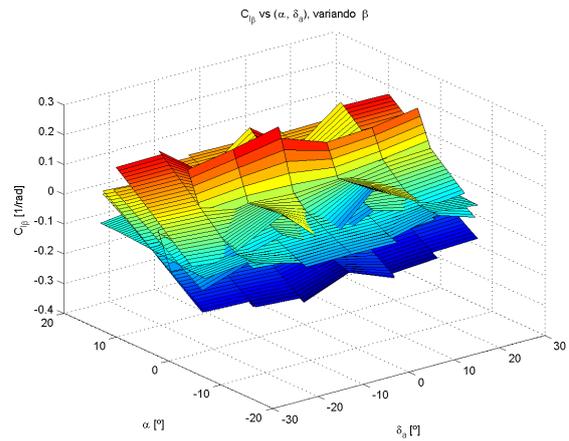


(g) $C_{L\delta_a}$ vs. α & β ($\delta_a = 30^\circ$)

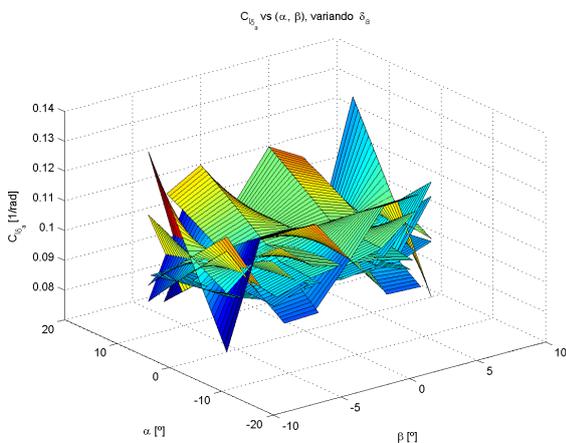
Figura 5.73: $C_{L\delta_a}$ para el ala sin winglets



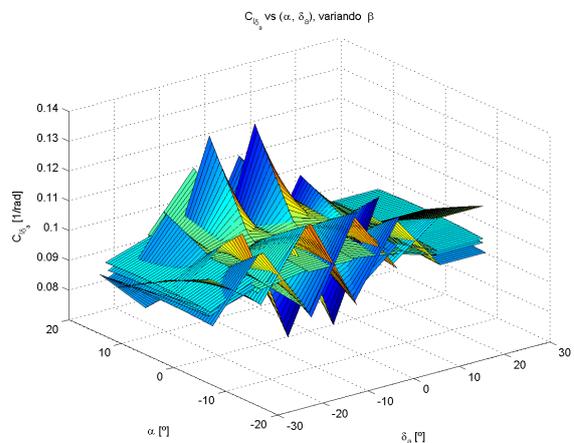
(a) $C_{L\beta}$ vs. α & β (para varios δ_a)



(b) $C_{L\beta}$ vs. α & δ_a (para varios β)



(c) $C_{L\delta_a}$ vs. α & β (para varios δ_a)



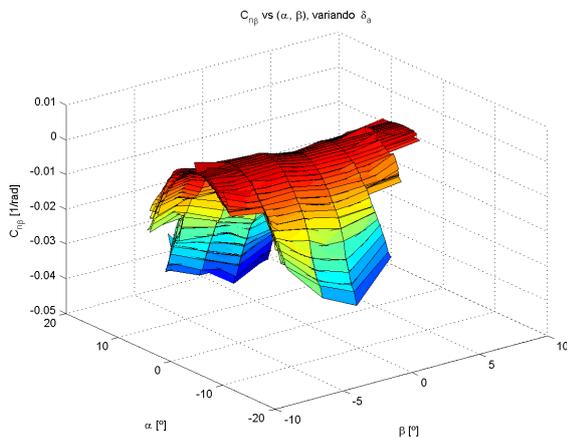
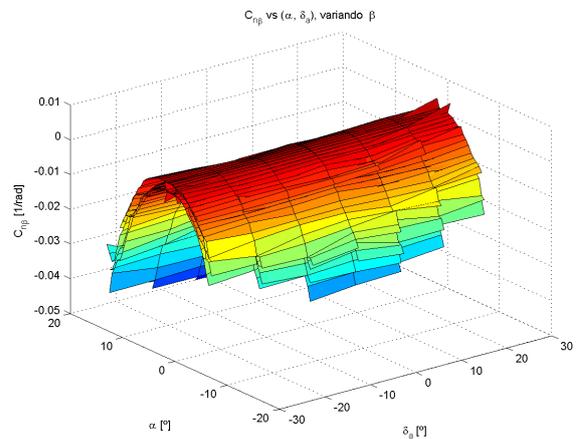
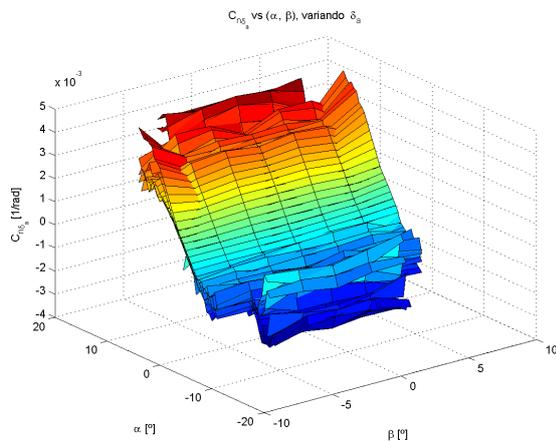
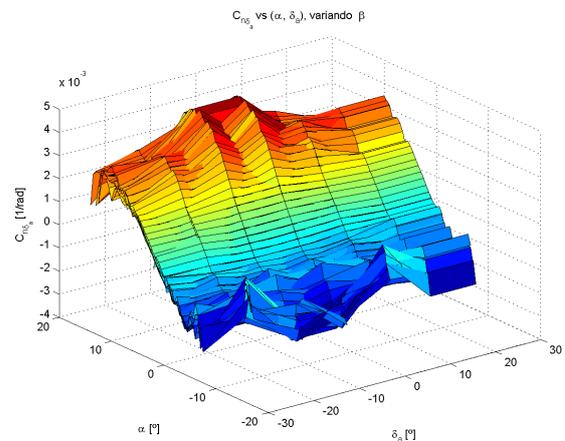
(d) $C_{L\delta_a}$ vs. α & δ_a (para varios β)

Figura 5.74: $C_{L\beta}$ y $C_{L\delta_a}$ para el ala sin winglets

Por último, se analizan las derivadas del coeficiente de momento de guiñada, representadas en la figura (5.75). Como se comentó en los análisis de aerodinámica, los valores de C_N obtenidos eran pequeños aunque variaban uniformemente con β . Como criterio de estabilidad direccional necesario, se tenía que $C_{N\beta}$ debía ser positivo, lo cual se observa aquí perfectamente (teniendo en cuenta que XFLR5 ofrece un signo de β contrario al de la literatura y por tanto las derivadas están tomadas en sentido contrario; es decir, que un valor de de una derivada respecto a β en las gráficas negativo es positivo según el criterio convencional). No obstante, los winglets ayudarán a aumentar el valor de esta derivada en gran medida. Obsérvese también la dependencia cuadrática con α , ya comentada previamente, y la insensibilidad de $C_{N\beta}$ ante cambios en la deflexión del alerón. Para el efecto de guiñada adversa, se observa aquí los pequeños valores obtenidos en $C_{N\delta_a}$, variables en signo además según el ángulo de ataque. En resumen se tiene:

$$C_{N\beta} \gtrsim 0$$

$$C_{N\delta_a} \simeq 0$$

(a) $C_{N\beta}$ vs. α & β (para varios δ_a)(b) $C_{N\beta}$ vs. α & δ_a (para varios β)(c) $C_{N\delta_a}$ vs. α & β (para varios δ_a)(d) $C_{N\delta_a}$ vs. α & δ_a (para varios β)Figura 5.75: $C_{N\beta}$ y $C_{N\delta_a}$ para el ala sin winglets

5.2.2.3. Ala con winglets

Se procede ahora a analizar el ala en su configuración con winglets. Los análisis que se realizan en esta sección siguen exactamente la misma estructura que los realizados para el ala sin winglets. Se estudiarán en primer lugar las fuerzas aerodinámicas, posteriormente los momentos y por último se obtendrán las derivadas de estabilidad.

5.2.2.3.1. Estudio de fuerzas aerodinámicas

En primer lugar, se analizan las fuerzas aerodinámicas generadas por el ala, variando con el ángulo de ataque, el ángulo de resbalamiento, la velocidad de vuelo y la deflexión de las superficies de control.

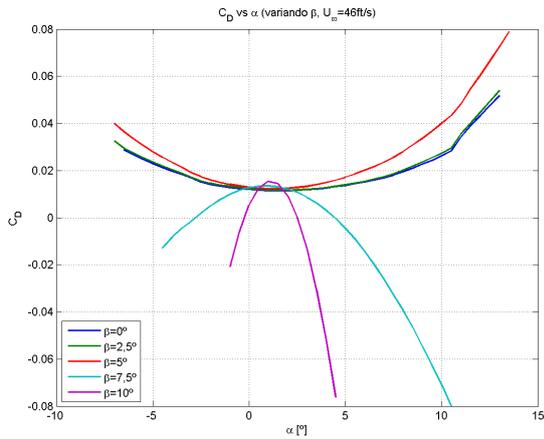
5.2.2.3.1.1. C_D, C_Y, C_L vs. α, β, U_∞

En la figura (5.76) se representa el coeficiente de resistencia del ala. Aunque es casi inapreciable en la gráfica, los resultados obtenidos muestran una ligera reducción del coeficiente de resistencia cuando se añaden los winglets al ala. Esto es debido a que, aunque la resistencia viscosa aumenta ligeramente (debido a que los winglets suponen al fin y al cabo un cuerpo que se opone al paso del fluido), la resistencia inducida por la sustentación es mucho menor. Precisamente es esta una de las características de los winglets: reducir la intensidad de los torbellinos que rebordean los bordes marginales. Además de reducir la resistencia inducida, esto tendrá un efecto de mejora en la pendiente de sustentación del ala, ya que el perfil de presiones en el ala es más lleno (no se igualan las presiones en extradós e intradós gracias a los winglets). En la figura (5.77) se puede apreciar mejor la variación de C_D con el ángulo de ataque y la velocidad.

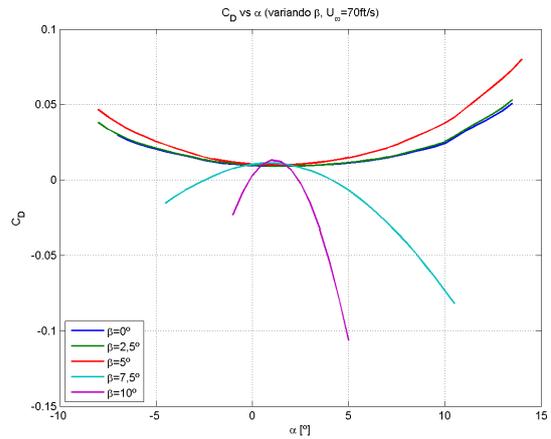
A continuación se muestra el coeficiente de fuerza lateral en la figura (5.78). Nótese que los valores de C_Y son ahora mayores, ya que, ante una perturbación del ángulo de resbalamiento, los winglets ayudan a generar una fuerza lateral mayor que el ala. Es decir, que la contribución de los winglets a C_{Y_β} es mucho más importante que la del ala. Para un gran rango de ángulos de ataque, se puede ver ahora que al aumentar el resbalamiento la fuerza lateral aumenta, lo cual implica que se tendrán valores de C_{Y_β} negativos (con el criterio de signos para β adoptado en la literatura lo que ocurre es que C_Y aumenta al disminuir β), mejorando la estabilidad que se tenía sin winglets.

Por último, el coeficiente de sustentación se representa en la figura (5.79). Como se había mencionado ya, los winglets ayudan a que la pendiente de sustentación aumente ligeramente ($C_{L_\alpha} \uparrow$). Es decir, que los winglets producen un alargamiento efectivo mayor a efectos de la curva de sustentación del ala. Sin embargo, existe una pequeña disminución de C_{L_0} al añadir winglets al ala.

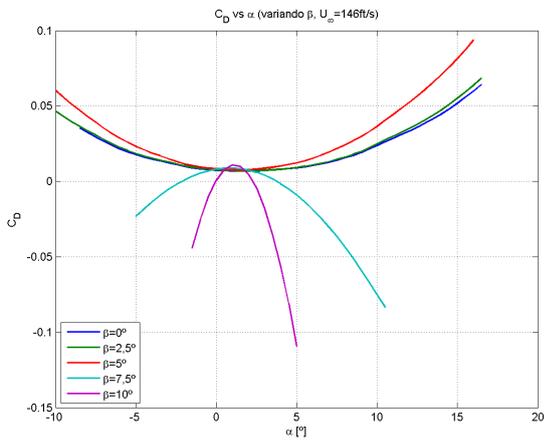
En la figura (5.80) se puede apreciar mejor la variación de C_L con la velocidad y el ángulo de ataque.



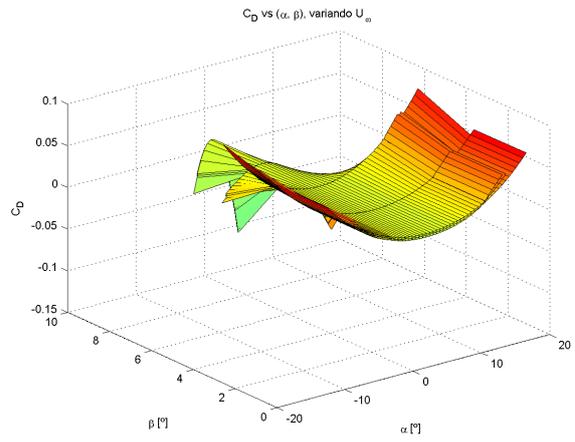
(a) C_D vs. α & β ($V = V_1$)



(b) C_D vs. α & β ($V = V_2$)



(c) C_D vs. α & β ($V = V_3$)



(d) C_D vs. α , β & V

Figura 5.76: Estudio del coeficiente de resistencia para el ala con winglets

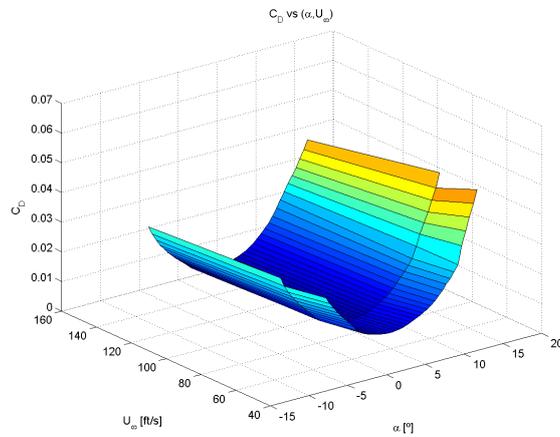
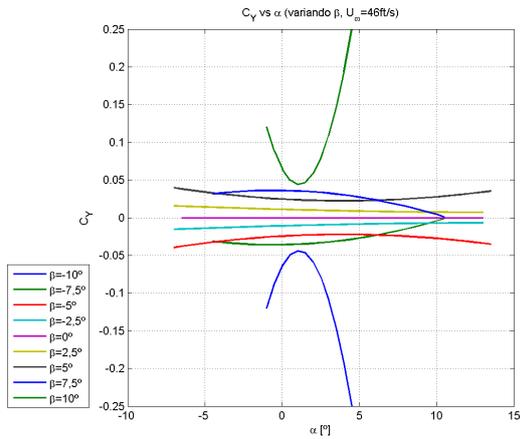
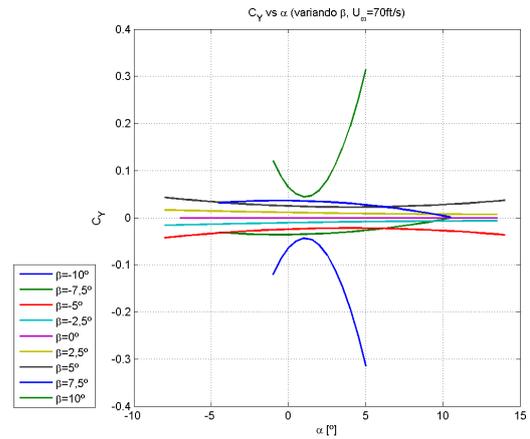


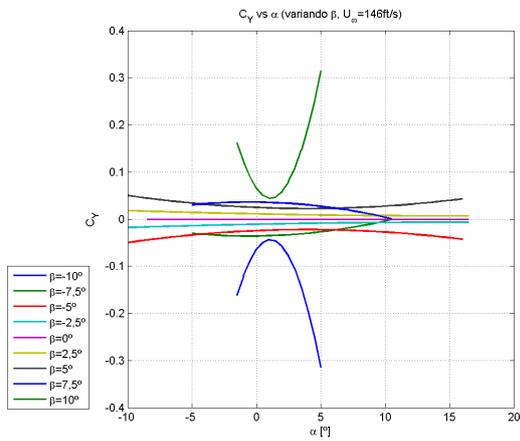
Figura 5.77: Variación de C_D con α y U_∞ (ala con winglets)



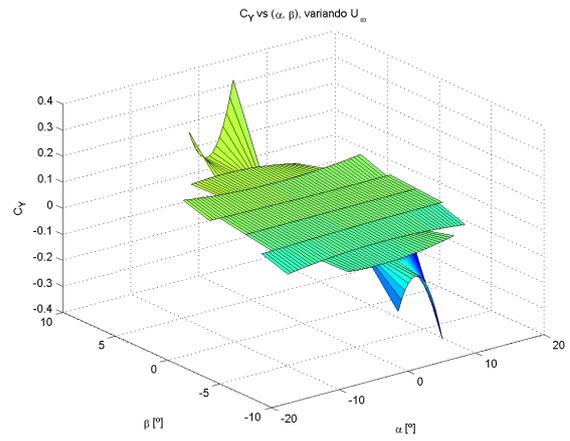
(a) C_Y vs. α & β ($V = V_1$)



(b) C_Y vs. α & β ($V = V_2$)

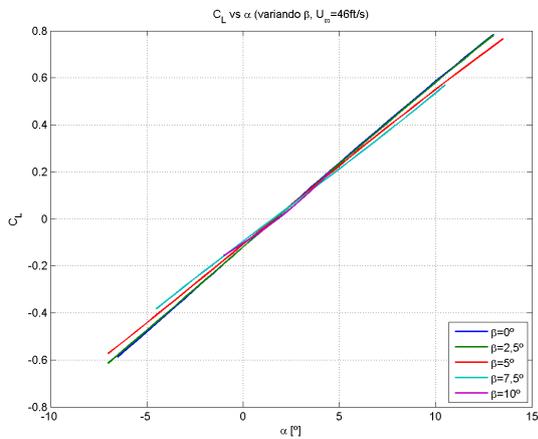


(c) C_Y vs. α & β ($V = V_3$)

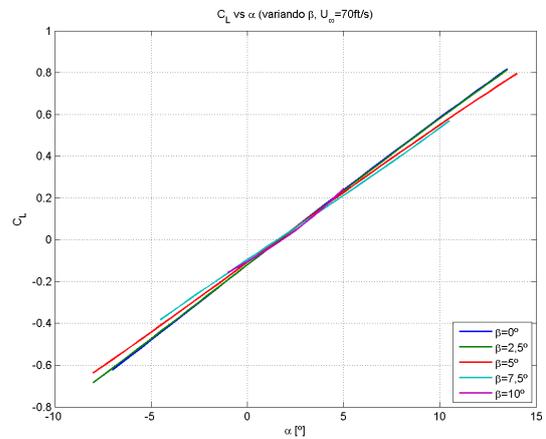


(d) C_Y vs. α , β & V

Figura 5.78: Estudio del coeficiente de fuerza lateral para el ala con winglets



(a) C_L vs. α & β ($V = V_1$)



(b) C_L vs. α & β ($V = V_2$)

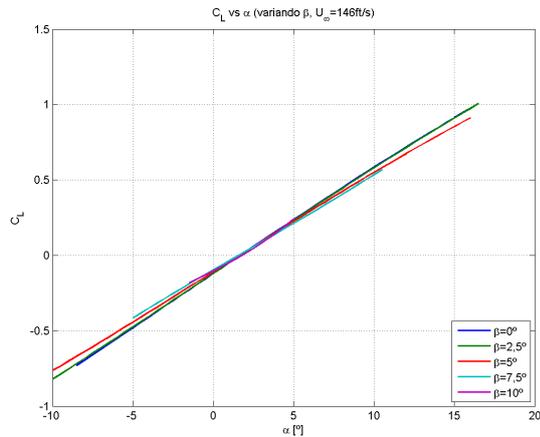
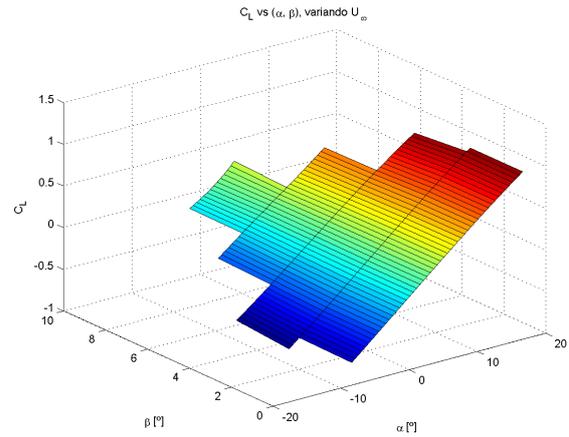
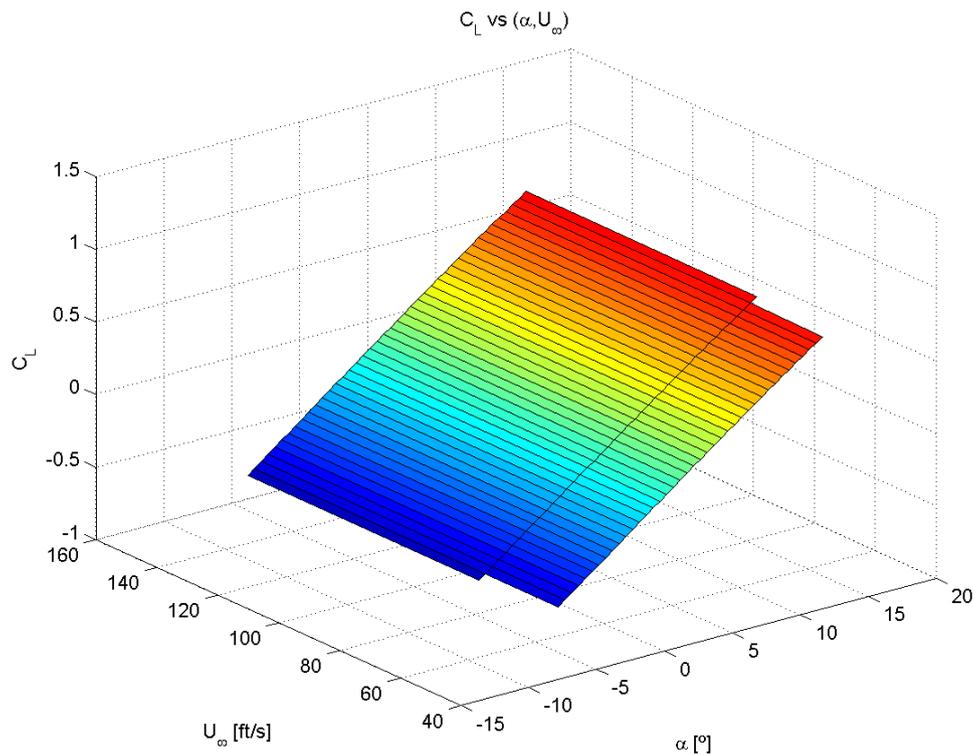
(c) C_L vs. α & β ($V = V_3$)(d) C_L vs. α , β & V

Figura 5.79: Estudio del coeficiente de sustentación para el ala con winglets

Figura 5.80: Variación de C_L con α y U_∞ (ala con winglets)

5.2.2.3.1.2. C_L vs. C_D (Polar parabólica compensada)

La polar obtenida para el ala se representa en la figura (5.81), donde se puede ver también el efecto que tiene la velocidad de vuelo. Al igual que se hizo con el ala sin winglets, para la velocidad nominal se representa la curva obtenida interpolando la polar mediante una parábola (polar parabólica

compensada). Los coeficientes obtenidos serían los siguientes:

$$C_D = C_{D_0} + K_1 C_L + K_2 C_L^2, \begin{cases} C_{D_0} = 0,00773883 \\ K_1 = 0,000153473 \\ K_2 = 0,057592778 \end{cases}$$

Obsérvese como aumenta el valor de C_{D_0} con respecto a la configuración sin winglets, debido al aumento de resistencia viscosa. Sin embargo, el coeficiente K_2 es bastante menor debido a la disminución de resistencia inducida que provocan los winglets, lo que es consistente con lo que era de esperar.

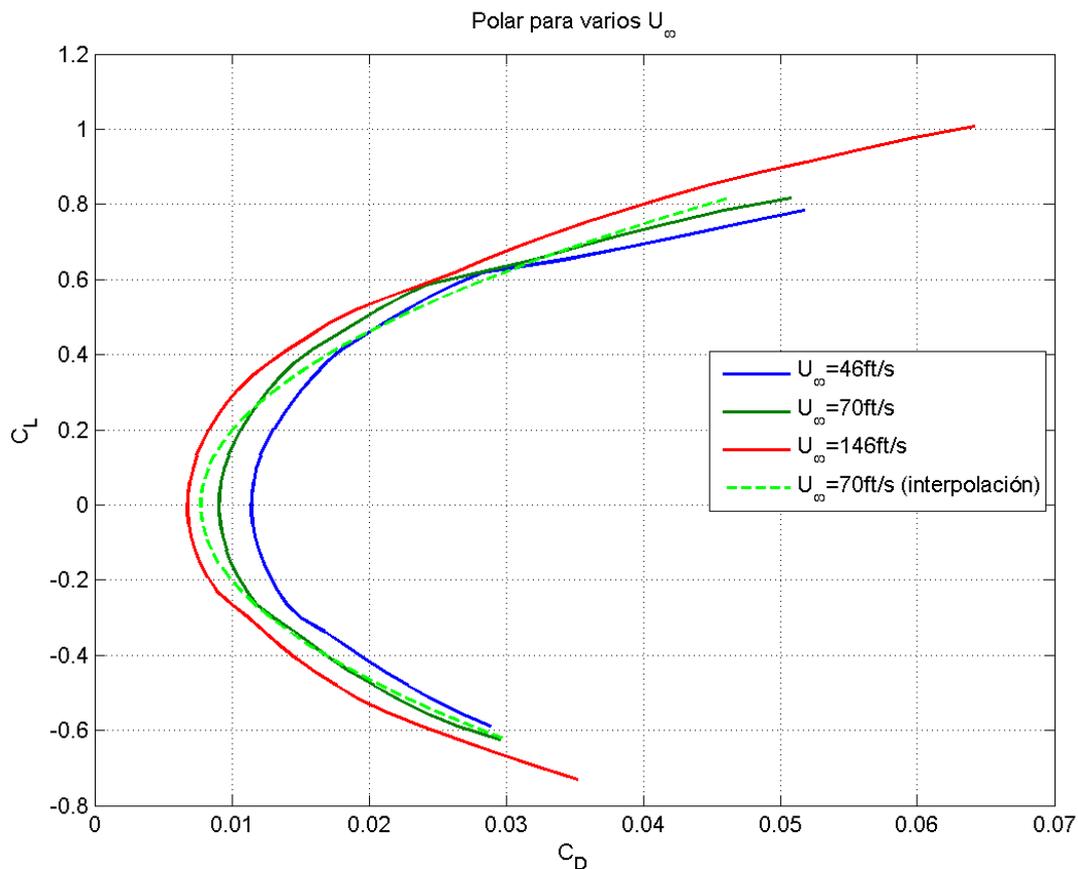
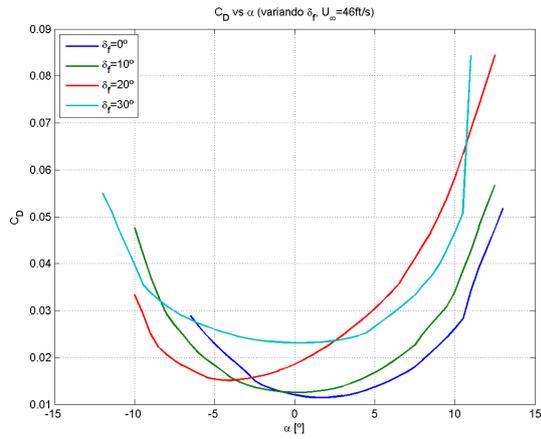


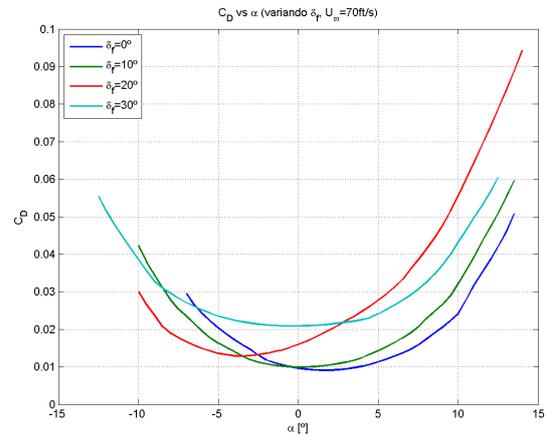
Figura 5.81: Polar del ala con winglets

5.2.2.3.1.3. Deflexión de los flaps (δ_f)

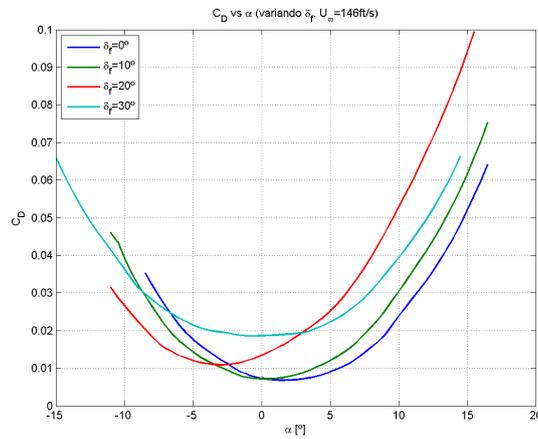
Como ya es conocido, en ausencia de resbalamiento o perturbaciones asimétricas no existe ninguna fuerza o momento lateral-direccional generado en el ala. En cuanto a los coeficientes de sustentación y resistencia, los winglets introducen los pequeños cambios antes comentados (ligero aumento de la pendiente de sustentación y disminución de resistencia), aunque el efecto de la deflexión de los flaps sobre estos sigue siendo la misma. En las figuras (5.82) y (5.83) se representan, respectivamente, los coeficientes de resistencia aerodinámica y sustentación.



(a) C_D vs. α & δ_f ($V = V_1$)

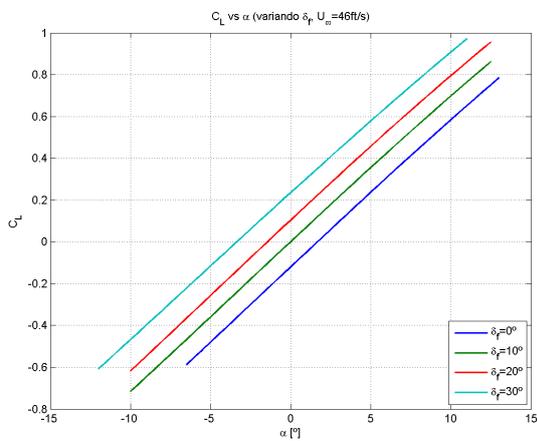


(b) C_D vs. α & δ_f ($V = V_2$)

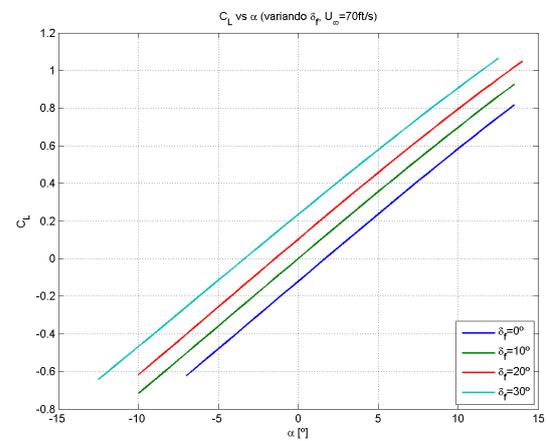


(c) C_D vs. α & δ_f ($V = V_3$)

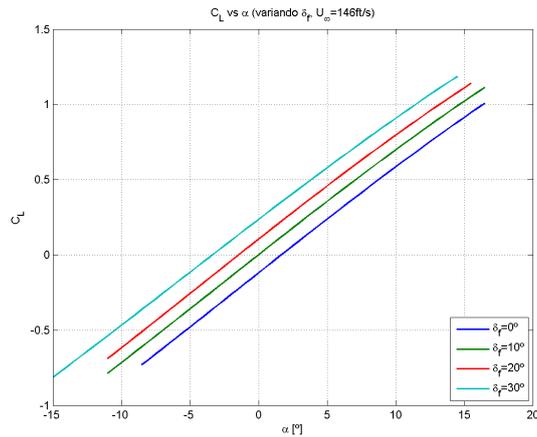
Figura 5.82: Variación de C_D con δ_f (ala con winglets)



(a) C_L vs. α & δ_f ($V = V_1$)



(b) C_L vs. α & δ_f ($V = V_2$)

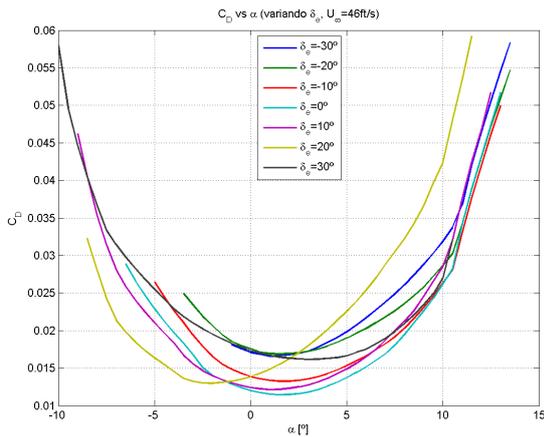


(c) C_L vs. α & δ_f ($V = V_3$)

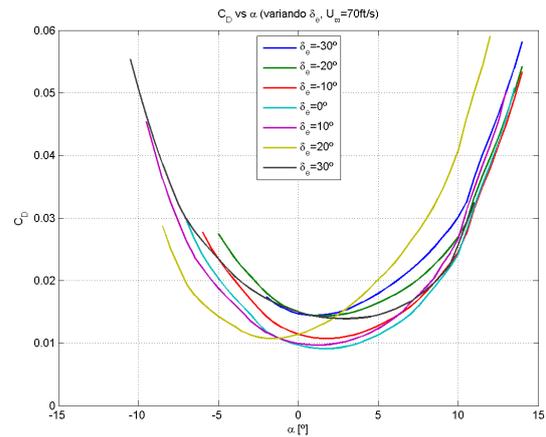
Figura 5.83: Variación de C_L con δ_f (ala con winglets)

5.2.2.3.1.4. Deflexión del elevador (δ_e)

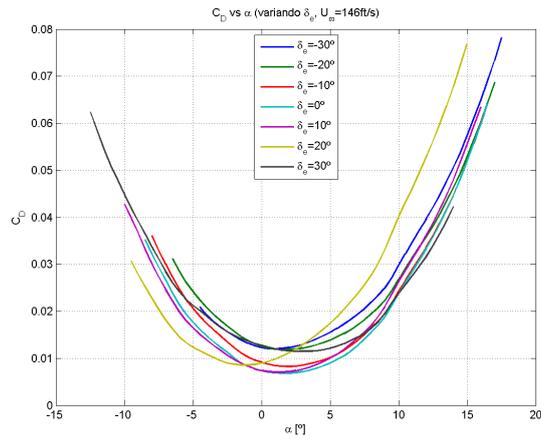
Para el estudio de la deflexión del elevador, se representa de nuevo la variación de los coeficientes de sustentación y resistencia aerodinámica. El efecto que tiene en estos la deflexión del elevador es similar a la de los flaps, aunque con menor intensidad como ya se comentó en la sección (5.2.2.2) (ver figuras 5.84 y 5.85). Tal como antes, se sigue teniendo potencia de control longitudinal positiva ($C_{L\delta_e} > 0$).



(a) C_D vs. α & δ_e ($V = V_1$)

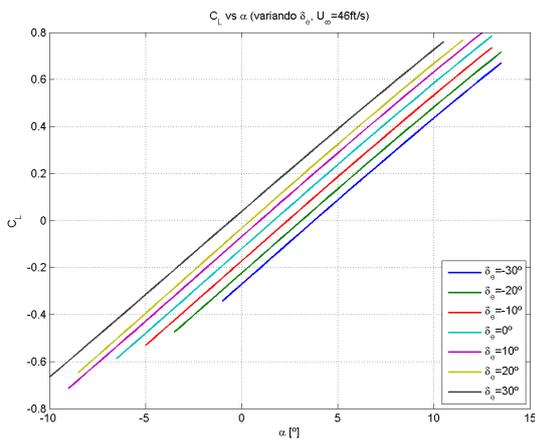


(b) C_D vs. α & δ_e ($V = V_2$)

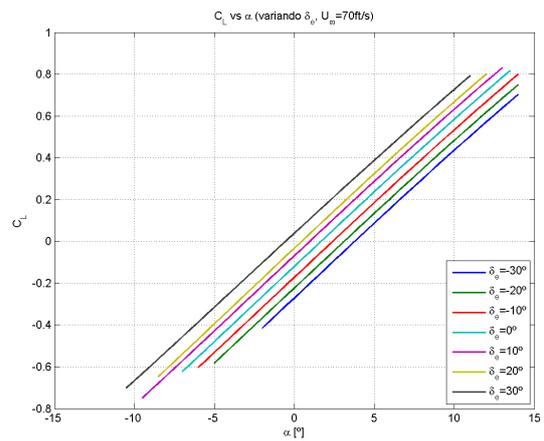


(c) C_D vs. α & δ_e ($V = V_3$)

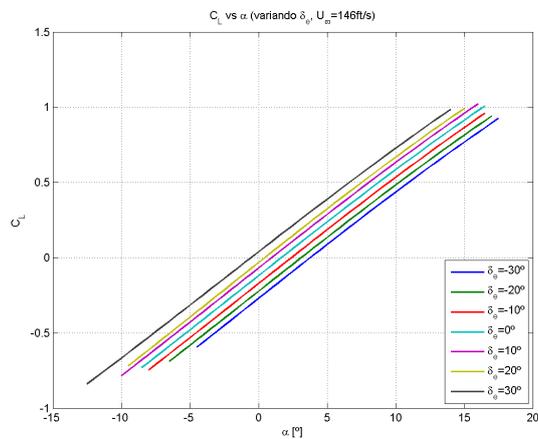
Figura 5.84: Variación de C_D con δ_e (ala con winglets)



(a) C_L vs. α & δ_e ($V = V_1$)



(b) C_L vs. α & δ_e ($V = V_2$)



(c) C_L vs. α & δ_e ($V = V_3$)

Figura 5.85: Variación de C_L con δ_e (ala con winglets)

A continuación se representa cómo varía la polar del ala a medida que cambia el ángulo de deflexión del elevador (ver figura 5.86). Nótese la gran similitud con la configuración sin winglets (el mayor efecto de los winglets está en las variables laterales-direccionales del problema).

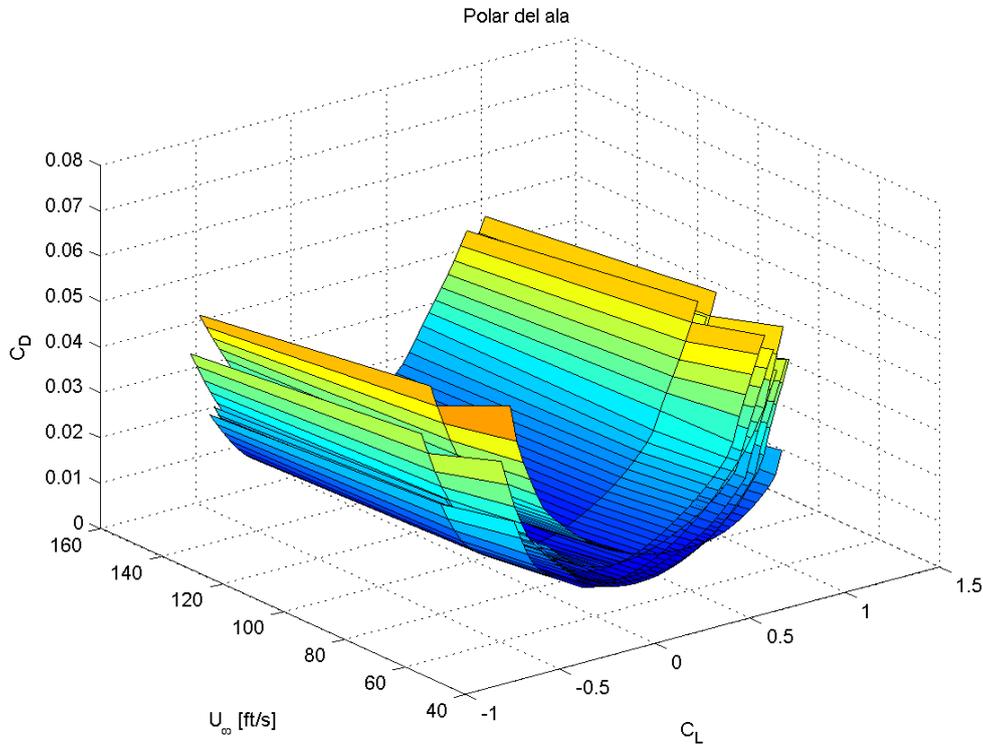
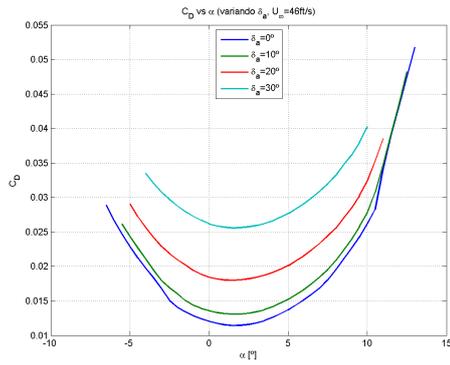


Figura 5.86: Polar del ala con winglets en función de δ_e

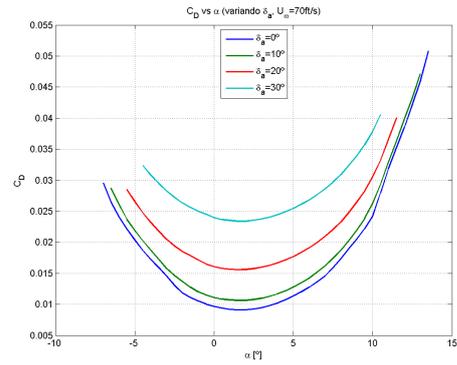
5.2.2.3.1.5. Deflexión de los alerones (δ_a)

En esta sección se representa la variación de los coeficientes de fuerza del ala cuando se actúan los alerones. El coeficiente de resistencia se representa en las figuras (5.87) y (5.88), y el de sustentación en las figuras (5.91) y (5.92). Ninguno de estos presenta cambios significativos con respecto a la configuración sin winglets anteriormente estudiada. El coeficiente de sustentación no se ve significativamente afectado por deflexiones del alerón, mientras que el de resistencia aumenta con δ_a .

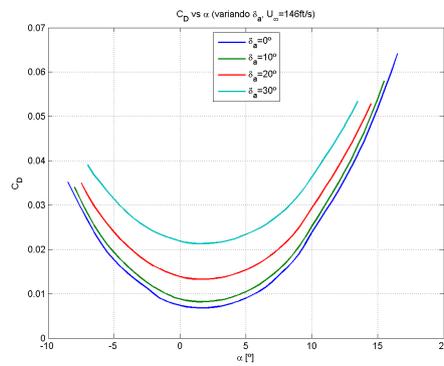
En el coeficiente de fuerza lateral (figuras 5.89 y 5.90), si se pueden percibir ciertas diferencias con respecto al ala sin winglets. Además de ser mayores los valores de C_Y , ahora la variación con δ_a es monótona, de modo que se tiene $C_{Y_{\delta_a}} > 0$. No obstante, esta variación es muy pequeña y, al igual que antes, será despreciada dicha derivada de estabilidad.



(a) C_D vs. α & δ_a ($V = V_1$)

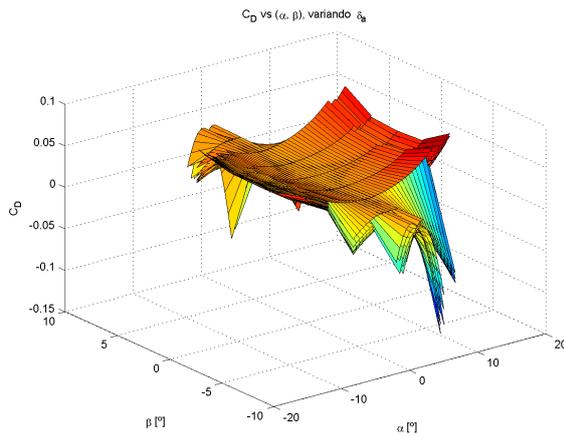


(b) C_D vs. α & δ_a ($V = V_2$)

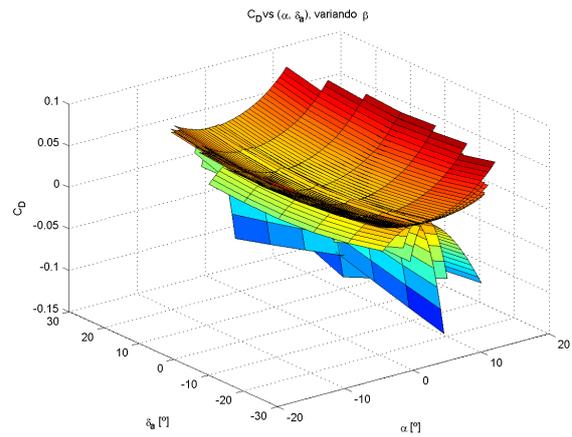


(c) C_D vs. α & δ_a ($V = V_3$)

Figura 5.87: Variación de C_D con δ_a (ala con winglets)

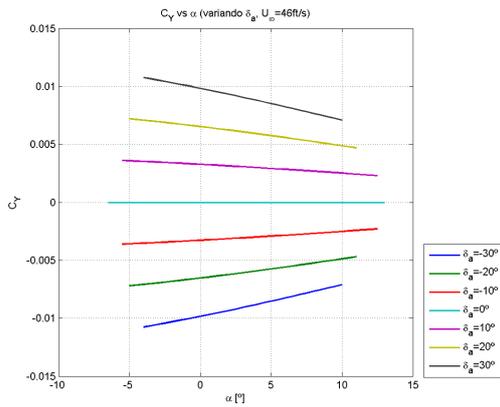


(a) C_D vs. α & β (para distintos δ_a)

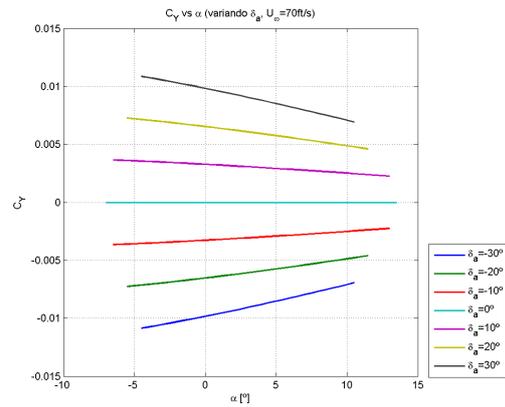


(b) C_D vs. α & δ_a (para distintos β)

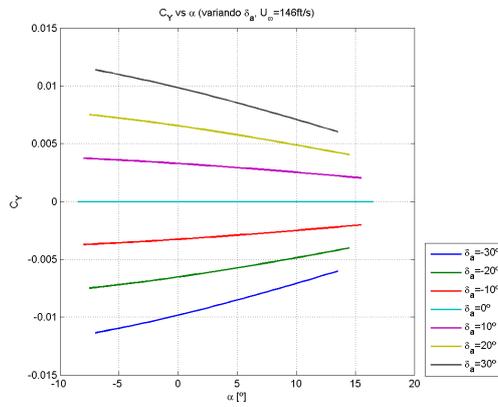
Figura 5.88: Variación de C_D con δ_a y β (ala con winglets)



(a) C_Y vs. α & δ_a ($V = V_1$)

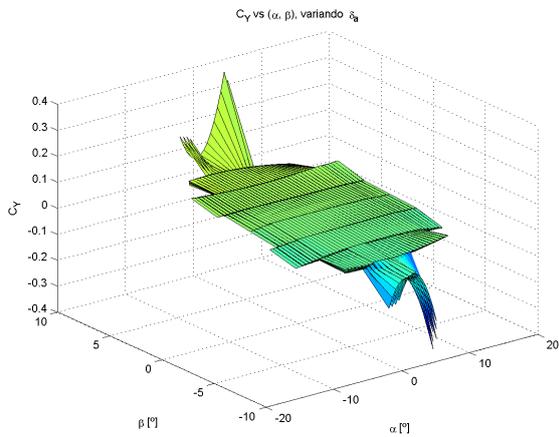


(b) C_Y vs. α & δ_a ($V = V_2$)

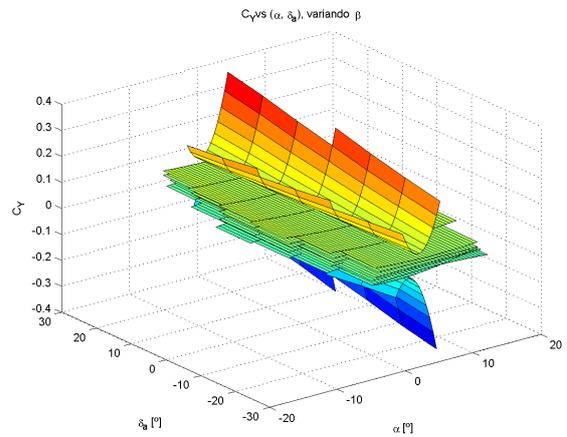


(c) C_Y vs. α & δ_a ($V = V_3$)

Figura 5.89: Variación de C_Y con δ_a (ala con winglets)

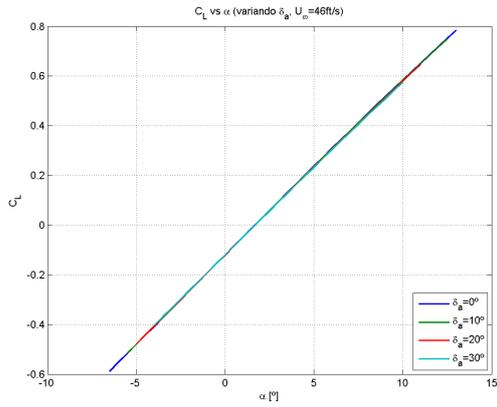


(a) C_Y vs. α & β (para distintos δ_a)

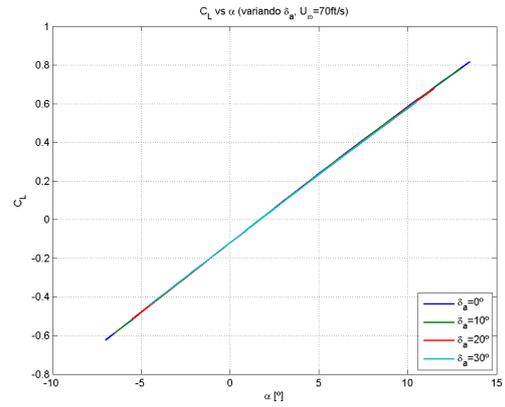


(b) C_Y vs. α & δ_a (para distintos β)

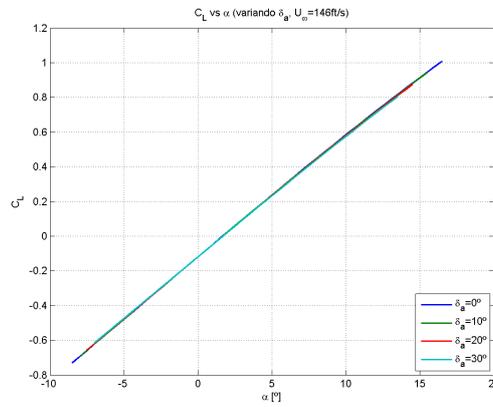
Figura 5.90: Variación de C_Y con δ_a y β (ala con winglets)



(a) C_L vs. α & δ_a ($V = V_1$)

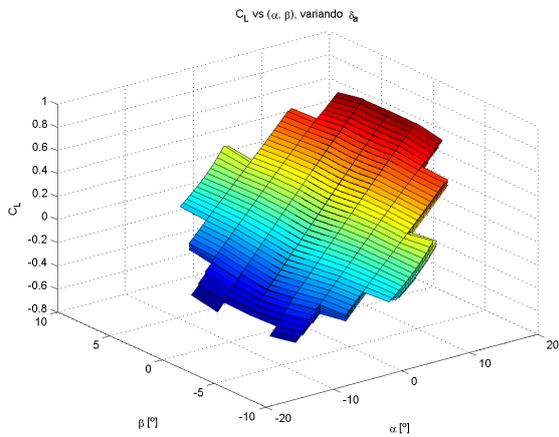


(b) C_L vs. α & δ_a ($V = V_2$)

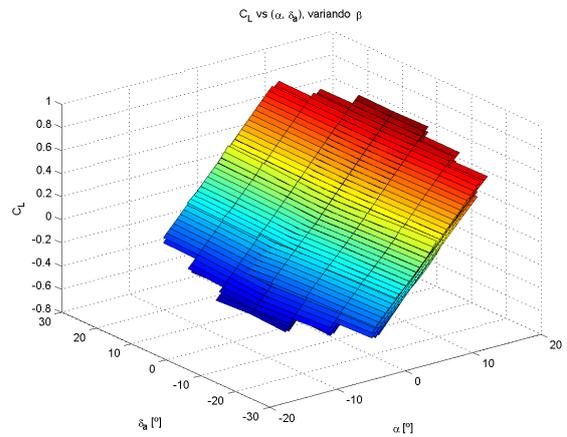


(c) C_L vs. α & δ_a ($V = V_3$)

Figura 5.91: Variación de C_L con δ_a (ala con winglets)



(a) C_L vs. α & β (para distintos δ_a)



(b) C_L vs. α & δ_a (para distintos β)

Figura 5.92: Variación de C_L con δ_a y β (ala con winglets)

5.2.2.3.2. Estudio de momentos aerodinámicos

Tras estudiar las fuerzas aerodinámicas para el ala con winglets, se van a estudiar ahora los momentos aerodinámicos. La inclusión de los winglets en el ala tiene un importante efecto en los momentos generados en esta.

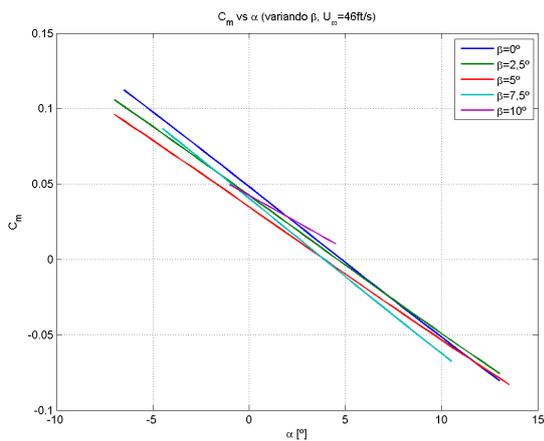
5.2.2.3.2.1. C_L, C_M, C_N vs. α, β, U_∞

Comenzando por el coeficiente de momento de cabeceo, en la figura (5.93) se representa la variación de este, donde se puede observar claramente el cambio de C_M debida a la presencia de los winglets. En concreto, los winglets producen un aumento del momento de encabritado con ángulo de ataque nulo ($C_{M0} \uparrow$) y un aumento de la pendiente de la curva (en valor absoluto) ($C_{M\alpha} \downarrow$). Ambos cambios ayudan a la mejora de la estabilidad longitudinal del ala, aunque los mayores cambios, como se han comentado, tienen que ver con variables laterales-direccionales. En la tabla (5.1) se pueden comparar los valores de C_{M0} y $C_{M\alpha}$ para el ala con y sin winglets.

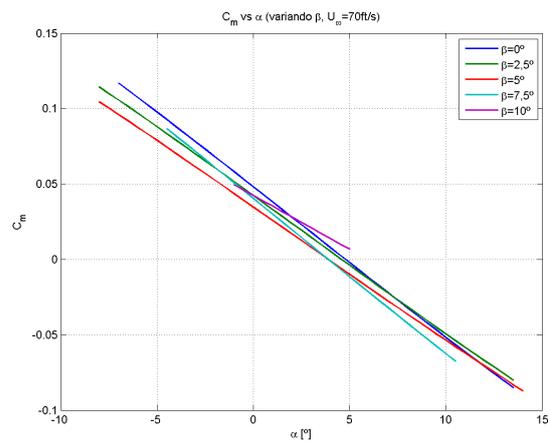
	C_{M0} [-]	$C_{M\alpha}$ [rad ⁻¹]
Sin winglets	0,039	-0,4114
Con winglets	0,048	-0,5718

Tabla 5.1: Variación del coeficiente de momento con/sin winglets

Nótese que el que $C_{M\alpha}$ sea más negativo que antes implica, para una pendiente de sustentación aproximadamente igual (es algo mayor), que el margen estático habrá aumentado. Esto se debe a que los winglets han retrasado el punto neutro del ala, habiendo dejado fijo su centro de gravedad. En la sección (5.3) se indicará cuál es la posición exacta del centro aerodinámico en cada configuración y el margen estático resultante. En la figura (5.94) se puede observar mejor la variación del coeficiente de momento con el ángulo de ataque y la velocidad de vuelo.



(a) C_M vs. α & β ($V = V_1$)



(b) C_M vs. α & β ($V = V_2$)

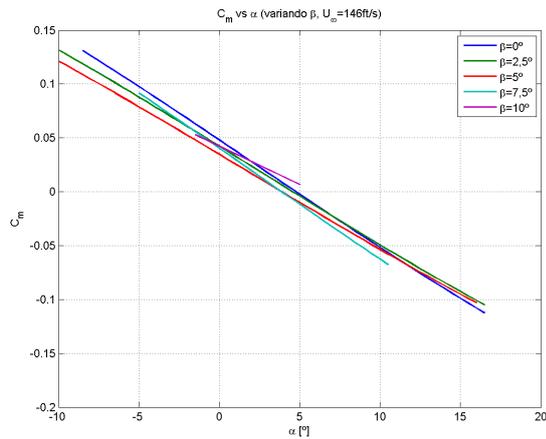
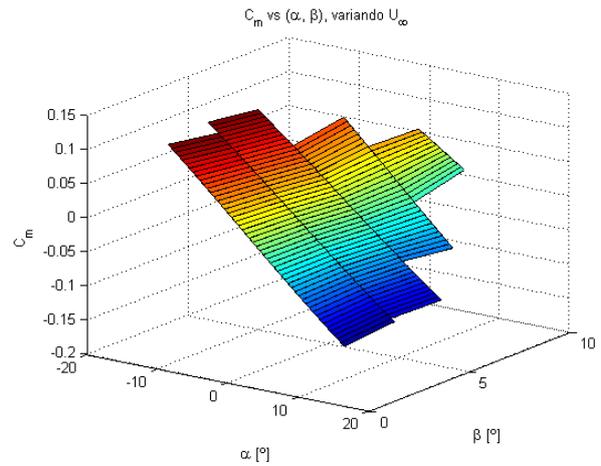
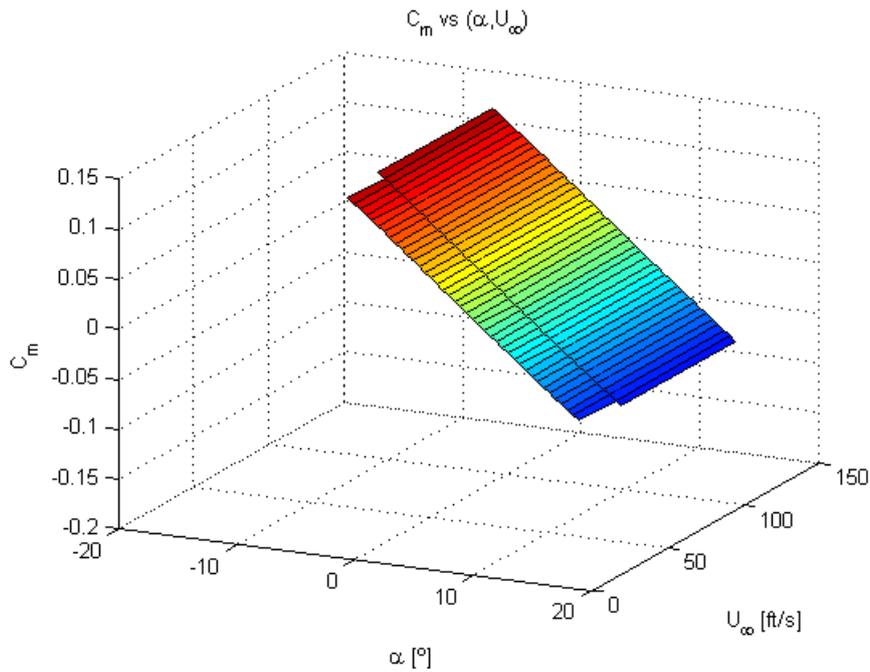
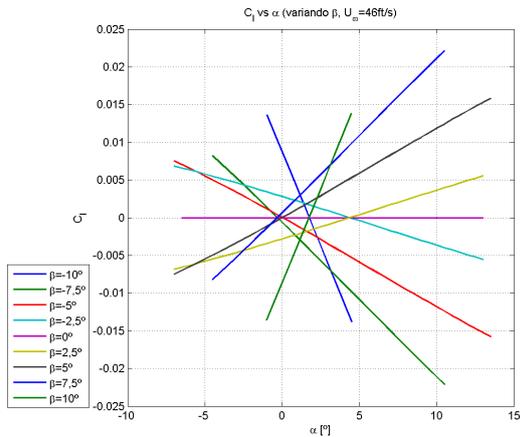
(c) C_M vs. α & β ($V = V_3$)(d) C_M vs. α , β & V

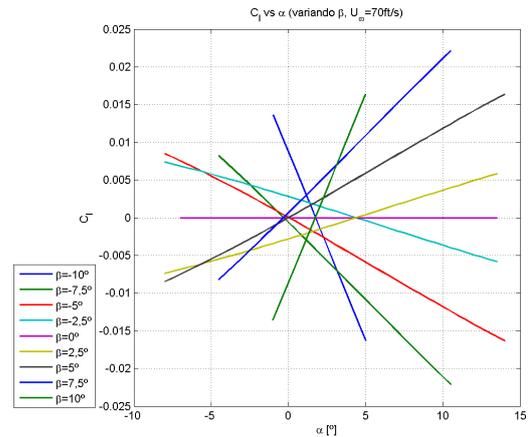
Figura 5.93: Estudio del coeficiente de momento de cabeceo para el ala con winglets

Figura 5.94: Variación de C_M con α y U_∞ (ala con winglets)

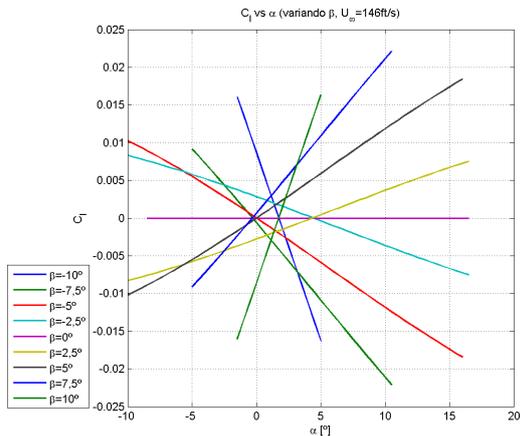
Para el coeficiente de momento de balance, se obtienen curvas y valores similares que con la configuración sin winglets. Sin embargo, la gran diferencia es que ahora la tendencia de C_L es a disminuir con el ángulo de resbalamiento (recuérdese de nuevo que en las gráficas β toma el signo opuesto del que se habla) para un rango de ángulos de ataque bastante amplio. Esto proporcionará un valor de la derivada $C_{L\beta}$ negativo (estable), cuando antes era prácticamente nula. La variación de C_L se representa en la figura (5.95).



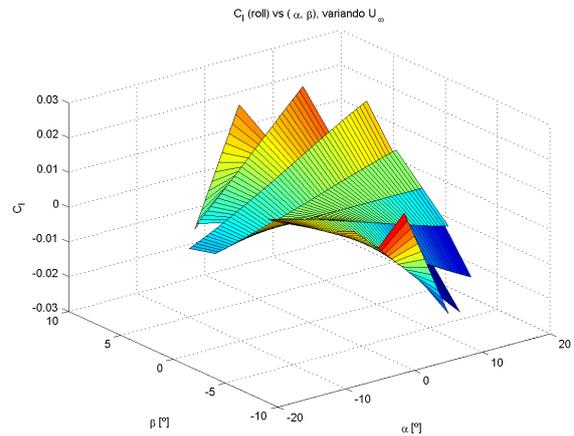
(a) C_L vs. α & β ($V = V_1$)



(b) C_L vs. α & β ($V = V_2$)



(c) C_L vs. α & β ($V = V_3$)



(d) C_L vs. α , β & V

Figura 5.95: Estudio del coeficiente de momento de balance para el ala con winglets

En el coeficiente de momento de guiñada sí se perciben cambios muy importantes, aumentando considerablemente su magnitud. La fuerza lateral generada en los winglets frente a un viento cruzado (vuelo con resbalamiento) genera unos momentos de balance y guiñada que dependen de la posición del centro aerodinámico del winglet, siendo este a su vez función de la flecha y estrechamiento del mismo. En la sección (5.5) se analizarán distintas geometrías de los winglets para determinar cómo varían distintos parámetros de estabilidad del ala.

Debido a los winglets, en este caso se tienen valores bastante mayores de la derivada $C_{N\beta}$, lo cual es beneficioso para la estabilidad lateral-direccional del ala. En la figura (5.96) se muestra la variación del coeficiente de momento de guiñada anteriormente explicada.

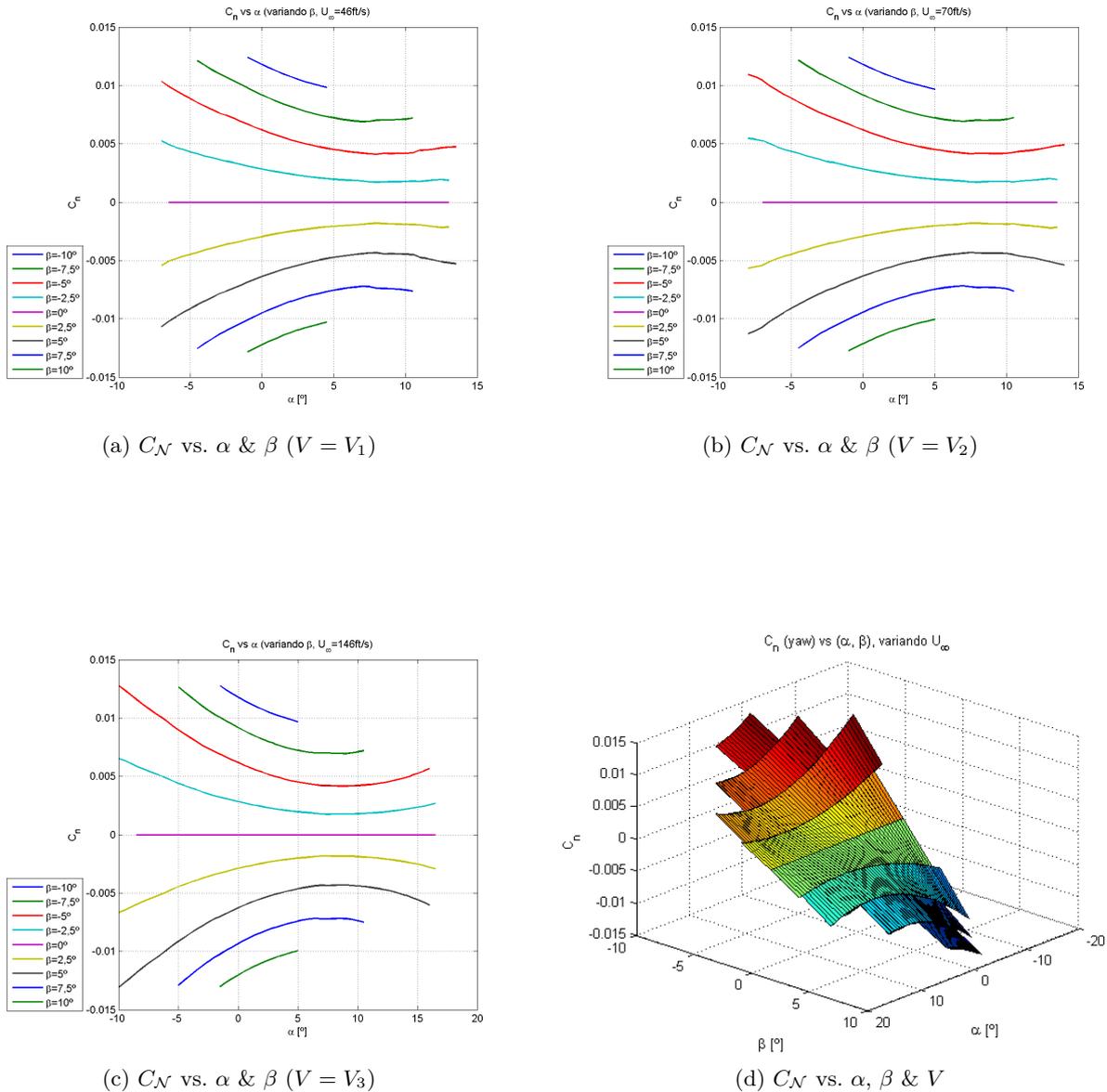
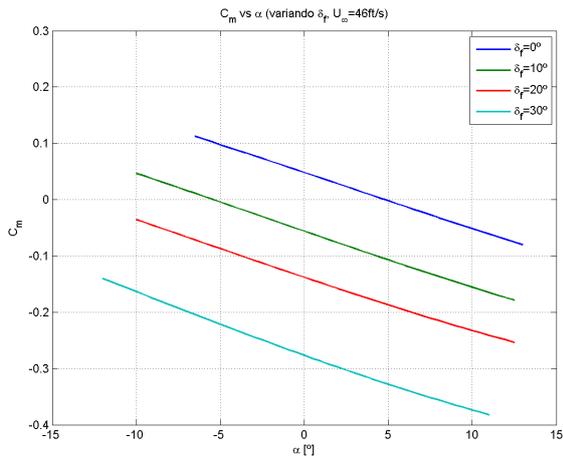


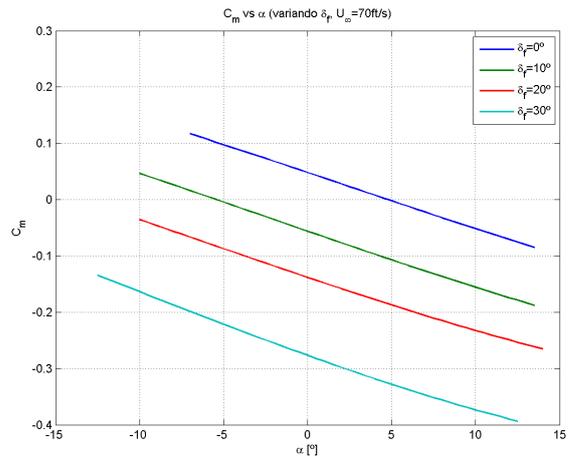
Figura 5.96: Estudio del coeficiente de momento de guiñada para el ala con winglets

5.2.2.3.2.2. Deflexión de los flaps (δ_f)

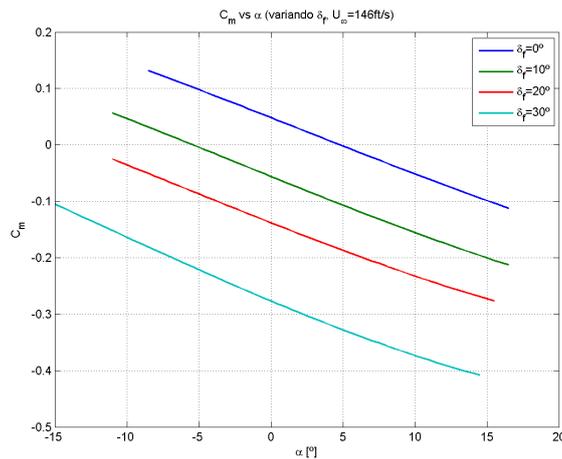
El único momento afectado por la deflexión de los flaps es el momento de cabeceo del ala. Como ya se comentó, hay variaciones debido a los winglets en los valores de C_{M0} y $C_{M\alpha}$. El efecto de los flaps es el mismo que en el caso sin winglets, produciendo un momento de picado con deflexiones positivas (ver figura 5.97).



(a) C_M vs. α & δ_f ($V = V_1$)



(b) C_M vs. α & δ_f ($V = V_2$)



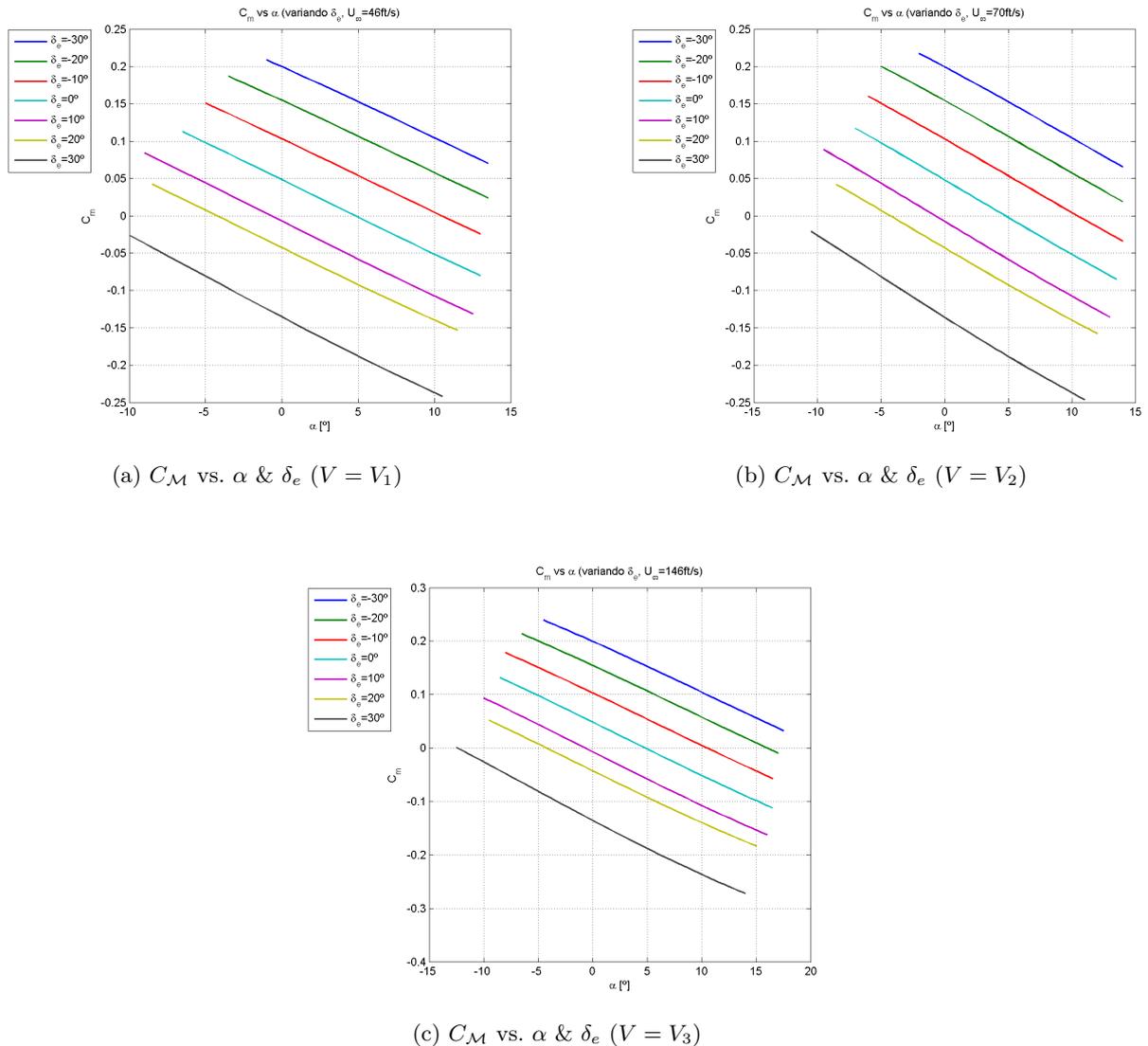
(c) C_M vs. α & δ_f ($V = V_3$)

Figura 5.97: Variación de C_M con δ_f (ala con winglets)

5.2.2.3.2.3. Deflexión del elevador (δ_e)

Con el elevador se obtienen tendencias parecidas para el coeficiente de momento, que se pueden observar en la figura (5.98). Como es de esperar, se sigue dando que los elevadores producen un momento de picado:

$$C_{M\delta_e} < 0$$

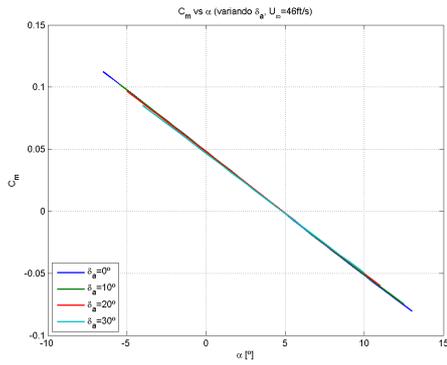
Figura 5.98: Variación de C_M con δ_e (ala con winglets)

5.2.2.3.2.4. Deflexión de los alerones (δ_a)

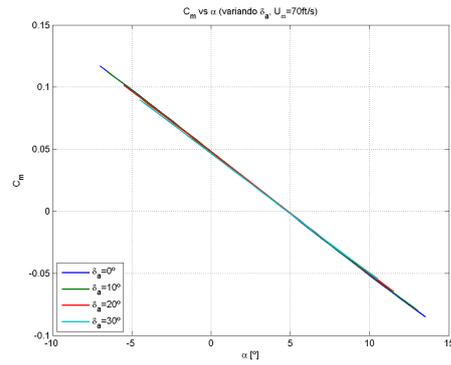
Para el coeficiente de momento de cabeceo, las tendencias obtenidas al deflectar los alerones son muy parecidas al caso sin winglets, siendo las curvas muy poco sensibles a la variación de δ_a . Si bien en la configuración sin winglets se hablaba de una ligera variación de la pendiente $C_{M\alpha}$ al aumentar δ_a , esta variación es ahora menor aún, estando las curvas más juntas entre sí (ver figuras 5.99 y 5.100).

En cuanto al coeficiente de momento de balance, se obtienen ahora curvas muy parecidas a la configuración sin winglets, con la diferencia de que la potencia de control ha aumentado ligeramente (véase cómo las curvas están más separadas entre sí para los distintos valores de δ_a). Estas gráficas se representan en las figuras (5.101) y (5.102).

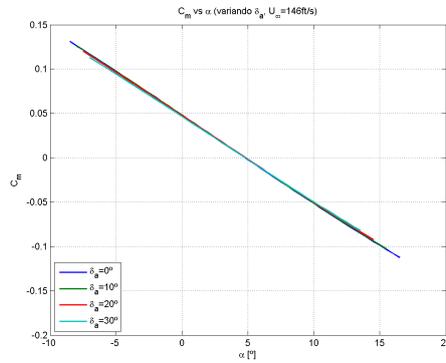
Por último, en las figuras (5.103) y (5.104) se representa el coeficiente de momento de guiñada. Como ya se comentó, los valores de C_N aumentan considerablemente en el caso con winglets. Además, se observa perfectamente la clara tendencia de C_N a aumentar con el ángulo de resbalamiento ($C_{N\beta} > 0$) (recordar el criterio de signos) y el efecto de guiñada adversa ($C_{N\delta_a} < 0$).



(a) C_M vs. α & δ_a ($V = V_1$)

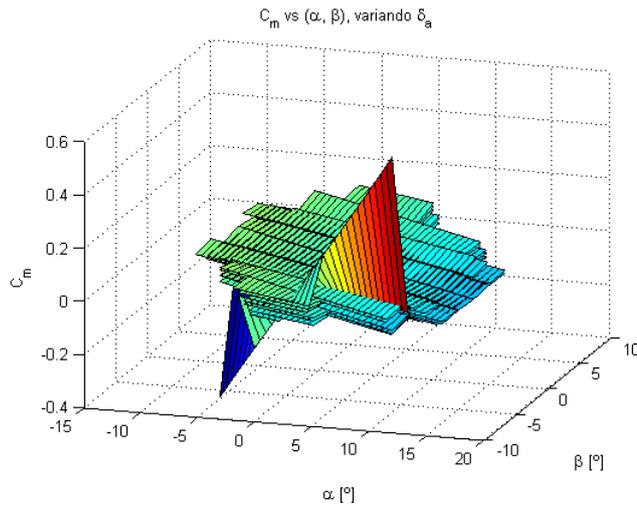


(b) C_M vs. α & δ_a ($V = V_2$)

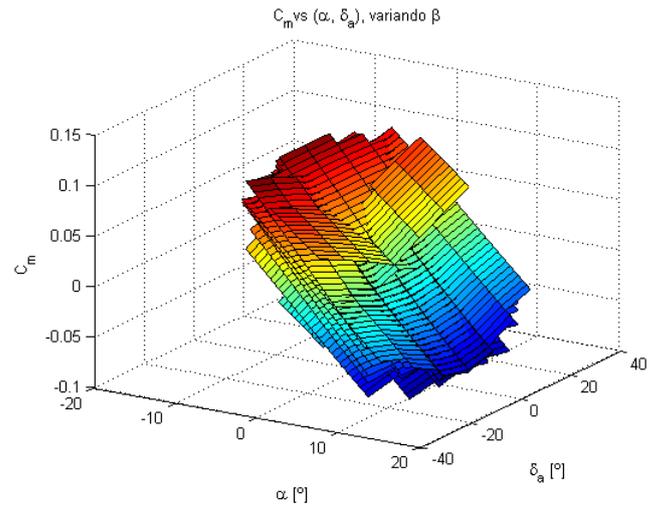


(c) C_M vs. α & δ_a ($V = V_3$)

Figura 5.99: Variación de C_M con δ_a (ala con winglets)

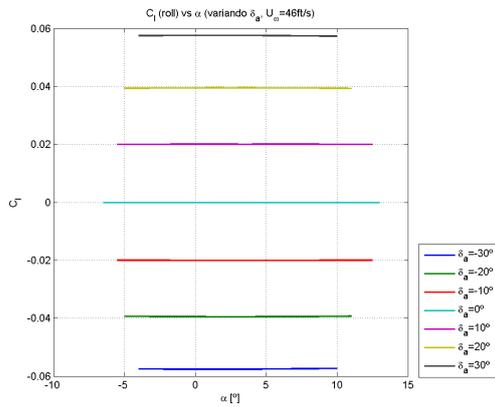


(a) C_M vs. α & β (para distintos δ_a)

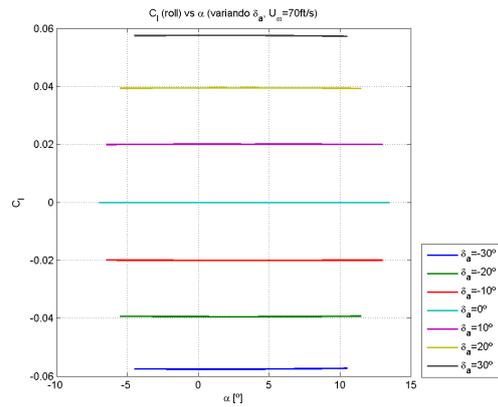


(b) C_M vs. α & δ_a (para distintos β)

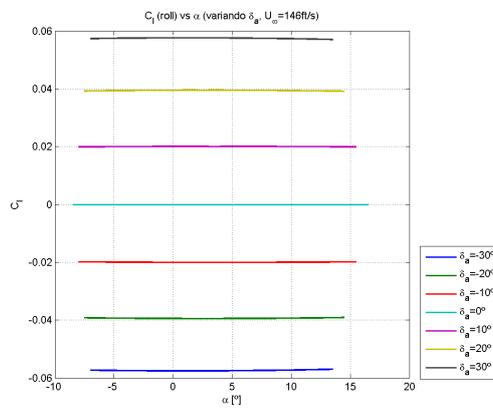
Figura 5.100: Variación de C_M con δ_a y β (ala con winglets)



(a) C_L vs. α & δ_a ($V = V_1$)

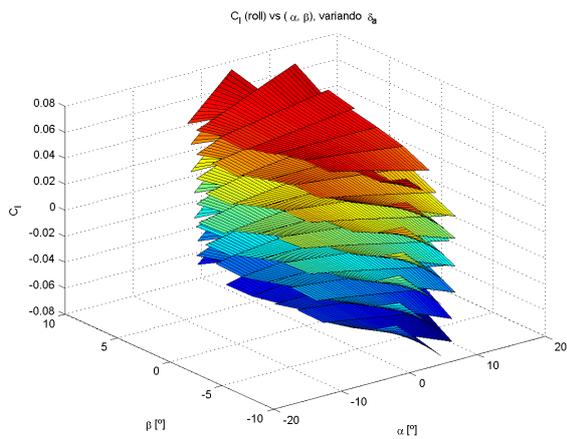


(b) C_L vs. α & δ_a ($V = V_2$)

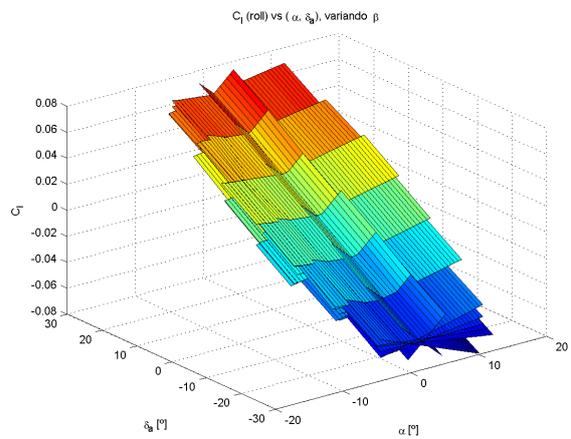


(c) C_L vs. α & δ_a ($V = V_3$)

Figura 5.101: Variación de C_L con δ_a (ala con winglets)

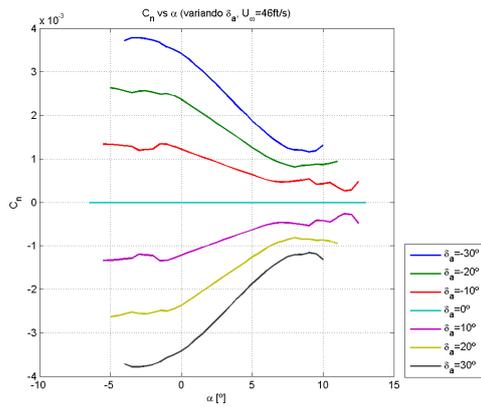


(a) C_L vs. α & β (para distintos δ_a)

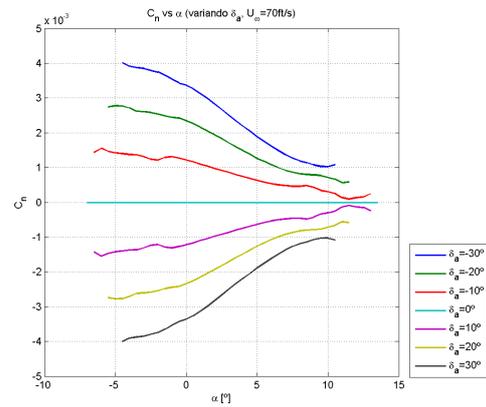


(b) C_L vs. α & δ_a (para distintos β)

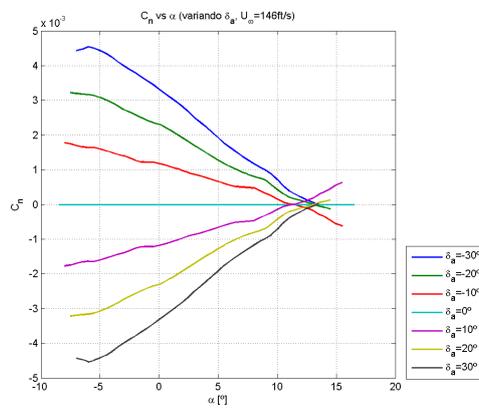
Figura 5.102: Variación de C_L con δ_a y β (ala con winglets)



(a) C_N vs. α & δ_a ($V = V_1$)

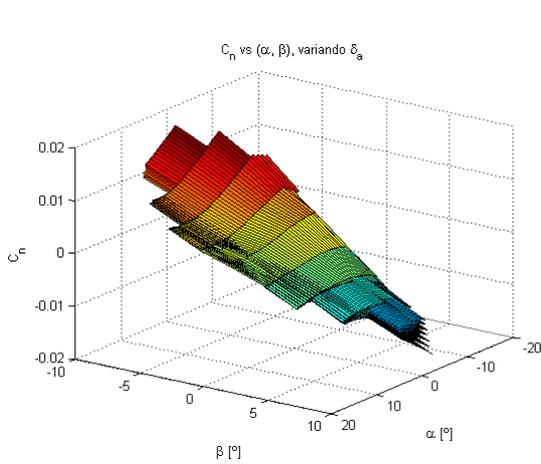


(b) C_N vs. α & δ_a ($V = V_2$)

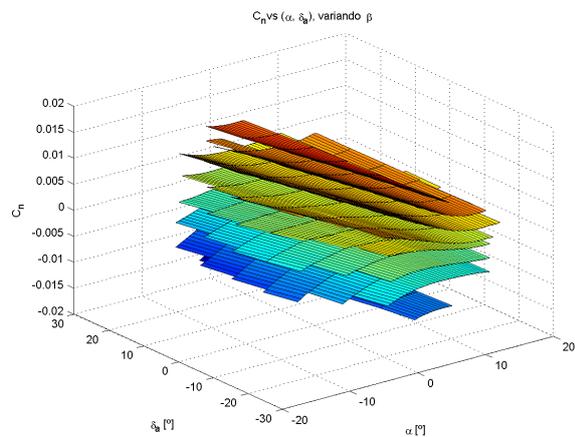


(c) C_N vs. α & δ_a ($V = V_3$)

Figura 5.103: Variación de C_N con δ_a (ala con winglets)



(a) C_N vs. α & β (para distintos δ_a)



(b) C_N vs. α & δ_a (para distintos β)

Figura 5.104: Variación de C_N con δ_a y β (ala con winglets)

5.2.2.3.3. Estimación de las derivadas de estabilidad

En esta sección, al igual que se hizo para la configuración de ala sin winglets, se procede a hacer una estimación de algunas de las derivadas de estabilidad del ala a partir de la interpolación y diferenciación numérica de los resultados aerodinámicos anteriormente representados.

En la sección (5.3) se darán valores concretos de las derivadas aquí analizadas, puntualizadas en la configuración de trimado. Asimismo, se compararán los valores obtenidos para ambos casos (con/sin winglets). De momento, en este apartado, se describen simplemente las tendencias obtenidas, al no poder obtener el valor exacto de la derivada si no se tiene un punto donde evaluarlas.

5.2.2.3.3.1. Derivadas longitudinales

Las derivadas que pueden ser obtenidas con este método son las mismas que se calcularon para la configuración sin winglets: $C_{L\alpha}$, $C_{L\delta_e}$, $C_{D\alpha}$, $C_{D\delta_e}$, $C_{M\alpha}$ y $C_{M\delta_e}$.

En primer lugar se analizan las derivadas correspondientes al coeficiente de resistencia. En la figura (5.105) se representa la variación de $C_{D\alpha}$, donde se puede observar que es aproximadamente lineal con α . En cuanto a $C_{D\delta_e}$, se vuelven a obtener valores muy pequeños que pueden ser despreciados (ver figura 5.106). Al igual que en el caso sin winglets, la dependencia con la velocidad es casi nula y hace que las distintas superficies representadas queden solapadas. Los resultados analizados previamente y estas gráficas indican que probablemente ambas derivadas disminuyan su valor con los winglets. Evaluando la tendencia general de las derivadas, se tiene, al igual que antes, lo siguiente:

$$C_{D\alpha} \sim \alpha$$

$$C_{D\delta_e} \simeq 0$$

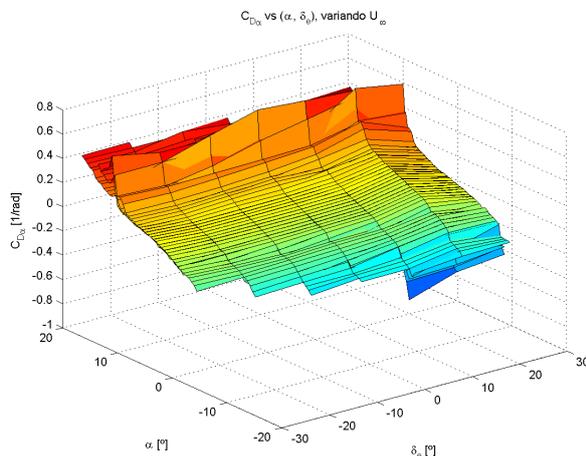


Figura 5.105: $C_{D\alpha}$ para el ala con winglets

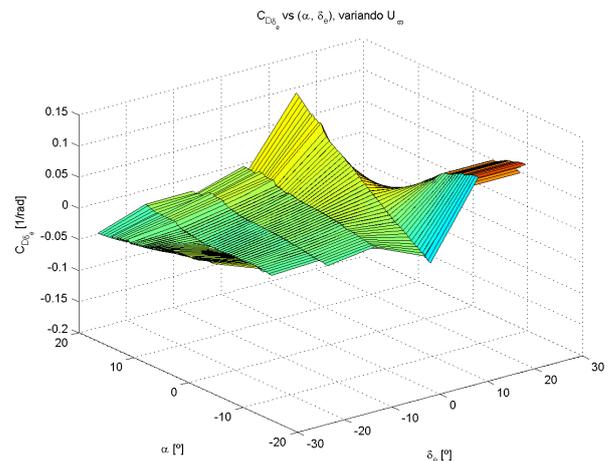


Figura 5.106: $C_{D\delta_e}$ para el ala con winglets

Las derivadas de C_L se representan en las figuras (5.107) ($C_{L\alpha}$) y (5.108) ($C_{L\delta_e}$). Se puede apreciar que tanto la pendiente de sustentación como el incremento de sustentación provocado por el elevador son mayores en esta configuración, resultando en una mejora de las características sustentadoras del ala gracias a los winglets (nótese de nuevo la dependencia nula con la velocidad de vuelo).

$$C_{L\alpha} > 0$$

$$C_{L\delta_e} > 0$$

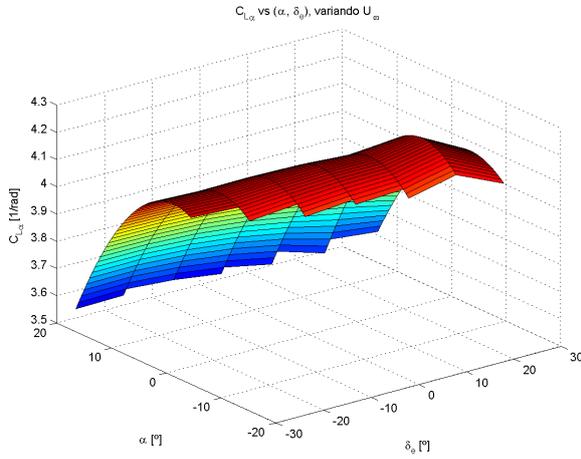


Figura 5.107: $C_{L\alpha}$ para el ala con winglets

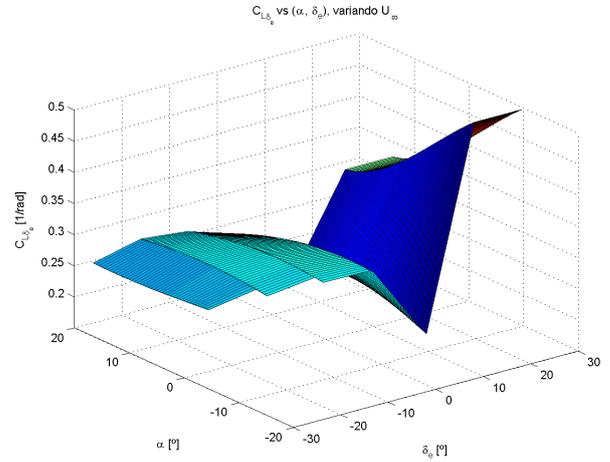


Figura 5.108: $C_{L\delta_e}$ para el ala con winglets

Por último, las derivadas de C_M se representan en las figuras (5.109) ($C_{M\alpha}$) y (5.110) ($C_{M\delta_e}$). En este caso también es claro el aumento de la pendiente $C_{M\alpha}$ (en valor absoluto, lo cual implica mejor estabilidad longitudinal) y de la potencia de control longitudinal ($C_{M\delta_e}$).

$$C_{M\alpha} < 0$$

$$C_{M\delta_e} < 0$$

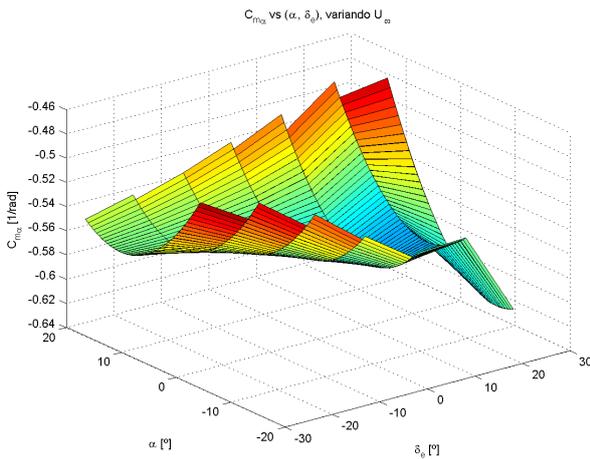


Figura 5.109: $C_{M\alpha}$ para el ala con winglets

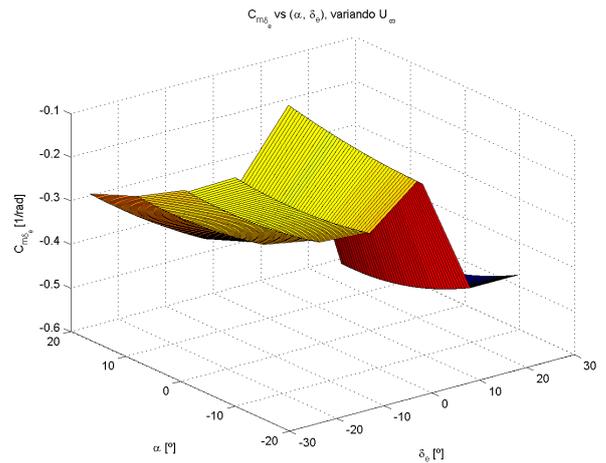


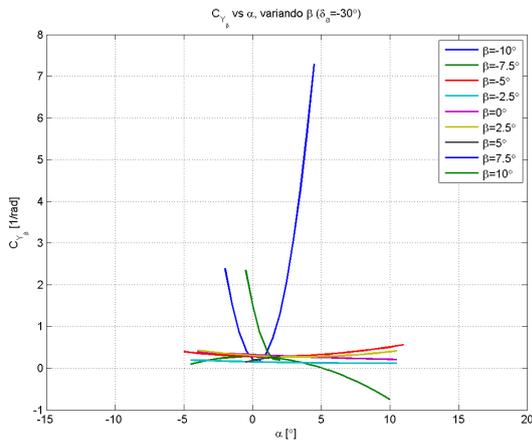
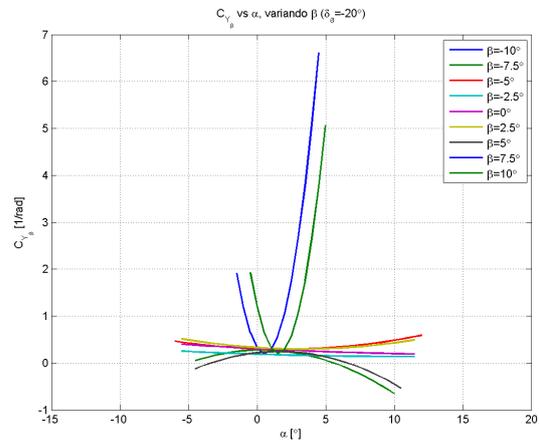
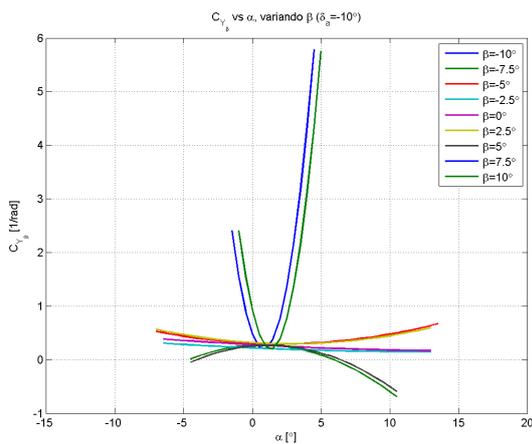
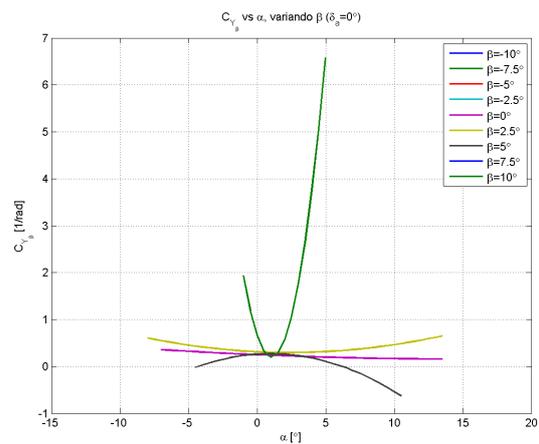
Figura 5.110: $C_{M\delta_e}$ para el ala con winglets

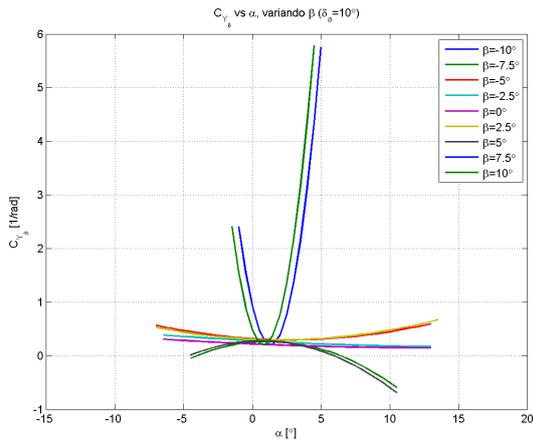
5.2.2.3.3.2. Derivadas laterales-direccionales

Las derivadas que se representan aquí son las mismas que en el caso sin winglets, es decir, C_{Y_β} , $C_{Y_{\delta_a}}$, C_{L_β} , $C_{L_{\delta_a}}$, C_{N_β} y $C_{N_{\delta_a}}$. En primer lugar, se representan en la figura (5.113) las derivadas asociadas al coeficiente de fuerza lateral. Aunque los valores de C_{Y_β} obtenidos parecen seguir siendo pequeños, con la configuración con winglets se dan valores algo más negativos que aportan la estabilidad lateral-direccional suficiente (recuérdese que el signo de β es el contrario en las imágenes mostradas). Del mismo modo, la derivada $C_{Y_{\delta_a}}$ vuelve a tomar valores muy pequeños y puede ser despreciada. Obsérvese también en las figuras (5.111) y (5.112) las gráficas de C_{Y_β} y $C_{Y_{\delta_a}}$, respectivamente, variando con α y β , donde cada gráfico corresponde a un valor fijo de δ_a .

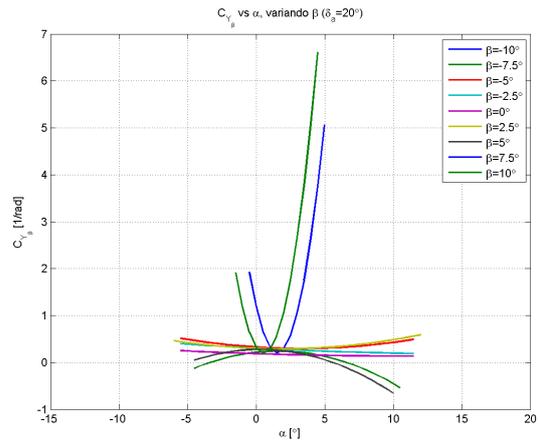
$$C_{Y_\beta} \lesssim 0$$

$$C_{Y_{\delta_a}} \simeq 0$$

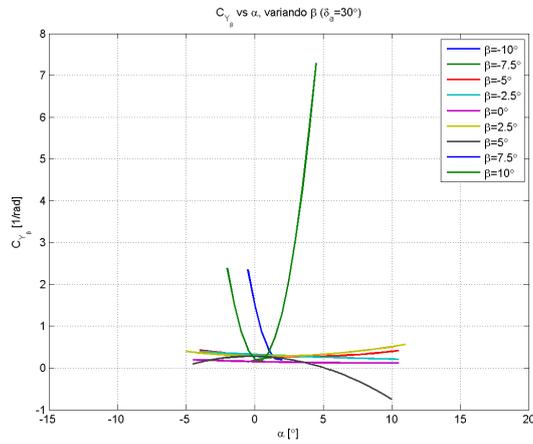
(a) C_{Y_β} vs. α & β ($\delta_a = -30^\circ$)(b) C_{Y_β} vs. α & β ($\delta_a = -20^\circ$)(c) C_{Y_β} vs. α & β ($\delta_a = -10^\circ$)(d) C_{Y_β} vs. α & β ($\delta_a = 0^\circ$)



(e) $C_{Y_{\beta}}$ vs. α & β ($\delta_a = 10^\circ$)

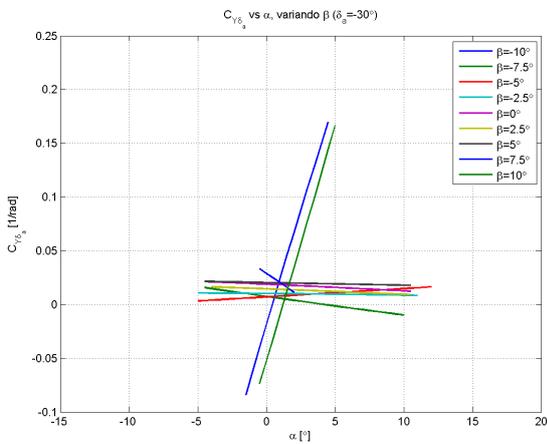


(f) $C_{Y_{\beta}}$ vs. α & β ($\delta_a = 20^\circ$)

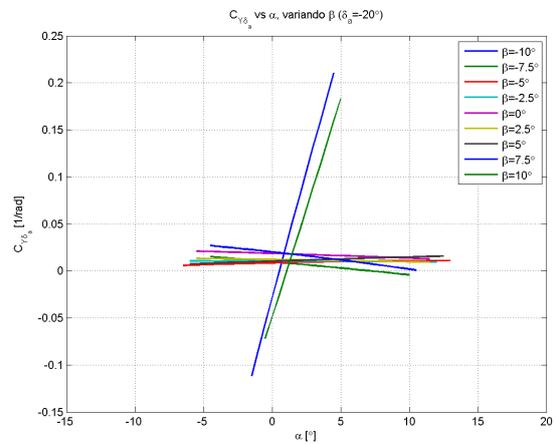


(g) $C_{Y_{\beta}}$ vs. α & β ($\delta_a = 30^\circ$)

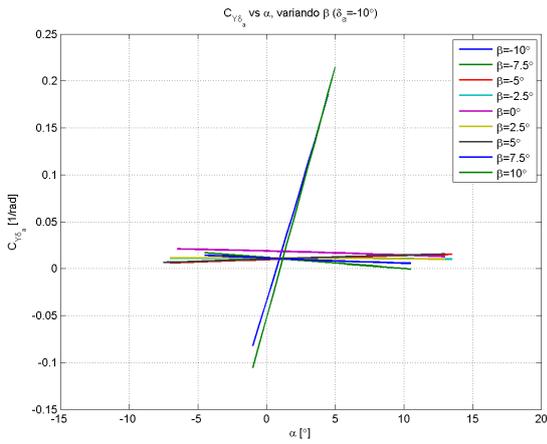
Figura 5.111: $C_{Y_{\beta}}$ para el ala con winglets



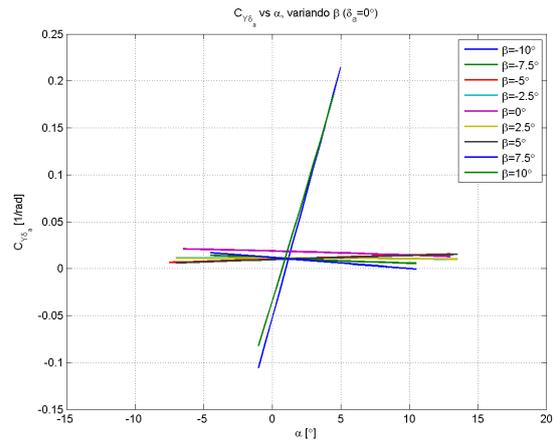
(a) $C_{Y_{\delta_a}}$ vs. α & β ($\delta_a = -30^\circ$)



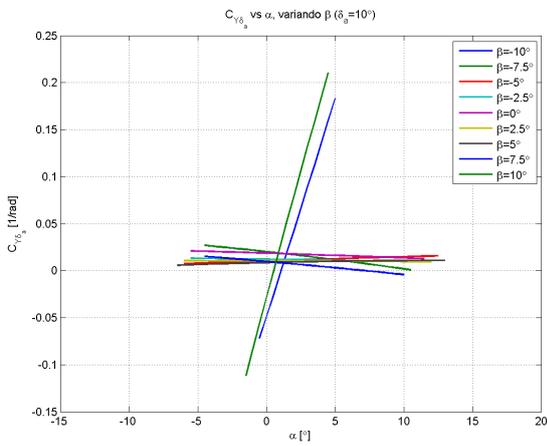
(b) $C_{Y_{\delta_a}}$ vs. α & β ($\delta_a = -20^\circ$)



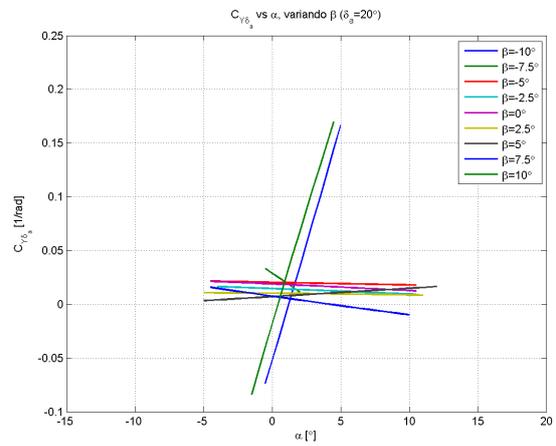
(c) $C_{Y_{\delta_a}}$ vs. α & β ($\delta_a = -10^\circ$)



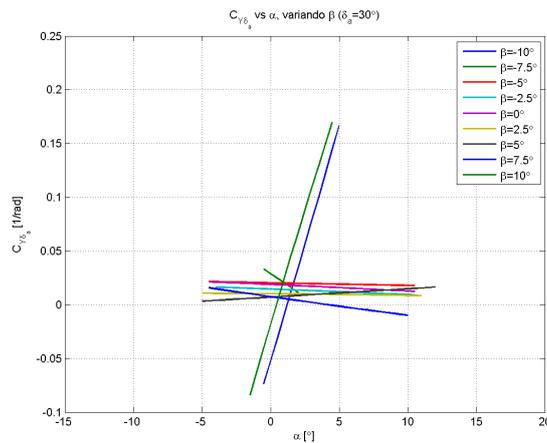
(d) $C_{Y_{\delta_a}}$ vs. α & β ($\delta_a = 0^\circ$)



(e) $C_{Y_{\delta_a}}$ vs. α & β ($\delta_a = 10^\circ$)



(f) $C_{Y_{\delta_a}}$ vs. α & β ($\delta_a = 20^\circ$)



(g) $C_{Y_{\delta_a}}$ vs. α & β ($\delta_a = 30^\circ$)

Figura 5.112: $C_{Y_{\delta_a}}$ para el ala con winglets

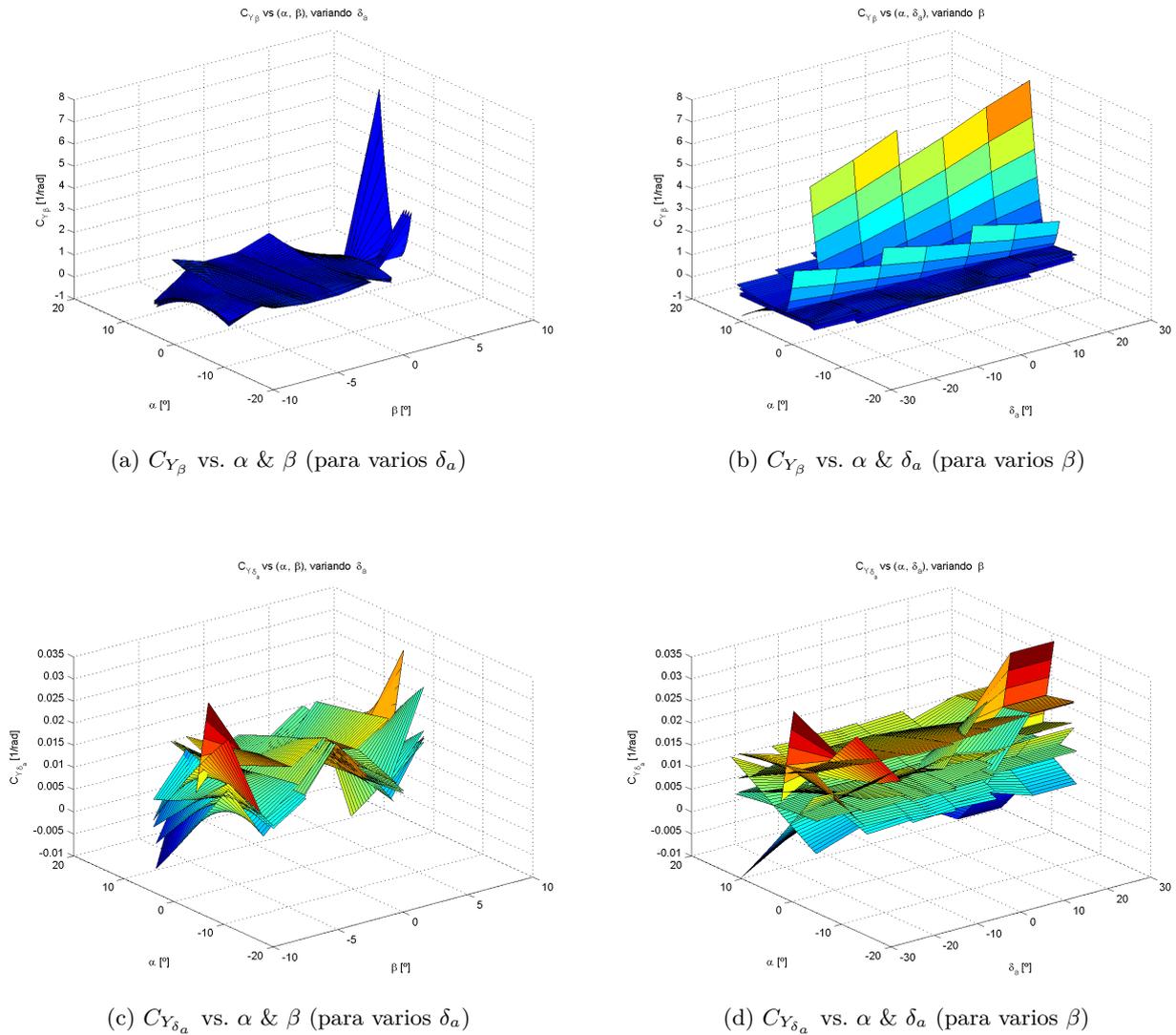
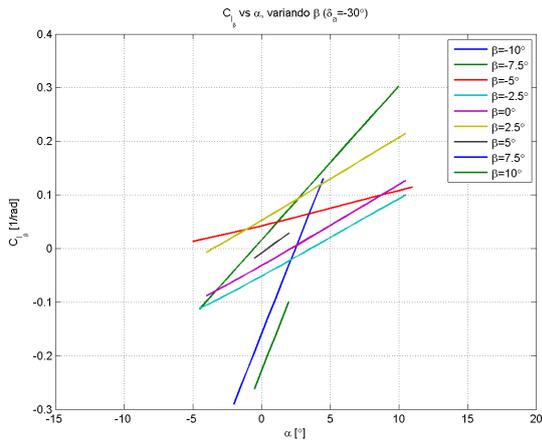


Figura 5.113: C_{Y_β} y $C_{Y_{\delta_a}}$ para el ala con winglets

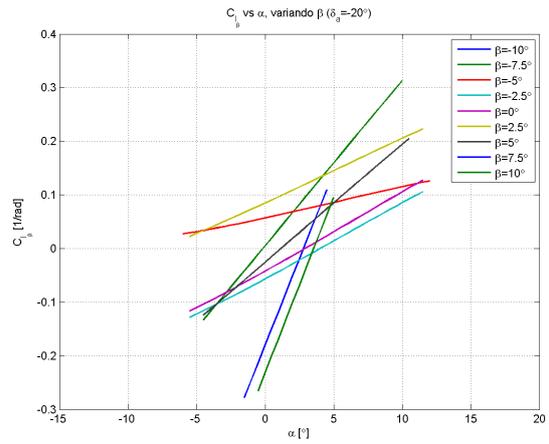
Las derivadas asociadas al coeficiente de momento de balance se representan en las figuras (5.114) ($C_{\mathcal{L}\beta}$ variando con α y β para distintos δ_a), (5.115) ($C_{\mathcal{L}\delta_a}$ variando con α y β para distintos δ_a) y (5.116) ($C_{\mathcal{L}\beta}$ y $C_{\mathcal{L}\delta_a}$ variando con α , β y δ_a a la vez). La derivada $C_{\mathcal{L}\beta}$ aumenta su valor negativamente respecto a la configuración sin winglets, haciéndose estable, mientras que la potencia de control lateral ($C_{\mathcal{L}\delta_a}$) también aumenta.

$$C_{\mathcal{L}\beta} < 0$$

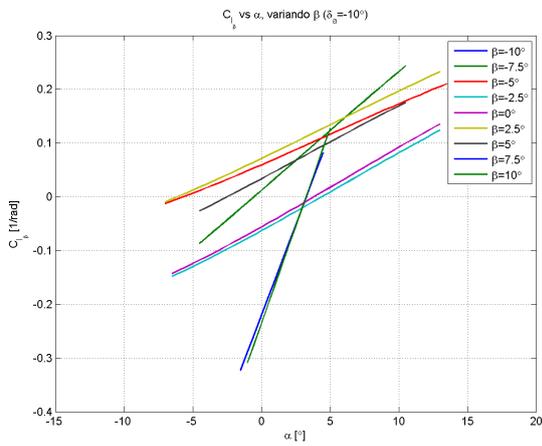
$$C_{\mathcal{L}\delta_a} > 0$$



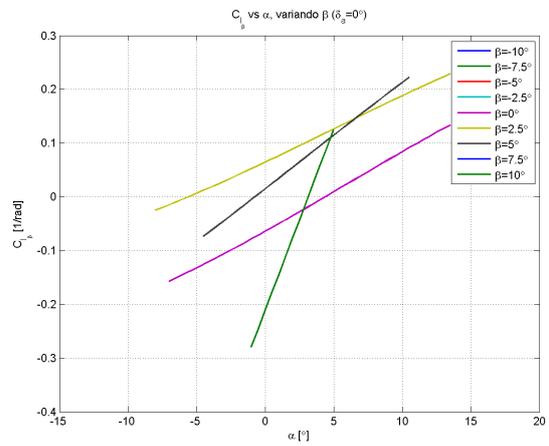
(a) $C_{L\beta}$ vs. α & β ($\delta_a = -30^\circ$)



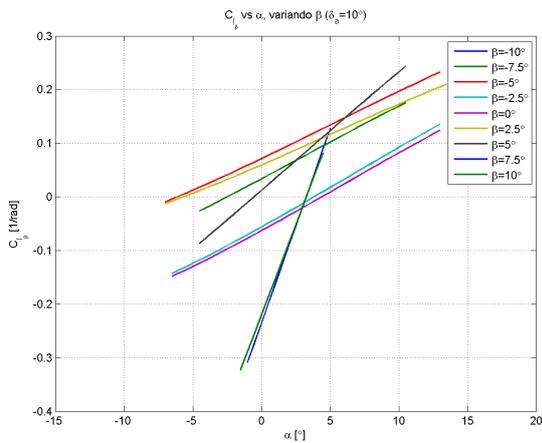
(b) $C_{L\beta}$ vs. α & β ($\delta_a = -20^\circ$)



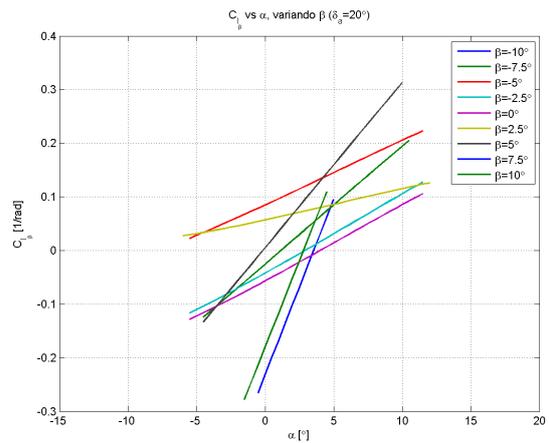
(c) $C_{L\beta}$ vs. α & β ($\delta_a = -10^\circ$)



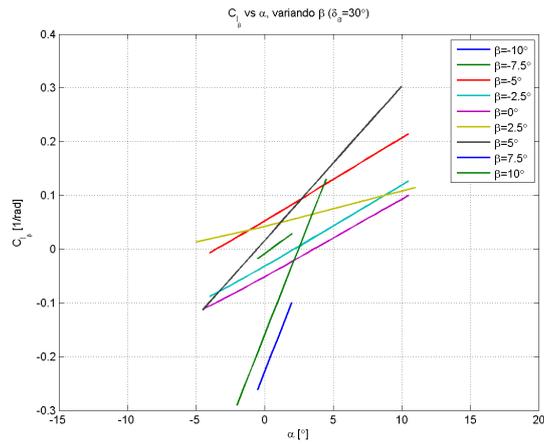
(d) $C_{L\beta}$ vs. α & β ($\delta_a = 0^\circ$)



(e) $C_{L\beta}$ vs. α & β ($\delta_a = 10^\circ$)

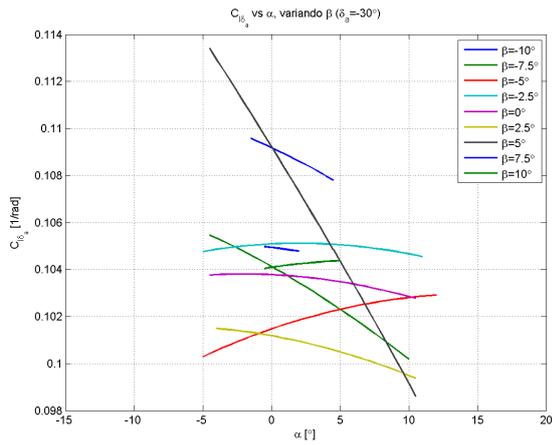


(f) $C_{L\beta}$ vs. α & β ($\delta_a = 20^\circ$)

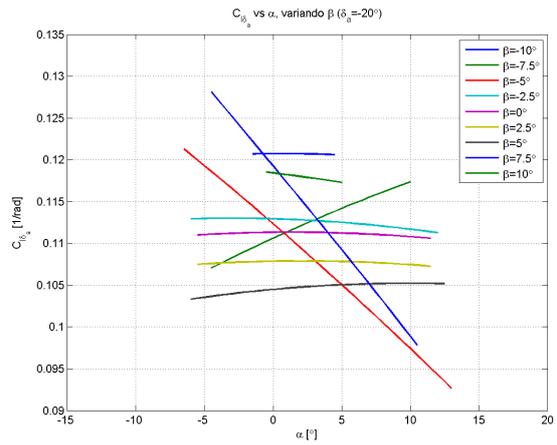


(g) $C_{L\beta}$ vs. α & β ($\delta_a = 30^\circ$)

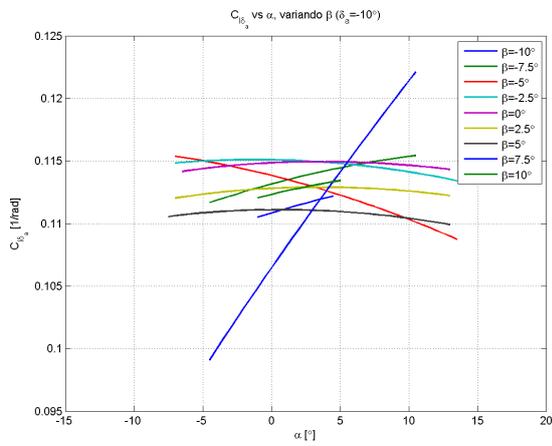
Figura 5.114: $C_{L\beta}$ para el ala con winglets



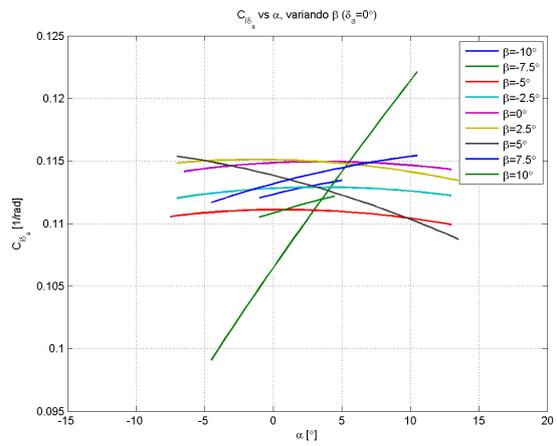
(a) $C_{L\delta_a}$ vs. α & β ($\delta_a = -30^\circ$)



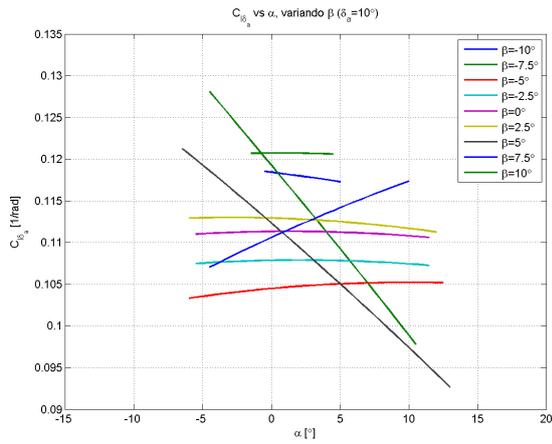
(b) $C_{L\delta_a}$ vs. α & β ($\delta_a = -20^\circ$)



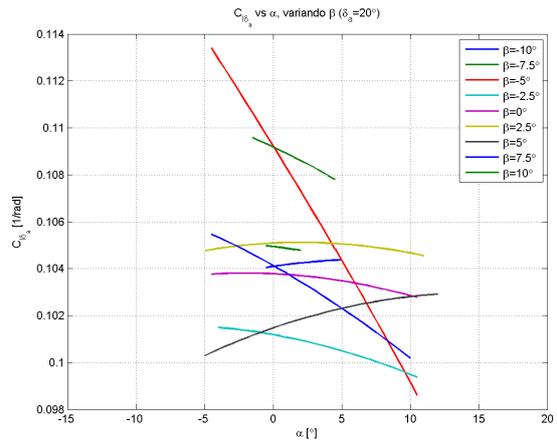
(c) $C_{L\delta_a}$ vs. α & β ($\delta_a = -10^\circ$)



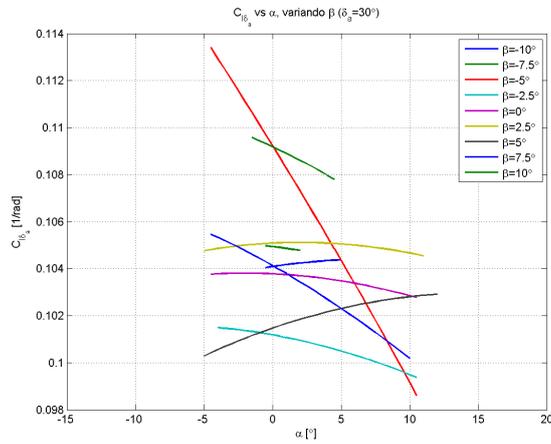
(d) $C_{L\delta_a}$ vs. α & β ($\delta_a = 0^\circ$)



(e) $C_{L\delta_a}$ vs. α & β ($\delta_a = 10^\circ$)

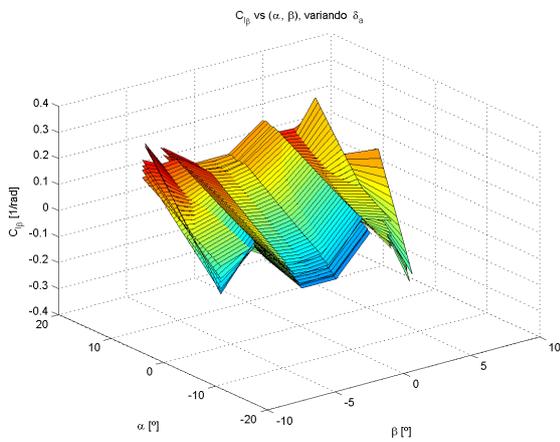


(f) $C_{L\delta_a}$ vs. α & β ($\delta_a = 20^\circ$)

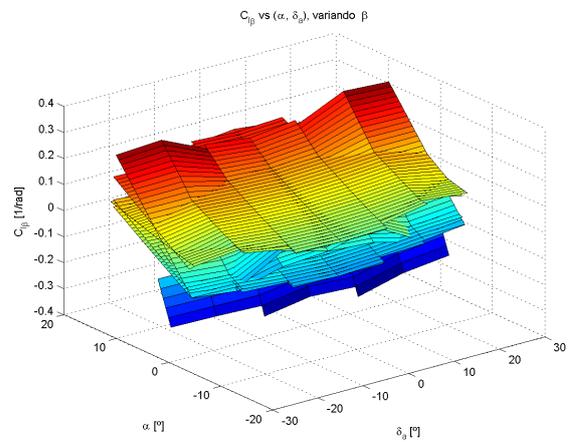


(g) $C_{L\delta_a}$ vs. α & β ($\delta_a = 30^\circ$)

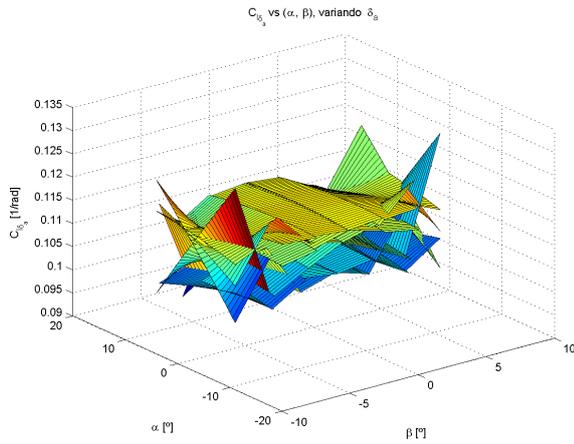
Figura 5.115: $C_{L\delta_a}$ para el ala con winglets



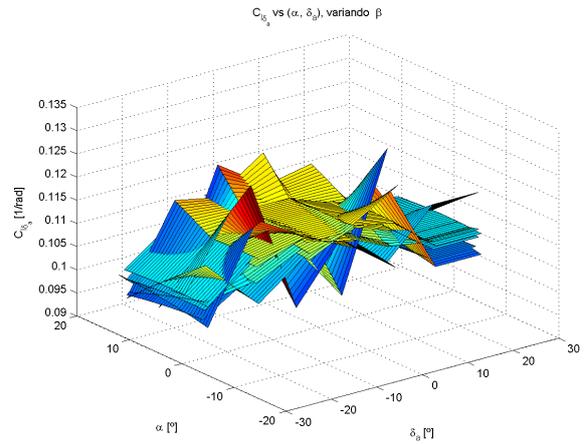
(a) $C_{L\beta}$ vs. α & β (para varios δ_a)



(b) $C_{L\beta}$ vs. α & δ_a (para varios β)



(c) $C_{L\delta_a}$ vs. α & β (para varios δ_a)



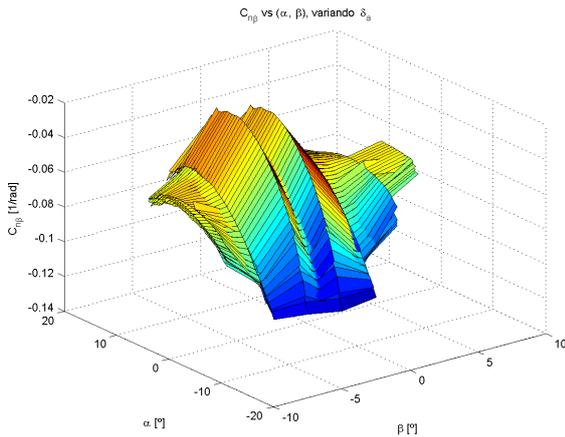
(d) $C_{L\delta_a}$ vs. α & δ_a (para varios β)

Figura 5.116: $C_{L\beta}$ y $C_{L\delta_a}$ para el ala con winglets

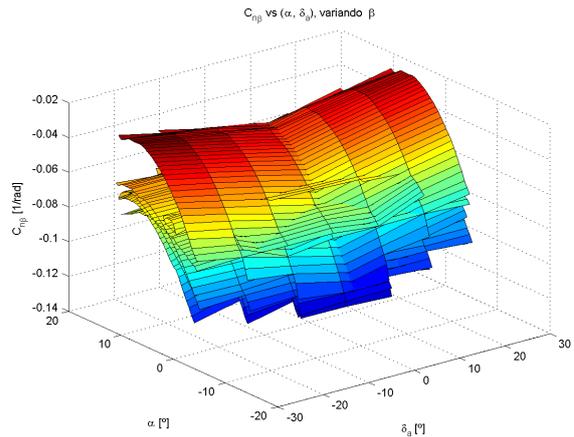
Por último queda analizar las derivadas asociadas al coeficiente de momento de guiñada, representadas en la figura (5.117). La derivada $C_{N\beta}$ crece considerablemente respecto a la configuración sin winglets, lo cual aporta mucha estabilidad lateral-direccional al ala. Recuérdese el convenio de signos para β que aparece en las gráficas. En cuanto al efecto de guiñada adversa ($C_{N\delta_a}$), sigue siendo muy pequeño aunque ahora crece ligeramente, tomando signos negativos (tal como dice su nombre, la guiñada se produce en sentido contrario al que se está virando con los alerones).

$$C_{N\beta} > 0$$

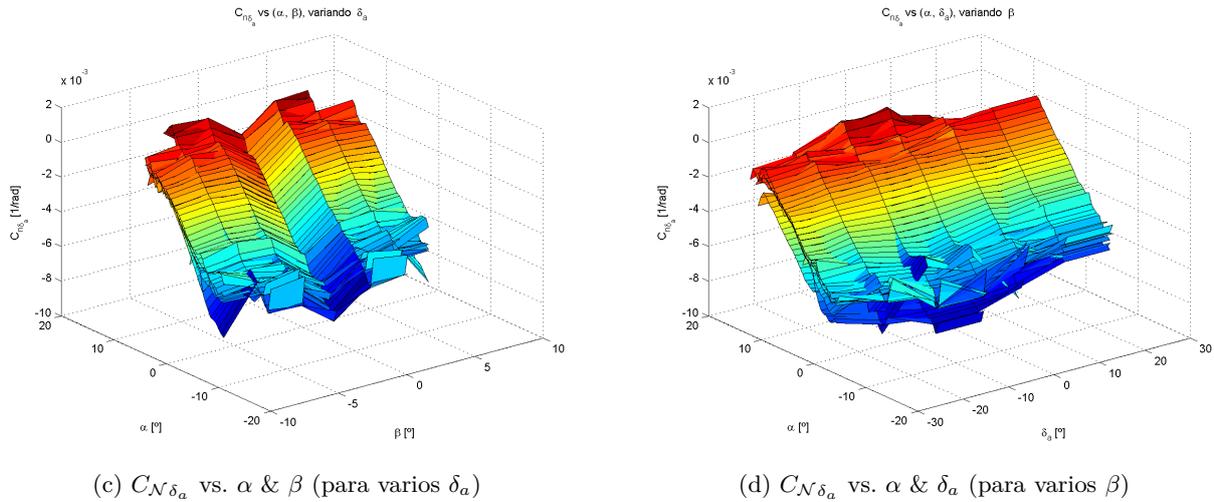
$$C_{N\delta_a} \lesssim 0$$



(a) $C_{N\beta}$ vs. α & β (para varios δ_a)



(b) $C_{N\beta}$ vs. α & δ_a (para varios β)

Figura 5.117: $C_{N\beta}$ y $C_{N\delta_a}$ para el ala con winglets

5.2.3. Conclusiones

Tras realizar un estudio detallado de la aerodinámica del ala en su configuración con y sin winglets, las conclusiones más destacadas son las siguientes:

- En la configuración sin winglets, las fuerzas y momentos longitudinales se comportan de manera estable, mientras que las variables laterales no presentan una tendencia fija o incluso pueden ser inestables en ciertos casos.
- La presencia de los winglets parece ser, pues, necesaria para satisfacer la estabilidad lateral-direccional del ala voladora.
- Añadiendo los winglets, se observa, en primer lugar, que las derivadas de estabilidad longitudinales mejoran en general sus valores, aunque en pequeña medida. Esto se manifiesta en un ligero aumento de la pendiente de sustentación ($C_{L\alpha} \uparrow$), disminución de la resistencia inducida ($C_{D_i} \downarrow$), aumento del coeficiente de momento de cabeceo con ángulo de ataque nulo ($C_{M0} \uparrow$) e incremento (en valor absoluto) del índice de estabilidad estática longitudinal ($C_{M\alpha} \downarrow$).
- El efecto más importante de los winglets está en las variables laterales-direccionales del problema. Gracias a los winglets, los valores de las derivadas $C_{Y\beta}$, $C_{L\beta}$ y $C_{N\beta}$ toman valores mayores y más estables. Además, aumenta la potencia de control lateral ($C_{L\delta_a}$).

En la siguiente sección se obtendrán valores concretos de las derivadas de estabilidad analizando la configuración de trimado del ala con/sin winglets, pudiendo así compararlas con mayor precisión. Además, el módulo de estabilidad de XFLR5 proporcionará otra herramienta útil para la estimación de estas derivadas.

5.3. Módulo de estabilidad

En esta sección se va a analizar la estabilidad estática y dinámica del ala voladora, a partir de una condición de vuelo de referencia que será definida posteriormente una vez realizado el trimado longitudinal.

Se analizarán por separado los dos casos hasta ahora vistos en los estudios aerodinámicos: la configuración de ala sin winglets y con winglets. Para cada caso, se estudiarán las derivadas de estabilidad obtenidas utilizando XFLR5. Esto permitirá que sean comparadas con las anteriormente obtenidas de los resultados aerodinámicos, una vez se evalúen en la condición de vuelo de referencia. Dadas las discrepancias entre ambos métodos de cálculo, se realizará una selección de dichos métodos para cada una de las derivadas.

Posteriormente, además de verificar el cumplimiento de los criterios de estabilidad (definidos en el anexo B), se procederá al cálculo de los modos longitudinales y laterales-direccionales del ala.

En el capítulo 3 se realizó una introducción a la dinámica del avión, aclarando muchos de los conceptos que se utilizan aquí.

Cabe mencionar también que se resolverá en todo caso tanto el problema longitudinal como el problema lateral-direccional. Las variables de estado de cada problema fueron definidas en la sección (5.2.2.2.3).

5.3.1. Ala sin winglets

En primer lugar se va a analizar el ala en su configuración sin winglets.

5.3.1.1. Configuración de trimado

Para comenzar a obtener las derivadas de estabilidad, es necesario definir un estado de vuelo de referencia en que calcularlas (cuyas variables vienen indicadas por el subíndice "1"). Este estado de referencia es similar al explicado en el capítulo 3: vuelo simétrico, rectilíneo, estacionario y con velocidades angulares nulas. Las únicas variables restantes por definir son el ángulo de asiento ($\alpha_1 = \theta_1$) y la velocidad (u_1), además de la deflexión de elevador necesaria para trimar el ala (δ_{e_1}).

Dado que sobre el avión no actúa ningún momento ni fuerza en desequilibrio sobre esta condición de referencia, se cumplirán, en particular, las ecuaciones de equilibrio longitudinal:

$$W = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_L \rightarrow \frac{W}{\bar{q}S} \simeq C_{L_0} + C_{L_\alpha}\alpha + C_{L_{\delta_e}}\delta_e \quad (5.34)$$

$$\sum(\mathcal{M}_A + \mathcal{M}_T) = 0 \rightarrow C_{\mathcal{M}} \simeq C_{\mathcal{M}_0} + C_{\mathcal{M}_\alpha}\alpha + C_{\mathcal{M}_{\delta_e}}\delta_e = 0 \quad (5.35)$$

Para forzar el cumplimiento de estas dos ecuaciones, se deben tener los valores adecuados de velocidad, ángulo de ataque y deflexión del elevador. Si la combinación de estos permite satisfacer las ecuaciones anteriores, se dice que el avión está trimado longitudinalmente.

La resolución de estas ecuaciones es exactamente lo que hace XFLR5 al realizar un análisis de estabilidad. En primer lugar, se deberán seleccionar las condiciones del vuelo de referencia (ángulos nulos de resbalamiento, deflexión de alerón y balance). Asimismo, se introducen las condiciones atmosféricas, valores de la masa, inercias del ala y posición del centro de gravedad (que de momento sigue fijo en la posición inicialmente establecida, $X_{CG} = 47,68$ cm). Con estas condiciones, se realiza un barrido en el ángulo de deflexión del elevador, buscando trimar el avión a la velocidad nominal (21,336 m/s). Mientras mayor sea la deflexión del elevador, mayor será el momento de picado inducido, de modo

que el ángulo de ataque necesario para trimar el avión será menor. Por lo tanto, la velocidad a la que habrá que volar será mayor para que la sustentación generada ($L = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_L$) iguale el peso del ala.

Una vez encontrado el punto de trimado buscado, las variables obtenidas en la configuración de vuelo de referencia resultan:

$$\begin{aligned}
 u_1 &\simeq 21,336 \text{ m/s} \\
 \alpha_1 &= 4,59^\circ \\
 \delta_{e_1} &= 1,63^\circ \\
 C_{L_0} &= -0,111 \\
 C_{L_1} &= 0,2094 \\
 C_{M_0} &= 0,0399 \\
 C_{M_1} &= 0 \\
 C_{D_1} &= 0,01039 \\
 X_{NA} &= 52,07 \text{ cm} \\
 X_{CP} &= 47,75 \text{ cm} \\
 SM &= 10,59 \%
 \end{aligned}$$

Es fácil comprobar que el estado de referencia cumple las ecuaciones (5.34) y (5.35). Para el valor del coeficiente de resistencia, es oportuno comentar que no se ha tomado el valor que ofrece XFLR5 al realizar el trimado, puesto que el análisis que realiza es de tipo no viscoso, contabilizando exclusivamente la parte de resistencia inducida. Por el contrario, se ha tomado el valor de C_{D_1} utilizando el modelo de polar parabólica obtenida en la sección (5.2.2). Sin embargo, no se han utilizado los coeficientes C_{D_0} , K_1 y K_2 obtenidos de aproximar la polar por una parábola, sino que se han tomado los datos reales obtenidos y se han interpolado con el valor de C_{L_1} en cada caso (despreciando posibles cambios del coeficiente de resistencia por variaciones en δ_e y en el resto de variables).

Recuérdese que en la sección (5.2.2.1) se estimó una posición del punto neutro del ala mediante métodos aproximados (a partir del centroide del ala). Con esta posición, se obtuvo la posición donde debía estar el centro de gravedad del ala de modo que el margen estático fuera del 10 %. Sin embargo, el módulo de estabilidad de XFLR5 devuelve ahora un valor del punto neutro ligeramente distinto al estimado. Es por ello que, habiendo fijado el centro de gravedad, ahora resulta un valor del margen estático que difiere ligeramente del valor inicialmente deseado (10 %).

5.3.1.2. Derivadas de estabilidad

Una vez encontrada la configuración de trimado deseada, XFLR5 devuelve las derivadas de estabilidad correspondientes a esa configuración. XFLR5 obtiene las siguientes derivadas de estabilidad:

- Longitudinales: $C_{X_u} = -C_{D_u}$, $C_{X_\alpha} = -C_{D_\alpha}$, $C_{Z_u} = -C_{L_u}$, C_{L_α} , C_{L_q} , C_{M_u} , C_{M_α} y C_{M_q} .
- Laterales-direccionales: C_{Y_β} , C_{Y_p} , C_{Y_r} , C_{L_β} , C_{L_p} , C_{L_r} , C_{N_β} , C_{N_p} y C_{N_r} .

Sin embargo, no todas estas derivadas serán tomadas de aquí para el cálculo de los modos. Para el problema longitudinal se obtienen los siguientes resultados:

- Las derivadas respecto a la velocidad son calculadas tanto con el módulo de estabilidad de XFLR5 como interpolando los resultados aerodinámicos. Esto es, evaluando las derivadas que

se obtuvieron en la sección 5.2.2, en función de α , δ_e , $U_\infty \dots$, en el punto de referencia aquí obtenido. Los resultados obtenidos son:

	Módulo de estabilidad (XFLR5)	Módulo de aerodinámica (XFLR5)
C_{L_u} [-]	$9,8141 \cdot 10^{-5}$	0
C_{D_u} [-]	$4,6773 \cdot 10^{-3}$	$-4,2000 \cdot 10^{-3}$
C_{M_u} [-]	$-8,1884 \cdot 10^{-9}$	$8,6326 \cdot 10^{-7}$

Tabla 5.2: Comparación del cálculo de las derivadas de estabilidad respecto a la velocidad para el ala sin winglets

La conclusión final es que estas tres derivadas pueden ser despreciadas, ya que el efecto de la velocidad es muy pequeño, tal como se vio en los análisis aerodinámicos. Es decir:

$$\begin{aligned} C_{L_u} &\simeq 0 \\ C_{D_u} &\simeq 0 \\ C_{M_u} &\simeq 0 \end{aligned}$$

- Las derivadas respecto a α también son calculadas mediante los dos mismos métodos, y se muestran en la siguiente tabla:

	Módulo de estabilidad (XFLR5)	Módulo de aerodinámica (XFLR5)
C_{L_α} [1/rad]	3,9114	3,9081
C_{D_α} [1/rad]	-0,12869	0,0875
C_{M_α} [1/rad]	-0,4139	-0,4188

Tabla 5.3: Comparación del cálculo de las derivadas de estabilidad respecto al ángulo de ataque para el ala sin winglets

Obsérvese como, mientras que los valores de C_{L_α} y C_{M_α} son prácticamente coincidentes en ambos casos, los valores de C_{D_α} difieren ya que el módulo de estabilidad no considera viscosidad en los cálculos. Por lo tanto, se han tomado los valores de XFLR5 excepto para C_{D_α} , para lo cual se utilizan los resultados aerodinámicos:

$$\begin{aligned} C_{L_\alpha} &= 3,9114 \text{ rad}^{-1} \\ C_{D_\alpha} &= 0,0875 \text{ rad}^{-1} \\ C_{M_\alpha} &= -0,4139 \text{ rad}^{-1} \end{aligned}$$

Es importante mencionar que para el cálculo de C_{D_α} no se está teniendo en cuenta la variación del coeficiente de resistencia con el ángulo de deflexión del elevador. Como se mencionará en el capítulo 7, esto podría considerarse en un futuro estudio para obtener mejores resultados.

- Para las derivadas de control, se tienen los siguientes resultados:

	Módulo de estabilidad (XFLR5)	Módulo de aerodinámica (XFLR5)
$C_{L_{\delta_e}}$ [1/rad]	0,2128	0,2746
$C_{D_{\delta_e}}$ [1/rad]	0,0039	0,0128
$C_{M_{\delta_e}}$ [1/rad]	-0,2321	-0,3006

Tabla 5.4: Comparación del cálculo de las derivadas de estabilidad respecto al ángulo de deflexión del elevador para el ala sin winglets

De nuevo, las derivadas asociadas al coeficiente de sustentación y momento de cabeceo toman valores similares con ámbos métodos de cálculo, mientras que $C_{D_{\delta_e}}$ debe ser calculada a partir de los resultados aerodinámicos. Sin embargo, debido a los pequeños valores que toma, podrá considerarse despreciable.

$$\begin{aligned} C_{L_{\delta_e}} &= 0,2128 \text{ rad}^{-1} \\ C_{D_{\delta_e}} &\simeq 0 \\ C_{M_{\delta_e}} &= -0,2321 \text{ rad}^{-1} \end{aligned}$$

El hecho de que $C_{D_{\delta_e}}$ sea nulo justifica que se haya despreciado previamente la variación del coeficiente de resistencia con el ángulo de deflexión del elevador a la hora de calcular los valores de C_{D_1} y C_{D_α} .

- Las derivadas respecto de la velocidad angular de cabeceo no pueden ser calculadas a partir de los resultados aerodinámicos, y por tanto se toman directamente del módulo de estabilidad de XFLR5. La derivada C_{D_q} , que suele ser despreciable, no es calculada directamente por XFLR5.

$$\begin{aligned} C_{L_q} &= 3,7977 \text{ rad}^{-1} \\ C_{D_q} &\simeq 0 \\ C_{M_q} &= -2,5452 \text{ rad}^{-1} \end{aligned}$$

- Por último, quedan las derivadas respecto de la tasa de variación de ángulo de ataque, que no pueden ser calculadas ni mediante los resultados aerodinámicos ni a partir del módulo de estabilidad. Por lo tanto, el único método de cálculo que queda disponible es mediante ecuaciones paramétricas. Sin embargo, distintas fuentes de la literatura, como por ejemplo [15], desarrollan el cálculo de estas derivadas a partir de datos de la cola horizontal. Puesto que el ala voladora no posee cola, se deduce que estas derivadas deberán ser nulas.

$$\begin{aligned} C_{L_{\dot{\alpha}}} &\simeq 0 \\ C_{D_{\dot{\alpha}}} &\simeq 0 \\ C_{M_{\dot{\alpha}}} &\simeq 0 \end{aligned}$$

Para las derivadas laterales-direccionales, es importante mencionar que los resultados aerodinámicos anteriormente obtenidos devuelven los valores de estas derivadas para una deflexión nula del ángulo del elevador (que no corresponde con la condición de vuelo de referencia). No obstante, la influencia de δ_e en las derivadas laterales-direccionales es de mínima importancia y puede ser fácilmente despreciable.

- Las derivadas respecto del ángulo de resbalamiento pueden ser calculadas tanto a partir de los resultados aerodinámicos como con el módulo de estabilidad. Los resultados obtenidos son los siguientes (donde el signo dado para los resultados aerodinámicos ha sido cambiado debido al criterio seguido):

	Módulo de estabilidad (XFLR5)	Módulo de aerodinámica (XFLR5)
C_{Y_β} [1/rad]	-0,0013	-0,0143
C_{L_β} [1/rad]	-0,0188	0,0637
C_{N_β} [1/rad]	0,0025	0,0056

Tabla 5.5: Comparación del cálculo de las derivadas de estabilidad respecto al ángulo de resbalamiento para el ala sin winglets

Obsérvese la discrepancia entre los valores hallados para las derivadas mediante los dos métodos. Para resolver dicha discrepancia, se decidió obtener el valor de C_{L_β} mediante un procedimiento basado en ecuaciones paramétricas (que se desarrollará en la sección 5.4). Basándose en [19], se tienen las siguientes ecuaciones:

$$C_{L_\beta} = C_{L_{\beta,w}} + C_{L_{\beta,v}} \quad (5.36)$$

$$C_{L_{\beta,w}} = C_{L_1} \left(-K \frac{0,71\lambda + 0,29}{A\lambda} + 0,05 \right) [1/\text{rad}] \quad (5.37)$$

$$C_{L_{\beta,v}} = -a_v \frac{S_v}{S} \frac{z_v}{b} \frac{q_v}{q} \quad (5.38)$$

donde $C_{L_{\beta,w}}$ es la aportación del ala y $C_{L_{\beta,v}}$ la de los winglets. En este caso, sólo se considerará la aportación del ala a la derivada. Para bordes del ala rectos, como es el caso, se toma $K = 1$. Además, a_v es la pendiente de sustentación del winglet y $\frac{q_v}{q}$ es el cociente de presiones dinámicas, que se puede considerar unidad.

El resultado obtenido es $C_{L_\beta} = -0,0312 \text{ rad}^{-1}$, lo cual parece indicar que es el módulo de estabilidad de XFLR5 el que realiza un cálculo más acertado de las derivadas respecto a β , no siendo tan fiables los resultados interpolados del análisis aerodinámico. Por lo tanto, se toma:

$$\begin{aligned} C_{Y_\beta} &= -0,0013 \text{ rad}^{-1} \\ C_{L_\beta} &= -0,0188 \text{ rad}^{-1} \\ C_{N_\beta} &= 0,0025 \text{ rad}^{-1} \end{aligned}$$

- En cuanto a las derivadas de control lateral, también se tienen ambos métodos de cálculo. Es importante mencionar que, puesto que XFLR5 no permite realizar barridos de alerón y elevador

simultáneamente, los valores dados se corresponden con una deflexión de elevador nula, al igual que ocurre con los resultados aerodinámicos. Los resultados obtenidos con ambos métodos se muestran en la siguiente tabla:

	Módulo de estabilidad (XFLR5)	Módulo de aerodinámica (XFLR5)
$C_{Y_{\delta_a}}$ [1/rad]	-0,0048	-0,0051
$C_{\mathcal{L}_{\delta_a}}$ [1/rad]	0,0938	0,1024
$C_{\mathcal{N}_{\delta_a}}$ [1/rad]	0,0021	0,0020

Tabla 5.6: Comparación del cálculo de las derivadas de estabilidad respecto al ángulo de deflexión del alerón para el ala sin winglets

En este caso, los resultados son muy parecidos con ambos métodos. Los valores de $C_{Y_{\delta_a}}$ son muy pequeños como era previsible (podrían despreciarse aunque van a mantenerse). Asimismo, los valores de $C_{\mathcal{N}_{\delta_a}}$, correspondientes al fenómeno de guiñada adversa, son también muy pequeños, aunque resulta poco frecuente que presenten valores positivos. Por lo tanto, los valores tomados son:

$$\begin{aligned} C_{Y_{\delta_a}} &= -0,0048 \text{ rad}^{-1} \\ C_{\mathcal{L}_{\delta_a}} &= 0,0938 \text{ rad}^{-1} \\ C_{\mathcal{N}_{\delta_a}} &= 0,0021 \text{ rad}^{-1} \end{aligned}$$

- Las derivadas respecto a la velocidad angular de alabeo únicamente pueden ser calculadas a partir del módulo de estabilidad de XFLR5. Los valores obtenidos son:

$$\begin{aligned} C_{Y_p} &= 0,0824 \text{ rad}^{-1} \\ C_{\mathcal{L}_p} &= -0,4196 \text{ rad}^{-1} \\ C_{\mathcal{N}_p} &= -0,0335 \text{ rad}^{-1} \end{aligned}$$

- Por último, para las derivadas respecto a la velocidad angular de guiñada ocurre lo mismo que en el caso anterior. Los valores obtenidos en el módulo de estabilidad de XFLR5 son:

$$\begin{aligned} C_{Y_r} &= -0,0051 \text{ rad}^{-1} \\ C_{\mathcal{L}_r} &= 0,0400 \text{ rad}^{-1} \\ C_{\mathcal{N}_r} &= 0,0001 \text{ rad}^{-1} \end{aligned}$$

Además de estas derivadas, para construir las matrices del problema dinámico harán falta las derivadas propulsivas. Los valores de referencia se toman:

$$C_{T_{x_1}} = C_{D_1} \tag{5.39}$$

$$C_{T_{m_1}} = -C_{\mathcal{M}_1} \tag{5.40}$$

La variación de la fuerza propulsiva con el ángulo de ataque, así como el momento provocado, se considera despreciable [11]:

$$C_{T_{x\alpha}} \simeq 0 \quad (5.41)$$

$$C_{T_{m\alpha}} \simeq 0 \quad (5.42)$$

Por otro lado, las variaciones respecto a la velocidad de vuelo se toman de la siguiente manera [11]:

$$C_{T_{x_u}} = -3C_{T_{x_1}} \quad (5.43)$$

$$C_{T_{m_u}} = 0 \quad (5.44)$$

Por último, la variación del momento de guiñada provocado por la fuerza propulsiva con el ángulo de resbalamiento se considera despreciable:

$$C_{T_{n\beta}} \simeq 0 \quad (5.45)$$

Para terminar el estudio de las derivadas de estabilidad obtenidas, conviene revisar el cumplimiento de los criterios de estabilidad estática (ver anexo B).

Se puede ver que todas las derivadas cumplen los criterios excepto las siguientes:

- C_{M_u} : Al haber sido despreciada, no se cumple el criterio $C_{M_u} > 0$. Sin embargo, esta derivada ("tuck derivative") es poco importante para números de Mach pequeños, cuando los efectos de compresibilidad están ausentes.
- C_{N_r} : El criterio de estabilidad para esta derivada (cuyo efecto principal es el amortiguamiento de las perturbaciones en guiñada) exige, al igual que para C_{M_q} y C_{L_p} , que sea negativa. Sin embargo, para el ala sin winglets, la derivada toma un valor que, aunque es muy pequeño, es positivo. Esta cualidad será mejorada al añadir las superficies verticales (winglets).

Es importante mencionar que, aunque las derivadas respecto del ángulo de resbalamiento C_{Y_β} , C_{L_β} y C_{N_β} cumplan los criterios de estabilidad estática, sus valores son muy pequeños, lo que provocará que los modos laterales-direccionales del ala sean lentos y poco amortiguados (especialmente el balanceo holandés). Del mismo modo, los winglets servirán para mejorar los valores de estas derivadas.

5.3.1.3. Modos

A partir de las derivadas de estabilidad adimensionales, se calculan las derivadas dimensionales y se construyen las matrices para el cálculo de sus autovalores, tal como se describió en el capítulo 3. Las derivadas respecto a \dot{q} , $\dot{\delta}_e$, $\dot{\beta}$, \dot{p} , \dot{r} y $\dot{\delta}_a$ no fueron introducidas en este capítulo al desarrollar las ecuaciones, por lo que ni siquiera se han comentado en la sección 5.3.1.2. No obstante, XF5 no permite su cálculo y se asume que son directamente despreciadas.

Al igual que ocurre con aviones convencionales, para el ala voladora se obtienen dos pares de autovalores complejos para el caso longitudinal, y dos autovalores reales más un par de autovalores complejos en el problema lateral-direccional (además del autovalor desacoplado asociado al ángulo de guiñada).

Los resultados obtenidos para los autovalores¹ son:

¹De aquí en adelante, se omitirán las unidades de los autovalores, sabiendo que están en [1/s]. Además, no se especificará el autovalor nulo correspondiente al modo desacoplado de guiñada.

- Autovalores longitudinales:

- Corto período:

$$\lambda_{sp} = -5,6649 \pm 5,6741i \rightarrow \begin{cases} \omega_n & = 8,0179 \text{ rad/s} \\ \xi & = 0,7065 \end{cases}$$

- Fugoide:

$$\lambda_{ph} = -0,0003 \pm 0,5376i \rightarrow \begin{cases} \omega_n & = 0,5376 \text{ rad/s} \\ \xi & = 0,0006 \end{cases}$$

- Autovalores laterales-direccionales:

- Convergencia en balance:

$$\lambda_{roll} = -9,0017 \rightarrow T_{\frac{1}{2}} = 0,08 \text{ s}$$

- Espiral:

$$\lambda_{spiral} = 0,0518 \rightarrow T_2 = 13,38 \text{ s}$$

- Balanceo holandés:

$$\lambda_{dr} = -0,0130 \pm 1,3613i \rightarrow \begin{cases} \omega_n & = 1,3613 \text{ rad/s} \\ \xi & = 0,0095 \end{cases}$$

De los resultados expuestos se concluye:

- El modo de corto período es rápido y muy amortiguado, mientras que el fugoide es lento y poco amortiguado. Debido a la baja resistencia aerodinámica del ala, el fugoide resulta excesivamente poco amortiguado. Sin embargo, es importante mencionar que la resistencia real del ala será mayor debido a la resistencia adicional que ofrecerán el tren de aterrizaje y otros elementos, lo cual ayudará a que el modo fugoide mejore.
- El modo espiral resulta inestable. Como ya se comentó en el capítulo 3, esto no es significativo siempre que el tiempo característico sea suficientemente elevado, como aquí ocurre. En la sección (5.5) se realizará un estudio de la estabilidad del modo espiral en función de las características geométricas del ala y los winglets.
- El modo de convergencia en balance resulta estable y muy rápido, mientras que el de balanceo holandés, siendo estable, está muy poco amortiguado, pudiendo incluso hacerse inestable para otras condiciones de vuelo. Estas características mejorarán notablemente al añadir los winglets al ala.

5.3.2. Ala con winglets

Para el ala con winglets, se sigue el mismo procedimiento que anteriormente, buscando en primer lugar la configuración de referencia en que el avión se encuentre trimado longitudinalmente y volando a la velocidad nominal.

5.3.2.1. Configuración de trimado

Las condiciones encontradas son:

$$\begin{aligned}
 u_1 &\simeq 21,336 \text{ m/s} \\
 \alpha_1 &= 4,58^\circ \\
 \delta_{e_1} &= 0,36^\circ \\
 C_{L_0} &= -0,120 \\
 C_{L_1} &= 0,2095 \\
 C_{M_0} &= 0,0481 \\
 C_{M_1} &= 0 \\
 C_{D_1} &= 0,01084 \\
 X_{NA} &= 53,56 \text{ cm} \\
 X_{CP} &= 47,82 \text{ cm} \\
 SM &= 14,18 \%
 \end{aligned}$$

De nuevo, el valor de C_{D_1} se ha calculado a partir de los resultados aerodinámicos, interpolando con el valor de C_{L_1} obtenido. Obsérvese como para el ala con winglets, el punto neutro se ha visto notablemente retrasado debido a que el winglet tiene su centro aerodinámico retrasado. Habiendo situado el centro de gravedad en la posición inicialmente estimada (para que el margen estático fuera del 10 %, pero utilizando la estimación del punto neutro para el ala sin winglets), resulta que ahora el margen estático es bastante mayor.

Asimismo, se pueden sacar otras conclusiones de la configuración de trimado encontrada. Puesto que el valor de C_{M_0} es mayor para el ala con winglets, así como el índice de estabilidad estática longitudinal (C_{M_α}) (en valor absoluto), el ángulo de deflexión del elevador necesario resulta ser menor. Obsérvese además como el valor del coeficiente de resistencia es ligeramente mayor, ya que aunque la resistencia inducida es menor, el valor de C_{D_0} aumenta con los winglets (tal como se comentó en la sección 5.2).

5.3.2.2. Derivadas de estabilidad

En dicha condición de referencia, se procede a calcular las derivadas de estabilidad mediante el módulo de estabilidad de XFLR5. Los criterios seguidos para la elección del método adecuado para cada una de las derivadas son idénticos a los seguidos en la sección (5.3.1).

- Para las derivadas respecto a la velocidad se obtienen los siguientes resultados:

	Módulo de estabilidad (XFLR5)	Módulo de aerodinámica (XFLR5)
C_{L_u} [-]	$9,8195 \cdot 10^{-5}$	0
C_{D_u} [-]	$3,9986 \cdot 10^{-3}$	$-4,2 \cdot 10^{-3}$
C_{M_u} [-]	$-1,4532 \cdot 10^{-8}$	$-1,4277 \cdot 10^{-4}$

Tabla 5.7: Comparación del cálculo de las derivadas de estabilidad respecto a la velocidad para el ala con winglets

Al igual que para el ala sin winglets, estas derivadas pueden ser despreciadas. Es decir:

$$\begin{aligned} C_{L_u} &\simeq 0 \\ C_{D_u} &\simeq 0 \\ C_{M_u} &\simeq 0 \end{aligned}$$

- En cuanto a las derivadas respecto al ángulo de ataque, los resultados obtenidos se muestran en la siguiente tabla:

	Módulo de estabilidad (XFLR5)	Módulo de aerodinámica (XFLR5)
C_{L_α} [1/rad]	4,0608	4,0528
C_{D_α} [1/rad]	-0,1468	0,0714
C_{M_α} [1/rad]	-0,5756	-0,5752

Tabla 5.8: Comparación del cálculo de las derivadas de estabilidad respecto al ángulo de ataque para el ala con winglets

De los resultados anteriores, se toman los valores del módulo de estabilidad de XFLR5 excepto para el valor de C_{D_α} , que, como ya se ha mencionado, no es correctamente estimado al ser el cálculo no viscoso. De este modo queda:

$$\begin{aligned} C_{L_\alpha} &= 4,0608 \text{ rad}^{-1} \\ C_{D_\alpha} &= 0,0714 \text{ rad}^{-1} \\ C_{M_\alpha} &= -0,5756 \text{ rad}^{-1} \end{aligned}$$

- Las derivadas de control toman los siguientes valores:

	Módulo de estabilidad (XFLR5)	Módulo de aerodinámica (XFLR5)
$C_{L_{\delta_e}}$ [1/rad]	0,2493	0,2834
$C_{D_{\delta_e}}$ [1/rad]	-0,0007	0,0067
$C_{M_{\delta_e}}$ [1/rad]	-0,2750	-0,3171

Tabla 5.9: Comparación del cálculo de las derivadas de estabilidad respecto al ángulo de deflexión del elevador para el ala con winglets

Similarmente al caso sin winglets, se toman los valores de $C_{L_{\delta_e}}$ y $C_{M_{\delta_e}}$ dados por el módulo de estabilidad y se desprecia la derivada $C_{D_{\delta_e}}$ (téngase en cuenta que el valor correcto es el calculado a partir de los resultados aerodinámicos). Por lo tanto, los valores adoptados son:

$$\begin{aligned} C_{L_{\delta_e}} &= 0,2493 \text{ rad}^{-1} \\ C_{D_{\delta_e}} &\simeq 0 \\ C_{M_{\delta_e}} &= -0,2750 \text{ rad}^{-1} \end{aligned}$$

- Las derivadas respecto a la velocidad angular de cabeceo, tomadas directamente del módulo de estabilidad de XFLR5, son:

$$\begin{aligned} C_{L_q} &= 4,1223 \text{ rad}^{-1} \\ C_{D_q} &\simeq 0 \\ C_{M_q} &= -2,9005 \text{ rad}^{-1} \end{aligned}$$

- Por último, las derivadas respecto a $\dot{\alpha}$ se desprecian ya que no existe cola horizontal:

$$\begin{aligned} C_{L_{\dot{\alpha}}} &\simeq 0 \\ C_{D_{\dot{\alpha}}} &\simeq 0 \\ C_{M_{\dot{\alpha}}} &\simeq 0 \end{aligned}$$

A continuación se presentan los resultados obtenidos para las derivadas correspondientes al problema lateral-direccional:

- Las derivadas respecto al ángulo de resbalamiento son:

	Módulo de estabilidad (XFLR5)	Módulo de aerodinámica (XFLR5)
\mathbf{C}_{Y_β} [1/rad]	-0,2261	-0,2013
$\mathbf{C}_{\mathcal{L}\beta}$ [1/rad]	-0,0753	-0,0030
$\mathbf{C}_{N\beta}$ [1/rad]	0,0532	0,0479

Tabla 5.10: Comparación del cálculo de las derivadas de estabilidad respecto al ángulo de resbalamiento para el ala con winglets

Del mismo modo que se hizo para el ala sin winglets y, debido a la discrepancia entre los resultados obtenidos con los dos métodos, se procede al cálculo de $C_{\mathcal{L}\beta}$ mediante las ecuaciones (5.36)-(5.38). La pendiente de sustentación del winglet es estimada a partir de la correspondiente al perfil que lo compone (NACA 0010) mediante el método explicado en [4]:

$$a_v = \frac{2\pi \cdot 1,2A_v}{2 + \sqrt{4 + \frac{A_v^2 \beta^2}{\eta^2} \left(1 + \frac{(\tan \Lambda_{max,t})^2}{\beta^2} \right)}} \quad (5.46)$$

donde $\beta^2 = 1 - M^2$ es la corrección de Prandtl por compresibilidad y $\eta = \frac{C_{l_\alpha}}{2\pi/\beta}$ incluye la pendiente de sustentación del perfil ($C_{l_\alpha} = 6,1123 \text{ rad}^{-1}$). El alargamiento del winglet se calcula en este caso para una sola superficie vertical, resultando $A_v = 1$. La flecha en la posición de la cuerda de máximo espesor se calcula como:

$$\tan \Lambda_{max,t} = \frac{A_v \tan \Lambda_{LEv} - 4 \frac{t_{max}}{c} \frac{1-\lambda}{1+\lambda}}{A_v} \quad (5.47)$$

sabiendo que $\frac{t_{max}}{c} = 0,2980$. El resultado obtenido es $a_v = 1,7452 \text{ rad}^{-1}$.

Por otro lado, es necesario conocer el centro aerodinámico del winglet para calcular z_v . Siguiendo un procedimiento similar al utilizado para el ala en la sección (5.2.2.1), se obtiene $z_v = 10,67$ cm, donde se ha tenido en cuenta que los winglets se bajan 0,51 cm (0,2 in) con respecto al plano del ala para que no coincidan ambos planos (debido a problemas numéricos de XFLR5).

Con todos estos resultados, se obtiene $C_{\mathcal{L}\beta} = -0,0404$ rad⁻¹, valor que se acerca más al estimado mediante el módulo de estabilidad y que por tanto justifica su elección. Los resultados para todas las derivadas son:

$$\begin{aligned} C_{Y\beta} &= -0,2261 \text{ rad}^{-1} \\ C_{\mathcal{L}\beta} &= -0,0753 \text{ rad}^{-1} \\ C_{\mathcal{N}\beta} &= 0,0532 \text{ rad}^{-1} \end{aligned}$$

- Para las derivadas de control lateral, los resultados son:

	Módulo de estabilidad (XFLR5)	Módulo de aerodinámica (XFLR5)
$C_{Y\delta_a}$ [1/rad]	0,0145	0,0169
$C_{\mathcal{L}\delta_a}$ [1/rad]	0,0985	0,1149
$C_{\mathcal{N}\delta_a}$ [1/rad]	-0,0034	-0,0039

Tabla 5.11: Comparación del cálculo de las derivadas de estabilidad respecto al ángulo de deflexión del alerón para el ala con winglets

De nuevo, se obtienen valores pequeños para $C_{Y\delta_a}$. Sin embargo, en este caso, $C_{\mathcal{N}\delta_a}$ toma valores negativos, como suele ser habitual. Los resultados escogidos son los del módulo de estabilidad de XFLR5:

$$\begin{aligned} C_{Y\delta_a} &= 0,0145 \text{ rad}^{-1} \\ C_{\mathcal{L}\delta_a} &= 0,0985 \text{ rad}^{-1} \\ C_{\mathcal{N}\delta_a} &= -0,0034 \text{ rad}^{-1} \end{aligned}$$

- Las derivadas respecto a la velocidad angular de balance son:

$$\begin{aligned} C_{Y_p} &= -0,1267 \text{ rad}^{-1} \\ C_{\mathcal{L}p} &= -0,4708 \text{ rad}^{-1} \\ C_{\mathcal{N}p} &= 0,0187 \text{ rad}^{-1} \end{aligned}$$

- Por último, las derivadas respecto a la velocidad angular de guiñada son:

$$\begin{aligned} C_{Y_r} &= 0,1443 \text{ rad}^{-1} \\ C_{\mathcal{L}r} &= 0,0709 \text{ rad}^{-1} \\ C_{\mathcal{N}r} &= -0,0353 \text{ rad}^{-1} \end{aligned}$$

Las derivadas propulsivas se calculan del mismo modo que el expuesto para el ala sin winglets.

Se puede observar que todas las derivadas cumplen los criterios de estabilidad estática, incluyendo C_{N_r} , que no lo cumplía para el ala sin winglets. La única excepción es C_{M_u} , que al despreciarse sigue sin cumplir $C_{M_u} > 0$.

5.3.2.3. Modos

A continuación se muestran los autovalores encontrados tras construir la matriz a partir de las derivadas de estabilidad.

- Autovalores longitudinales:

- Corto período:

$$\lambda_{sp} = -6,0109 \pm 6,9133i \rightarrow \begin{cases} \omega_n & = 9,1610 \text{ rad/s} \\ \xi & = 0,6561 \end{cases}$$

- Fugoide:

$$\lambda_{ph} = -0,0048 \pm 0,5548i \rightarrow \begin{cases} \omega_n & = 0,5548 \text{ rad/s} \\ \xi & = 0,0086 \end{cases}$$

- Autovalores laterales-direccionales:

- Convergencia en balance:

$$\lambda_{roll} = -10,1832 \rightarrow T_{\frac{1}{2}} = 0,07 \text{ s}$$

- Espiral:

$$\lambda_{spiral} = 0,0543 \rightarrow T_2 = 12,76 \text{ s}$$

- Balanceo holandés:

$$\lambda_{dr} = -0,5927 \pm 4,4158i \rightarrow \begin{cases} \omega_n & = 4,4554 \text{ rad/s} \\ \xi & = 0,1330 \end{cases}$$

Se puede comprobar la gran mejora experimentada por el modo de balanceo holandés (tanto en rapidez como en amortiguamiento) gracias a la presencia de los winglets. El modo fugoide, aunque se ve mucho más amortiguado que sin winglets (debido en parte al pequeño aumento del coeficiente de resistencia, que consigue amortiguar el fugoide), sigue teniendo un amortiguamiento pequeño, como es natural en este modo.

5.3.3. Comparación

Las derivadas de estabilidad calculadas en esta sección muestran notables diferencias entre la configuración de ala con y sin winglets. En primer lugar, para las derivadas longitudinales, los cambios son de mucha menor importancia, puesto que el objetivo de los winglets es el de mejorar la estabilidad lateral-direccional del ala. Sin embargo, aparecen algunos cambios:

- Con winglets, se tienen mejores características de sustentación ($C_{L_\alpha} \uparrow$, $C_{L_{\delta_e}} \uparrow$). No obstante, el valor de C_{L_0} disminuye ligeramente.
- Los winglets también mejoran el índice de estabilidad estática longitudinal, haciendo C_{M_α} más negativo. Del mismo modo, la estabilidad longitudinal del ala se ve mejorada con el aumento de C_{M_0} . Además, al aumentar el valor de $C_{M_{\delta_e}}$, la potencia de control del elevador se ve aumentada. Por último, al hacerse C_{M_q} más negativo, se consigue que aumente la rapidez del modo de corto período.

Para las características de estabilidad lateral-direccional, los principales cambios son los siguientes:

- Las derivadas respecto a β aumentan considerablemente sus valores al añadir los winglets, lo cual ayuda en gran parte a mejorar la estabilidad del modo de balanceo holandés, cuya frecuencia y amortiguamiento aumentan notablemente.
- Para las derivadas de control lateral, $C_{Y_{\delta_a}}$ es muy pequeña en ambos casos; $C_{\mathcal{L}_{\delta_a}}$ aumenta con winglets (lo cual implica un aumento de la potencia de control de los alerones) y $C_{\mathcal{N}_{\delta_a}}$ es también de módulo pequeño, aunque con winglets adopta un valor negativo (efecto de guiñada adversa).
- Como se explicó en el capítulo 3, las derivadas $C_{\mathcal{L}_\beta}$ y $C_{\mathcal{N}_\beta}$ tienen un efecto opuesto en el balanceo holandés y en el modo espiral. Es por ello que con los winglets, aunque mejora mucho el balanceo holandés, el modo espiral se hace ligeramente más rápido (inestablemente).
- El modo de convergencia en balance se hace más rápido aún cuando se añaden los winglets, gracias a que $C_{\mathcal{L}_p}$ se hace más negativa.
- El valor de $C_{\mathcal{N}_r}$, que era positivo (prácticamente nulo) para el ala sin winglets, se hace negativo y de bastante mayor valor para la configuración de ala con winglets, cumpliendo así el criterio de estabilidad estática correspondiente. Esta derivada tiene un efecto importante en las cualidades de vuelo laterales-direccionales.

Con esta sección se ha dado un paso más en la justificación de la necesidad de los winglets, especialmente en cuanto a la estabilidad lateral-direccional del ala voladora.

5.4. Cálculo de derivadas de estabilidad con ecuaciones paramétricas

En esta sección se va a realizar el cálculo de las derivadas de estabilidad del ala voladora, tanto en su configuración sin winglets como en su configuración con winglets, mediante un nuevo método que permita hacer una comparación con las derivadas anteriormente obtenidas. Se trata de estimar estas derivadas a partir de ecuaciones empíricas basadas en ciertos parámetros del ala. Todas las ecuaciones paramétricas son obtenidas a partir de [16] y [19]. Frederick Smetana realizó un estudio completo de las derivadas de estabilidad, separando cada una de ellas en sus distintas contribuciones (ala, superficie vertical y fuselaje) y proporcionando expresiones empíricas para cada una de ellas.

En primer lugar se va a proceder a describir el cálculo de cada una de las derivadas de estabilidad, para después particularizar los cálculos según se tengan o no winglets.

Las condiciones de vuelo en que se realiza el cálculo de las derivadas son las hasta ahora utilizadas: condiciones atmosféricas dadas en la sección (5.2.1) y condiciones de trimado (ángulo de ataque, velocidad, punto neutro y margen estático) descritas en la sección (5.3). La geometría del ala, masa e inercias fueron también descritas en la sección (5.1), así como la geometría de los winglets. Asimismo, el centro de gravedad seguirá fijo en $X_{CG} = 47,68$ cm.

Para medir los momentos creados por la fuerza generada en los winglets, se ha de disponer de las distancias desde el centro de gravedad del ala hasta el centro aerodinámico de los winglets. Calculando el centroide del winglet, resulta la siguiente distancia vertical al centro aerodinámico del winglet:

$$z_v = 10,67 \text{ cm}$$

Para la distancia paralela a la cuerda, se ha de tener en cuenta que mientras que a lo largo de este documento se habla de l_v como la distancia desde el vértice del ala al centro aerodinámico del winglet (paralelamente a la cuerda), para las ecuaciones paramétricas se utilizará la distancia medida desde el centro de gravedad del ala hasta el centro aerodinámico del winglet (l_{gv}):

$$l_{gv} = 1,0605 \text{ m}$$

Además, será necesaria la pendiente de sustentación del winglet para medir las fuerzas en él generadas. Aunque ya fue estimada en la sección (5.3.2) para estimar un valor de la derivada $C_{L\beta}$, aquí se utilizará una aproximación más precisa basada en un código VLM. El resultado obtenido es:

$$a_v = 2,4957 \text{ rad}^{-1}$$

Por último, el cociente entre presiones dinámicas en los winglets y en el ala se considera la unidad:

$$\eta_v \equiv \frac{\bar{q}_v}{\bar{q}} \approx 1$$

Para la geometría del elevador, tal como se explicó en la sección (5.1), se tiene:

$$c_{r_e} = (1 - 0,8665) \cdot 35,667 \text{ cm} = 4,762 \text{ cm} \quad (5.48)$$

$$c_{t_e} = (1 - 0,8665) \cdot c_t = 4,069 \text{ cm} \quad (5.49)$$

$$\lambda_e = \frac{c_{t_e}}{c_{r_e}} \quad (5.50)$$

$$\frac{b_e}{2} = 31,115 \text{ cm} \quad (5.51)$$

$$S_e = \frac{b_e}{2} c_{r_e} (1 + \lambda_e) \quad (5.52)$$

$$(5.53)$$

donde se ha tenido en cuenta que la charnela del elevador está situada en el 86,65 % de cada cuerda, que la cuerda en la punta del elevador es c_t y la cuerda en la raíz mide 35,667 cm.

A partir de esta geometría se puede estimar la posición del centro aerodinámico del elevador (a partir del centroide) siguiendo el mismo procedimiento que para el ala en la sección (5.2.2.1), obteniéndose $X_{ac_e} = 10,16$ cm.

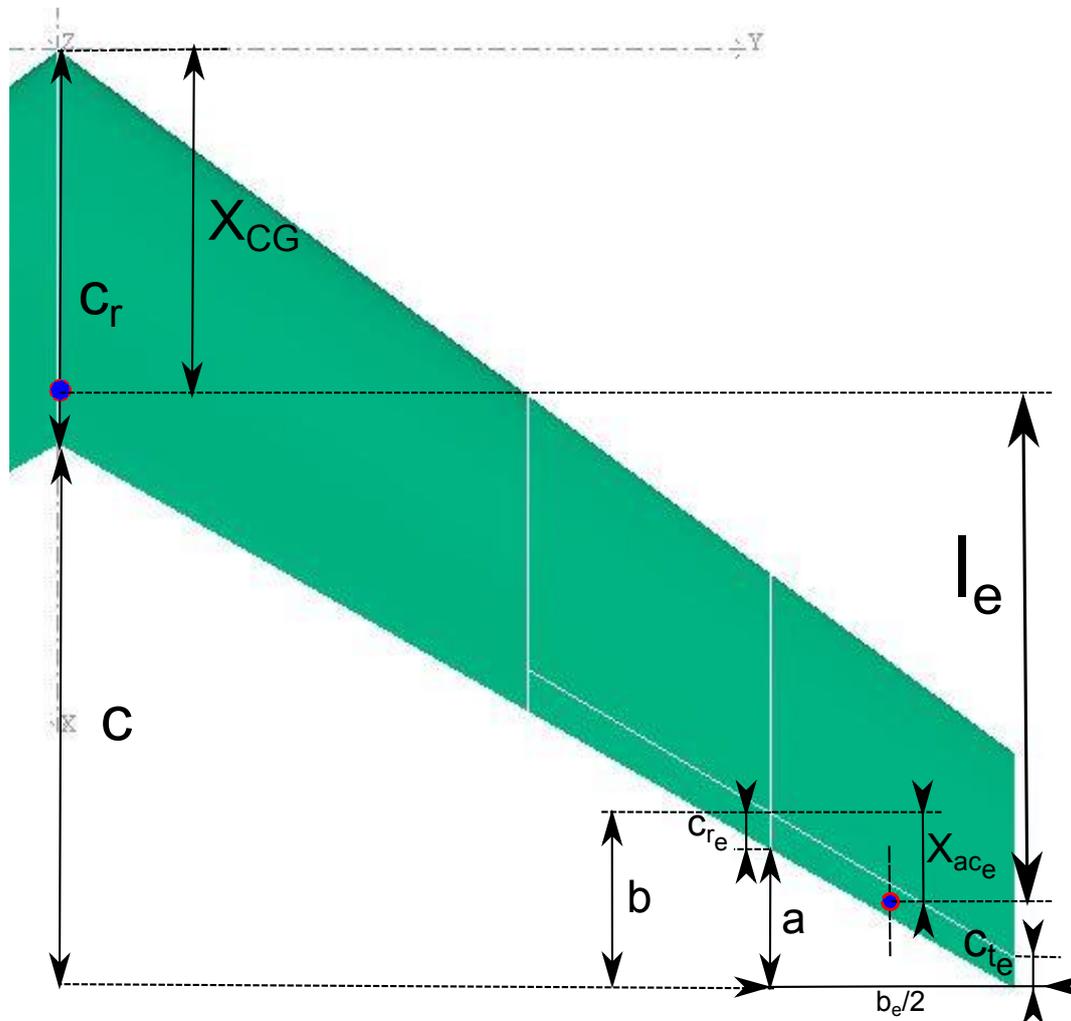


Figura 5.118: Geometría del elevador

Con la posición del centro aerodinámico del elevador, se puede determinar el brazo l_e para los momentos que este generará (ver figura 5.118):

$$a = \frac{b_e}{2} \tan \Lambda_{TE} \quad (5.54)$$

$$b = a + c_{r_e} \quad (5.55)$$

$$c = \frac{b}{2} \tan \Lambda_{TE} \quad (5.56)$$

$$l_e = c_r + c - b + X_{ac_e} - X_{CG} = 60,75 \text{ cm} \quad (5.57)$$

Comenzando por las derivadas pertenecientes al problema longitudinal, se tiene lo siguiente:

- Se parte de los valores de C_{L_0} , C_{M_0} , C_{L_1} , C_{D_1} y C_{M_1} encontrados en la configuración de referencia (ver sección 5.3), teniendo en cuenta que estos valores son distintos en la configuración sin winglets y con winglets. Esta será la única diferencia en cuanto al cálculo de las derivadas entre ambas configuraciones, ya que no se considera ninguna aportación adicional de los winglets a las derivadas longitudinales. Además, también se tiene una pendiente de sustentación (C_{L_α}) y un margen estático distintos (véase de nuevo la sección 5.3).
- Las derivadas respecto a la velocidad se consideran despreciables, al igual que se hizo previamente, excepto C_{L_u} , la cual puede ser calculada a partir del valor del coeficiente de sustentación y del Mach de vuelo ($M_1 = 0,063$), ambos en la configuración de referencia.

$$C_{L_u} = C_{L_1} \frac{M_1^2}{1 - M_1^2} \quad (5.58)$$

En la siguiente tabla se comparan los valores obtenidos mediante las ecuaciones paramétricas con los obtenidos en la sección (5.3) mediante XFLR5 (con el módulo de estabilidad o en su defecto con los resultados aerodinámicos), tanto en la configuración sin winglets como con winglets.

	Sin winglets		Con winglets	
	XFLR5	Ecuaciones paramétricas	XFLR5	Ecuaciones paramétricas
C_{L_u} [-]	0	$8,3442 \cdot 10^{-4}$	0	$8,3482 \cdot 10^{-4}$
C_{D_u} [-]	0	0	0	0
C_{M_u} [-]	0	0	0	0

Tabla 5.12: Cálculo de las derivadas de estabilidad respecto a la velocidad con ecuaciones paramétricas

Se puede observar que el valor calculado de C_{L_u} es tan pequeño que puede ser despreciado.

- Para las derivadas respecto al ángulo de ataque, se debe proporcionar en principio la pendiente de sustentación. A partir de aquí, el índice de estabilidad estática longitudinal se calcula como:

$$C_{M_\alpha} = -C_{L_\alpha} \cdot SM \quad (5.59)$$

Por otro lado, la derivada C_{D_α} , es calculada a partir de la polar parabólica (ecuación 5.33), lo que es idéntico a lo que se hizo en la sección (5.3), ya que los valores dados por XFLR5 no eran fiables.

	Sin winglets		Con winglets	
	XFLR5	Ecuaciones paramétricas	XFLR5	Ecuaciones paramétricas
C_{L_α} [1/rad]	3,9114	3,9114	4,0608	4,0608
C_{D_α} [1/rad]	0,0875	0,0875	0,0714	0,0714
C_{M_α} [1/rad]	-0,4139	-0,4141	-0,5756	-0,5757

Tabla 5.13: Cálculo de las derivadas de estabilidad respecto al ángulo de ataque con ecuaciones paramétricas

Nótese que los valores obtenidos para C_{M_α} son casi idénticos, lo cual parece deberse a que XFLR5 utiliza el mismo método de cálculo.

- Para las derivadas de control del elevador, se utilizan sendas ecuaciones paramétricas para el cálculo de $C_{L_{\delta_e}}$ y $C_{M_{\delta_e}}$. La derivada $C_{D_{\delta_e}}$ es despreciada.

La derivada $C_{L_{\delta_e}}$ se calcula a partir de la pendiente de sustentación como:

$$C_{L_{\delta_e}} = C_{L_\alpha} \frac{d\alpha}{d\epsilon} \quad (5.60)$$

donde $\frac{d\alpha}{d\epsilon} = 0,05$ se obtiene de [19]. A partir de $C_{L_{\delta_e}}$, se puede calcular $C_{M_{\delta_e}}$ como:

$$C_{M_{\delta_e}} = -C_{L_{\delta_e}} \frac{l_e}{c} \quad (5.61)$$

Los resultados obtenidos son:

	Sin winglets		Con winglets	
	XFLR5	Ecuaciones paramétricas	XFLR5	Ecuaciones paramétricas
$C_{L_{\delta_e}}$ [1/rad]	0,2128	0,1956	0,2493	0,2030
$C_{D_{\delta_e}}$ [1/rad]	0	0	0	0
$C_{M_{\delta_e}}$ [1/rad]	-0,2321	-0,2864	-0,2750	-0,2974

Tabla 5.14: Cálculo de las derivadas de estabilidad respecto al ángulo de deflexión del elevador con ecuaciones paramétricas

Obsérvese que los valores estimados con las ecuaciones paramétricas son bastante similares a los estimados con XFLR5.

- Para las derivadas respecto a la velocidad angular de cabeceo, se utilizan también ecuaciones paramétricas para C_{L_q} y C_{M_q} , mientras que C_{D_q} es despreciada.

La derivada C_{L_q} es calculada a partir de la pendiente de sustentación como [19]:

$$C_{L_q} = 2C_{L_\alpha} \cdot SM \quad (5.62)$$

Conocida C_{L_q} , es posible calcular C_{M_q} a partir de la siguiente expresión:

$$C_{Mq} = -C_{Lq} \cdot |SM| \quad (5.63)$$

Los resultados obtenidos se muestran en la siguiente tabla:

	Sin winglets		Con winglets	
	XFLR5	Ecuaciones paramétricas	XFLR5	Ecuaciones paramétricas
C_{Lq} [1/rad]	3,7977	0,8282	4,1223	1,1514
C_{Dq} [1/rad]	0	0	0	0
C_{Mq} [1/rad]	-2,5452	-0,0877	-2,9005	-0,1632

Tabla 5.15: Cálculo de las derivadas de estabilidad respecto a la velocidad angular de cabeceo con ecuaciones paramétricas

De los resultados anteriores, es fácil observar que existe una discrepancia entre ambos métodos de cálculo para estas derivadas. Ante la incertidumbre de cuál de los métodos será el adecuado, todo parece indicar que XFLR5 es incapaz de realizar barridos en variables de velocidad angular, y por lo tanto estas derivadas no se podrían considerar fiables. No obstante, sería necesario un estudio más detallado o experimental para resolver esta incógnita.

- Las derivadas respecto a la tasa de variación del ángulo de ataque son también despreciadas aquí, ya que en la literatura son una función de la cola horizontal y por lo tanto son nulas para alas voladoras. De este modo resulta:

	Sin winglets		Con winglets	
	XFLR5	Ecuaciones paramétricas	XFLR5	Ecuaciones paramétricas
$C_{L\dot{\alpha}}$ [1/rad]	0	0	0	0
$C_{D\dot{\alpha}}$ [1/rad]	0	0	0	0
$C_{M\dot{\alpha}}$ [1/rad]	0	0	0	0

Tabla 5.16: Cálculo de las derivadas de estabilidad respecto a la tasa de variación de ángulo de ataque con ecuaciones paramétricas

- En cuanto a las derivadas propulsivas, se realizan las mismas aproximaciones que en la sección (5.3):

	Sin winglets		Con winglets	
	XFLR5	Ecuaciones paramétricas	XFLR5	Ecuaciones paramétricas
$C_{T_{x_1}} = C_{D_1}$ [-]	0,01039	0,01039	0,01084	0,01084
$C_{T_{x_u}} = -3C_{T_{x_1}}$ [-]	-0,03117	-0,03117	-0,03252	-0,03252
$C_{T_{x_\alpha}}$ [1/rad]	0	0	0	0
$C_{T_{m_1}} = -C_{M_1}$ [-]	0	0	0	0
$C_{T_{m_u}}$ [-]	0	0	0	0
$C_{T_{m_\alpha}}$ [1/rad]	0	0	0	0

Tabla 5.17: Cálculo de las derivadas de estabilidad propulsivas con ecuaciones paramétricas

A continuación se describe el cálculo de las derivadas laterales-direccionales, las cuales constan en general de un término debido al ala y otro que contabiliza la aportación de los winglets (el cual no será añadido en la configuración de ala sin winglets).

- En primer lugar se calculan las derivadas respecto al ángulo de resbalamiento, comparándolas con las calculadas por el módulo de estabilidad de XFLR5.

La derivada C_{Y_β} se puede calcular a partir de la siguiente expresión [19]:

$$C_{Y_\beta} = C_{Y_{\beta,w}} + C_{Y_{\beta,v}} \quad (5.64)$$

$$C_{Y_{\beta,w}} = C_{L_1}^2 \frac{6 \tan \Lambda_{LE} \sin \Lambda_{LE}}{\pi A (A + 4 \cos \Lambda_{LE})} \quad (5.65)$$

$$C_{Y_{\beta,v}} = -ka_v \left(1 + \frac{\partial \sigma}{\partial \beta}\right) \eta_v \frac{S_v}{S} \quad (5.66)$$

donde $\frac{\partial \sigma}{\partial \beta} \approx 0$ es el "sidewash", que aquí se desprecia, y $k = 1$ es una constante obtenida de [19].

Para la derivada $C_{\mathcal{L}\beta}$ se tiene la siguiente ecuación paramétrica [19]:

$$C_{\mathcal{L}\beta} = C_{\mathcal{L}\beta,w} + C_{\mathcal{L}\beta,v} \quad (5.67)$$

$$C_{\mathcal{L}\beta,w} = C_{L_1} \left(-k \frac{(0,71\lambda + 0,29)}{A\lambda} + 0,05 \right) \quad (5.68)$$

$$C_{\mathcal{L}\beta,v} = -a_v \frac{S_v}{S} \frac{z_v}{b} \eta_v \quad (5.69)$$

donde $k = 1$ para bordes de ala rectos. Por último, la derivada $C_{N\beta}$ se puede calcular a partir de la siguiente ecuación [19]:

$$C_{N\beta} = C_{N_{\beta,w}} + C_{N_{\beta,v}} \quad (5.70)$$

$$C_{N_{\beta,w}} = C_{L_1}^2 \left(\frac{1}{4\pi A} - \frac{\tan \Lambda_{LE}}{\pi A (A + 4 \cos \Lambda_{LE})} \left(\cos \Lambda_{LE} - \frac{A}{2} - \frac{A^2}{8 \cos \Lambda_{LE}} \right) \right) + 6C_{L_1}^2 \cdot SM \cdot \frac{\sin \Lambda_{LE}}{A} \quad (5.71)$$

$$C_{N_{\beta,v}} = a_v \frac{l_{gv}}{b} \frac{S_v}{S} \eta_v \quad (5.72)$$

Sustituyendo en estas ecuaciones los parámetros ya conocidos del ala y los winglets, se obtienen los siguientes resultados:

	Sin winglets		Con winglets	
	XFLR5	Ecuaciones paramétricas	XFLR5	Ecuaciones paramétricas
C_{Y_β} [1/rad]	-0,0013	$6,6968 \cdot 10^{-4}$	-0,2261	-0,2988
$C_{\mathcal{L}\beta}$ [1/rad]	-0,0188	-0,0262	-0,0753	-0,0393
C_{N_β} [1/rad]	0,0025	$-7,2307 \cdot 10^{-4}$	0,0532	0,0768

Tabla 5.18: Cálculo de las derivadas de estabilidad respecto al ángulo de resbalamiento con ecuaciones paramétricas

Mientras que para la configuración con winglets, las aproximaciones son buenas, para el ala sin winglets existen ciertas diferencias entre los resultados obtenidos con XFLR5 y los resultados dados por las ecuaciones paramétricas (a excepción de $C_{\mathcal{L}\beta}$, que es bastante parecido). No obstante, los valores de C_{Y_β} y C_{N_β} son muy pequeños en ambos casos y los resultados dados por las ecuaciones paramétricas no hacen más que indicar que se está muy cerca de una situación inestable (ya que se produce un cambio de signo de las derivadas que hace que se dejen de cumplir los criterios de estabilidad estática), reafirmando la necesidad de los winglets.

- Para las derivadas de control del alerón, $C_{Y_{\delta_a}}$ es despreciada, mientras que previamente se cogió el valor que daba XFLR5, aunque era muy pequeño. En cuanto a $C_{\mathcal{L}\delta_a}$, un método sencillo de cálculo obtenido de [19] la expresa como:

$$C_{\mathcal{L}\delta_a} = \left(\frac{C_{\mathcal{L}\delta_a}}{\tau} \right) \tau \quad [\text{rad}^{-1}] \quad (5.73)$$

donde tanto $\left(\frac{C_{\mathcal{L}\delta_a}}{\tau} \right) = 0,475$ como $\tau = 0,3625$ se obtienen a partir de gráficas, para lo cual es necesario conocer la geometría del alerón. Sus dimensiones fueron definidas en la sección (5.1), a partir de las cuales se tiene que $\frac{\bar{c}_a}{\bar{c}_w} = 0,123$, siendo \bar{c}_a la cuerda media del alerón y $\bar{c}_w \equiv \bar{c}$ la cuerda media del ala. Por último, $C_{N_{\delta_a}}$ se calcula con la siguiente ecuación [19]:

$$C_{N_{\delta_a}} = 2KC_{L_1}C_{\mathcal{L}\delta_a} \quad (5.74)$$

donde $K = -0,19$ es una constante obtenida de [19]. Los resultados finales obtenidos son:

	Sin winglets		Con winglets	
	XFLR5	Ecuaciones paramétricas	XFLR5	Ecuaciones paramétricas
$C_{Y_{\delta_a}}$ [1/rad]	-0,0048	0	0,0145	0
$C_{\mathcal{L}\delta_a}$ [1/rad]	0,0938	0,1722	0,0985	0,1722
$C_{N_{\delta_a}}$ [1/rad]	0,0021	-0,0137	-0,0034	-0,0137

Tabla 5.19: Cálculo de las derivadas de estabilidad respecto al ángulo de deflexión del alerón con ecuaciones paramétricas

Los resultados anteriores muestran grandes semejanzas entre ambos métodos de cálculo. La única diferencia notable se puede observar en el cálculo de $C_{N_{\delta_a}}$ para el ala sin winglets, ya que cambia su signo, aunque se ha de tener en cuenta que los valores obtenidos son muy pequeños.

- A continuación se calculan las derivadas respecto a la velocidad angular de balance, todas a partir de [19]. En primer lugar, C_{Y_p} puede ser calculada mediante las siguientes expresiones:

$$C_{Y_p} = C_{Y_{p,w}} + C_{Y_{p,v}} \quad (5.75)$$

$$C_{Y_{p,w}} = C_{L_1} \left(\frac{A + \cos \Lambda_{LE}}{A + 4 \cos \Lambda_{LE}} \tan \Lambda_{LE} + \frac{1}{A} \right) \quad (5.76)$$

$$C_{Y_{p,v}} = -2a_v \frac{z_v}{b} \frac{S_v}{S} \eta_v \quad (5.77)$$

En cuanto a la derivada $C_{\mathcal{L}_p}$, se tiene:

$$C_{\mathcal{L}_p} = C_{\mathcal{L}_{p,w}} + C_{\mathcal{L}_{p,v}} \quad (5.78)$$

$$C_{\mathcal{L}_{p,w}} = C_{\mathcal{L}_{p,a_0}} - \frac{1}{8} \frac{C_{L_1}^2}{\pi A \cos^2 \Lambda_{LE}} \left(1 + 2 \sin^2 \Lambda_{LE} \frac{A + 2 \cos \Lambda_{LE}}{A + 4 \cos \Lambda_{LE}} \right) - \frac{1}{8} C_{D_1} \quad (5.79)$$

$$C_{\mathcal{L}_{p,v}} = -2a_v \left(\frac{z_v}{b} \right)^2 \eta_v \frac{S_v}{S} \quad (5.80)$$

donde $C_{\mathcal{L}_{p,a_0}} = -0,4$ se extrae a partir de gráficas en [19]. Por último, la derivada C_{N_p} se calcula como:

$$C_{N_p} = C_{N_{p,w}} + C_{N_{p,v}} \quad (5.81)$$

$$C_{N_{p,w}} = C_{L_1} \frac{A + 4}{A + 4 \cos \Lambda_{LE}} \left(1 + 6 \left(1 + \frac{\cos \Lambda_{LE}}{A} \right) \frac{\tan^2 \Lambda_{LE}}{12} \right) \left(\frac{C_{N_p}}{C_L} \right)_{\Lambda_{LE}=0} \quad (5.82)$$

$$C_{N_{p,v}} = 2a_v \frac{z_v}{b} \frac{l_{gv}}{b} \eta_v \frac{S_v}{S} \quad (5.83)$$

donde $\left(\frac{C_{N_p}}{C_L} \right)_{\Lambda_{LE}=0} = -0,0525$ es un parámetro empírico obtenido de [19].

A partir de estas ecuaciones, los resultados generados son los siguientes:

	Sin winglets		Con winglets	
	XFLR5	Ecuaciones paramétricas	XFLR5	Ecuaciones paramétricas
C_{Y_p} [1/rad]	0,0824	0,1496	-0,1267	0,1235
$C_{\mathcal{L}_p}$ [1/rad]	-0,4196	-0,4020	-0,4708	-0,4032
C_{N_p} [1/rad]	-0,0335	-0,0157	0,0187	-0,0088

Tabla 5.20: Cálculo de las derivadas de estabilidad respecto a la velocidad angular de balance con ecuaciones paramétricas

En cuanto a los resultados anteriores, cabe decir que si bien para las derivadas respecto a la velocidad angular de cabeceo parecía que XFLR5 no era capaz de hacer barridos de dicha velocidad angular, ahora los resultados sin winglets sí son coincidentes. Parece ser que la aportación

de la superficie vertical no es bien estimada por alguno de los dos métodos, ya que los resultados con winglets difieren para C_{Y_p} y C_{N_p} . Aunque el valor de estas derivadas no es estrictamente un criterio de estabilidad estática, es recomendable realizar un estudio más detallado para calcularlas.

- Las derivadas respecto a la velocidad angular en guiñada se calculan a partir de las siguientes ecuaciones paramétricas [19]:

$$C_{Y_r} = C_{Y_{r,w}} + C_{Y_{r,v}} \quad (5.84)$$

$$C_{Y_{r,w}} = 0,143C_{L_1} - 0,05 \quad (5.85)$$

$$C_{Y_{r,v}} = -2\frac{l_{gv}}{b}C_{Y_{\beta,v}} \quad (5.86)$$

$$C_{\mathcal{L}_r} = C_{\mathcal{L}_{r,w}} + C_{\mathcal{L}_{r,v}} \quad (5.87)$$

$$C_{\mathcal{L}_{r,w}} = \frac{C_{L_1}}{3} \quad (5.88)$$

$$C_{\mathcal{L}_{r,v}} = -2\frac{l_{gv}}{b}\frac{z_v}{b}C_{Y_{\beta,v}} \quad (5.89)$$

$$C_{N_r} = C_{N_{r,w}} + C_{N_{r,v}} \quad (5.90)$$

$$C_{N_{r,w}} = -0,33\left(\frac{1+3\lambda}{2+2\lambda}\right)C_{D_0} - 0,02\left(1 - \frac{A-6}{13} - \frac{1-\lambda}{2,5}\right)C_{L_1}^2 \quad (5.91)$$

$$C_{N_{r,v}} = -2a_v\left(\frac{l_{gv}}{b}\right)^2\eta_v\frac{S_v}{S} \quad (5.92)$$

donde C_{D_0} se obtiene de los resultados aerodinámicos en la sección (5.2), valiendo $C_{D_0} = 0,00833$ para el ala sin winglets y $C_{D_0} = 0,00910$ para el ala con winglets.

Los resultados obtenidos a partir de las ecuaciones anteriores se muestran en la siguiente tabla:

	Sin winglets		Con winglets	
	XFLR5	Ecuaciones paramétricas	XFLR5	Ecuaciones paramétricas
C_{Y_r} [1/rad]	-0,0051	-0,0201	0,1443	0,1368
$C_{\mathcal{L}_r}$ [1/rad]	0,0400	0,0698	0,0709	0,0767
C_{N_r} [1/rad]	0,0001	-0,0035	-0,0353	-0,0448

Tabla 5.21: Cálculo de las derivadas de estabilidad respecto a la velocidad angular de guiñada con ecuaciones paramétricas

De la tabla anterior se observa una gran concordancia entre los resultados mostrados para el ala con winglets. Para la configuración sin winglets, la única derivada que muestra ciertas diferencias en su resultado es C_{N_r} , aunque sólo en cuanto al signo, pues su valor es despreciable.

- Para terminar, la derivada propulsiva $C_{T_{n_\beta}}$ es también despreciada aquí.

Como conclusión, se puede deducir que la mayoría de las derivadas parecen estar bien calculadas, a excepción de algunas respecto a las velocidades angulares (p y q). La causa de ello puede ser la dificultad de XFLR5 para realizar barridos en estas variables o bien la imprecisión de las ecuaciones paramétricas para reproducir el comportamiento del ala voladora o la aportación de los winglets.

5.5. Estudio paramétrico

En esta sección, se va a realizar un estudio paramétrico de la estabilidad del ala voladora. El estudio consistirá en analizar varias configuraciones variando tanto la geometría del ala (sección 5.5.1) como la del winglet (sección 5.5.2). En función de la característica geométrica que se varíe en cada caso, se representarán:

1. Frecuencia natural del modo fugoide.
2. Amortiguamiento del modo fugoide.
3. Frecuencia natural del modo de corto período.
4. Amortiguamiento del modo de corto período.
5. Frecuencia natural del modo de balanceo holandés.
6. Amortiguamiento del modo de balanceo holandés.
7. Tiempo característico del modo de convergencia en balance.
8. Tiempo característico del modo espiral.
9. Brazo longitudinal del winglet (l_{gv}).
10. Brazo vertical del winglet (z_v).
11. Aproximación del modo espiral.
12. Centro de gravedad y punto neutro del ala voladora.

Como se vio en la sección (5.4), los valores de l_{gv} y z_v son importantes para determinar la aportación de las superficies verticales (en este caso, winglets) a las derivadas de estabilidad laterales-direccionales.

El estudio de la aproximación del modo espiral viene motivado por intentar determinar las causas de su inestabilidad e intentar así resolverla. Distintas fuentes de la literatura (véase por ejemplo [11]), aproximan el autovalor correspondiente al modo espiral como:

$$\lambda_{spiral} = \frac{\mathcal{L}_\beta \mathcal{N}_r - \mathcal{N}_\beta \mathcal{L}_r}{\mathcal{L}_\beta + \mathcal{N}_\beta A_1} \quad (5.93)$$

Debido a que $A_1 = \frac{I_{xz}}{I_{xx}} = 0$ y $\mathcal{L}_\beta < 0$, para que el modo espiral sea estable ($\lambda_{spiral} < 0$), es necesario que se cumpla la siguiente ecuación:

$$\mathcal{L}_\beta \mathcal{N}_r - \mathcal{N}_\beta \mathcal{L}_r > 0 \quad (5.94)$$

Obsérvese que si, además de los criterios de estabilidad habituales (véase de nuevo el anexo B), se cumple que $C_{\mathcal{L}_r} < 0$, el modo espiral sería estable (esto no ocurría en ninguno de los dos casos analizados en la sección 5.3, para la configuración nominal de ala con/sin winglets). Este criterio es de suficiencia, pero no es condición necesaria. Si $C_{\mathcal{L}_r} > 0$, basta que $C_{\mathcal{N}_\beta} C_{\mathcal{L}_r} < C_{\mathcal{L}_\beta} C_{\mathcal{N}_r}$ para que el espiral sea estable.

Es precisamente la diferencia $\mathcal{L}_\beta \mathcal{N}_r - \mathcal{N}_\beta \mathcal{L}_r$ lo que se representa en cada caso, para ver cuándo ocurre el cambio de signo a positivo, lo cual implicaría que el espiral se hace estable.

En todas las configuraciones aquí analizadas, se realiza el trimado longitudinal del avión a la velocidad nominal (21,336 m/s), en las condiciones de vuelo de referencia habituales (vuelo simétrico, rectilíneo, estacionario y con velocidades angulares nulas). Se obtendrán las variables restantes en la configuración de trimado (ángulo de ataque, deflexión de elevador, cuerda media aerodinámica, punto neutro ...). Además, las condiciones atmosféricas se mantendrán también constantes.

Es importante mencionar que a lo largo de todo el estudio, con el objetivo de realizar análisis que puedan ser comparables, se mantendrá el margen estático constante en el valor obtenido en la sección (5.3) para el ala con winglets ($SM = 14,18\%$). Esto implica que, en cada caso, puesto que el punto neutro variará en función de la geometría, el centro de gravedad deberá ser variado hasta cumplir este requisito. La masa e inercias del ala seguirán siendo las dadas en la sección (5.1).

Frente a cambios en la envergadura del ala, se mantendrá constante el porcentaje de esta que estaba destinada a las superficies de control (alergones y elevadores). Asimismo, se mantendrá constante el porcentaje de cuerda ocupado por las superficies (posición de la charnela) en cada perfil. Además, se mantendrá la torsión en la punta en $\kappa = -4^\circ$ (excepto en la sección 5.5.1.3) siguiendo una ley de variación lineal.

Tras diseñar la geometría del ala en cada caso y realizar los análisis aerodinámicos y el trimado longitudinal, se calcularán las derivadas de estabilidad para obtener los modos y representar las magnitudes previamente enumeradas. Dichas derivadas se tomarán de XFLR5 o de los estudios aerodinámicos siguiendo los criterios descritos en la sección (5.3). Con el amortiguamiento y frecuencia natural de cada modo, será más sencillo comprender las respuestas dinámicas representadas en la sección (5.6).

Antes de proceder a realizar los estudios paramétricos, se van a definir las ecuaciones que caracterizan las diferentes dimensiones características del ala y del winglet. Para el ala, a partir de la cuerda en el encastrado (c_r) y la superficie (S) nominales (ver sección 5.1), se producirán variaciones en la flecha (en la línea de $c/4$) y el estrechamiento de esta. Fijado uno de los dos parámetros, el otro será variable. Una vez dados sendos valores de λ y $\Lambda_{\frac{1}{4}}$, el resto de dimensiones vienen dadas por:

$$c_t = \lambda c_r \quad (5.95)$$

$$b = \frac{2S}{c_r(1 + \lambda)} \quad (5.96)$$

$$A = \frac{4S}{c_r^2(1 + \lambda)^2} \quad (5.97)$$

La cuerda en cada sección y la flecha en el borde de ataque y en el borde de salida se obtienen a partir de las ecuaciones (5.22), (5.23) y (5.24). Además, la ecuación (5.28) proporciona la cuerda media aerodinámica como función de λ y c_r , lo cual indica que mientras no se varíe el estrechamiento, la MAC será constante.

Como se explicó previamente, el centro de gravedad del ala se fija tal que se obtenga un valor de $SM = 14,18\%$, a partir de la posición del punto neutro dada por XFLR5 y de la cuerda media aerodinámica así calculada.

Nótese de las ecuaciones anteriores que, puesto que tanto la cuerda en el encastrado como la superficie son constantes, es equivalente variar el estrechamiento del ala que variar su alargamiento. Cualquiera de las dos podría haberse tomado como variable independiente en el estudio paramétrico.

La geometría del winglet viene definida por su estrechamiento, la flecha en el borde de ataque y su superficie. A lo largo del estudio paramétrico, se mantendrán dos de estas variables constantes, variando la otra. Además, el valor de c_{r_v} se mantendrá siempre constante e igual al nominal (ver sección 5.1). Dados los valores de c_{r_v} , S_v , λ_v y Λ_{LE_v} , se pueden calcular el resto de variables mediante

las siguientes ecuaciones:

$$c_{t_v} = c_{r_v} \lambda_v \quad (5.98)$$

$$\frac{b_v}{2} = \frac{S_v}{c_{r_v}(1 + \lambda_v)} \quad (5.99)$$

$$\tan \Lambda_{TE_v} = \frac{\frac{b_v}{2} \tan \Lambda_{LE_v} + (\lambda_v - 1)c_{r_v}}{\frac{b_v}{2}} \quad (5.100)$$

$$MAC_v = \frac{2c_{r_v}}{3} \frac{1 + \lambda_v + \lambda_v^2}{1 + \lambda_v} \quad (5.101)$$

$$z_v = \frac{MAC_v - c_{r_v}}{\tan \Lambda_{TE_v} - \tan \Lambda_{LE_v}} - Z_{CG} - 5,1 \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad (5.102)$$

$$l_{gv} = \frac{MAC_v}{4} + \frac{MAC_v - c_{r_v}}{\tan \Lambda_{TE_v} - \tan \Lambda_{LE_v}} \tan \Lambda_{LE_v} + \frac{b}{2} \tan \Lambda_{LE} - X_{CG} \quad (5.103)$$

donde el centro aerodinámico del winglet ha sido calculado a partir de su centroide, y se ha bajado una distancia vertical de 0,51 cm por la diferencia de altura entre el plano del ala y el origen del winglet. Además, al estar el centro de gravedad del ala situado en el plano de referencia, se tiene que $Z_{CG} = 0$.

Dada la importancia anteriormente comentada de los parámetros z_v y l_{gv} del winglet, una posibilidad hubiera sido usar estas dos variables como independientes en el estudio paramétrico, en vez de flecha y estrechamiento. Sin embargo, observando que

$$z_v = z_v(\lambda_v)$$

$$l_{gv} = l_{gv}(\lambda_v, \Lambda_{LE_v})$$

se deduce que variar la flecha (con estrechamiento constante) es idéntico a variar l_{gv} con z_v constante. Por otro lado, variar z_v manteniendo l_{gv} constante equivale a variar el estrechamiento, pero la flecha variaría también. Es decir, que al variar el estrechamiento (con flecha constante), se producen variaciones tanto en l_{gv} como en z_v . Sin embargo, las variaciones de l_{gv} son muy pequeñas, pudiendo considerarse que se mantiene aproximadamente constante. Por lo tanto, se pueden considerar como variables independientes tanto flecha y estrechamiento como l_{gv} y z_v . En la figura (5.119) se representan dos superficies que muestran la variación de l_v (a la izquierda) y z_v (a la derecha) con la flecha y el estrechamiento. Obsérvese como mientras z_v se mantiene idénticamente constante al variar la flecha, l_v experimenta una ligera variación con el estrechamiento.

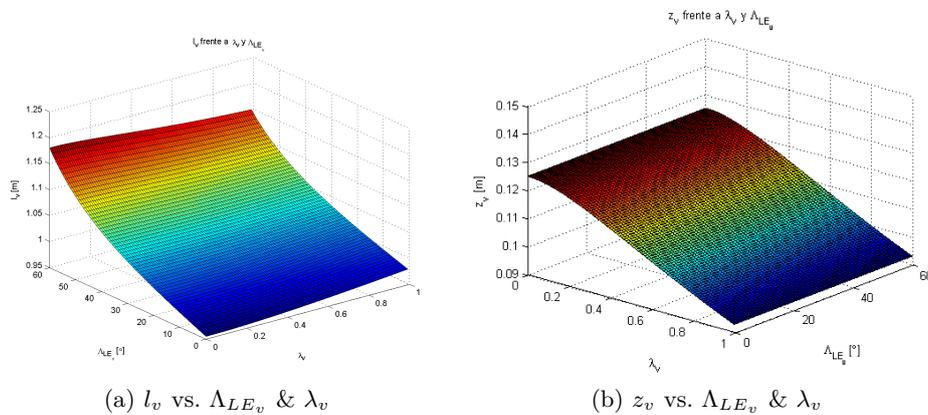


Figura 5.119: Variación de l_v y z_v con la flecha y el estrechamiento del winglet.

5.5.1. Variación de la geometría del ala

En primer lugar se van a realizar cambios en la geometría del ala, dejando la geometría de los winglets constante e igual a la nominal. Esto implica que, aunque c_t disminuya, c_{r_v} seguirá siendo constante y por tanto el winglet sobresaldrá por detrás del ala. Lo único que se variará será la posición de éste para que su borde de ataque coincida con el del ala (véase la figura 5.120).

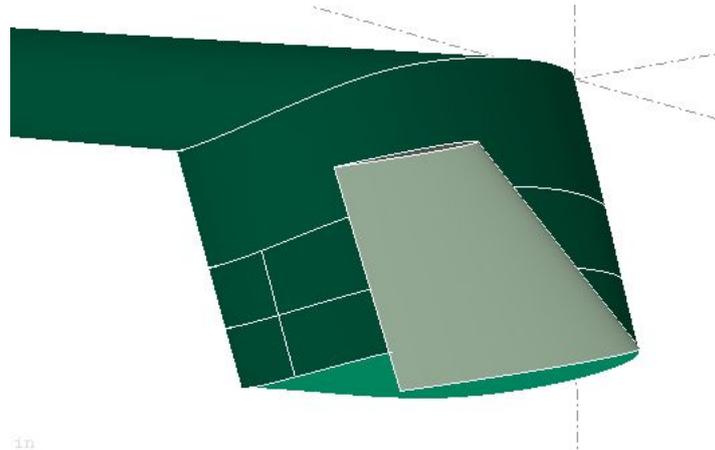
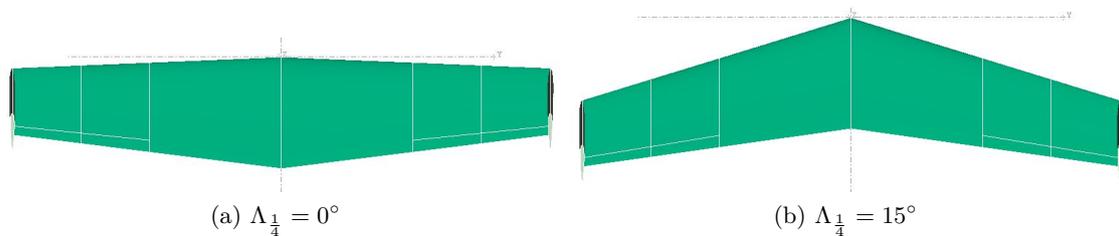


Figura 5.120: Detalle del winglet al variar la geometría del ala

Como ya se ha comentado, se mantendrá constante la superficie del ala (S) y la cuerda en la raíz (c_r) y se variarán la flecha y el estrechamiento (fijando uno y variando el otro). Por último, en la sección (5.5.1.3) se hará un estudio de la variación de la torsión.

5.5.1.1. Variación de la flecha

Para este caso, queda fijado el valor del estrechamiento del ala, lo cual implica también envergadura, cuerda en la punta, alargamiento y MAC constantes. Se representarán cinco valores de la flecha, incluyendo el caso nominal. En la figura (5.121) se puede observar la forma en planta del ala para todas las configuraciones.



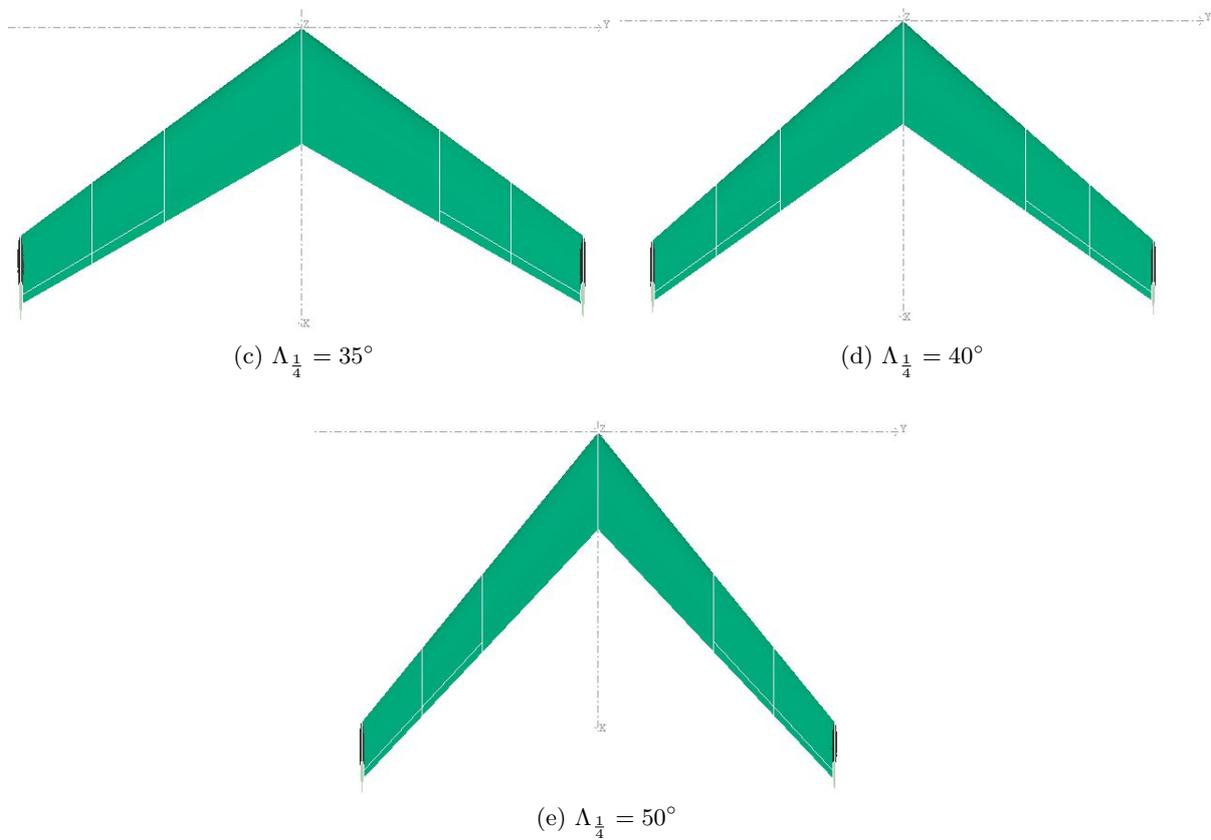


Figura 5.121: Geometría del ala para distintos valores de la flecha

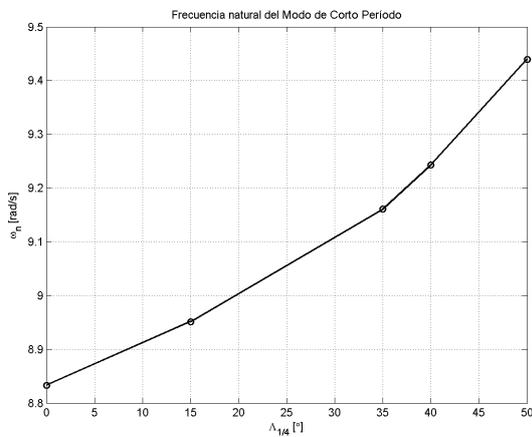
En la tabla (5.22) se indican los datos geométricos y otros resultantes de realizar el trimado a la velocidad nominal de vuelo, para cada uno de los valores de la flecha estudiados.

	$\Lambda_{1/4} = 0^\circ$	$\Lambda_{1/4} = 15^\circ$	$\Lambda_{1/4} = 35^\circ$	$\Lambda_{1/4} = 40^\circ$	$\Lambda_{1/4} = 50^\circ$
S [m ²]	0.991	0.991	0.991	0.991	0.991
c_r [cm]	50.800	50.800	50.800	50.800	50.800
c_t [cm]	30.480	30.480	30.480	30.480	30.480
λ [-]	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6
b [m]	2.438	2.438	2.438	2.438	2.438
A [-]	6	6	6	6	6
κ [°]	-4	-4	-4	-4	-4
MAC [cm]	41.487	41.487	41.487	41.487	41.487
X_{NA} [cm]	12.41	27.73	53.56	62.03	83.63
X_{CG} [cm]	6.52	21.85	47.68	56.15	77.75
SM [%]	14.18	14.18	14.18	14.18	14.18
α₁ [°]	5.95	4.81	4.58	4.65	4.98
δ_{e1} [°]	-18.3	-5.52	0.36	1.57	4.41

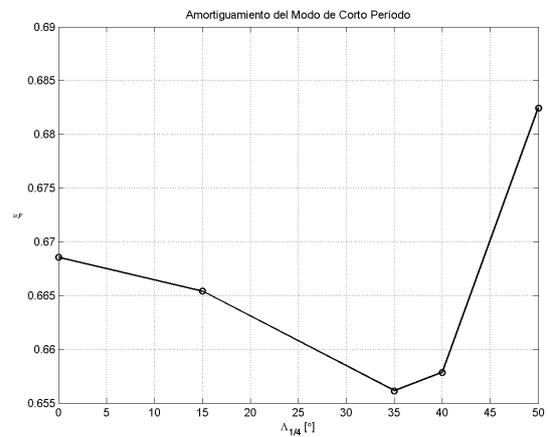
Tabla 5.22: Datos del estudio paramétrico variando la flecha del ala

Nótese que al aumentar la flecha del ala, el centro aerodinámico de esta se va atrasando, de modo que es necesario retrasar también su centro de gravedad para mantener el margen estático constante. Además, se puede notar que existe un valor óptimo de la flecha en cuanto a las características aerodinámicas del ala, ya que para el valor de flecha nominal ($\lambda_{\frac{1}{4}} = 35^\circ$) se necesita un ángulo de ataque mínimo para generar la sustentación necesaria ($\frac{W}{qS} = C_L(\alpha)$).

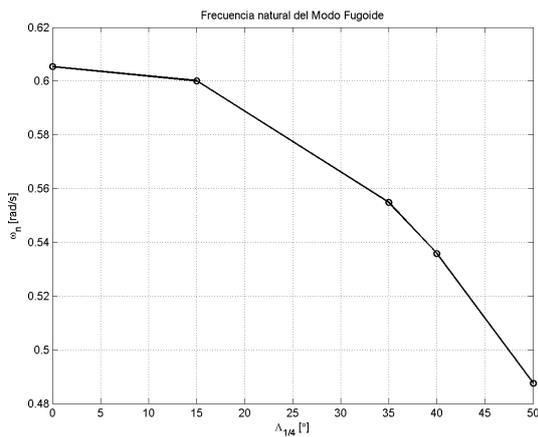
Analizando estos cinco casos, se obtienen las derivadas de estabilidad y se resuelve el problema de autovalores y autovectores. Los resultados obtenidos se muestran en la figura (5.122).



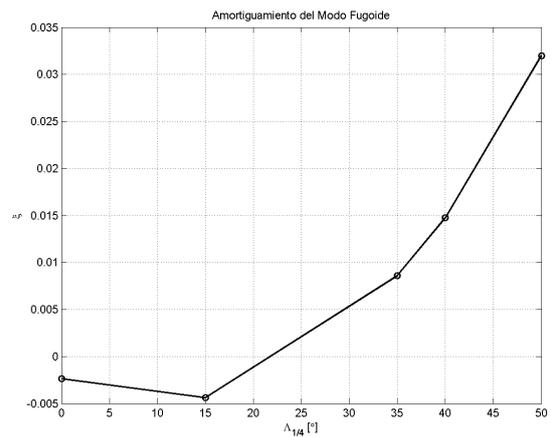
(a) $\omega_{n_{sp}}$ vs. $\Lambda_{\frac{1}{4}}$



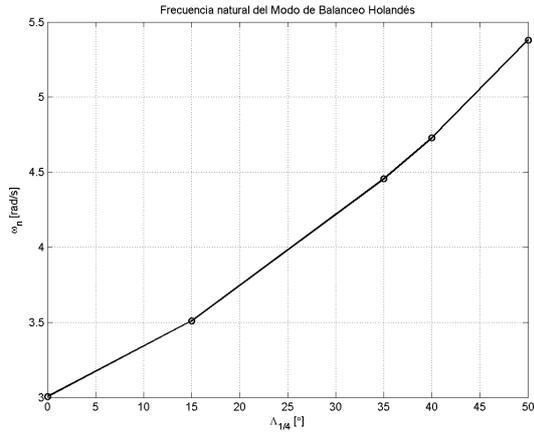
(b) ξ_{sp} vs. $\Lambda_{\frac{1}{4}}$



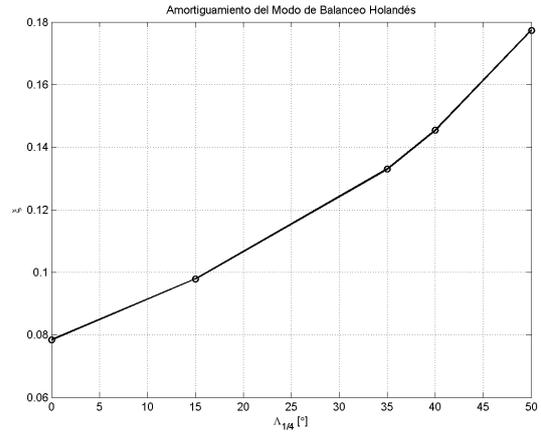
(c) $\omega_{n_{ph}}$ vs. $\Lambda_{\frac{1}{4}}$



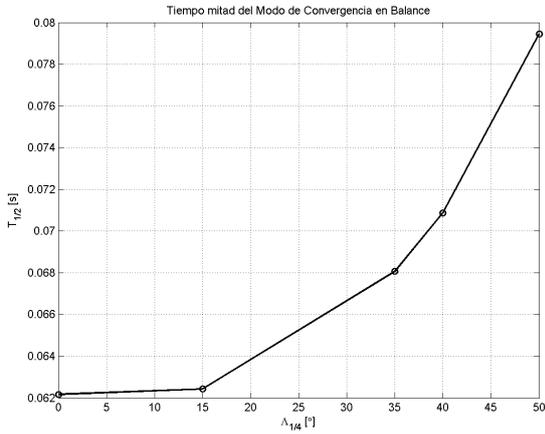
(d) ξ_{ph} vs. $\Lambda_{\frac{1}{4}}$



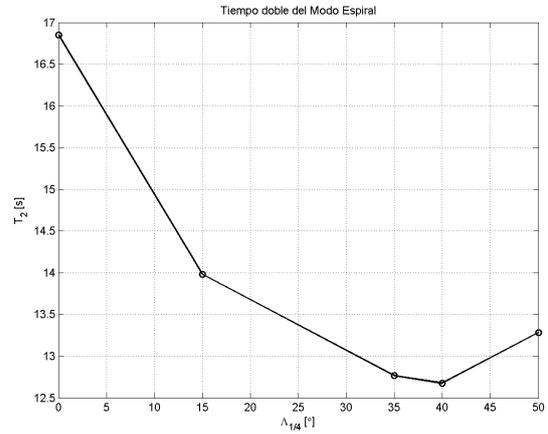
(e) $\omega_{n_{dr}}$ vs. $\Lambda_{\frac{1}{4}}$



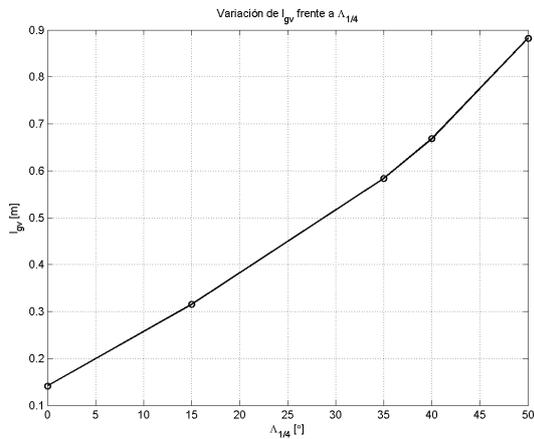
(f) ξ_{dr} vs. $\Lambda_{\frac{1}{4}}$



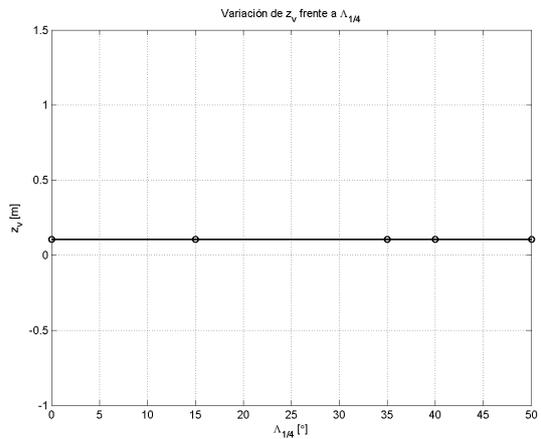
(g) $T_{\frac{1}{2},roll}$ vs. $\Lambda_{\frac{1}{4}}$



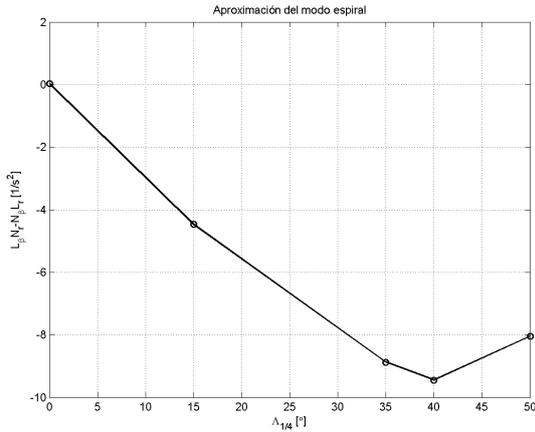
(h) $T_{2,spiral}$ vs. $\Lambda_{\frac{1}{4}}$



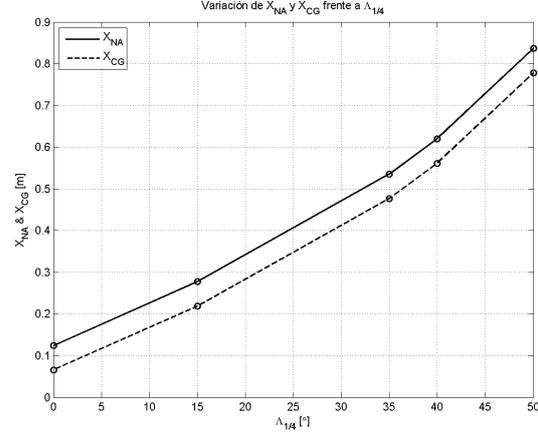
(i) l_{gv} vs. $\Lambda_{\frac{1}{4}}$



(j) z_v vs. $\Lambda_{\frac{1}{4}}$



(k) $(\mathcal{L}_{\beta} \mathcal{N}_{\beta} - \mathcal{N}_{\beta} \mathcal{L}_{\beta})$ vs. $\Lambda_{\frac{1}{4}}$



(l) X_{NA} & X_{CG} vs. $\Lambda_{\frac{1}{4}}$

Figura 5.122: Resultados del análisis paramétrico variando la flecha del ala

De las figuras anteriores se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- El modo de corto período es poco sensible a variaciones en la flecha del ala, de manera que su amortiguamiento permanece prácticamente constante, si bien la frecuencia natural experimenta un cierto aumento.
- En cambio, en el modo fugoide, el aumento de la flecha afecta negativamente a la frecuencia natural, haciéndolo más lento, mientras que el amortiguamiento llega a tomar valores negativos (es decir, que el autovalor se hace inestable) para flechas pequeñas.
- El modo de balanceo holandés se ve mejorado tanto en velocidad como en amortiguamiento de manera importante al aumentar la flecha.
- El tiempo característico del modo de convergencia en balance varía poco con la flecha.
- Para el modo espiral, no se llega a conseguir nunca la estabilidad, aunque para flecha nula se obtiene un modo neutralmente estable. Al aumentar la flecha, existe un punto crítico cercano al valor nominal de la flecha, para el cual la inestabilidad del espiral es máxima. No obstante, como ya se analizó en la sección (5.3), incluso para esta configuración los tiempos característicos del modo espiral eran tan grandes que la inestabilidad no conllevaba problemas importantes.
- Al aumentar la flecha del ala, es obvio que el centro aerodinámico del winglet se retrasa, mientras que permanece constante en elevación.
- Por último, con el aumento de la flecha, tanto el centro aerodinámico como el centro de gravedad del ala se ven retrasados, manteniéndose siempre a la misma distancia al ser constante tanto el margen estático como la cuerda media aerodinámica.

Por lo tanto, se puede deducir que es necesario un cierto valor de flecha en el ala voladora, principalmente por permitir la estabilidad del modo fugoide, mejorar el modo de balanceo holandés, y retrasar el centro aerodinámico del winglet (lo cual aumenta su efectividad). Sin embargo, se debe buscar una solución de compromiso, puesto que la frecuencia natural del modo fugoide se ve reducida. Es por ello que la flecha inicialmente considerada como nominal parece ser una buena solución, ya que además optimiza las características aerodinámicas del ala. El efecto producido en los modos de corto período, convergencia en balance y espiral pasaría a tener un papel secundario.

5.5.1.2. Variación del estrechamiento

En este caso, la flecha del ala pasa a ser constante, mientras que se varía su estrechamiento, manteniendo como siempre c_r y S constantes. Al variar el estrechamiento, se producirán cambios en la cuerda en la punta del ala, la cuerda media aerodinámica, la envergadura y el alargamiento. Se analizarán cinco valores del estrechamiento, incluyendo el caso nominal. La forma en planta del ala obtenida en cada caso se representa en la figura (5.123). Nótese que aunque se mantenga constante la flecha $\Lambda_{\frac{1}{4}}$, la flecha en el borde de ataque y en el borde de salida sí variarán en general.

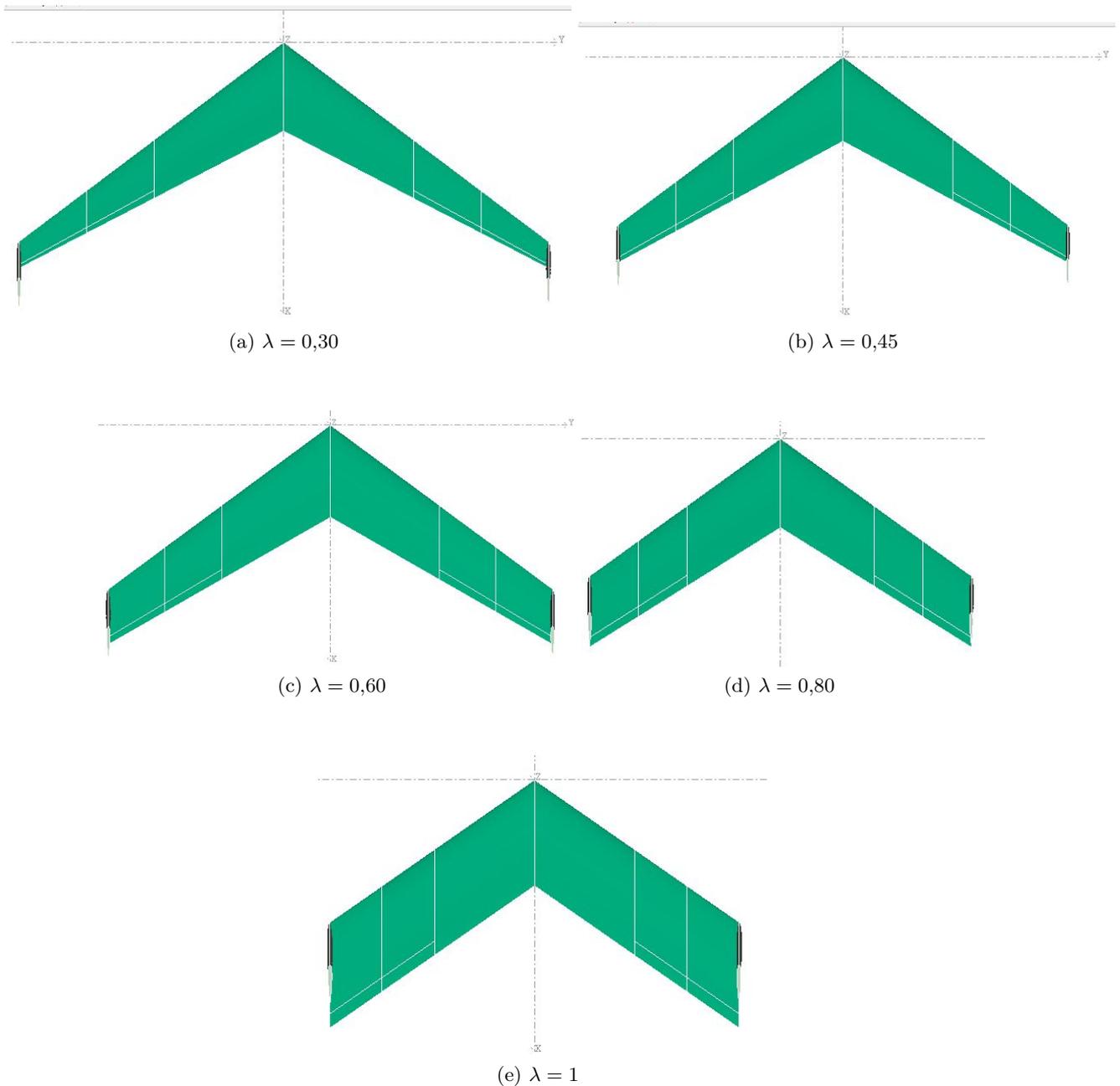


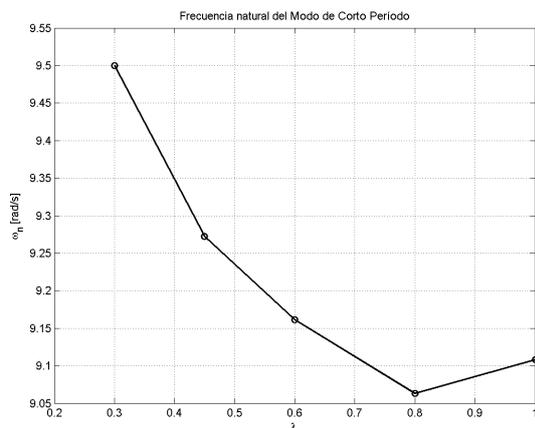
Figura 5.123: Geometría del ala para distintos valores del estrechamiento

Los parámetros geométricos y de trimado para estas cinco configuraciones se muestran en la siguiente tabla:

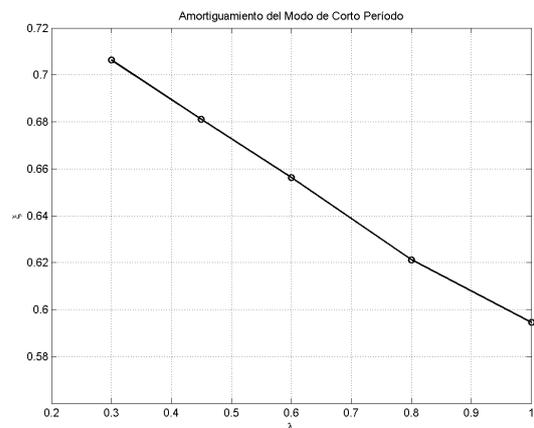
	$\lambda = 0,30$	$\lambda = 0,45$	$\lambda = 0,60$	$\lambda = 0,80$	$\lambda = 1$
S [m ²]	0.991	0.991	0.991	0.991	0.991
c_r [cm]	50.800	50.800	50.800	50.800	50.800
c_t [cm]	15.240	22.860	30.480	40.640	50.800
$\Lambda_{\frac{1}{4}}$ [°]	35	35	35	35	35
b [m]	3.001	2.691	2.438	2.168	1.951
A [-]	9.089	7.306	6	4.741	3.840
κ [°]	-4	-4	-4	-4	-4
MAC [cm]	36.210	38.600	41.487	45.910	50.80
X_{NA} [cm]	59.76	56.56	53.56	49.61	46.76
X_{CG} [cm]	54.63	51.08	47.68	43.10	39.55
SM [%]	14.18	14.18	14.18	14.18	14.18
α_1 [°]	4.01	4.30	4.58	5.01	5.39
δ_{e1} [°]	4.09	2.20	0.36	-2.15	-4.46

Tabla 5.23: Datos del estudio paramétrico variando el estrechamiento del ala

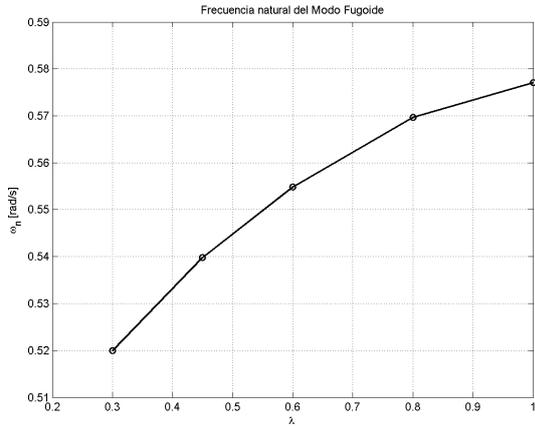
Se puede observar que a medida que se aumenta el estrechamiento del ala, tanto el centro de gravedad como el centro aerodinámico del ala se adelantan. Además, los valores de ángulo de ataque necesarios para el trimado del avión se hacen mayores, lo que implica que la pendiente de sustentación está disminuyendo (los valores de C_L generados son siempre los mismos al ser la velocidad de referencia constante). En la figura (5.124) se representan todos los resultados obtenidos para el estudio paramétrico del estrechamiento.



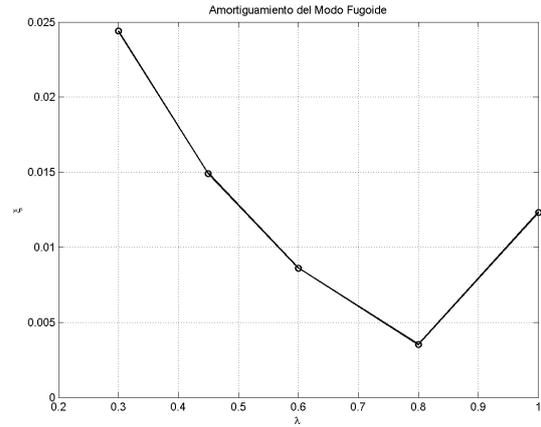
(a) $\omega_{n_{sp}}$ vs. λ



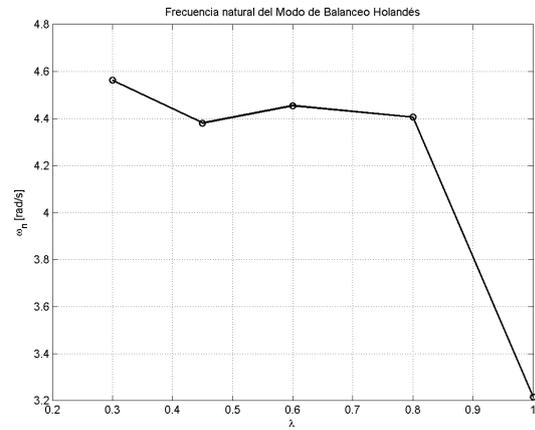
(b) ξ_{sp} vs. λ



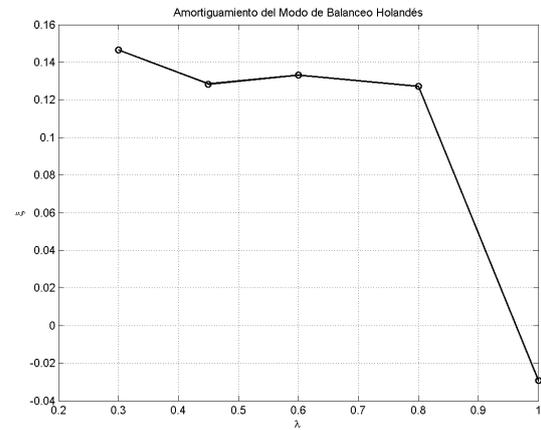
(c) $\omega_{n_{ph}}$ vs. λ



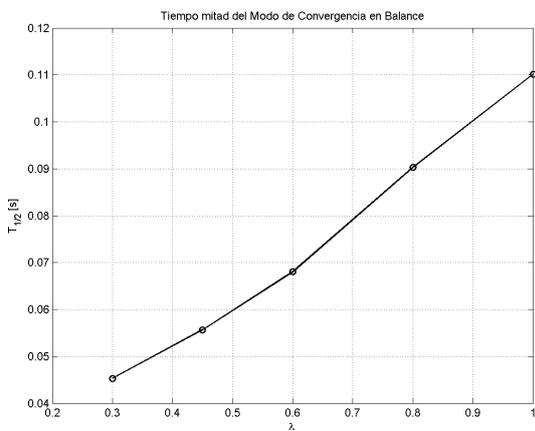
(d) ξ_{ph} vs. λ



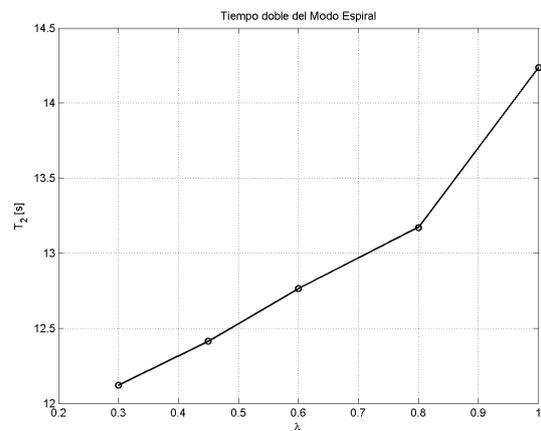
(e) $\omega_{n_{dr}}$ vs. λ



(f) ξ_{dr} vs. λ



(g) $T_{\frac{1}{2},roll}$ vs. λ



(h) $T_{2,spiral}$ vs. λ

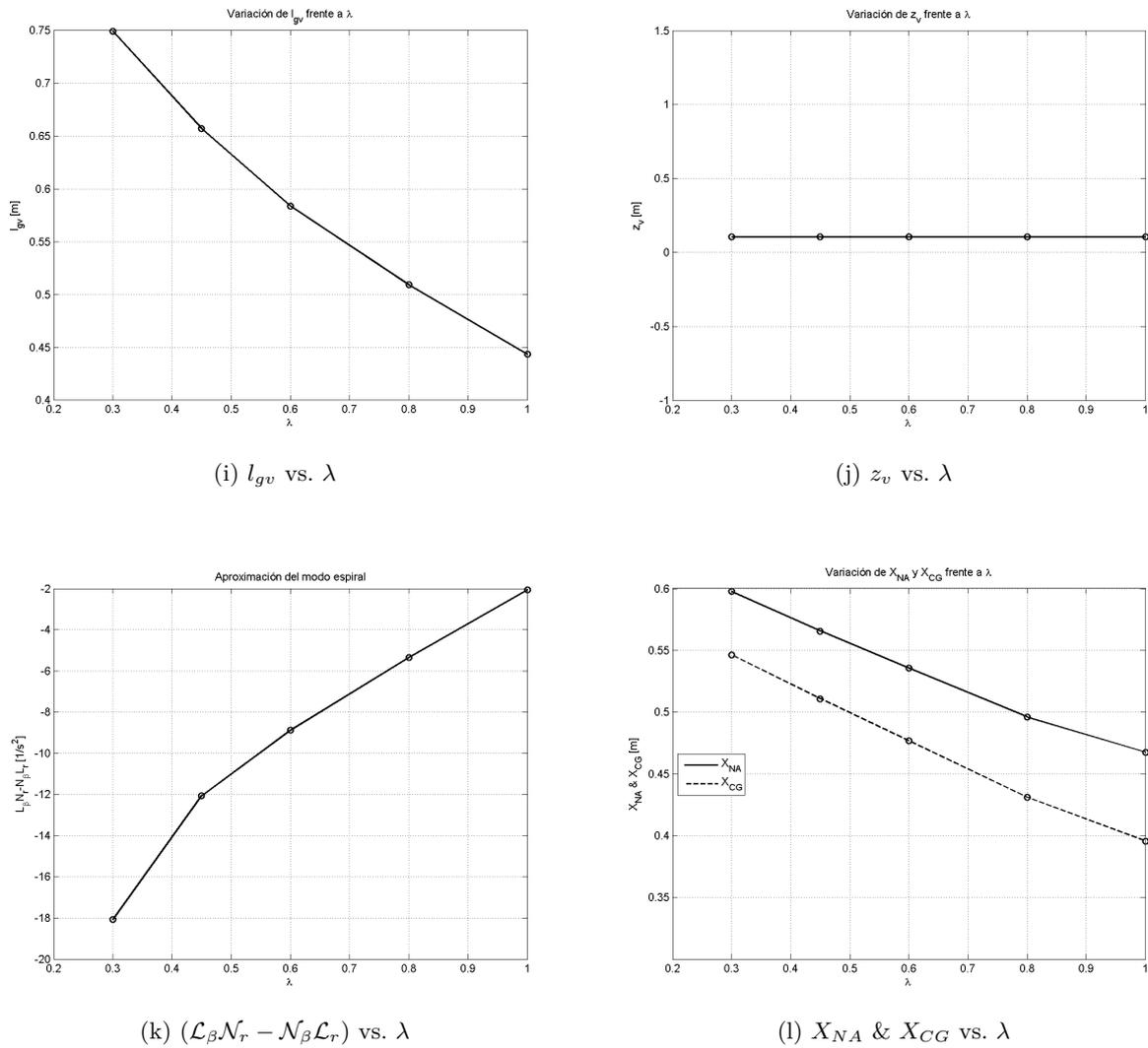


Figura 5.124: Resultados del análisis paramétrico variando el estrechamiento del ala

Los resultados más destacados son los siguientes:

- El amortiguamiento del modo de corto período se ve reducido al aumentar el estrechamiento. Asimismo, su frecuencia natural disminuye hasta alcanzar un mínimo para $\xi \approx 0,8$.
- El modo fugoide experimenta un aumento en su frecuencia natural, aunque el amortiguamiento disminuye hasta alcanzar un mínimo para $\xi \approx 0,8$.
- El modo de balanceo holandés es poco sensible a variaciones en el estrechamiento mientras éste sea moderado. Para valores de λ grandes, la frecuencia y el amortiguamiento caen súbitamente hasta hacerlo inestable.
- El modo de convergencia en balance se hace ligeramente más lento al aumentar el estrechamiento.
- El modo espiral tiende a hacerse estable a medida que se aumenta el estrechamiento, aumentando así su tiempo característico. Sin embargo, no llega a alcanzarse dicha estabilidad.

- El centro de gravedad y punto neutro del ala se adelantan al aumentar el estrechamiento (al disminuir la envergadura existen menos perfiles retrasados). La distancia entre ambos no se mantiene constante (a pesar de que el margen estático sí lo sea), puesto que la cuerda media aerodinámica va aumentando. Del mismo modo, al adelantarse el winglet, su centro aerodinámico también lo hace, manteniéndose constante en altitud.

Como consecuencia, se observa que el estrechamiento es un parámetro geométrico con un fuerte acoplamiento con todos los modos. En general, interesaría un valor pequeño del estrechamiento, quizás algo menor que el nominal, para mejorar los modos de corto período y convergencia en balance. El modo fugoide es el menos sensible a variaciones del estrechamiento, mientras que el modo de balanceo holandés no se vería afectado siempre que el estrechamiento no sea muy grande. La desventaja sería que el modo espiral se haría más inestable aunque, como ya se ha comentado, los tiempos característicos obtenidos son siempre muy grandes.

5.5.1.3. Variación de la torsión

En esta sección se estudia el efecto que tiene la variación de la torsión geométrica de los perfiles del ala. Para este estudio, la geometría tanto del ala como de los winglets se mantendrá en sus valores nominales, variando exclusivamente el ángulo de torsión.

Como ya se introdujo en la sección (5.1), el ángulo de torsión negativo tiene el objetivo fundamental de proporcionar al conjunto del ala un valor de C_{M0} positivo que permitiese su estabilidad longitudinal. Como desventaja, el valor de C_{L0} es negativo (veáanse las condiciones de trimado en la sección 5.3).

Se realizará aquí únicamente un estudio de la frecuencia y amortiguamiento de los modos longitudinales, una vez conseguido el trimado a la velocidad nominal. Esta decisión se debe a que la torsión del ala no afectará a sus características de estabilidad lateral-direccional al estar los dos problemas desacoplados. Al igual que en los casos anteriores, se forzará un valor del margen estático constante ($SM = 14,18\%$), debiendo posicionar el centro de gravedad adecuadamente en cada configuración.

Es importante mencionar que, debido a que se impone un valor de margen estático positivo, siempre será posible trimar el avión. Sin embargo, cuando la torsión de los perfiles es positiva y el valor de C_{M0} negativo, para poder trimar el avión con ángulos de ataque positivos (que permitan al mismo tiempo equilibrar la sustentación con el peso) serán necesarias grandes deflexiones negativas del timón de profundidad (elevador). Con estas condiciones, los modos resultantes y la respuesta dinámica del avión serían estables. Sin embargo, aunque el avión podría volar de forma estable buscando una deflexión de las superficies de control que produzca un $C_{M0} > 0$, se tiene la desventaja de que, al ser los ángulos de trimado dispares, la resistencia de trimado del ala aumentaría considerablemente. También estaría presente la limitación de potencia de control en cabeceo. Además, si se produce un desvío de las condiciones necesarias de trimado, el ala se volvería inestable.

En la figura (5.125) se puede apreciar la geometría del ala para los distintos valores del ángulo de torsión.

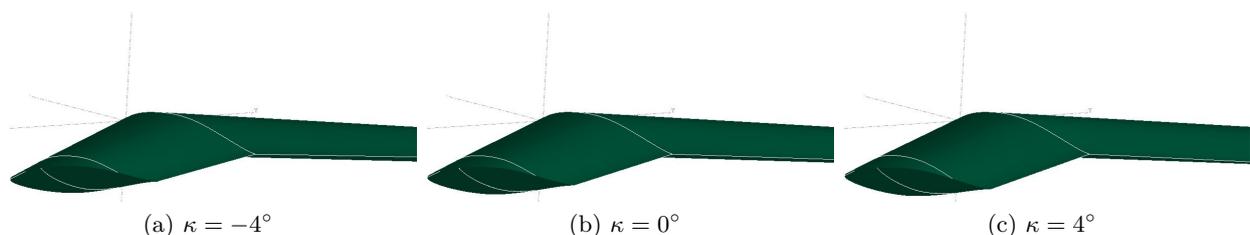


Figura 5.125: Geometría del ala para distintos valores de la torsión

A continuación se muestran los resultados obtenidos al realizar el trimado longitudinal para las 3 configuraciones estudiadas:

	$\kappa = 4^\circ$	$\kappa = 0^\circ$	$\kappa = -4^\circ$
X_{NA} [cm]	51.25	53.58	53.56
X_{CG} [cm]	45.37	47.69	47.68
SM [%]	14.18	14.18	14.18
α_1 [°]	2.32	3.37	4.58
δ_{e_1} [°]	-14.44	-7.25	0.36

Tabla 5.24: Datos del estudio paramétrico variando la torsión del ala

Obsérvese que mientras más grande es el ángulo de torsión, al tenerse mayores valores de C_{L_0} , el ángulo de ataque necesario para aguantar la carga alar existente es menor. De esta manera, como la torsión positiva da valores de C_{M_0} negativos, junto con el momento de picado que introduce el ala por tener un ángulo de ataque, es necesaria cada vez una mayor deflexión del elevador que produzca el momento de encabritado suficiente. Esto es consistente con el diseño de alas voladoras mediante el empleo de perfiles "reflex", los cuales producen un $C_{M_0} > 0$.

Una vez se ha trimado el ala voladora con las deflexiones necesarias del elevador y con un margen estático positivo, como se ha comentado, se obtienen unos modos estables que sufren variaciones en su frecuencia natural y amortiguamiento muy pequeñas. En la figura (5.126) se muestran las tendencias obtenidas para los modos de corto período y fugoide.

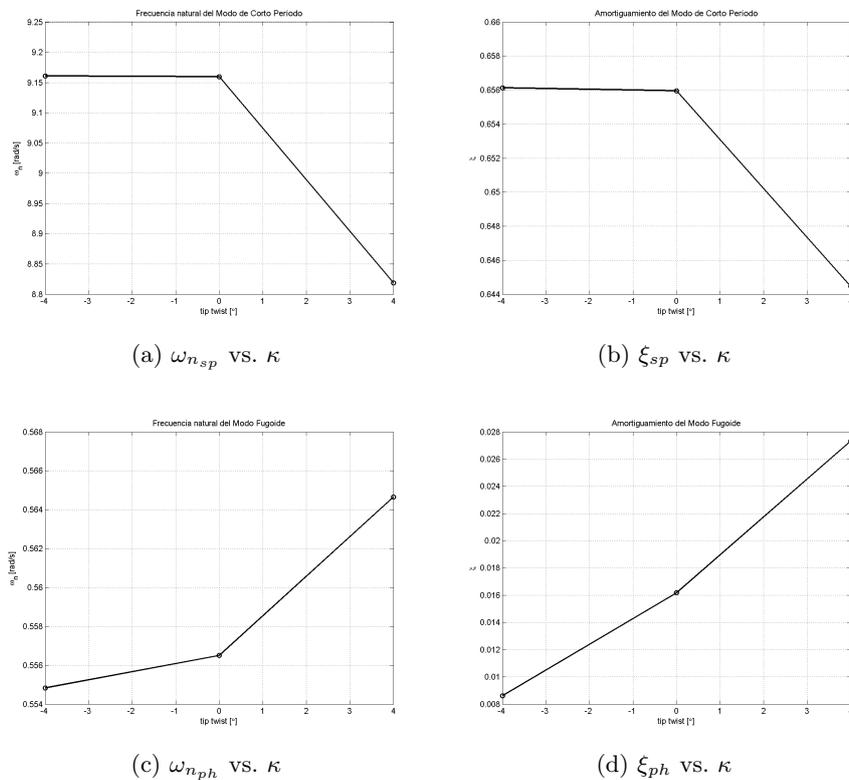


Figura 5.126: Resultados del análisis paramétrico variando la torsión geométrica del ala

5.5.2. Variación de la geometría de los winglets

Para esta sección, la geometría del ala queda fija en sus valores nominales, mientras que se efectúan variaciones en la geometría de los winglets. Como ya se ha comentado, se mantendrá siempre constante la cuerda en la raíz del winglet (c_{rv}). Por otro lado, de entre λ_v , Λ_{LE_v} y S_v , se mantendrán dos variables constantes en sus valores nominales y se variará la restante.

Asimismo, se volverá a mantener el margen estático constante en todos los casos, igual al valor anteriormente fijado. En cada caso, deberá buscarse la posición requerida del centro de gravedad para que esto ocurra, así como los ángulos de ataque y deflexión de elevador necesarios para el trimado a la velocidad nominal.

5.5.2.1. Variación de la superficie

En primer lugar, se realiza un estudio paramétrico para ver la influencia que tiene la cantidad de winglet de la que dispone el ala, en términos de superficie vertical (S_v), manteniendo entonces constantes el estrechamiento y la flecha del winglet. Se estudiarán 4 casos, variando la superficie vertical desde un valor nulo hasta el 150 % de su valor nominal, incluyendo el mismo. Es importante mencionar que, puesto que se está manteniendo el margen estático constante, el caso aquí estudiado sin winglets no corresponde al analizado en la sección (5.3), cuyo margen estático era $SM = 10,59\%$.

En la figura (5.127) se puede observar la geometría del ala resultante para cada configuración. Al ser fijo el estrechamiento del winglet, permanecen constantes tanto la cuerda en la punta como la cuerda media de este.

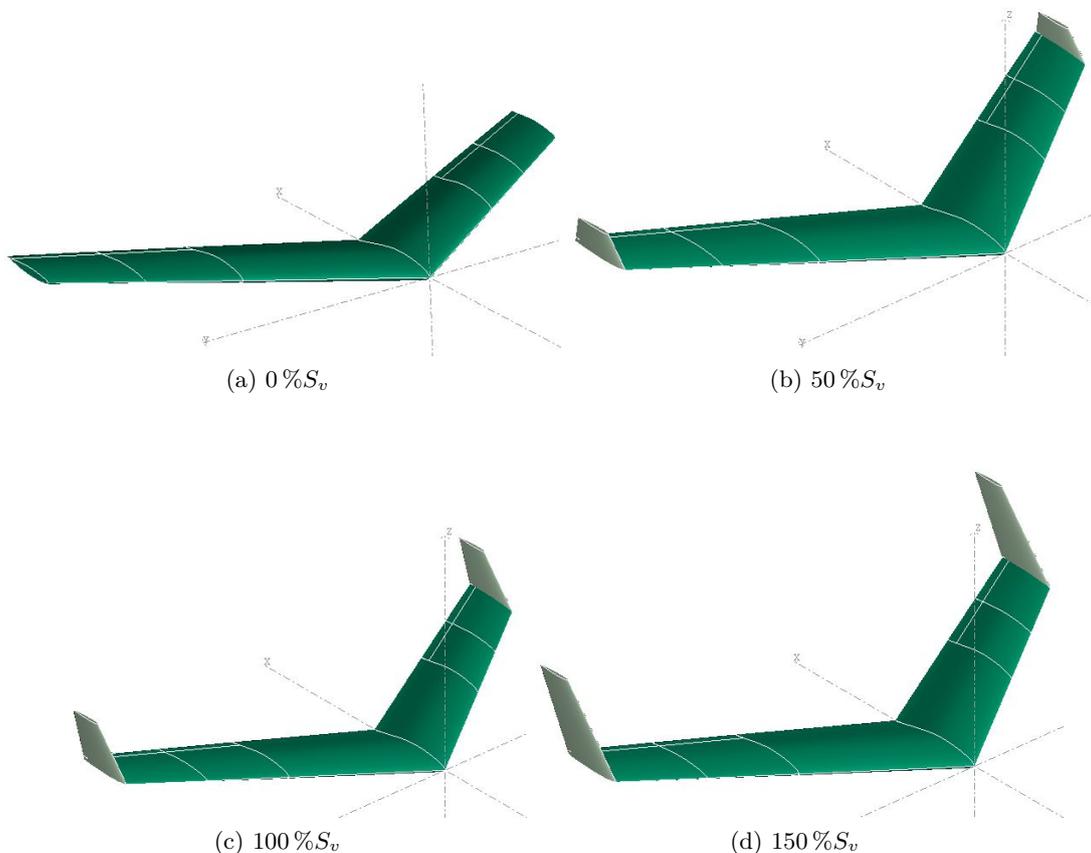


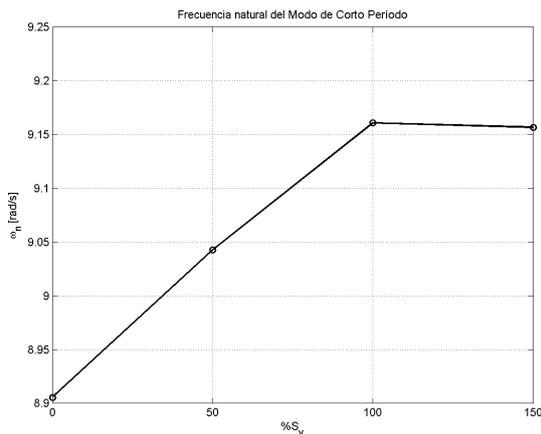
Figura 5.127: Geometría del ala voladora para distintos valores de la superficie de los winglet

En la siguiente tabla se puede consultar tanto la geometría resultante de los winglets en cada caso como los datos resultantes de realizar el trimado:

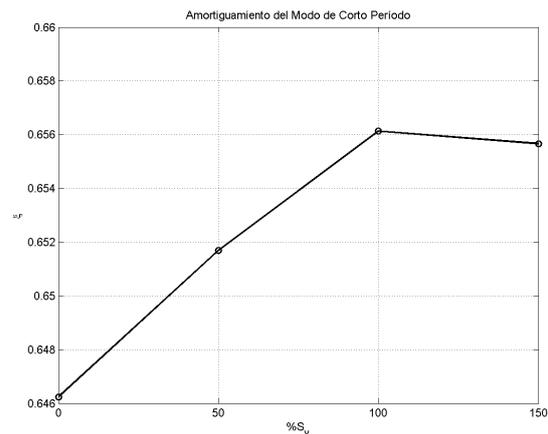
	0 % S_v	50 % S_v	100 % S_v	150 % S_v
S_v [m ²]	0	0.060	0.119	0.179
λ_v [-]	-	0.6	0.6	0.6
Λ_{LE_v} [°]	-	40	40	40
c_{rv} [cm]	-	30.480	30.480	30.480
c_{tv} [cm]	-	18.288	18.288	18.288
$b_v/2$ [cm]	-	12.190	24.384	36.570
MAC_v [cm]	-	24.890	24.890	24.890
X_{NA} [cm]	52.07	52.86	53.56	53.50
X_{CG} [cm]	46.18	46.98	47.68	47.61
SM [%]	14.18	14.18	14.18	14.18
α_1 [°]	4.70	4.64	4.58	4.58
δ_{e1} [°]	-0.4	0.04	0.36	0.33

Tabla 5.25: Datos del estudio paramétrico variando la superficie de los winglets

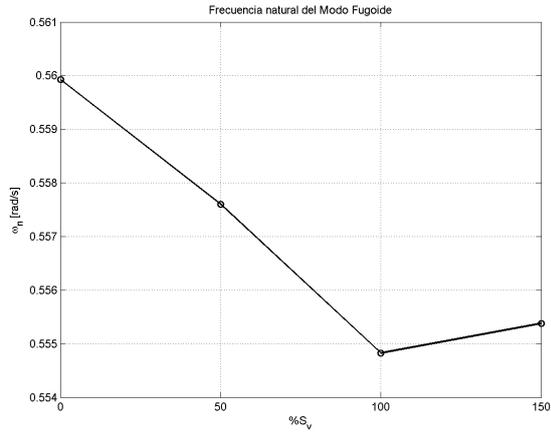
Obsérvese que aumentando la superficie del winglet, se consigue ir retrasando el centro aerodinámico del ala voladora, además de aumentar la pendiente de sustentación, como se vio en la sección (5.2.2). Esto se refleja en que el ángulo de ataque es menor. A partir de la superficie nominalmente establecida para los winglets, parece que estos empiezan a perder eficiencia al ser demasiado grandes, de manera que deja de aumentar la pendiente de sustentación y el centro aerodinámico empieza a adelantarse. En la figura (5.128) se representan todos los resultados obtenidos en este estudio paramétrico:



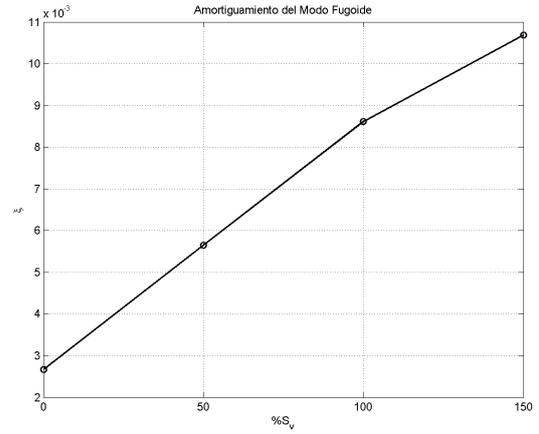
(a) $\omega_{n_{sp}}$ vs. % S_v



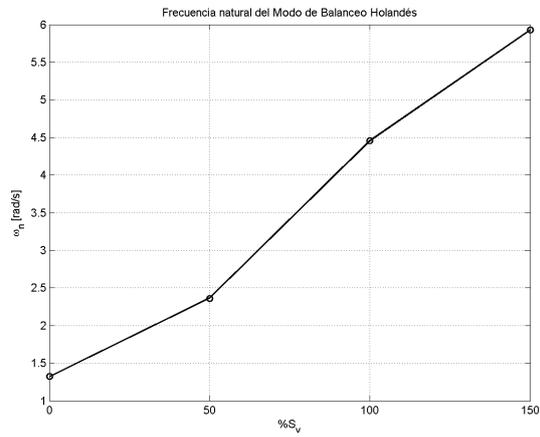
(b) ξ_{sp} vs. % S_v



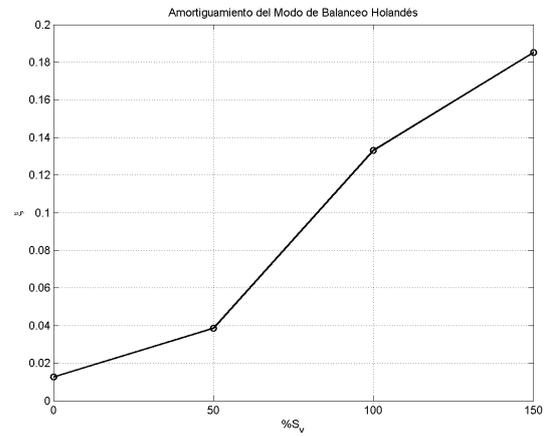
(c) $\omega_{n_{ph}}$ vs. $\%S_v$



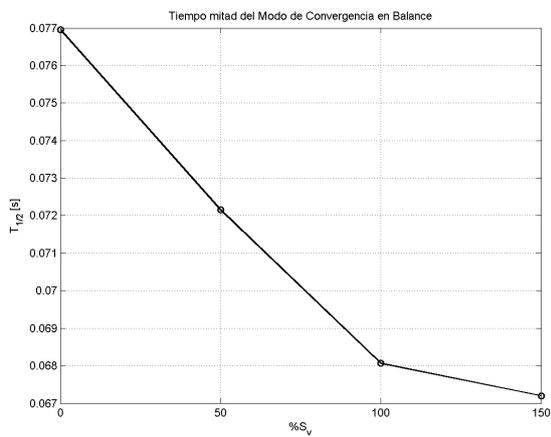
(d) ξ_{ph} vs. $\%S_v$



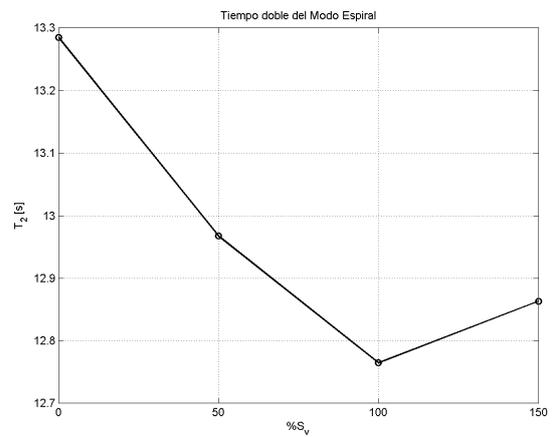
(e) $\omega_{n_{dr}}$ vs. $\%S_v$



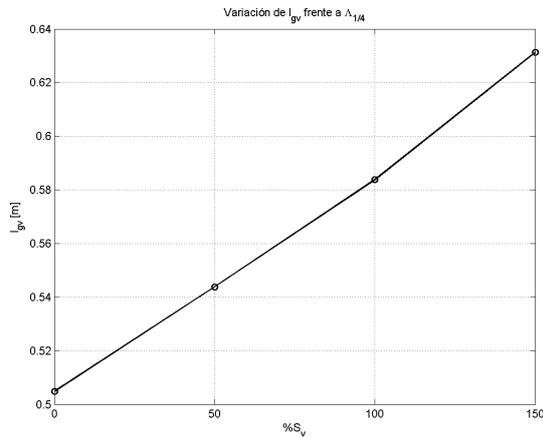
(f) ξ_{dr} vs. $\%S_v$



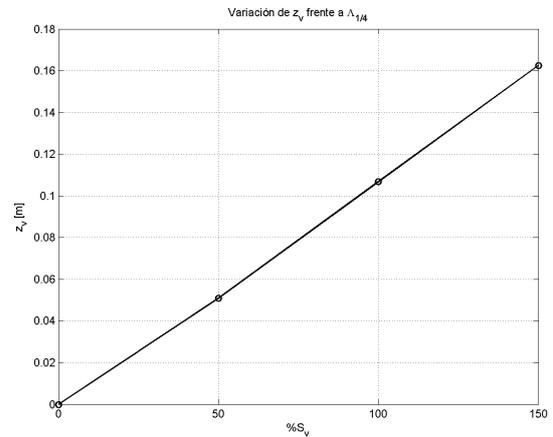
(g) $T_{1/2,roll}$ vs. $\%S_v$



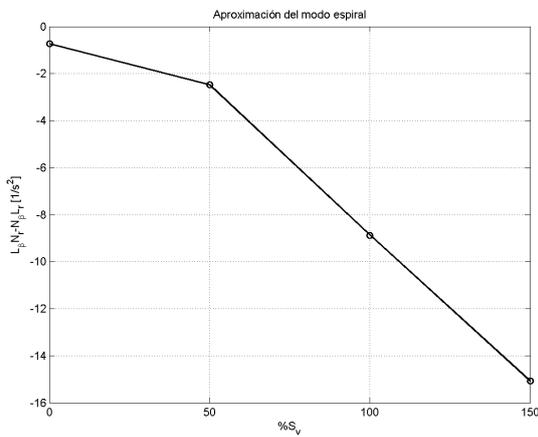
(h) $T_{2,spiral}$ vs. $\%S_v$



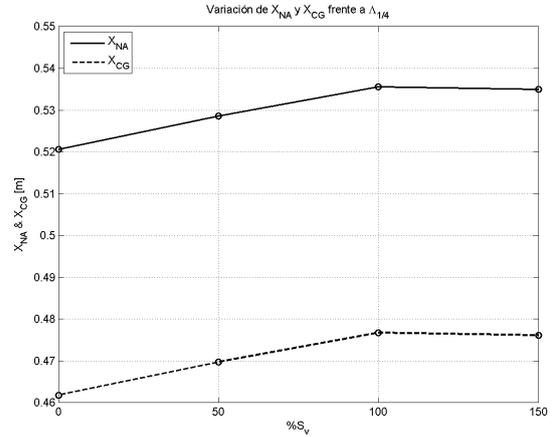
(i) l_{gv} vs. $\%S_v$



(j) z_v vs. $\%S_v$



(k) $(\mathcal{L}_\beta \mathcal{N}_r - \mathcal{N}_\beta \mathcal{L}_r)$ vs. $\%S_v$



(l) X_{NA} & X_{CG} vs. $\%S_v$

Figura 5.128: Resultados del análisis paramétrico variando la superficie de los winglets

De las anteriores gráficas se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- Como era de esperar, la influencia en los modos longitudinales es de un orden menor. Ni el fugoide ni el corto período experimentan cambios significativos en su frecuencia natural o amortiguamiento. No obstante, se puede apreciar una mejoría general que cesa a partir de que los winglets superen la superficie por encima de su valor nominal. El modo fugoide está en todos los casos tan poco amortiguado que la presencia de los winglets realmente sí ayuda de manera importante a que el amortiguamiento sea al menos algo mayor.
- El modo de balanceo holandés se ve radicalmente mejorado tanto en amortiguamiento como en rapidez al aumentar la superficie de los winglets.
- Para los modos de convergencia en balance y espiral, la influencia es muy pequeña, si bien el primero se hace más rápido al aumentar S_v y el segundo se hace cada vez más inestable.
- Como es de esperar, al aumentar la superficie de winglet, su centro aerodinámico se retrasa y se eleva cada vez más. Es importante mencionar que, para el caso en que no se dispone de winglets,

se ha forzado la condición de que $z_v = 0$ (puesto que al no existir ya no hay que bajarlos 0,51 cm por debajo del plano del ala). Asimismo, se ha calculado l_{gv} haciendo tender $S_v \rightarrow 0$, de modo que queda $l_{gv} \approx \frac{b}{2} \tan \lambda_{LE} + \frac{ct}{4} - X_{CG}$.

- Como consecuencia, se retrasa también el punto neutro del ala (excepto cuando la superficie aumenta por encima de su valor nominal, como se comentó previamente) y el centro de gravedad, situado siempre a la misma distancia del primero.

En conclusión, la presencia de los winglets es imprescindible si se quiere tener un modo de balanceo holandés con una frecuencia natural y amortiguamiento aceptables, como se lleva razonando a lo largo de todo el documento. Cuanta más superficie se tenga, más amortiguado y rápido será el modo, aunque ciertas características del ala se verán desfavorecidas, como su resistencia aerodinámica. Es por ello que hay que buscar un valor equilibrado de la superficie de los winglets, que estaría cercano al nominal. Además, los winglets hacen también que el fugoide esté algo más amortiguado.

5.5.2.2. Variación de la flecha

En este caso se hará un análisis de variación de la flecha en el borde de ataque del winglet, manteniendo constantes su superficie y estrechamiento (y por lo tanto semienvergadura, cuerda en la punta y cuerda media aerodinámica). Se estudiarán cinco casos, incluyendo el nominal, cuyas geometrías se muestran en la figura (5.129).

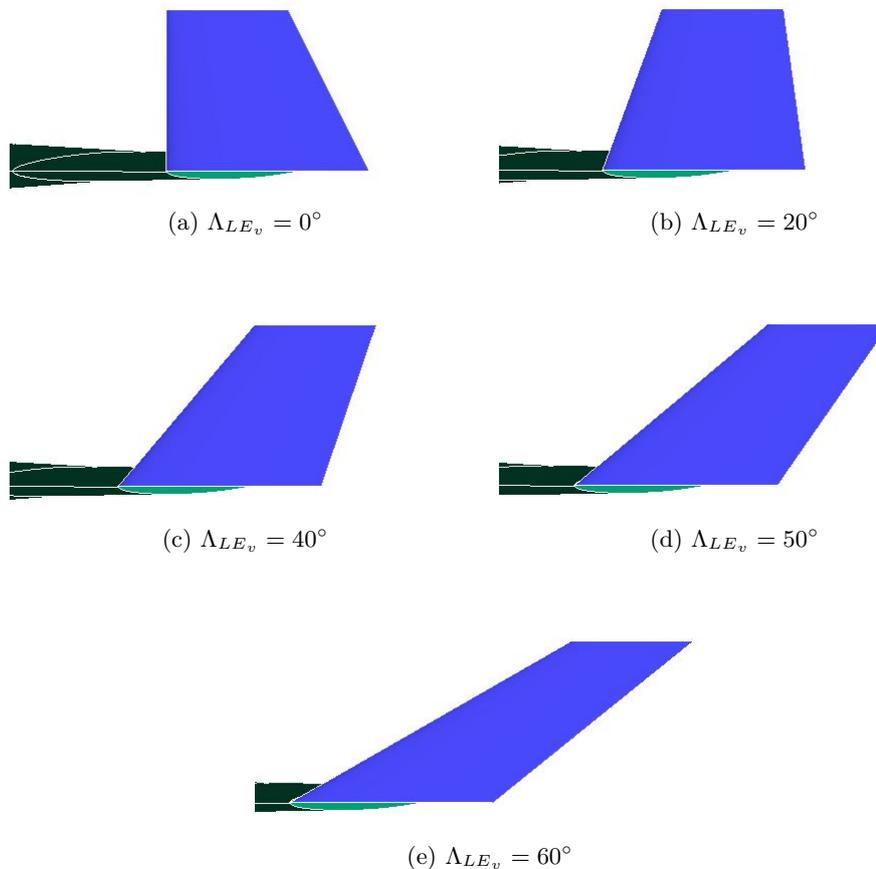


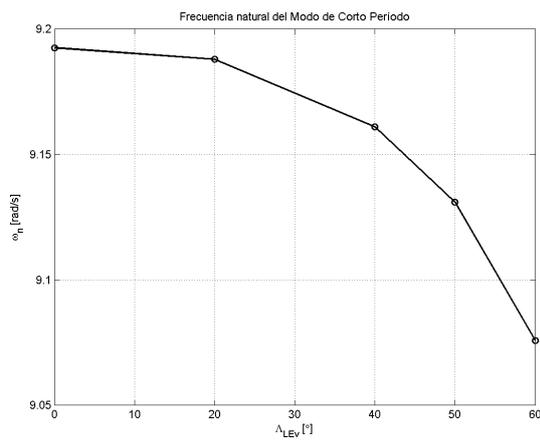
Figura 5.129: Geometría de los winglets para distintos valores de su flecha

Los datos geométricos y de trimado se indican en la siguiente tabla:

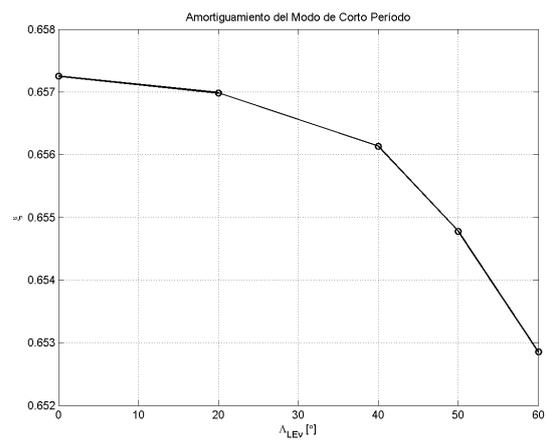
	$\Lambda_{LE_v} = 0^\circ$	$\Lambda_{LE_v} = 20^\circ$	$\Lambda_{LE_v} = 40^\circ$	$\Lambda_{LE_v} = 50^\circ$	$\Lambda_{LE_v} = 60^\circ$
S_v [m ²]	0.119	0.119	0.119	0.119	0.119
λ_v [-]	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6
c_{r_v} [cm]	30.480	30.480	30.480	30.480	30.480
c_{t_v} [cm]	18.288	18.288	18.288	18.288	18.288
$b_v/2$ [cm]	24.384	24.384	24.384	24.384	24.384
MAC_v [cm]	24.890	24.890	24.890	24.890	24.890
X_{NA} [cm]	53.70	53.67	53.56	53.37	53.05
X_{CG} [cm]	47.82	47.79	47.68	47.49	47.17
SM [%]	14.18	14.18	14.18	14.18	14.18
α_1 [°]	4.57	4.57	4.58	4.60	4.62
δ_{e1} [°]	0.43	0.42	0.36	0.28	0.13

Tabla 5.26: Datos del estudio paramétrico variando la flecha de los winglets

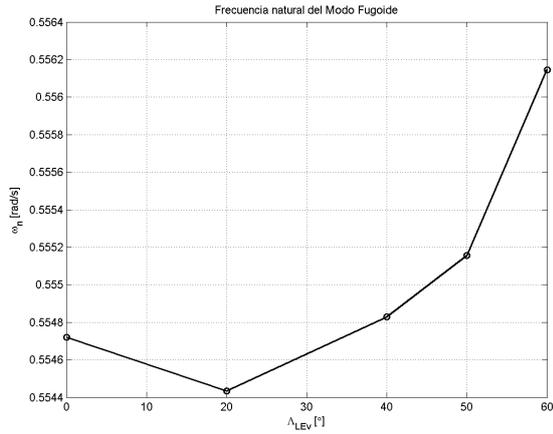
Obsérvese la escasa influencia de la flecha de los winglets en las propiedades aerodinámicas longitudinales del ala, ya que el ángulo de ataque y de deflexión de elevador necesarios para trimar son siempre muy parecidos. A continuación se muestran los resultados obtenidos en la figura (5.130).



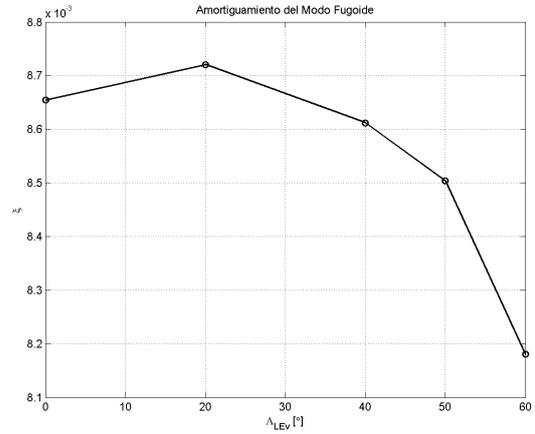
(a) $\omega_{n_{sp}}$ vs. Λ_{LE_v}



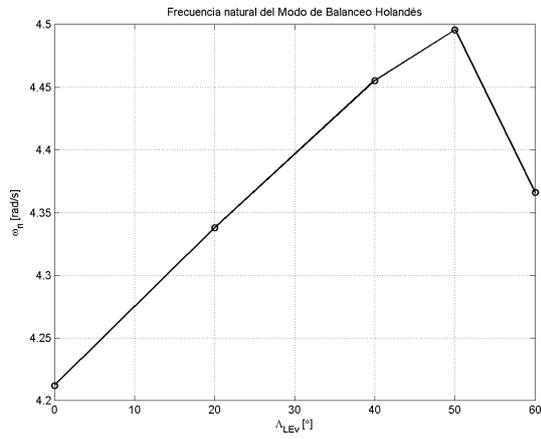
(b) ξ_{sp} vs. Λ_{LE_v}



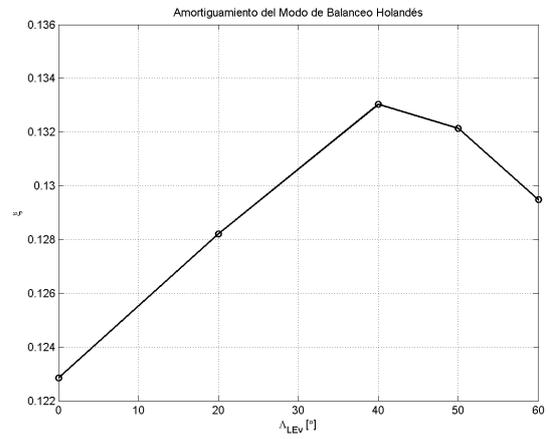
(c) $\omega_{n_{ph}}$ vs. Λ_{LEv}



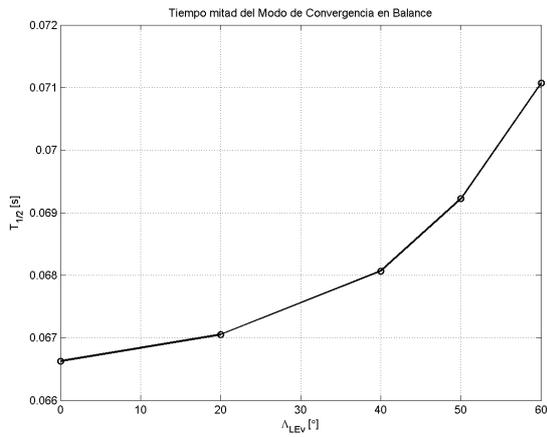
(d) ξ_{ph} vs. Λ_{LEv}



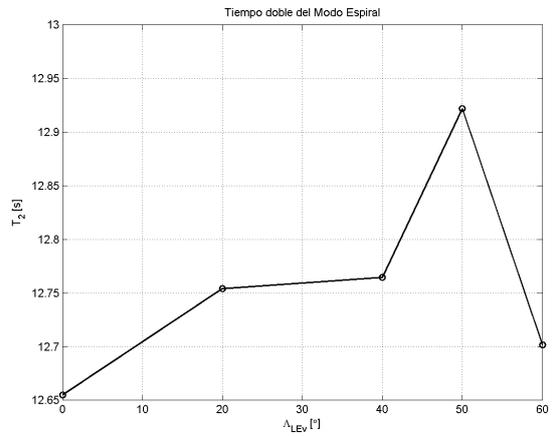
(e) $\omega_{n_{dr}}$ vs. Λ_{LEv}



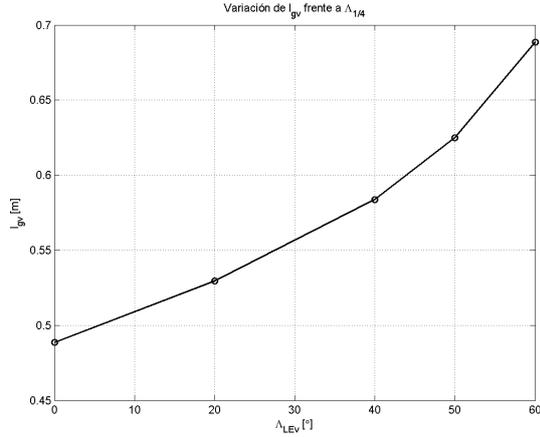
(f) ξ_{dr} vs. Λ_{LEv}



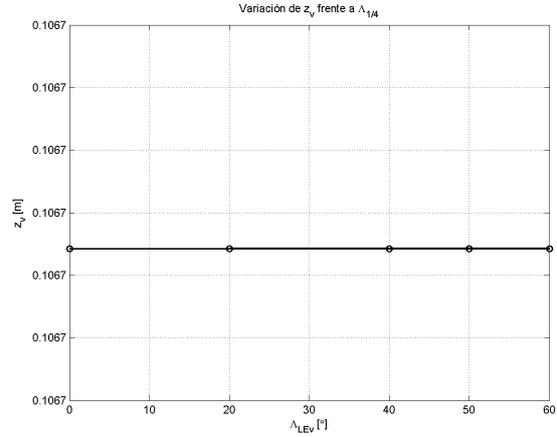
(g) $T_{\frac{1}{2},roll}$ vs. Λ_{LEv}



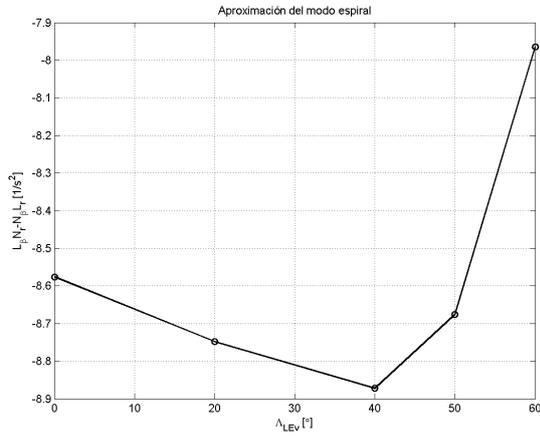
(h) $T_{2,spiral}$ vs. Λ_{LEv}



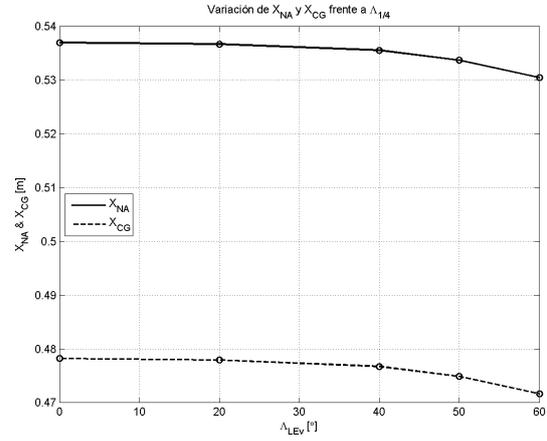
(i) l_{gv} vs. Λ_{LEv}



(j) z_v vs. Λ_{LEv}



(k) $(\mathcal{L}_\beta \mathcal{N}_r - \mathcal{N}_\beta \mathcal{L}_r)$ vs. Λ_{LEv}



(l) X_{NA} & X_{CG} vs. Λ_{LEv}

Figura 5.130: Resultados del análisis paramétrico variando la flecha de los winglets

Se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- Los modos longitudinales de nuevo son casi insensibles a variaciones en la geometría de los winglets, en este caso a su flecha en el borde de ataque.
- Aunque la influencia es pequeña, el modo de balanceo holandés se ve mejorado con la flecha de los winglets hasta alcanzar un máximo tanto en amortiguamiento como en frecuencia natural, para flechas del orden de la nominal.
- Los tiempos característicos de los modos de convergencia en balance y espiral apenas varían.
- Como se explicó al comienzo de la sección (5.5), la posición en el eje z del centro aerodinámico del winglet depende exclusivamente de su estrechamiento, y no de la flecha. Por lo tanto, se observa aquí que z_v se mantiene idénticamente constante, mientras que, como es lógico, l_{gv} aumenta cuando lo hace la flecha.
- Sorprendentemente, los resultados obtenidos indican que, aun retrasándose el centro aerodinámico del winglet, el punto neutro del ala se adelanta al aumentar la flecha. Esta variación es

muy pequeña y se debe a que el winglet pierde eficiencia como superficie sustentadora cuando aumenta su flecha. Es decir, que tiene menos capacidad para generar fuerzas laterales cuando le incide una corriente con un cierto ángulo de resbalamiento. Esto hace que el centro de gravedad también haya que adelantarlo para mantener el margen estático constante.

Para entender mejor lo que sucede, en la siguiente tabla se representan los valores obtenidos de la derivada C_{Y_β} para las distintas flechas analizadas:

	$\Lambda_{LE_v} = 0^\circ$	$\Lambda_{LE_v} = 20^\circ$	$\Lambda_{LE_v} = 40^\circ$	$\Lambda_{LE_v} = 50^\circ$	$\Lambda_{LE_v} = 60^\circ$
C_{Y_β} [1/rad]	-0.2445	-0.2387	-0.2261	-0.2079	-0.1742

Tabla 5.27: Valores de C_{Y_β} al variar la flecha del winglet

Como se puede observar, mientras mayor es la flecha del winglet, menor es el valor de C_{Y_β} (en valor absoluto). Esta derivada es para una superficie vertical lo que C_{L_α} es para una horizontal, de modo que el que disminuya implica una pérdida de eficiencia aerodinámica en ella.

En resumen, se puede concluir que es necesaria una flecha en el winglet para mejorar el modo de balanceo holandés. Además, es importante para aumentar el brazo de fuerza entre el ala y el winglet, haciéndolo así más efectivo. Sin embargo, ha de tenerse en cuenta que, aunque el brazo de fuerza sea mayor, las fuerzas generadas en el winglet van disminuyendo, como se acaba de demostrar, por lo que es necesario buscar un valor de compromiso intermedio.

5.5.2.3. Variación del estrechamiento

Por último, se realizará el estudio paramétrico variando el estrechamiento del winglet, manteniendo ahora constantes su superficie y la flecha en el borde de ataque. Se analizarán cinco casos, entre los cuales se incluye el nominal. Sus geometrías están representadas en la figura (5.131).

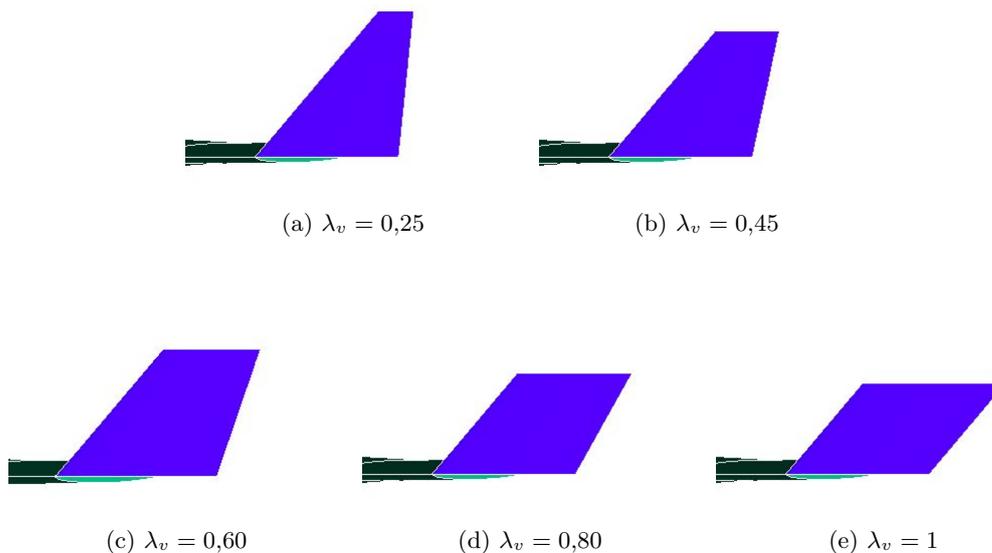


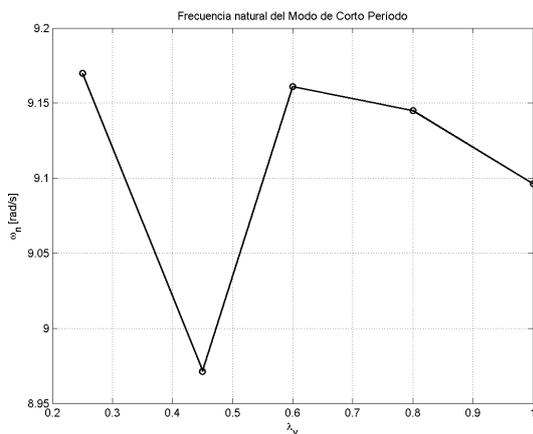
Figura 5.131: Geometría de los winglets para distintos valores de su estrechamiento

En la siguiente tabla se muestran los datos geométricos para cada caso estudiado y los parámetros resultantes del trimado longitudinal:

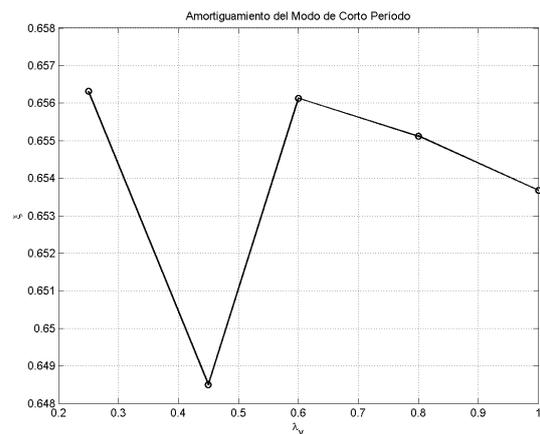
	$\lambda_v = 0,25$	$\lambda_v = 0,45$	$\lambda_v = 0,60$	$\lambda_v = 0,80$	$\lambda_v = 1$
S_v [m ²]	0.119	0.119	0.119	0.119	0.119
Λ_{LE_v} [°]	40	40	40	40	40
c_{r_v} [cm]	30.480	30.480	30.480	30.480	30.480
c_{t_v} [cm]	7.620	13.720	18.288	24.380	30.480
$b_v/2$ [cm]	31.210	26.910	24.384	21.670	19.510
MAC_v [cm]	21.340	23.160	24.890	27.540	30.480
X_{NA} [cm]	53.56	52.60	53.56	56.56	53.18
X_{CG} [cm]	47.68	46.71	47.68	47.68	47.30
SM [%]	14.18	14.18	14.18	14.18	14.18
α_1 [°]	4.58	4.65	4.58	4.58	4.61
δ_{e_1} [°]	0.34	-0.22	0.36	0.39	0.18

Tabla 5.28: Datos del estudio paramétrico variando el estrechamiento de los winglets

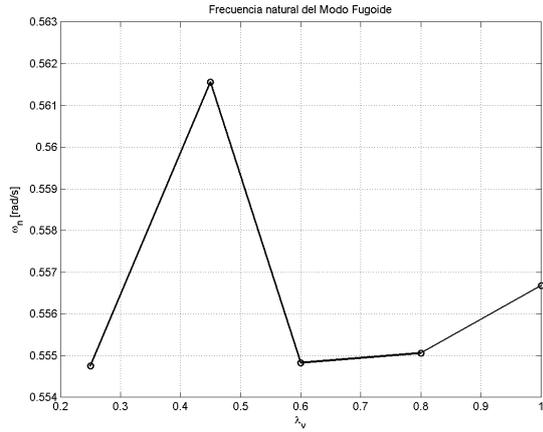
Nótese que, al igual que ocurría con la flecha, el efecto del estrechamiento del winglet sobre las características de trimado longitudinal del ala voladora es muy reducido, ya que apenas varía ni el punto neutro ni los ángulos de ataque y de deflexión del elevador. Los resultados obtenidos tras realizar el análisis de los modos son los siguientes:



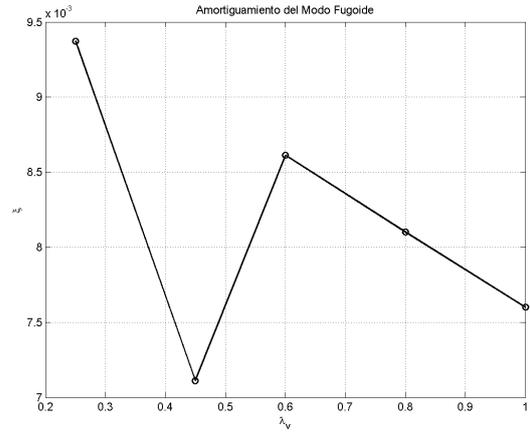
(a) $\omega_{n_{sp}}$ vs. λ_v



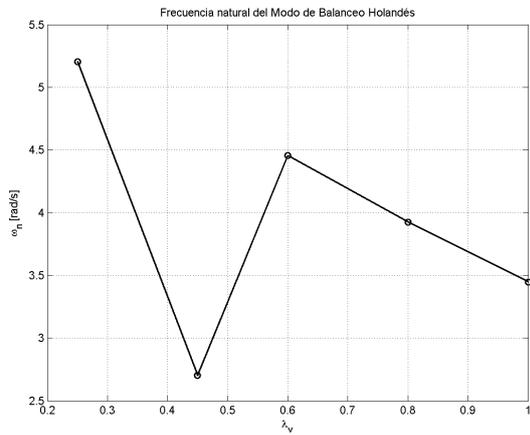
(b) ξ_{sp} vs. λ_v



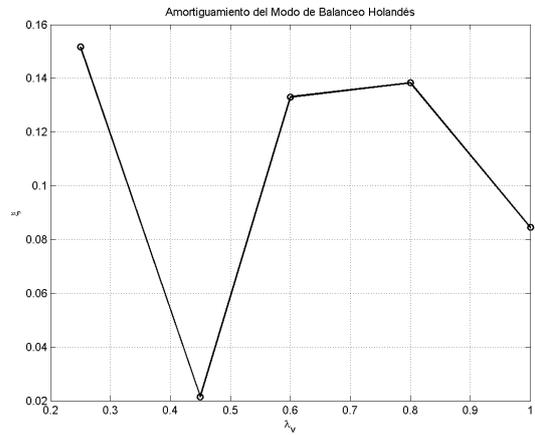
(c) $\omega_{n_{ph}}$ vs. λ_v



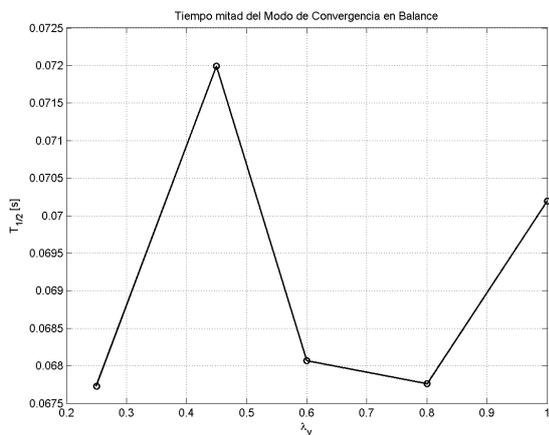
(d) ξ_{ph} vs. λ_v



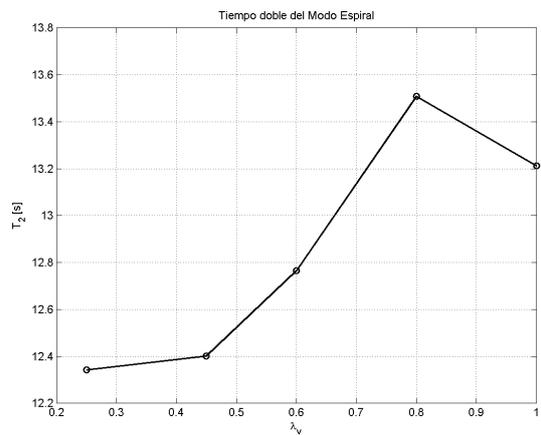
(e) $\omega_{n_{dr}}$ vs. λ_v



(f) ξ_{dr} vs. λ_v



(g) $T_{\frac{1}{2},roll}$ vs. λ_v



(h) $T_{2,spiral}$ vs. λ_v

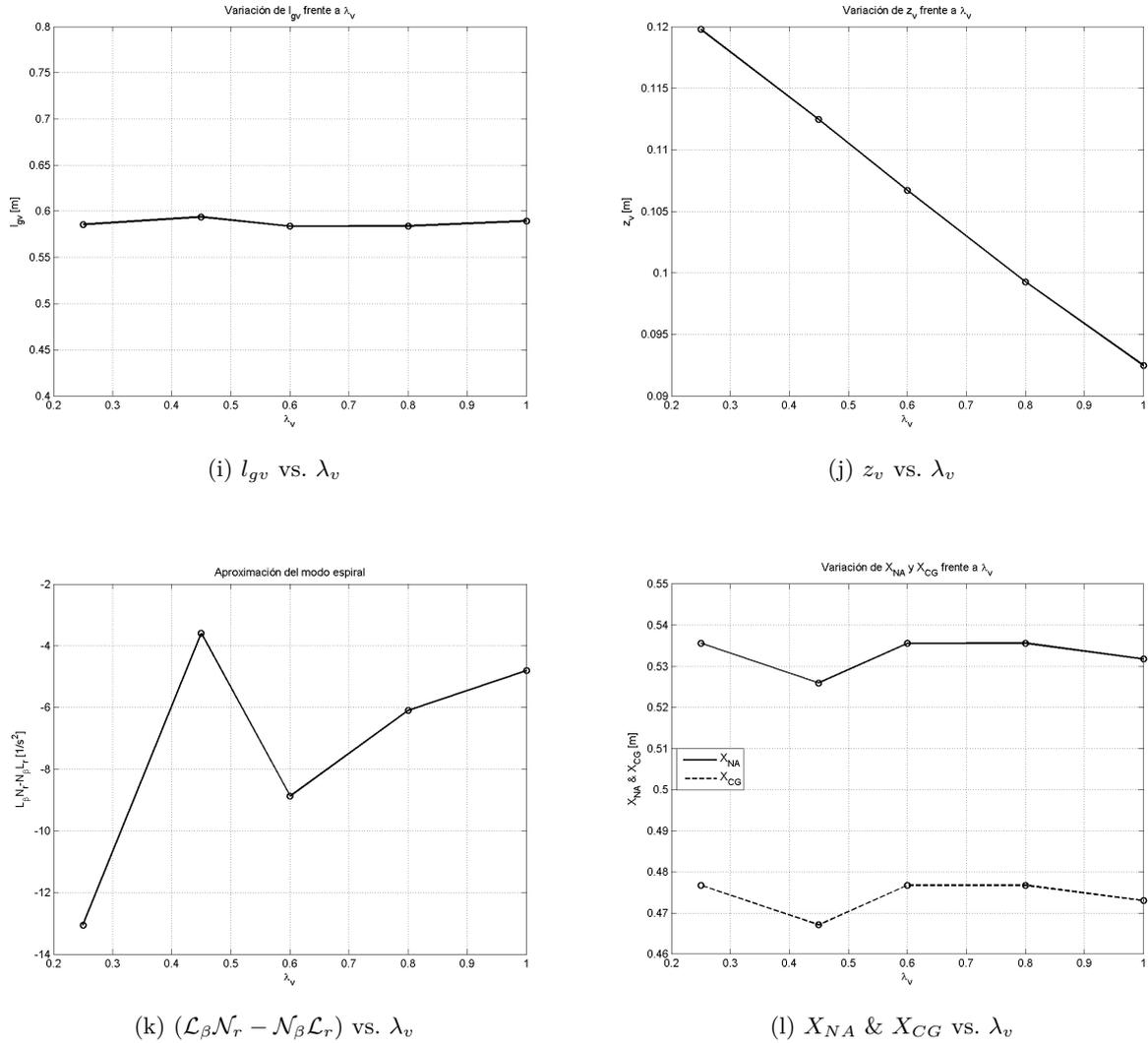


Figura 5.132: Resultados del análisis paramétrico variando el estrechamiento de los winglets

Nótese como para $\lambda_v = 0,45$ se produce un cambio de tendencia en muchos de los parámetros estudiados. Aunque los cambios son pequeños, se recomienda hacer un estudio más detallado alrededor de este punto en cuestión. Las conclusiones más importantes son:

- De nuevo, los modos longitudinales apenas varían (tanto en frecuencia natural como en amortiguamiento) con el estrechamiento del winglet.
- La frecuencia natural y amortiguamiento del modo de balanceo holandés varían de manera irregular con λ_v . Lo mismo ocurre para los otros dos modos laterales-direccionales. De manera general, se puede encontrar un punto que aproximadamente optimiza los 3 modos. Este punto se encuentra en torno a $\lambda_v = 0,8$.
- Como se explicó al comienzo de la sección (5.5), la variación del estrechamiento con flecha constante implica ligeras modificaciones en l_{gv} , en principio despreciables. Observando la gráfica anterior se demuestra que l_{gv} se mantiene casi constante. Por otro lado, al aumentar el estrechamiento, puesto que la semienvergadura del winglet va disminuyendo, también lo hace z_v .

- El punto neutro del ala se mantiene aproximadamente constante debido a que l_{gv} varía muy poco. Por lo tanto, manteniendo un SM fijo, el centro de gravedad tampoco se moverá.

En conclusión, el estrechamiento del winglet es un parámetro no crítico para ninguno de los modos, pero una elección adecuada de su valor permite optimizar ciertas características. El valor nominal, $\lambda_v = 0,6$, se encuentra cerca de este óptimo.

5.5.3. Conclusiones

Los estudios realizados muestran las siguientes tendencias generales:

- La flecha del ala es necesaria para permitir un modo fugoide estable, además de mejorar el modo de balanceo holandés y aumentar el brazo del winglet. Sin embargo, demasiada flecha ralentiza mucho el modo fugoide, por lo que un valor como el nominal es el adecuado.
- El estrechamiento interesa que sea pequeño para obtener modos de corto período y convergencia en balance rápidos.
- La superficie del winglet es imprescindible para mejorar la estabilidad lateral-direccional del ala voladora, en particular, del modo de balanceo holandés. Sin embargo, un valor excesivo de superficie vertical llega a ser perjudicial, por lo que el valor nominal es adecuado. El modo fugoide también se ve mejorado en amortiguamiento con la presencia de los winglets.
- La flecha del winglet ayuda también a mejorar el balanceo holandés, aunque de nuevo no se puede llegar a valores extremos o de lo contrario se perdería eficiencia en los winglets.
- El estrechamiento del winglet considerado como nominal es un buen valor para optimizar ciertos parámetros de la estabilidad lateral-direccional del ala voladora.
- El modo espiral no llega nunca a hacerse estable en los estudios realizados. Sin embargo, las tendencias estudiadas muestran que interesarían valores de la flecha del ala lo más pequeños posibles ($\Lambda_{\frac{1}{4}} \rightarrow 0$), estrechamientos grandes ($\lambda \rightarrow 1$) y superficie vertical lo más pequeña posible ($S_v \rightarrow 0$). Puesto que estas tendencias son opuestas a las que facilitan la estabilidad de los demás modos, se concluye que no será posible en general compatibilizar un modo espiral estable con un buen comportamiento del ala en el resto de los modos.

5.6. Respuestas dinámicas

En esta última sección se va a representar la respuesta dinámica (con mandos libres) del ala voladora ante perturbaciones en sus condiciones iniciales. Es decir, partiendo de la condición de vuelo de referencia, se produce un cambio en alguna de las variables de perturbación y se analiza la respuesta dinámica del ala voladora. El cálculo de la respuesta dinámica de un avión a partir de la superposición de sus modos fue descrito en el capítulo 3.

El objetivo del análisis es comparar algunas de las configuraciones anteriormente estudiadas en la sección (5.5). Entre ellas, se realizará una comparativa de la flecha del ala (sección 5.6.1), una comparativa del estrechamiento (sección 5.6.2) y otra de la superficie de winglet disponible (sección 5.6.3). Además, en cada caso se compararán las respuestas con la configuración de ala sin winglets (el caso $S_v = 0$ de la sección 5.5).

Es importante mencionar que las respuestas dinámicas representadas muestran en cada caso la evolución de las variables de perturbación del problema, relativas al estado de referencia, y no de las variables totales. En caso de que la variable de referencia sea nula (como es el caso de las variables laterales-direccionales), se omitirá el prefijo Δ .

5.6.1. Comparativa de la flecha del ala

En este primer caso, se va a comparar la respuesta dinámica obtenida para las siguientes configuraciones:

- $\Lambda_{\frac{1}{4}} = 15^\circ$
- $\Lambda_{\frac{1}{4}} = 35^\circ$ (configuración nominal)
- $\Lambda_{\frac{1}{4}} = 50^\circ$
- $S_v = 0$ (configuración nominal sin winglets)

Todos los casos estudiados corresponden con los de la sección anterior (5.5), de modo que la variable que se indica es la característica que se variaba en el estudio paramétrico, mientras que el resto de la geometría es la nominal.

5.6.1.1. Respuesta longitudinal

Recuérdese que para el caso $\Lambda_{\frac{1}{4}} = 15^\circ$, el fugoide es inestable, mientras que al aumentar la flecha su amortiguamiento va tomando valores mayores. Para el modo de corto período no se observaban grandes cambios con la flecha del ala. Asimismo, para la configuración sin winglets, se vio que afectaba poco a los modos longitudinales, si bien estaban algo menos amortiguados.

En las figuras (5.133)-(5.137) se representan las respuestas dinámicas (longitudinales) para las siguientes perturbaciones, respectivamente: caso 1: $\Delta u = 0,2u_1$, caso 2: $\Delta \alpha = 3^\circ$, caso 3: $\Delta u = -0,2u_1$ & $\Delta \alpha = 3^\circ$, caso 4: $q = 2^\circ/s$ y caso 5: $\Delta \theta = 3^\circ$.

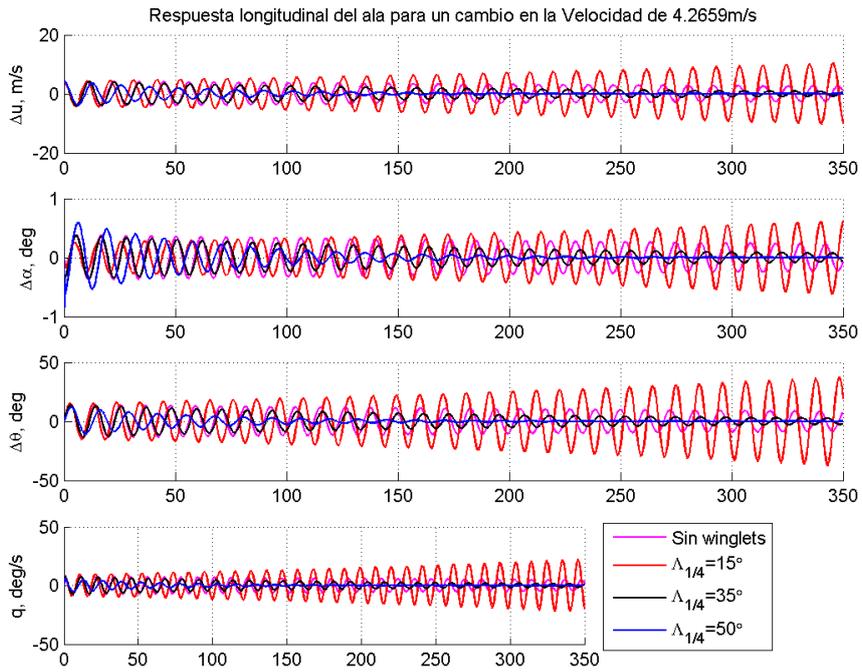


Figura 5.133: Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en u variando la flecha

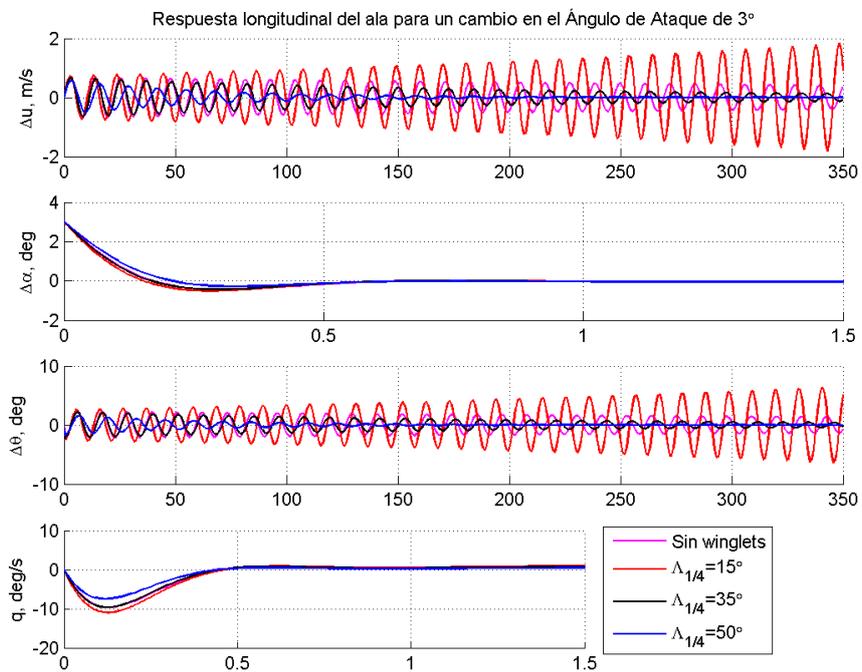


Figura 5.134: Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en α variando la flecha

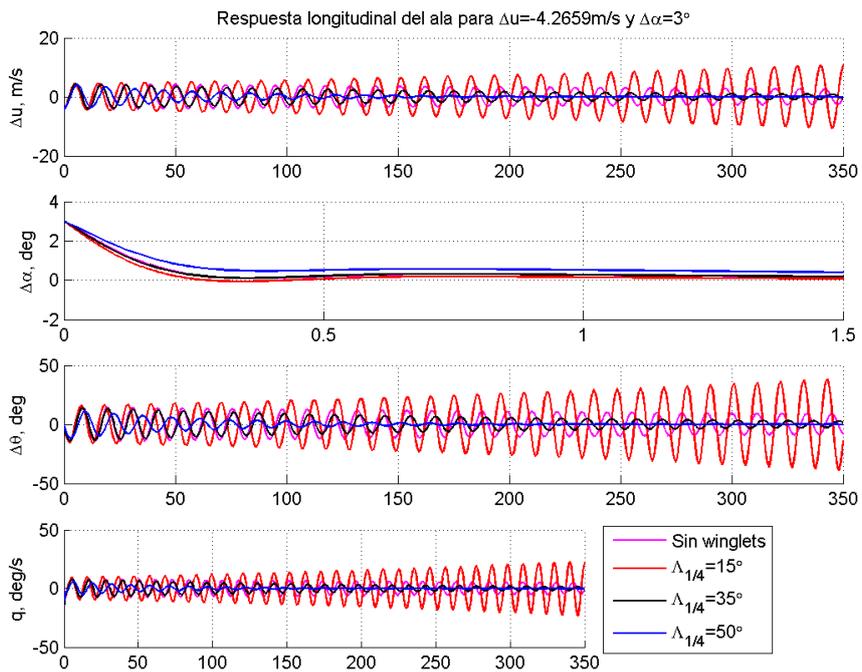


Figura 5.135: Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en u & α variando la flecha

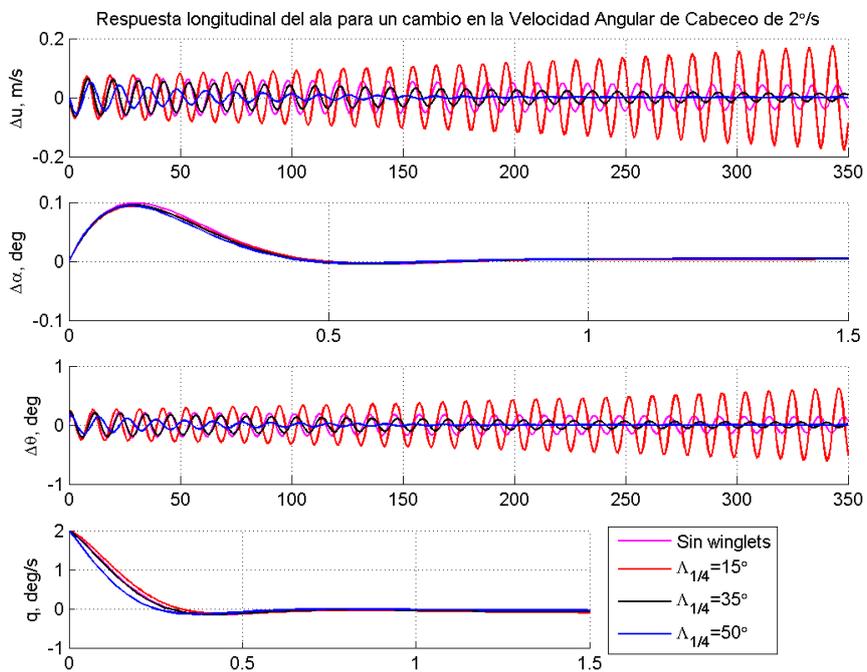


Figura 5.136: Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en q variando la flecha

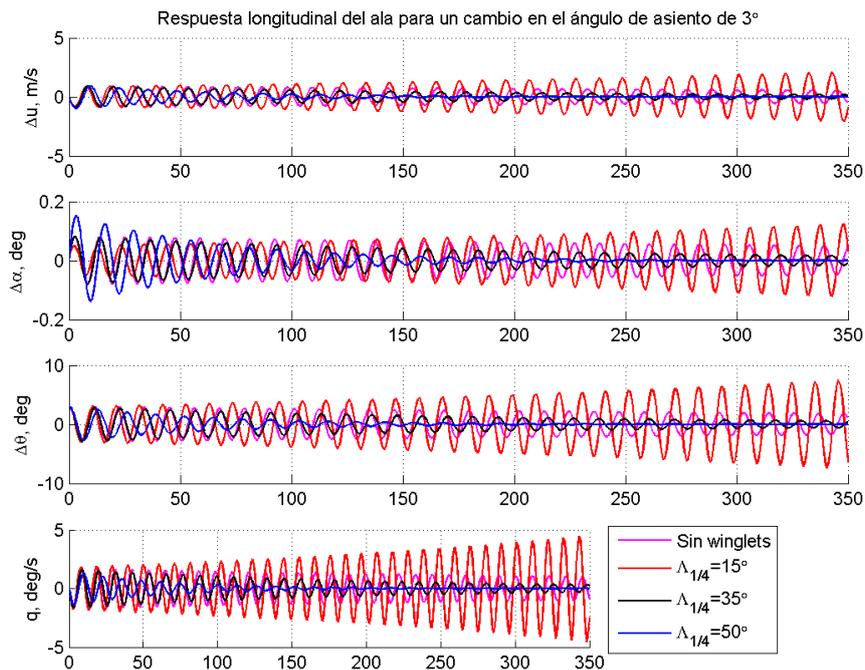


Figura 5.137: Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en θ variando la flecha

En las gráficas anteriores se puede apreciar claramente que el modo fugoide es inestable con $\Lambda_{\frac{1}{4}} = 15^\circ$, ya que la magnitud de las variables, cuando son excitadas por este modo, van creciendo de manera oscilatoria. Recuérdese del capítulo 3 que el modo fugoide produce cambios principalmente en la velocidad y el ángulo de asiento, mientras que el modo de corto período, en el ángulo de ataque y la velocidad angular de cabeceo. Nótese también la gran rapidez y amortiguamiento del modo de corto período, que hace que las variables vuelvan a su posición de equilibrio en pocos segundos. Para las respuestas amortiguadas controladas por el modo fugoide, el amortiguamiento, como se puede observar, es mucho mayor cuando la flecha es elevada ($\Lambda_{\frac{1}{4}} = 50^\circ$), y menor cuando el ala voladora no dispone de winglets.

5.6.1.2. Respuesta lateral-direccional

En las figuras (5.138)-(5.142) se representa la respuesta dinámica lateral-direccional, para las distintas configuraciones estudiadas y para las siguientes perturbaciones en las condiciones iniciales, respectivamente: caso 1: $\beta = 5^\circ$, caso 2: $p = 3^\circ/\text{s}$, caso 3: $r = 3^\circ/\text{s}$, caso 4: $\phi = 5^\circ$ y caso 5: $\psi = 5^\circ$.

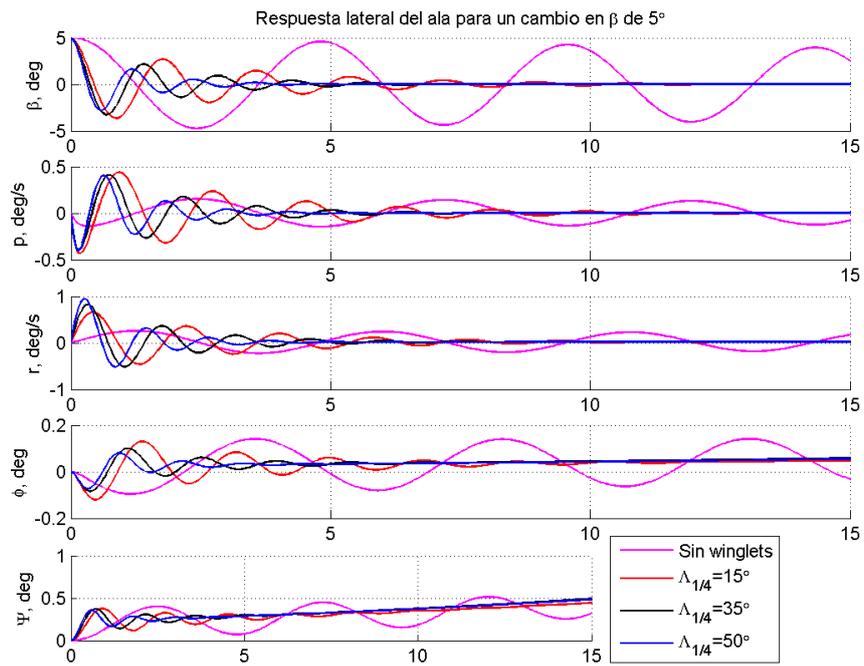


Figura 5.138: Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en β variando la flecha

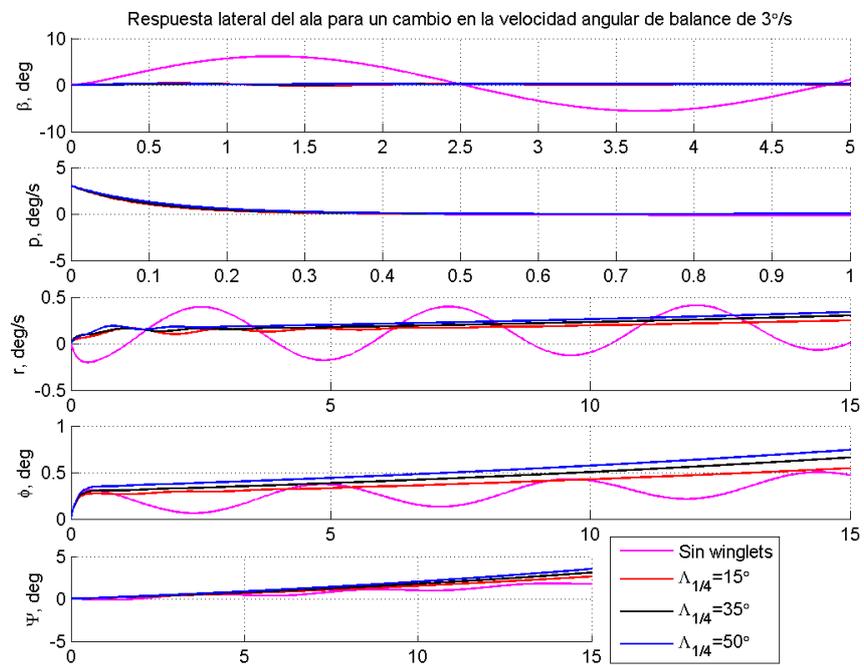


Figura 5.139: Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en p variando la flecha

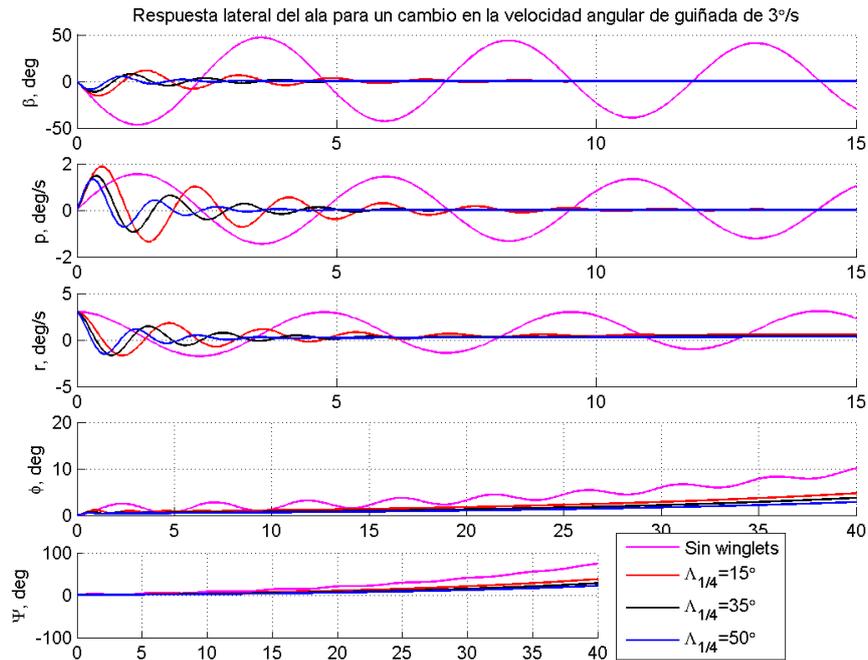


Figura 5.140: Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en r variando la flecha

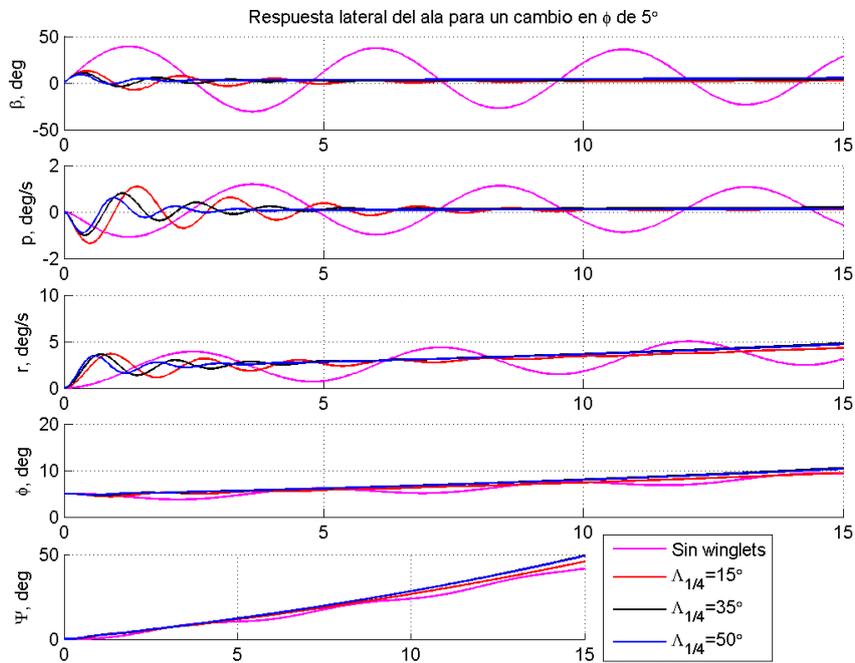


Figura 5.141: Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en ϕ variando la flecha

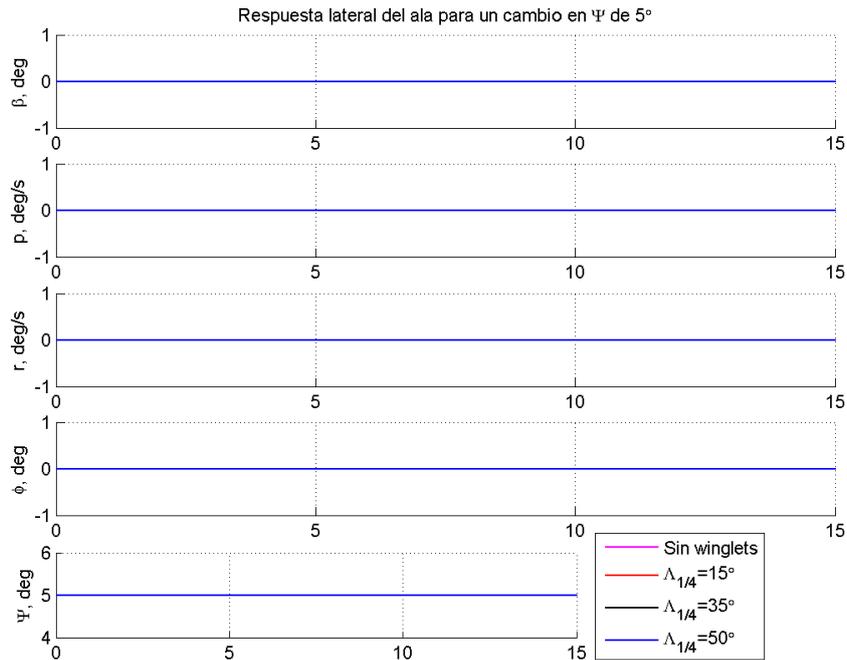


Figura 5.142: Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en ψ variando la flecha

Recuérdese de nuevo del capítulo 3 que el modo de convergencia en balance produce cambios principalmente en p , el modo espiral en ϕ y ψ , y el modo de balanceo holandés presenta un fuerte acoplamiento entre todas las variables de estado de la dinámica lateral-direccional. El modo de convergencia en balance es pues el responsable, por ejemplo, de la respuesta que se observa en la figura (5.139) para la velocidad angular de balance. El modo espiral es el causante de las divergencias producidas en las distintas variables (especialmente en ϕ y en ψ) para tiempos mayores, mientras que el modo de balanceo holandés es el que produce las oscilaciones (amortiguadas o no, según su estabilidad).

En las respuestas dinámicas representadas se puede apreciar lo mismo que se comentó al realizar el estudio paramétrico: el modo de convergencia en balance presenta tiempos muy similares (véase la respuesta de p en la figura 5.139), mientras que el modo espiral es algo más lento con flechas pequeñas (véase, por ejemplo, la figura 5.141). Por otro lado, el modo de balanceo holandés es muy lento para la configuración sin winglets, lo que hace que las perturbaciones necesiten un tiempo de orden mucho mayor que el necesario para amortiguarlas en los casos con winglets. Este tiempo es menor mientras mayor sea la flecha, al aumentar el amortiguamiento del modo.

Los grandísimos tiempos necesarios para amortiguar las respuestas excitadas por el modo de balanceo holandés constituyen una de las causas fundamentales por las que se hace imprescindible el uso de los winglets en el ala voladora.

Nótese que ante perturbaciones en el ángulo de guiñada, dicha variable presenta una estabilidad de tipo neutra, mientras que las demás permanecen inalteradas, debido a que el modo que domina esta respuesta está desacoplado del resto.

5.6.2. Comparativa del estrechamiento del ala

En esta sección se procede a comparar las respuestas dinámicas obtenidas para los siguientes casos:

- $\lambda = 0,30$
- $\lambda = 0,60$ (configuración nominal)
- $\lambda = 1$
- $S_v = 0$ (configuración nominal sin winglets)

5.6.2.1. Respuesta longitudinal

En primer lugar se representa la respuesta longitudinal producida para las mismas perturbaciones que se indicaron en la sección anterior (5.6.1), en las figuras (5.143)-(5.147).

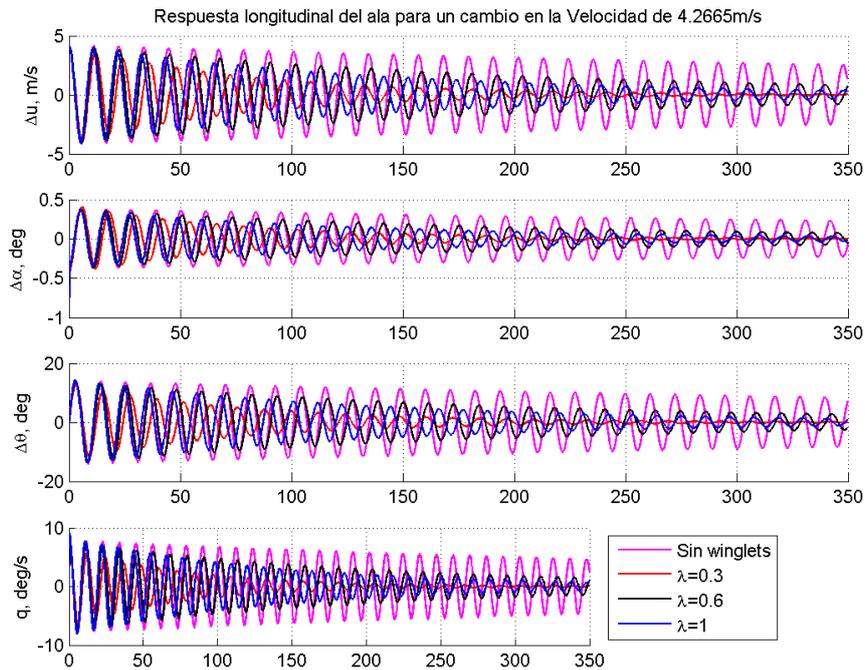


Figura 5.143: Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en u variando el estrechamiento

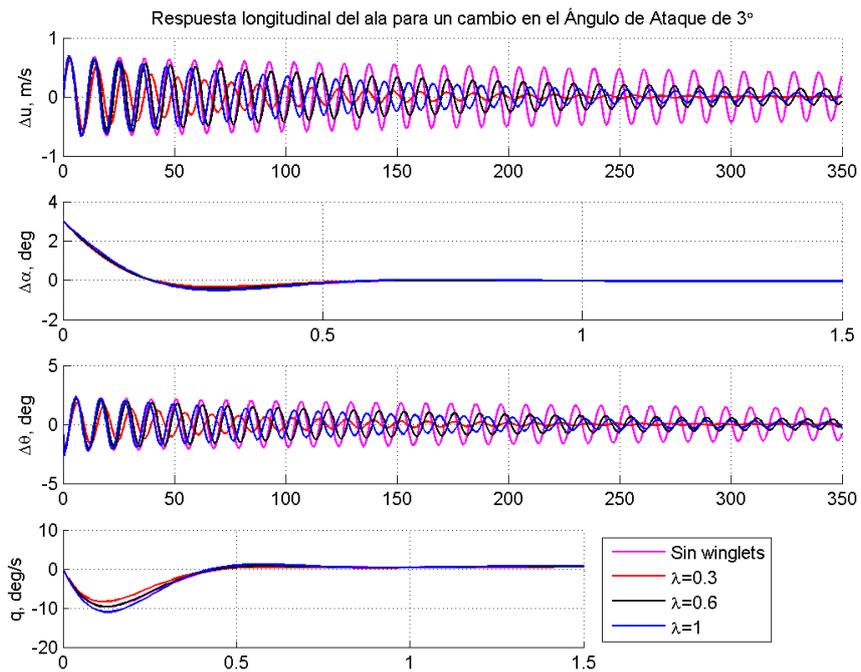


Figura 5.144: Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en α variando el estrechamiento

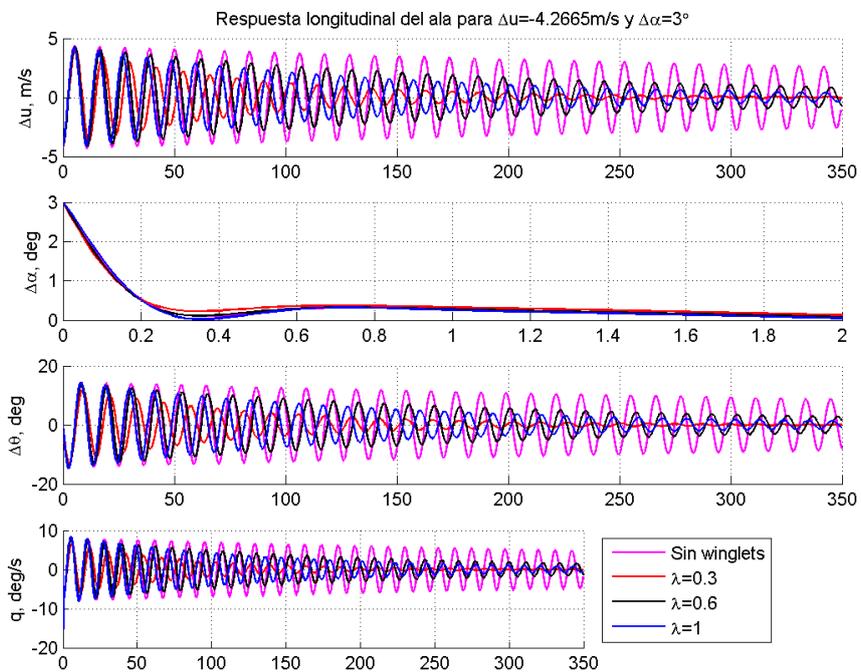


Figura 5.145: Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en u & α variando el estrechamiento

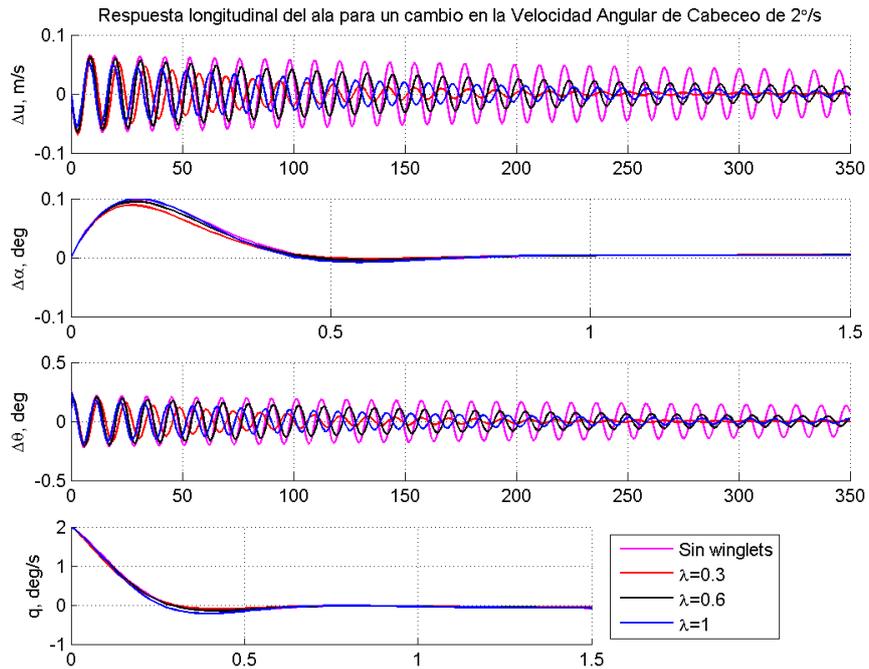


Figura 5.146: Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en q variando el estrechamiento

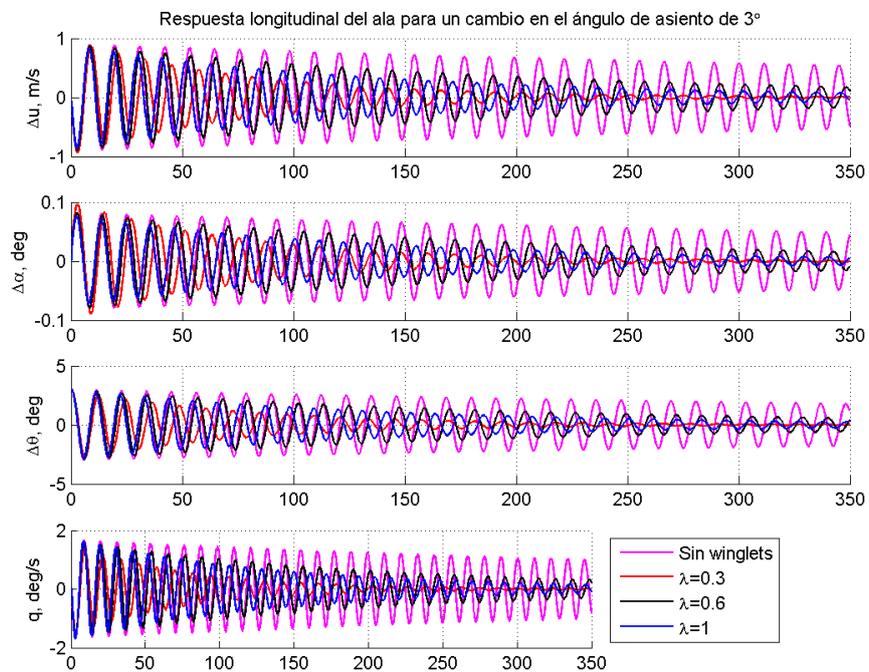


Figura 5.147: Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en θ variando el estrechamiento

Nótese en las gráficas anteriores cómo el modo de corto período es más rápido y amortiguado para valores pequeños del estrechamiento (véase por ejemplo la respuesta de q ante una perturbación $\Delta\alpha$ en la figura 5.144). Para el modo fugoide, en la sección (5.5) se demostró que una valor de $\lambda = 0,3$ proporcionaba un amortiguamiento mayor que para el resto de estrechamientos. Esto mismo se observa en las respuestas dinámicas. Por otro lado, la configuración sin winglets presenta de nuevo un fugoide muy poco amortiguado que apenas consigue reducir su amplitud para los tiempos dados de simulación.

5.6.2.2. Respuesta lateral-direccional

La respuesta dinámica para el problema lateral-direccional se representa en las figuras (5.148)-(5.152), dadas las perturbaciones ya indicadas en la sección anterior (5.6.1).

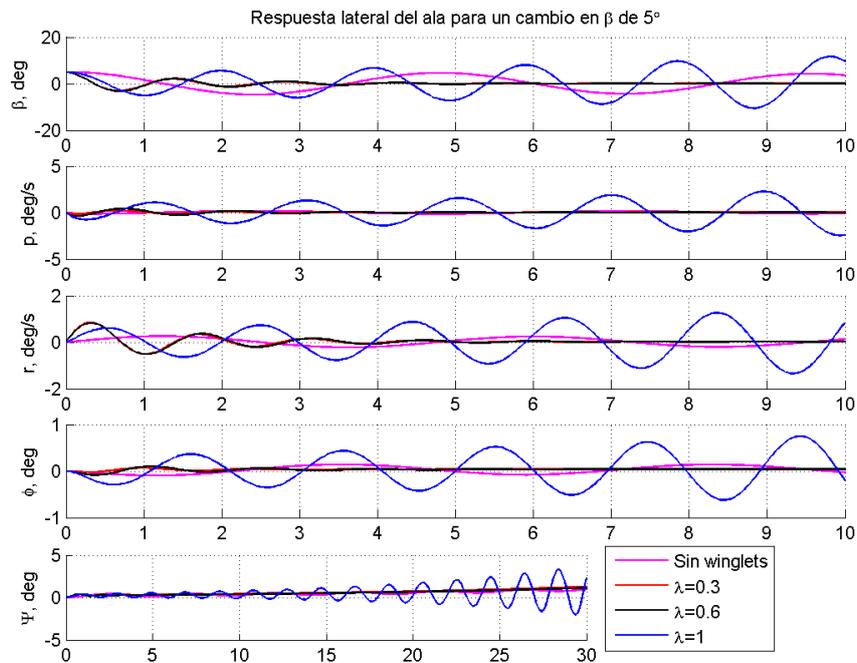


Figura 5.148: Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en β variando el estrechamiento

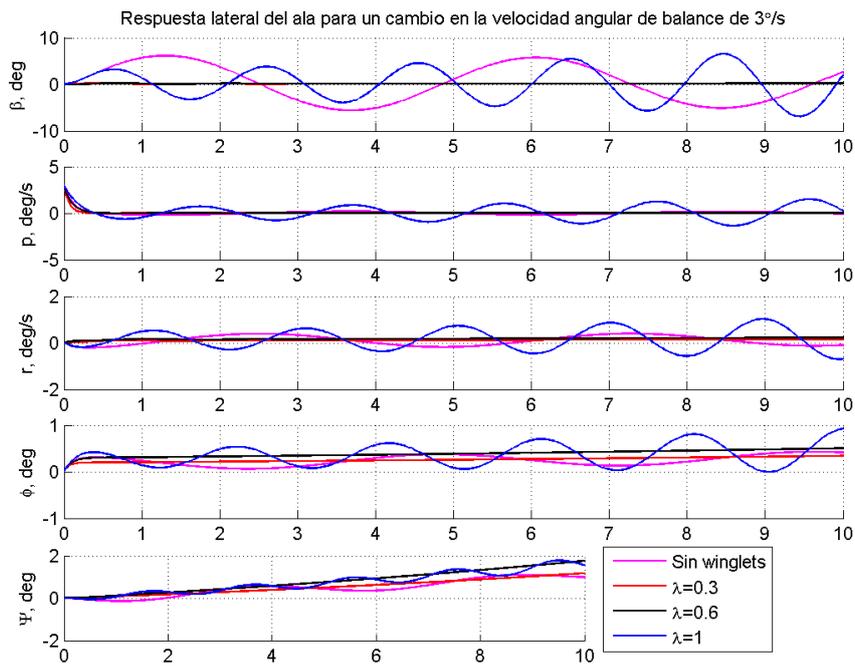


Figura 5.149: Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en p variando el estrechamiento

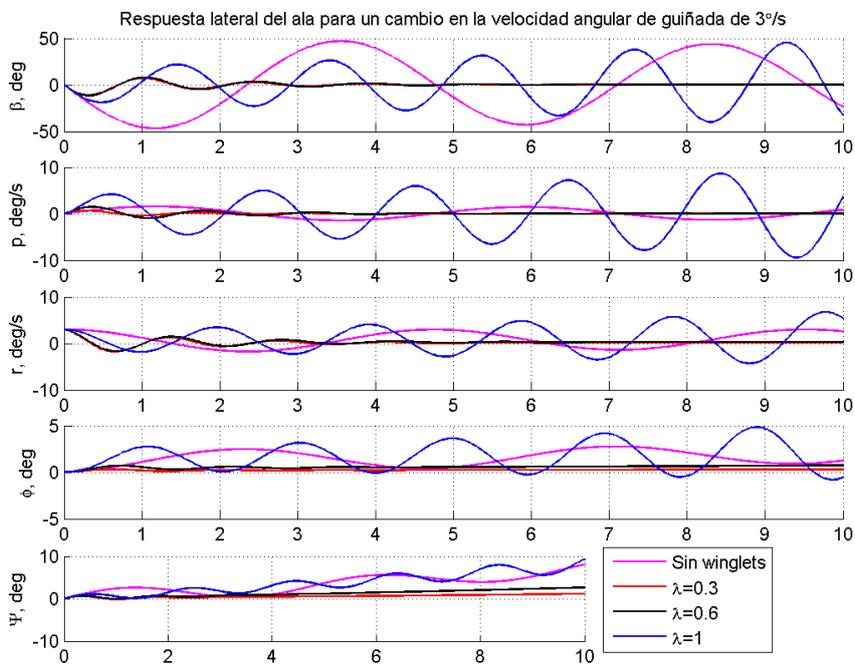


Figura 5.150: Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en r variando el estrechamiento

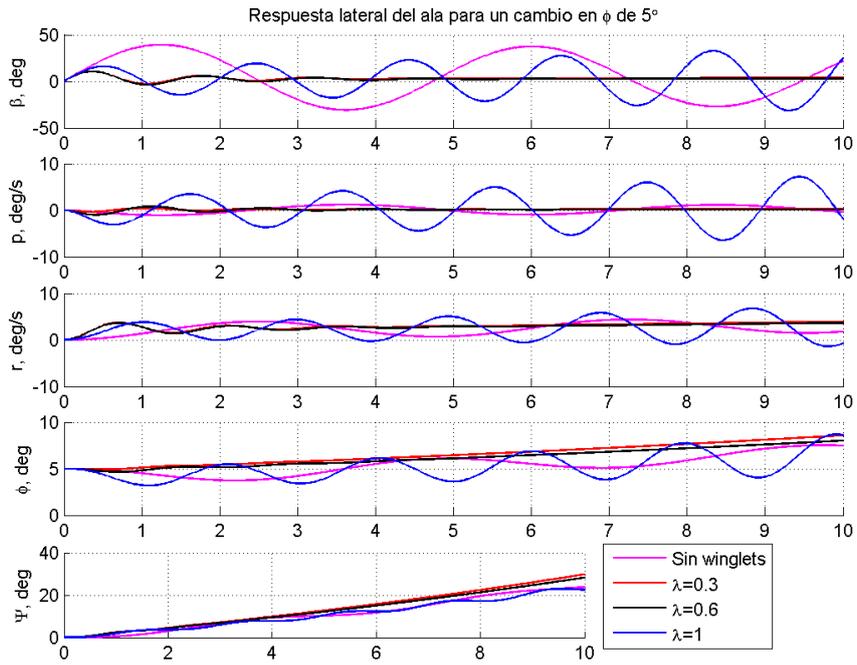


Figura 5.151: Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en ϕ variando el estrechamiento

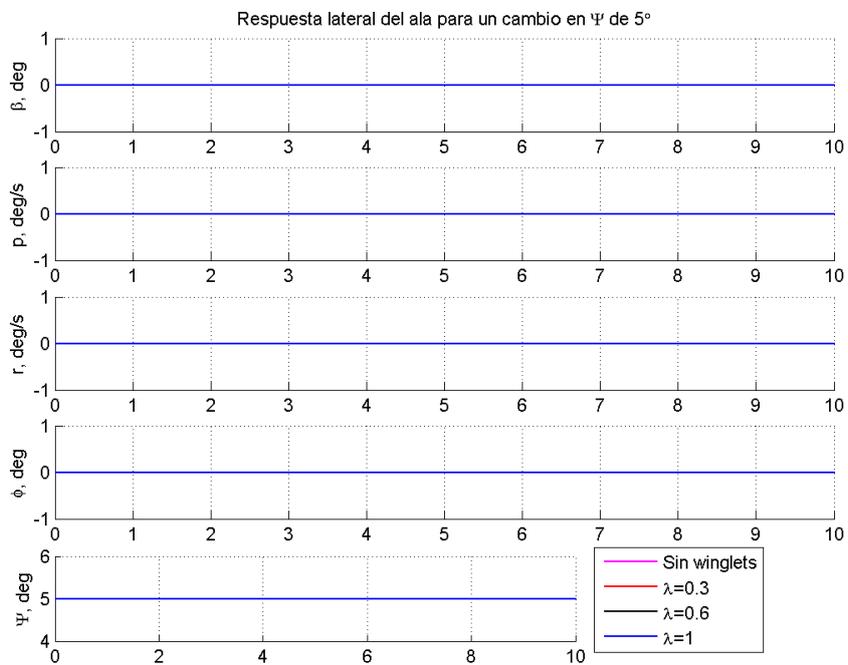


Figura 5.152: Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en ψ variando el estrechamiento

De la respuesta lateral-direccional cabe destacar principalmente la inestabilidad dada en el modo de balanceo holandés, que se manifiesta en todas las respuestas oscilatorias para $\lambda = 1$, siendo estas crecientes en amplitud con el tiempo. Además, puede apreciarse que el balanceo holandés, aun siendo estable, está muy poco amortiguado para la configuración sin winglets, lo cual hace que apenas se vea decrecer. Por otro lado, las respuestas para los valores de estrechamiento intermedios son muy similares, produciéndose una convergencia muy rápida en el balanceo holandés.

Para el modo espiral, inestable en todos los casos, nótese que se produce una divergencia de las variables ϕ y ψ en muchos casos, siendo esta más acusada para valores pequeños de λ (véase la respuesta de ϕ en la figura 5.151).

5.6.3. Comparativa de la superficie de winglet

Por último, se realiza una comparativa de las respuestas dinámicas para los distintos valores de S_v estudiados en la sección (5.5):

- 0% S_v (configuración nominal sin winglets)
- 50% S_v
- 100% S_v (configuración nominal)
- 150% S_v

5.6.3.1. Respuesta longitudinal

En las figuras (5.153)-(5.157) se representa la respuesta dinámica longitudinal obtenida para unas perturbaciones similares a los casos anteriores:

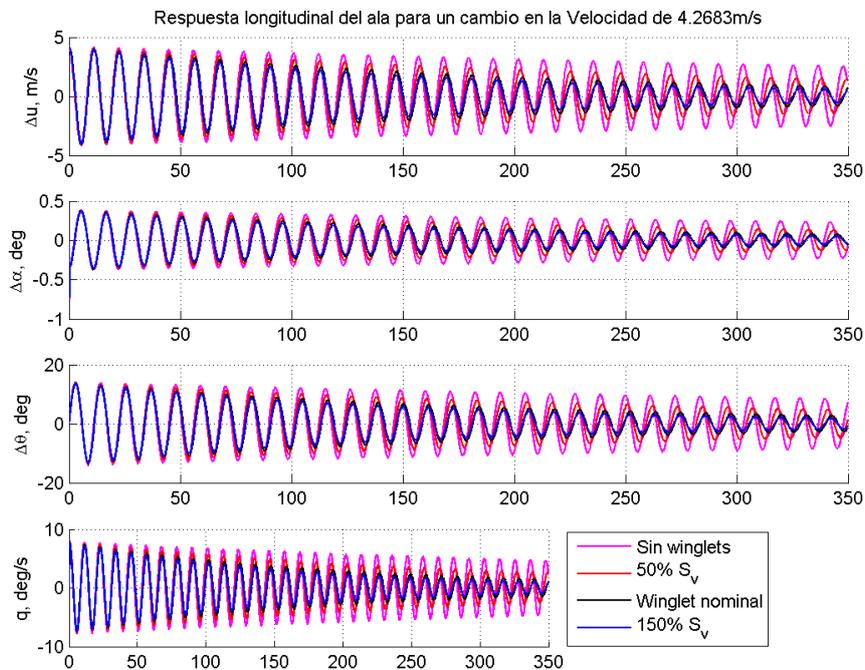


Figura 5.153: Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en u variando S_v

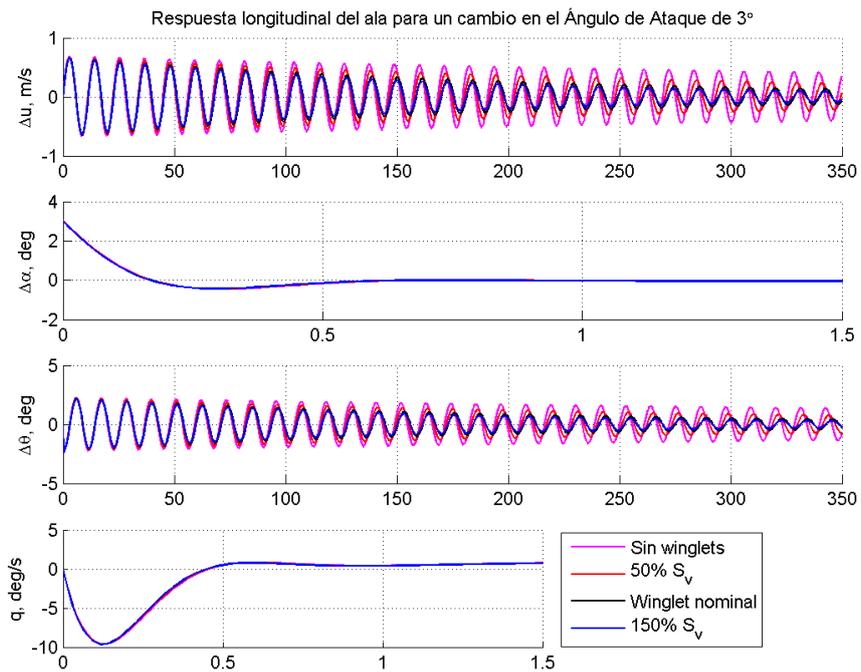


Figura 5.154: Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en α variando S_v

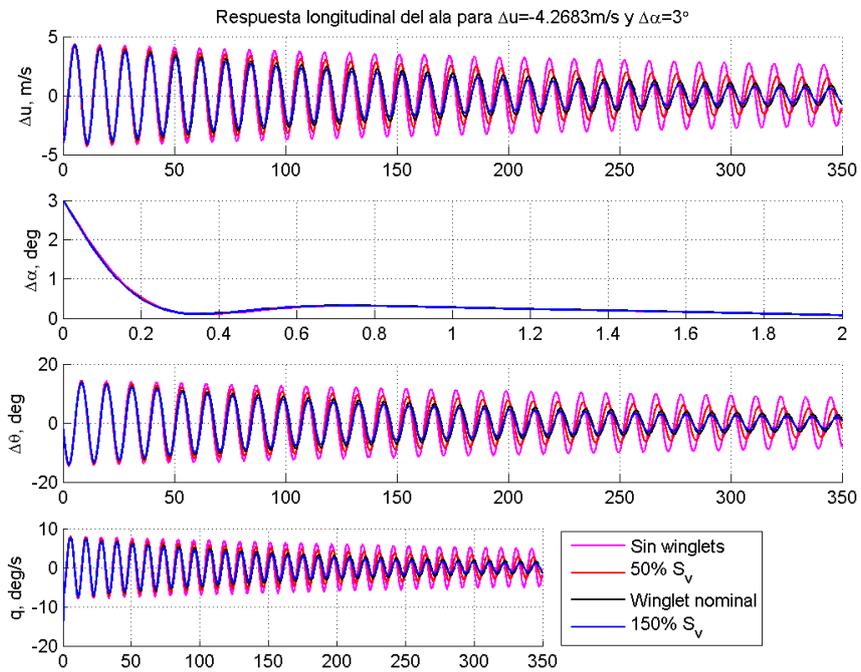
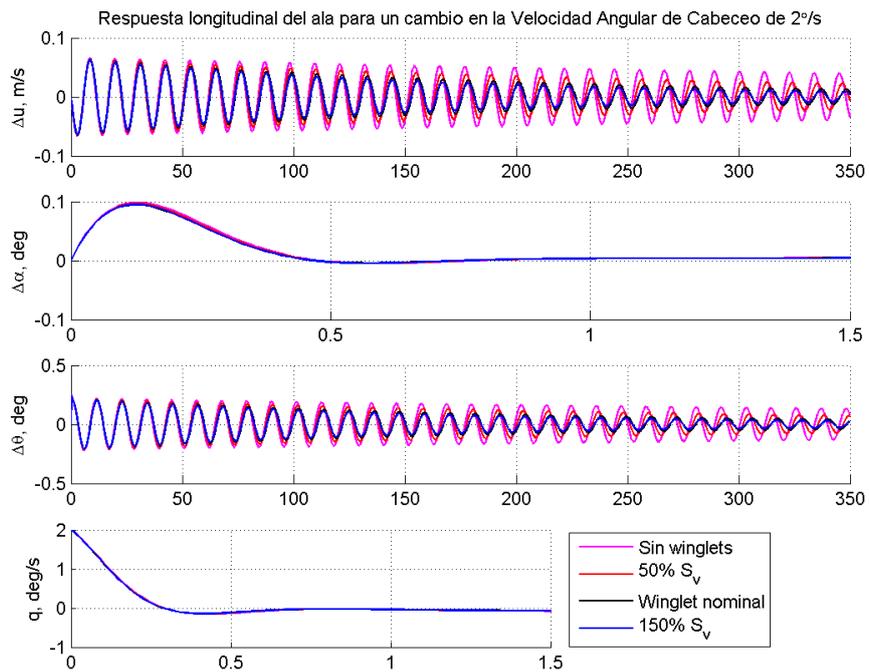
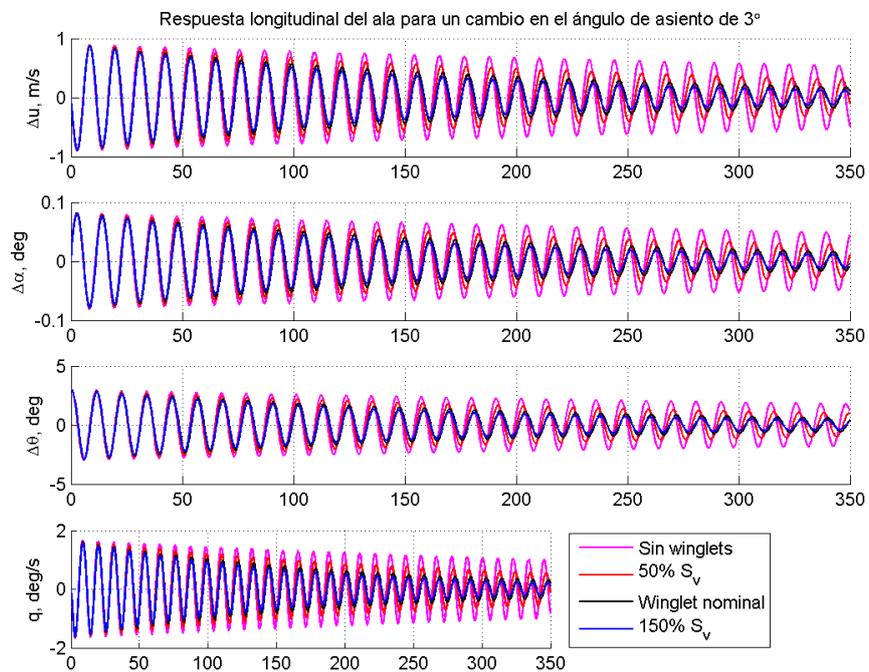


Figura 5.155: Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en u & α variando S_v

Figura 5.156: Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en q variando S_v Figura 5.157: Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en θ variando S_v

Recuérdese que ninguna de las configuraciones analizadas resultaba inestable. Sin embargo, el modo fugoide aumenta considerablemente su amortiguamiento (con frecuencia constante) al aumentar S_v , estando especialmente poco amortiguado sin winglets. Por otro lado, se observa perfectamente que el modo de corto período es prácticamente idéntico en todos los casos.

5.6.3.2. Respuesta lateral-direccional

Para el problema lateral-direccional, se obtienen las respuestas que se representan en las figuras (5.158)-(5.162).

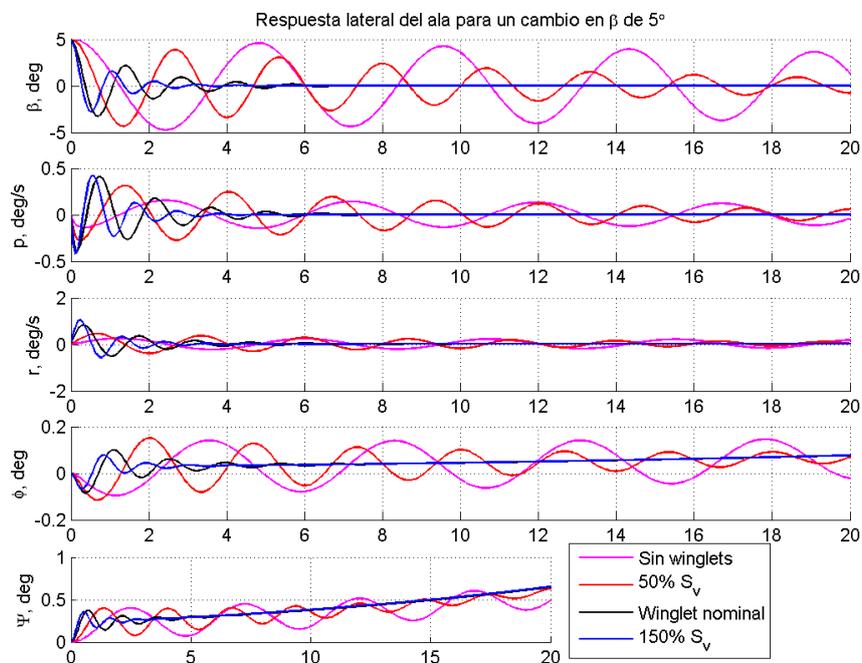


Figura 5.158: Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en β variando S_v

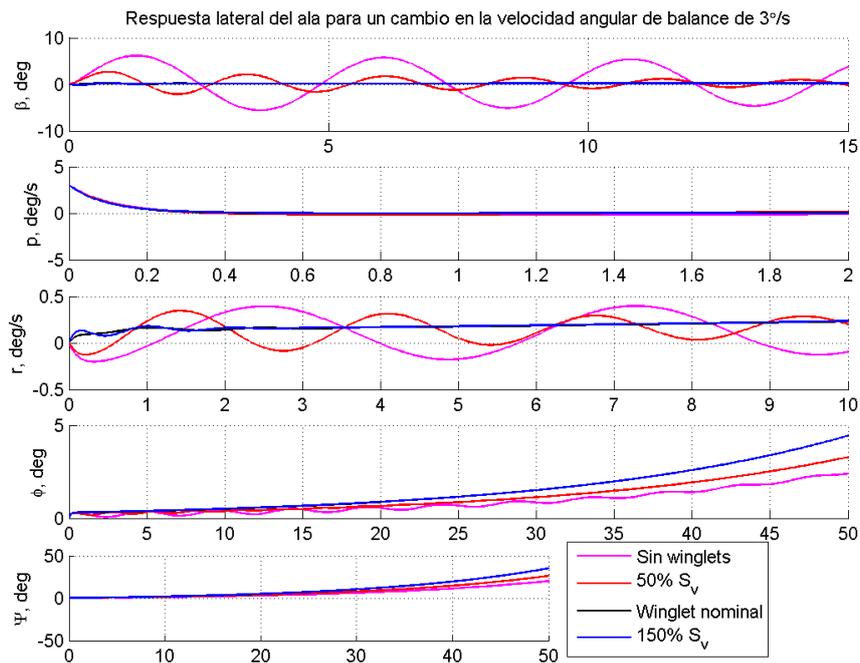


Figura 5.159: Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en p variando S_v

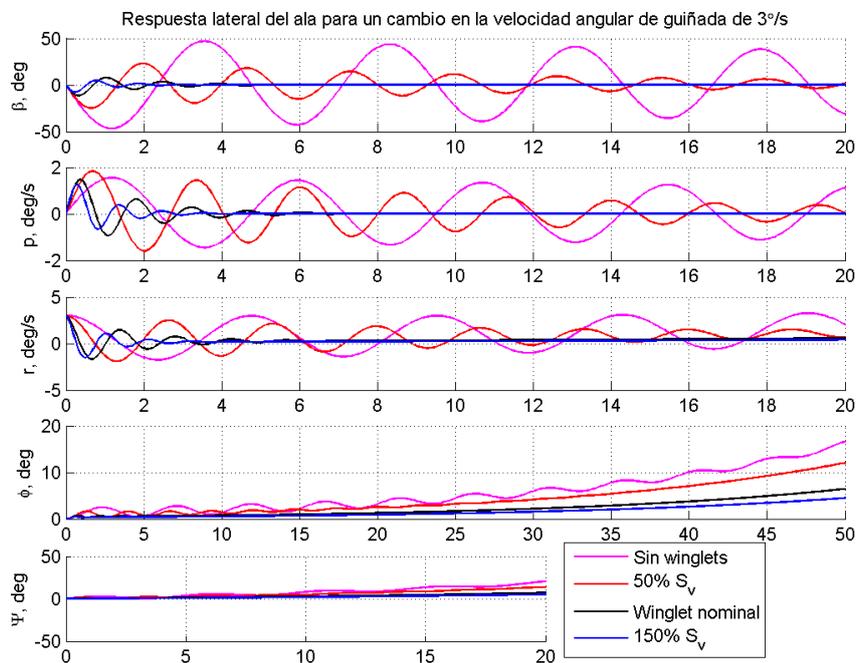


Figura 5.160: Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en r variando S_v

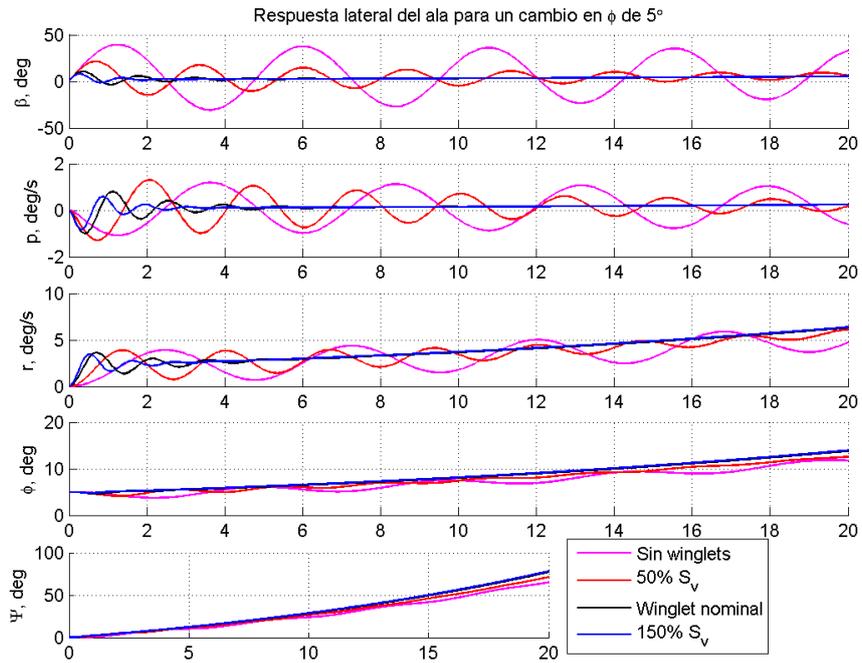


Figura 5.161: Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en ϕ variando S_v

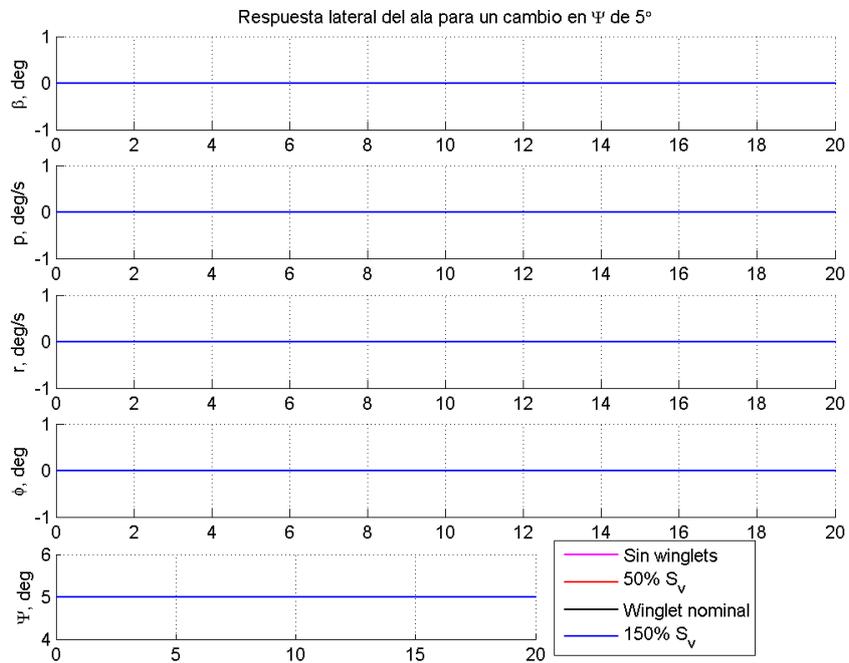


Figura 5.162: Comparativa de la respuesta dinámica ante una perturbación en ψ variando S_v

Nótese que el modo espiral es cada vez más inestable al aumentar S_v , como se demostró en la sección (5.5.2) y como se observa ahora en la figura (5.159).

La diferencia más notable se encuentra en el modo de balanceo holandés. Mientras que las respuestas en el caso nominal están ampliamente amortiguadas (más cuando la superficie de winglet es aún mayor), cuando la superficie de winglet disminuye la respuesta se ve mucho menos amortiguada, hasta llegar al caso de ala sin winglets. Esta configuración, como ya se ha comentado, presenta un amortiguamiento muy pequeño aunque se puede considerar estable.

Capítulo 6

Conclusiones

Tras presentar todos los resultados en el capítulo 5, se procede ahora a hacer una recopilación de las conclusiones extraídas de este estudio, muchas de las cuales han sido ya previamente mencionadas. Recuérdese que el objetivo de este proyecto era, entre otros, demostrar los resultados obtenidos en [3]; es decir, demostrar que el ala voladora es estable longitudinal y lateralmente, alcanzando dicha estabilidad lateral por medio de los winglets. Mediante la correcta elección de los parámetros geométricos del winglet (superficie, flecha y estrechamiento), pueden alcanzarse distintos resultados en la estabilidad lateral, como se obtuvo en la sección (5.5.2). Los resultados proporcionados en [3] han sido mejorados sustancialmente, habiéndose corroborado con varios métodos de cálculo que han permitido comparar los resultados.

En primer lugar se realizaron los análisis de aerodinámica del ala, en sus configuraciones con winglets y sin winglets (sección 5.2.2). De los análisis aerodinámicos ya pudieron obtenerse algunas conclusiones acerca de la estabilidad del ala, que posteriormente se verían reforzadas al hacer el estudio de estabilidad en sí mismo. Básicamente, se vio que los winglets afectaban de manera mucho más importante a la aerodinámica lateral del ala que a la longitudinal. Realizando una estimación numérica de las derivadas de estabilidad a partir de los resultados aerodinámicos de XFLR5, se llegó a la conclusión de que mientras que el ala sin winglets era claramente estable en el plano longitudinal (aunque los winglets permitían mejorar más los valores de las derivadas de estabilidad longitudinales), no ocurría lo mismo para el caso lateral-direccional. Las derivadas de estabilidad laterales-direccionales parecían tomar valores bastante cercanos a los límites entre la estabilidad y la inestabilidad cuando no se disponía de winglets en el ala, lo cual hacía intuir que los winglets iban a ser necesarios para mejorar estas características.

En los estudios de estabilidad (sección 5.3), se calcularon todas las derivadas de estabilidad para ambas configuraciones de ala. En algunos casos fue oportuno tomar los valores dados por el módulo de estabilidad de XFLR5, mientras que en otros, los resultados aerodinámicos proporcionaban mejores aproximaciones. Finalmente, una vez que se tenían todas las derivadas y se calcularon los modos, se pudo realmente ver cómo ayudaba a la estabilidad del ala la presencia de los winglets. Exceptuando el modo espiral, el resto de modos resultaban estables para ambas configuraciones. Sin embargo, los winglets, además de mejorar ligeramente la estabilidad longitudinal (especialmente en lo que concierne al amortiguamiento del modo fugoide), proporcionaban una gran mejora en la estabilidad lateral del ala. El efecto principal se observó en el modo de balanceo holandés, cuyo amortiguamiento para el caso sin winglets resultaba tan pequeño que se encontraba casi al límite de la estabilidad neutra.

Además, se calcularon las derivadas de estabilidad mediante una serie de ecuaciones paramétricas, que permitían desacoplar la contribución de los winglets y el ala a cada una de las derivadas (sección 5.4). Estas mismas ecuaciones fueron las utilizadas en [3] para la determinación de las derivadas de estabilidad. Los resultados obtenidos mostraban, en general, bastante similitud con los de XFLR5. No

obstante, mediante las ecuaciones paramétricas, al igual que ocurría en el estudio realizado en [3], la configuración de ala sin winglets no llegaba a satisfacer los criterios de estabilidad estática lateral. En concreto, la derivada $C_{N\beta}$ no adoptaba el signo adecuado. Ha de mencionarse, a pesar de esto, que aunque los resultados de XFLR5 estimaran una configuración estable para el ala con winglets, como se ha dicho anteriormente, se estaba muy cerca de la inestabilidad, por lo que se hacían imprescindibles en cualquier caso los winglets.

Una vez estudiada a fondo la configuración nominal del ala voladora, cuya geometría provenía directamente de [3], en la sección (5.5) se pasó a analizar otras geometrías, viendo el efecto que tenía cada parámetro geométrico (del ala o los winglets) en la características de estabilidad del ala voladora. Los resultados reafirmaron en general la geometría nominal que había sido escogida, justificando la necesidad de la flecha del ala o de la flecha y estrechamiento de los winglets. No obstante, se vio que un valor algo menor del estrechamiento del ala, podría mejorar ligeramente la estabilidad del ala voladora.

Por último, en la sección (5.6) se hizo una representación de las respuestas dinámicas de varias de las configuraciones geométricas de ala voladora estudiadas, con vistas a observar los efectos mencionados en el amortiguamiento y frecuencia natural de los modos. Cabe destacar la inestabilidad dada en el modo fugoide para flechas del ala pequeñas, la inestabilidad del modo de balanceo holandés para estrechamientos grandes en el ala y el pequeño amortiguamiento de estos dos modos para la configuración de ala sin winglets.

Además de haber justificado los resultados obtenidos en [3], mediante este proyecto se ha verificado, mediante la comparación con otras herramientas de cálculo, la validez del software XFLR5 en algunos aspectos. Y lo que es más importante, en el capítulo 7 se dejan abiertas numerosas cuestiones que servirán de trabajo futuro para ampliar los conocimientos actuales.

Capítulo 7

Futuras líneas de trabajo

El trabajo realizado en este proyecto deja abiertas algunas cuestiones que podrán ser estudiadas más a fondo en el futuro. Además, las dudas acerca de los resultados proporcionados por XFLR5 sugiere que se realicen ciertos estudios para que puedan ser validados de una forma definitiva. A continuación se enumera una lista de recomendaciones y sugerencias para futuros estudios:

1. Investigar acerca de las opciones de XFLR5 para controlar la transición entre capa límite laminar y turbulenta en los perfiles aerodinámicos.
2. Analizar un mayor número de perfiles aerodinámicos distintos a los que constituyen la geometría nominal del ala. Con estos perfiles, se podría realizar un estudio paramétrico de las características de estabilidad del ala voladora en función del perfil utilizado, además de intentar mejorar su aerodinámica.
3. Realizar los análisis en XFLR5 con una precisión mayor. Es decir, refinando más los incrementos de ángulo de ataque y número de Reynolds para que las interpolaciones sean más exactas y poniendo más puntos sobre los perfiles.
4. Incluir en los valores del coeficiente de resistencia la resistencia que ofrece el tren de aterrizaje del ala voladora, así como la planta propulsiva y otros elementos auxiliares. Puesto que XFLR5 no es capaz de modelar estos elementos, deberían de introducirse los incrementos del coeficiente de resistencia manualmente, previo análisis en CFD o túnel de viento de los mismos.
5. Realizar un estudio de la posición del centro de gravedad del ala voladora a lo largo del eje vertical (eje z), ya que en todos los análisis se ha supuesto $Z_{CG} = 0$.
6. Realizar un modelo parametrizado del ala voladora en un software CAD. De este modo, se podría hacer un cálculo más exacto de las inercias y la masa y no tendrían que suponerse constantes en todas las configuraciones geométricas analizadas.
7. Realizar un estudio paramétrico de las características de estabilidad del ala voladora en función del margen estático, ya que aquí se ha supuesto siempre constante (habiendo variado entonces el centro de gravedad). La manera en que aquí se ha realizado obliga a que en cada caso se sitúen distintos elementos auxiliares repartidos por el ala de modo que el centro de gravedad se sitúe donde se desea.
8. Investigar a fondo el funcionamiento de XFLR5. Se recomienda especialmente conocer los criterios utilizados para el ángulo de resbalamiento, puesto que ha dado algunos problemas en los análisis aquí realizados (signo contrario al convencional en los análisis de aerodinámica, fuerzas aerodinámicas que crecen radicalmente para valores grandes de β ...).

9. Realizar un proceso de optimización acoplando todos los casos estudiados por separado en el análisis paramétrico (sección 5.5), determinando de este modo los valores óptimos de flecha, estrechamiento y características del winglet para unos determinados requisitos de estabilidad.
10. Estudio detallado para intentar hacer el modo espiral estable, ya que en todos los análisis aquí realizados este modo resultaba inestable. Además, las características geométricas que mejoraban el modo espiral eran contrarias a las que mejoraban el resto de los modos, como el fugoide o el balanceo holandés.
11. Estudio paramétrico del estrechamiento del winglet (sección 5.5.2.3) más detallado, intentando ver especialmente los cambios de tendencia que se dan para $\lambda_v = 0,45$.
12. Cálculo de las derivadas de estabilidad mediante otros software como los descritos en el capítulo 2, por ejemplo CFD. De esta manera se podrán comparar los resultados con los aquí obtenidos y ver la validez de XFLR5.

13. Realizar estudios en túnel de viento para calcular, mediante sensores, las fuerzas aerodinámicas generadas en el ala voladora y poder medir así de manera real las derivadas de estabilidad. De este modo, podrán compararse los resultados con todos los obtenidos mediante simulaciones en software, comprobando la validez del modelado de alas voladoras. En especial, se recomienda calcular las derivadas $C_{Y_{\beta}}$, $C_{Y_{\delta_a}}$, $C_{L_{\beta}}$ y $C_{L_{\delta_a}}$, por presentar unas tendencias más irregulares (recuérdese la sección 5.2.2). También, las derivadas respecto a las velocidades angulares de cabeceo y balance, puesto que presentaban las mayores diferencias entre los valores calculados mediante el módulo de estabilidad de XFLR5 y los valores proporcionados por las ecuaciones paramétricas (sección 5.4). Es posible que XFLR5 no tenga realmente la capacidad de realizar barridos en velocidades angulares para el cálculo de estas derivadas.

Además, podrán calcularse derivadas que XFLR5 no permite, como aquellas con respecto a las aceleraciones angulares (\dot{p} , \dot{q} y \dot{r}) o la tasa de variación de ángulo de ataque ($\dot{\alpha}$) y resbalamiento ($\dot{\beta}$). También podrían calcularse los valores de las derivadas que aquí han sido despreciadas, tales como las derivadas frente a la velocidad de vuelo (C_{L_u} , C_{D_u} y C_{M_u}), algunas derivadas de la resistencia como $C_{D_{\delta_e}}$ y C_{D_q} o parte de las derivadas propulsivas ($C_{T_{x\alpha}}$, $C_{T_{m\alpha}}$, $C_{T_{n\alpha}}$ y $C_{T_{n\beta}}$).

Mediante los experimentos en túnel de viento, podrá determinarse también cuál de los métodos de cálculo ofrecidos por XFLR5 (VLM, LLT o 3D Panels) es el más adecuado para el ala voladora. Recuérdese que se escogió el método VLM debido a la geometría particular del avión analizado.

14. Desarrollar un modelo de ecuaciones dinámicas acoplado y no lineal para alas voladoras, incluyendo los efectos descritos a lo largo del documento entre el problema longitudinal y el problema lateral-direccional. De este modo, se mejorarían las predicciones de las actuaciones y serviría de plataforma donde probar estrategias de guiado y control para este tipo de aeronaves.
15. Las derivadas de control lateral obtenidas con XFLR5 no se asociaban exactamente a la configuración de trimado calculada, puesto que el módulo de estabilidad de XFLR5 no permitía realizar al mismo tiempo barridos de deflexión de alerón y elevador. De este modo, las derivadas debían de calcularse con el elevador sin deflectar. Aunque la diferencia será pequeña, se ánima a calcular estas derivadas ($C_{Y_{\delta_a}}$, $C_{L_{\delta_a}}$ y $C_{N_{\delta_a}}$) en la situación exacta de vuelo de referencia (con el elevador deflectado lo necesario para que el avión esté equilibrado longitudinalmente). Lo mismo pasaba con los valores de C_{D_1} y C_{D_α} , ya que fueron obtenidos numéricamente a partir de los resultados aerodinámicos para el ala con el elevador sin deflectar (debido a que el módulo de estabilidad no calculaba correctamente la resistencia al no tener en cuenta los efectos de viscosidad). Para obtener una mejor aproximación, se recomienda introducir un modelo de resistencia en que se tenga en cuenta la contribución de la deflexión del elevador (aunque $C_{D_{\delta_e}}$ sea muy pequeño).

Anexos

Anexo A

Atmósfera ISA

El modelo de atmósfera proporciona la temperatura, la presión y la densidad del aire en función de la altitud. Se resumen a continuación las funciones mencionadas para el modelo ISA, basadas en la hipótesis de considerar el aire como un gas perfecto.

- En la troposfera, esto es, para $0 < h < h_{11}$, siendo $h_{11} = 11000\text{m}$ la altitud de la tropopausa, se tiene

$$\Theta = \Theta_0 - \alpha_T h \quad (\text{A.1})$$

$$p = p_0 \left(1 - \frac{\alpha_T h}{\Theta_0}\right)^{\frac{g}{R_a \alpha_T}} \quad (\text{A.2})$$

$$\rho = \rho_0 \left(1 - \frac{\alpha_T h}{\Theta_0}\right)^{\frac{g}{R_a \alpha_T} - 1} \quad (\text{A.3})$$

donde los valores al nivel del mar son $\Theta_0 = 288,15\text{K}$, $p_0 = 1,01325 \cdot 10^5 \text{N/m}^2$ y $\rho_0 = 1,225 \text{kg/m}^3$, $\alpha_T = 6,5 \cdot 10^{-3} \text{K/m}$ y $R_a = 287,05 \text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ es la constante del aire. Además, $g = 9,80665 \text{m/s}^2$.

- En la estratosfera (en la parte baja de la misma), para $h > h_{11}$, se tiene

$$\Theta = \Theta_0 \quad (\text{A.4})$$

$$p = p_{11} e^{\left(-\frac{g(h-h_{11})}{R_a \Theta_{11}}\right)} \quad (\text{A.5})$$

$$\rho = \rho_{11} e^{\left(-\frac{g(h-h_{11})}{R_a \Theta_{11}}\right)} \quad (\text{A.6})$$

donde los valores en la tropopausa son $\Theta_{11} = 216,65\text{K}$, $p_{11} = 0,22632 \cdot 10^5 \text{N/m}^2$ y $\rho_{11} = 0,3639 \text{kg/m}^3$.

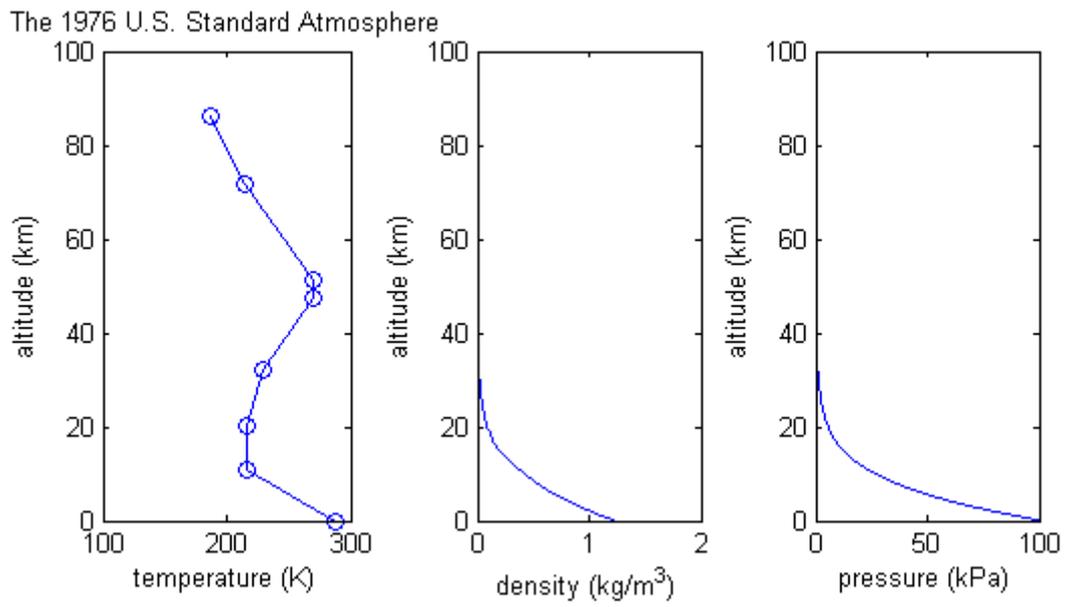


Figura A.1: Variación de la temperatura, presión y densidad del aire con la altitud según el modelo de atmósfera ISA

Anexo B

Criterios de estabilidad estática

La estabilidad estática se define como la tendencia de un avión a desarrollar fuerzas y momentos que directamente se opongan a una perturbación instantánea de una variable del movimiento para regresar así a la condición de equilibrio.

Los criterios de estabilidad estática se recogen en la siguiente tabla (consultar referencia [\[11\]](#)):

Table 4.1 Criteria for Static Stability of Airplanes									
Perturbed Variables									
	u	v	w	$\beta = \frac{v}{U_1}$	$\alpha = \frac{w}{U_1}$	p	q	r	
Forces and moments									
$F_{A_x} + F_{T_x}$	$\frac{\partial(F_{A_x} + F_{T_x})}{\partial u} < 0$ $\approx C_{D_u} > 0$								
$F_{A_y} + F_{T_y}$		$\frac{\partial(F_{A_y} + F_{T_y})}{\partial v} < 0$ $\approx C_{y_\beta} < 0$							
$F_{A_z} + F_{T_z}$			$\frac{\partial(F_{A_z} + F_{T_z})}{\partial w} < 0$ $\approx C_{L_w} > 0$						
$L_A + L_T$				$\frac{\partial(L_A + L_T)}{\partial \beta} < 0$ $\approx C_{l_\beta} < 0$		$\frac{\partial(L_A + L_T)}{\partial p} < 0$ $\approx C_{l_p} < 0$			
$M_A + M_T$	$\frac{\partial(M_A + M_T)}{\partial u} > 0$ $\approx C_{m_u} > 0$				$\frac{\partial(M_A + M_T)}{\partial \alpha} > 0$ $\approx C_{m_\alpha} < 0$		$\frac{\partial(M_A + M_T)}{\partial q} < 0$ $\approx C_{m_q} < 0$		
$N_A + N_T$				$\frac{\partial(N_A + N_T)}{\partial \beta} > 0$ $\approx C_{n_\beta} > 0$				$\frac{\partial(N_A + N_T)}{\partial r} < 0$ $\approx C_{n_r} < 0$	

Notes: 1. All perturbations are taken relative to a steady state: $U_1, V_1, W_1, P_1, Q_1, R_1$
 2. Blanks in the table indicate that there is no stability consequence

Figura B.1: Criterios de estabilidad estática (imagen extraída de [11])

Anexo C

Manual de uso de XFLR5

En este manual se va a crear un modelo de avión en XFLR5 desde cero, y posteriormente se hará un estudio aerodinámico y de estabilidad de dicho modelo. Con todo, en ciertas secciones se empleará un proyecto ya realizado por ser más ilustrativo. Se mostrarán los distintos pasos que se han seguido para ejemplificar cada apartado. Se presentarán los distintos módulos del programa cronológicamente al momento en el que hubo que emplearlos.

La creación del modelo y su posterior análisis se realizará en dos secciones bien diferenciadas. La primera consiste en la creación del modelo y su análisis aerodinámico y se ha extraído de uno de los anexos de [21], mientras que la segunda es un manual de uso de la sección de estabilidad [2].

C.1. XFLR5. Creación del modelo y módulo de aerodinámica

C.1.1. Módulo "Direct Foil Design". Modelando el perfil

Para acceder a este módulo hay que pinchar en la opción "Direct Foil Design" que aparece en el menú desplegable de la pestaña "File". En este módulo se definen los perfiles que se quieren analizar. Primero se va a analizar la interfaz principal del módulo para explicar la función de cada zona.

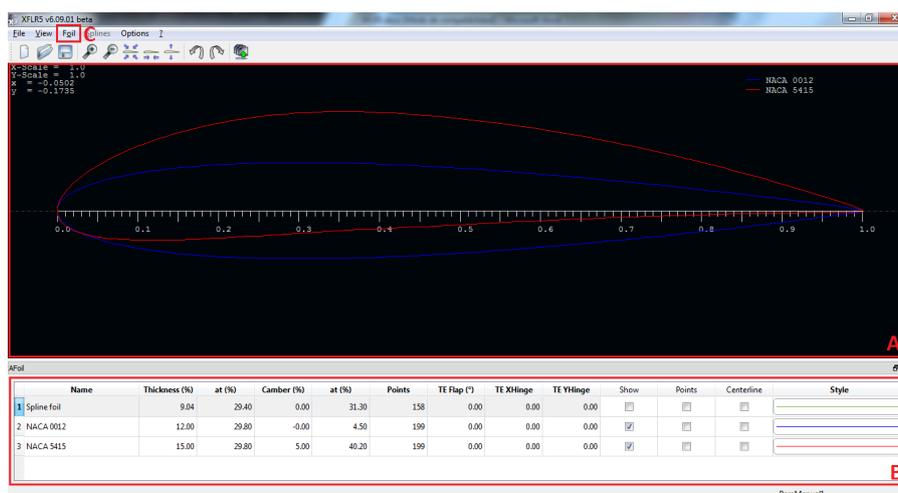


Figura C.1: Menú Direct Foil Design

- Zona A: muestra gráficamente los perfiles introducidos, siempre de forma adimensional.

- Zona B: muestra las características más importantes de los perfiles introducidos. Asimismo, permite cambios en la apariencia gráfica y permite modificar los parámetros del perfil.
- Pestaña C (Foil): permite añadir nuevos perfiles y modificar los existentes.

A continuación se va a detallar el proceso seguido para introducir un perfil.

Primero habrá que introducir las coordenadas del perfil. Dichas coordenadas estarán adimensionalizadas con la cuerda del mismo. Los métodos posibles para meter un perfil en el programa son dos:

- Mediante un archivo .dat que incorpore la nube de puntos que corresponda a cada perfil.
- Mediante un asistente que incorpora una base de datos para ciertos perfiles con numerología característica, como los NACA.

Método 1: mediante un archivo .dat

Si no se tiene el archivo correspondiente al perfil, una base de datos muy completa se puede encontrar en [23].

Una vez descargado el archivo correspondiente, se elige la opción "Load File" desde el menú "File". Una vez seleccionado el archivo del perfil en cuestión, se mostrará la distribución de puntos correspondiente al mismo en la pantalla principal. En este caso se hace el ejemplo con el Eppler 748.

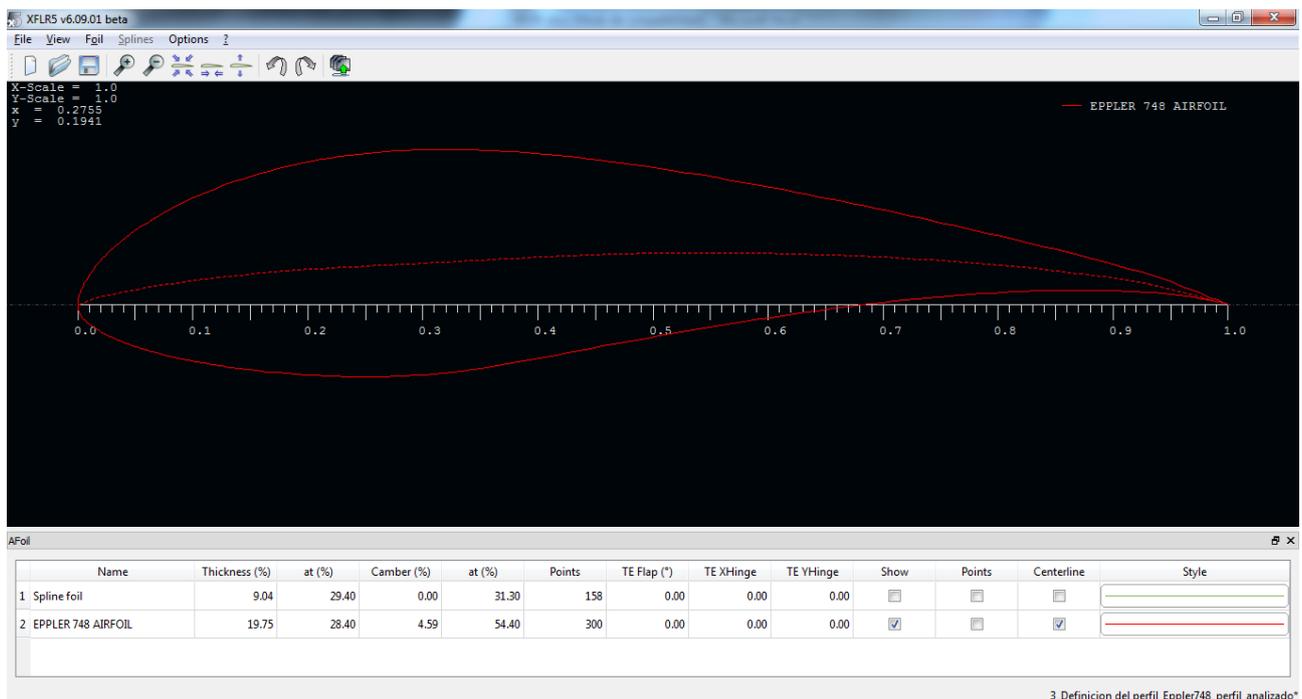


Figura C.2: Representación del perfil

Método 2: mediante el asistente

El programa incorpora un asistente para introducir perfiles que vienen determinados por su numeración, como son los NACA. Para ello, se accede a la opción "Naca Foils" que aparece en la pestaña "Foil". Se abre una ventana en la que ha de introducirse el número correspondiente al perfil NACA que se desee. En el ejemplo se muestra un perfil NACA 5415 empleado en el avión. Asimismo, ha

de introducirse el número de puntos en los que se quiere dividir el perfil, aunque después se podrá modificar, como se verá. El programa calcula las coordenadas que debe tener cada punto y dibuja el perfil.

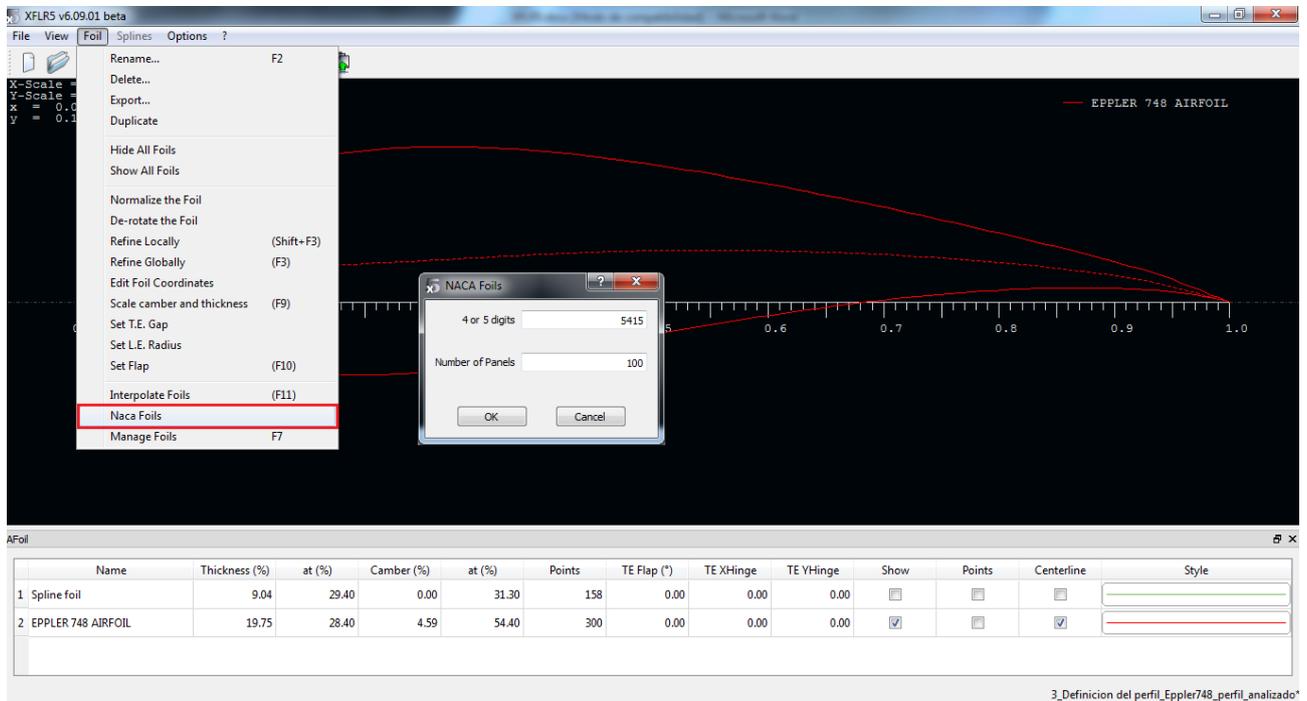


Figura C.3: Asistente de introducción de perfiles NACA

A continuación se va a seguir el manual con el NACA 5415 y el NACA 0012, que han sido empleados en este ejemplo. El Eppler 748 únicamente se ha incluido para ejemplificar la carga de un perfil mediante un archivo. Por tanto, tras haber añadido los dos perfiles citados, ambos se muestran superpuestos, quedando la situación de la figura (C.4).

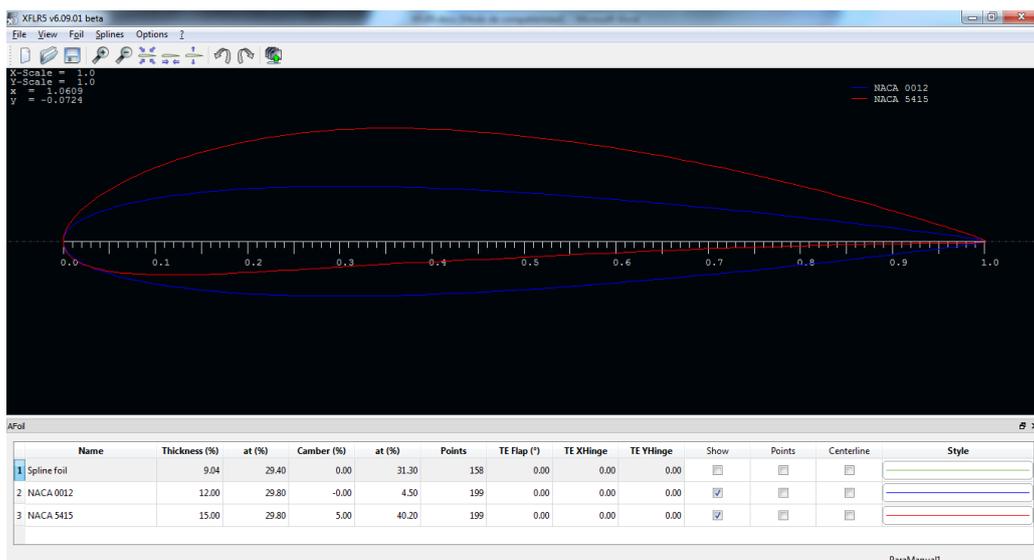


Figura C.4: Representación superpuesta de perfiles

En la parte inferior, como se mencionó anteriormente, aparece toda la información del perfil así como diversas opciones de visualización del mismo. Una función muy interesante es la posibilidad de modificar diversas características del perfil. Para ello, se pulsa con el botón derecho del ratón encima de la fila del perfil en cuestión y acto seguido se entra en el menú "Scale camber and thickness", tal y como se muestra en la figura (C.5). De esta manera, una vez introducido un perfil predefinido, será posible modificar sus propiedades de curvatura, anchura y posiciones de los máximos. Los perfiles posibles son, por tanto, prácticamente infinitos.

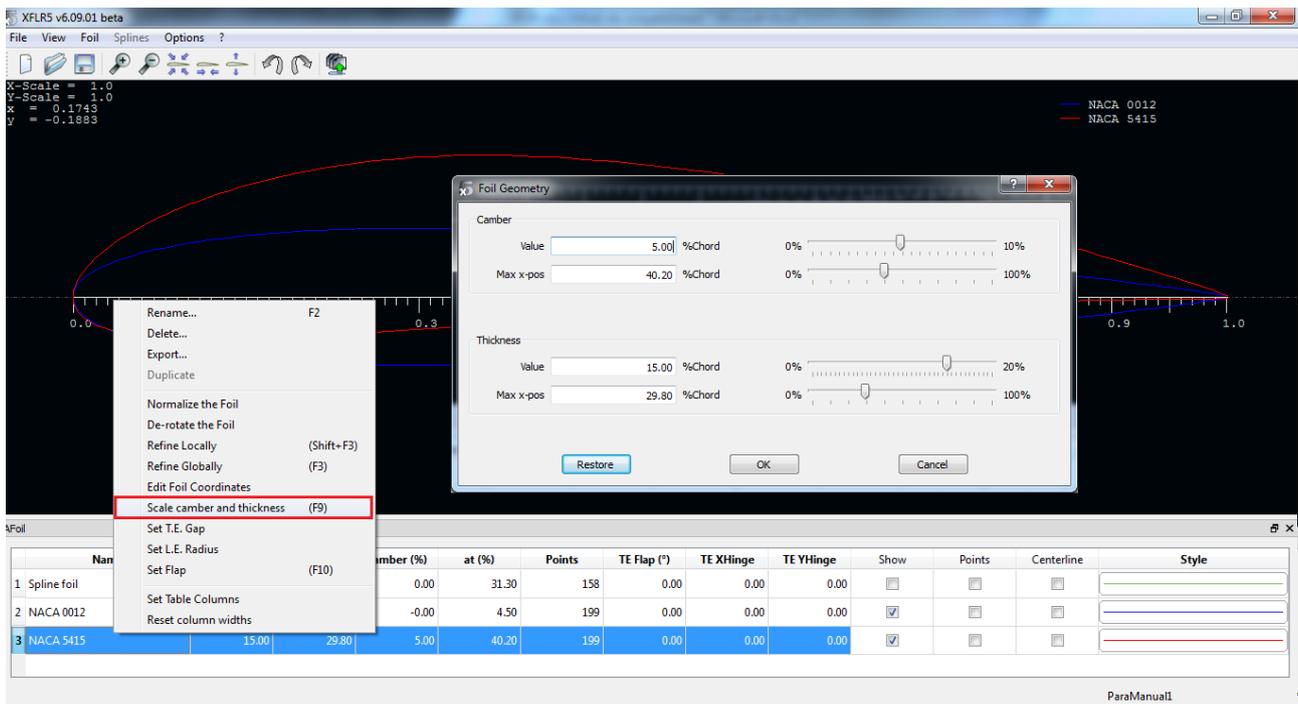


Figura C.5: Modificación de las características del perfil

Mención aparte hay que hacer al número de puntos que se definen sobre el perfil. Si ha sido introducido mediante el asistente para perfiles NACA, el número de puntos puede ser introducido en dicho asistente. Por el contrario, si ha sido introducido mediante un archivo predefinido, dicho número de puntos está también predefinido. La importancia del número de puntos radica en el análisis aerodinámico que se realizará posteriormente, puesto que un número pequeño de puntos conllevará una baja resolución y fiabilidad en los resultados, sobre todos a números de Reynolds medios y bajos. De forma más o menos acusada dependiendo de cada perfil, en el presente proyecto se ha tenido este problema, y la manera de subsanarlo ha sido definir un mallado más fino de puntos sobre el perfil. Para ello, una vez cargado el perfil, se hace click con el botón derecho en la fila del perfil correspondiente en la parte inferior de la pantalla y se selecciona "Refine globally". En ese menú, mostrado en la figura (C.6), se introduce el número de puntos en cuestión (el máximo es 302). El análisis aerodinámico llevará un tiempo mayor debido al mallado más fino, pero los resultados serán más fiables.

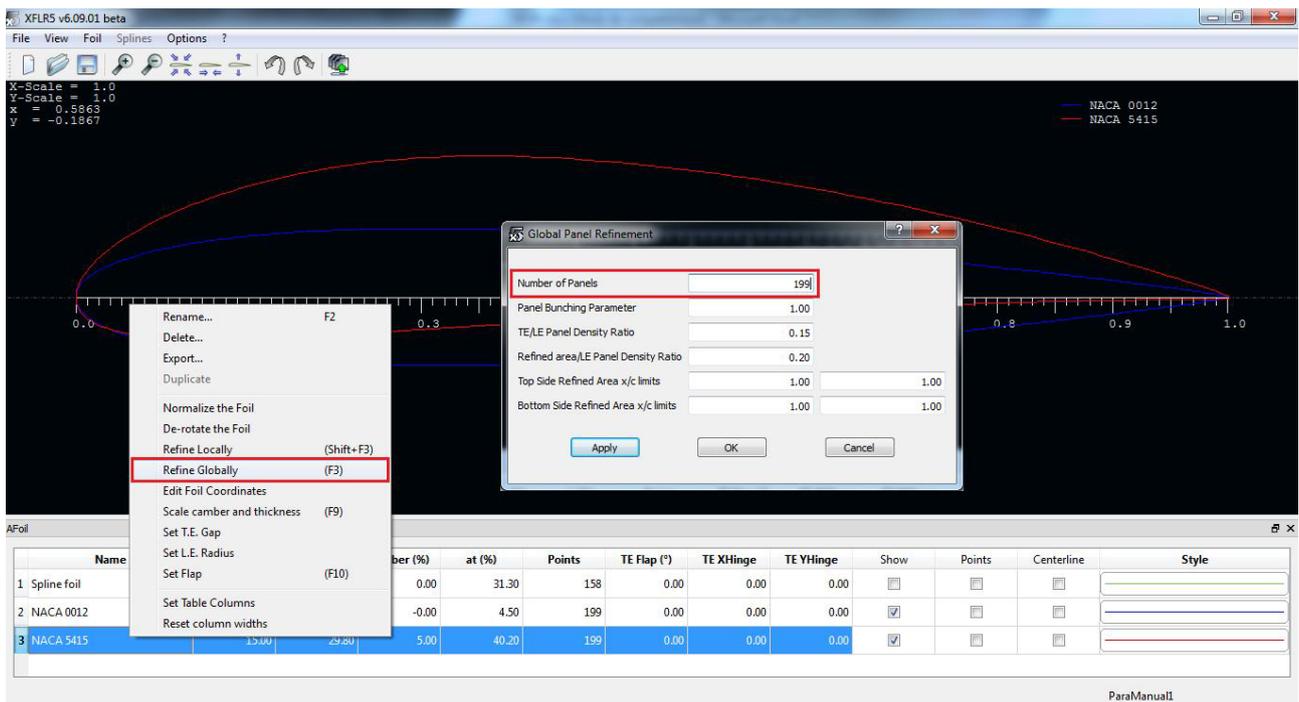


Figura C.6: Modificación del número de puntos

El resto de opciones posibles no han sido usadas en este manual, pero aportan más versatilidad en el análisis, pudiendo añadir por ejemplo superficies hipersustentadoras al perfil.

Una vez definidos y configurados correctamente los perfiles, es el momento de pasar al análisis aerodinámico del mismo.

Hay que reseñar que en todo momento se puede acceder al módulo de edición del perfil, pero cualquier modificación en el mismo conllevará el borrado de todos los análisis hechos sobre dicho perfil. Con todo, la versatilidad que ofrece poder crear perfiles y analizarlos en cualquier momento del desarrollo del proyecto es muy interesante para probar nuevas ideas.

C.1.2. Módulo "XFoil Direct Analysis". Analizando el perfil

En este módulo se realizan los análisis sobre cualquier perfil definido en el módulo anterior. Se obtendrán multitud de polares sobre las que interpretar las propiedades y características del perfil que se deseen. Estas polares, una vez seleccionado un perfil, serán las que se usarán en el módulo siguiente para realizar el análisis aerodinámico de las superficies aerodinámicas completas.

La interfaz base de este módulo se muestra en la figura (C.7) seguido de una breve explicación de cada módulo.

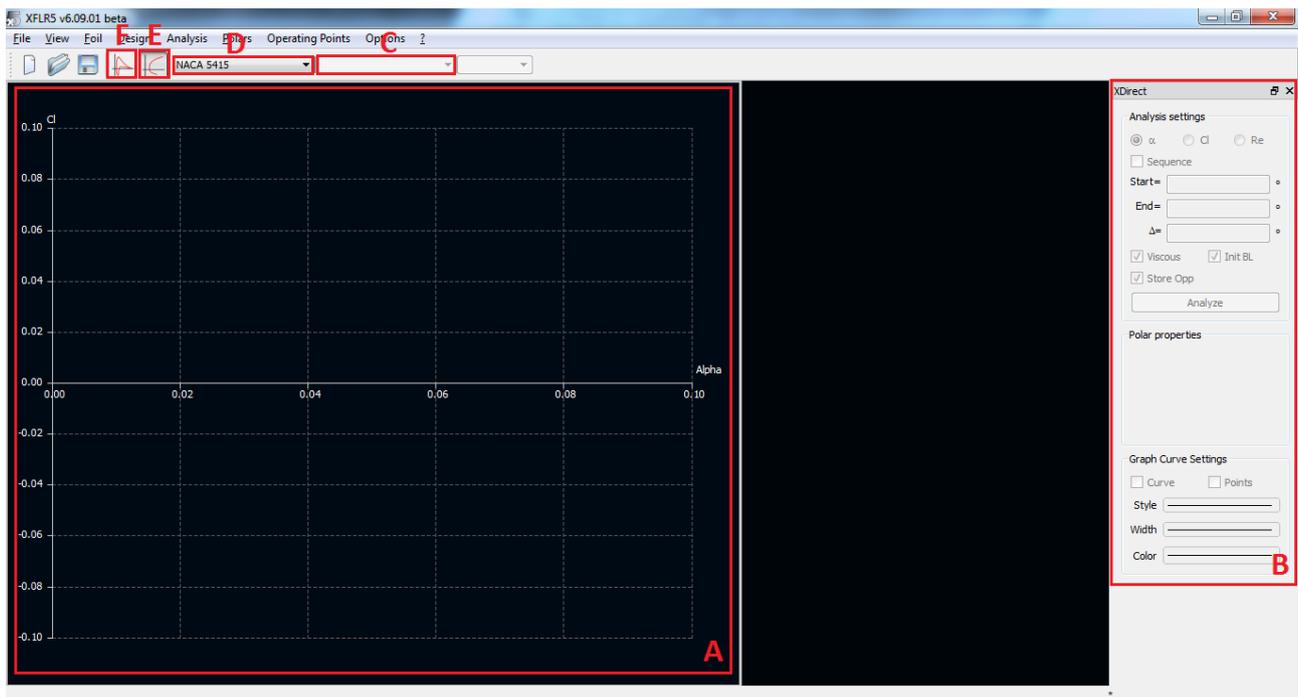


Figura C.7: Menú principal del módulo XFoils Direct Analysis

- Zona A: muestra gráficamente las polares simuladas con la combinación de variables en los ejes que se desee.
- Zona B: una vez definido un análisis, permite volver a realizar un barrido o ampliarlo si se desea. Asimismo, también permite modificar el aspecto gráfico de las curvas.
- Menú desplegable C: permite seleccionar entre las polares definidas para un perfil determinado.
- Menú desplegable D: permite seleccionar entre los distintos perfiles que se han definido en el módulo "Direct Foil Design".
- Botón E: al pulsarlo se accede al modo de visualización que se muestra en la figura, en el cual aparece la representación de dos variables enfrentadas. Es el modo activo por defecto.
- Botón F: contrariamente al botón E, en este caso al pulsarlo se muestra un modo de visualización en el que se representa el coeficiente de presión a lo largo del perfil.

Los análisis se pueden realizar de dos formas distintas:

- De forma manual; mediante la opción "Define Analysis" del menú "Analysis" se puede realizar el análisis para un Reynolds determinado. Una vez definido el tipo de análisis, se realiza el mismo mediante las opciones de la derecha del menú principal.
- De forma secuencial; existe una posibilidad muy útil que permite realizar el análisis de una serie de números de Reynolds de forma continua. Se trata de la opción "Batch Analysis", y de esta manera una vez comenzada la simulación, el programa realizará de forma sucesiva los análisis definidos en el menú correspondiente sin tener que realizar acción alguna.

En este caso se va a explicar cómo seguir con la segunda opción. Para realizar el Batch Analysis, lo primero que hay que hacer es seleccionar el perfil deseado en el menú desplegable superior.

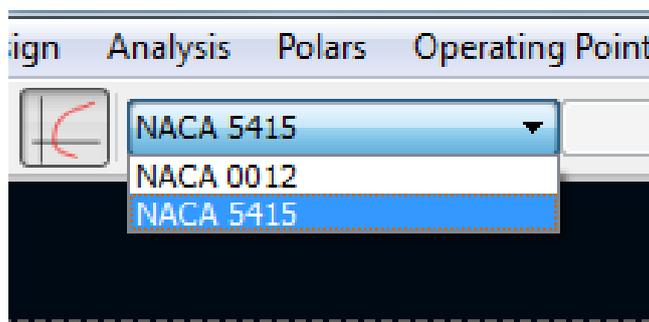


Figura C.8: Selección del perfil

Seguidamente se selecciona "Batch Analysis" dentro del menú "Analysis". En la ventana que aparece se han de introducir todos los parámetros del análisis que se va a realizar. En la figura (C.9) se ilustra dicha ventana, seguido de una breve explicación de cada módulo.

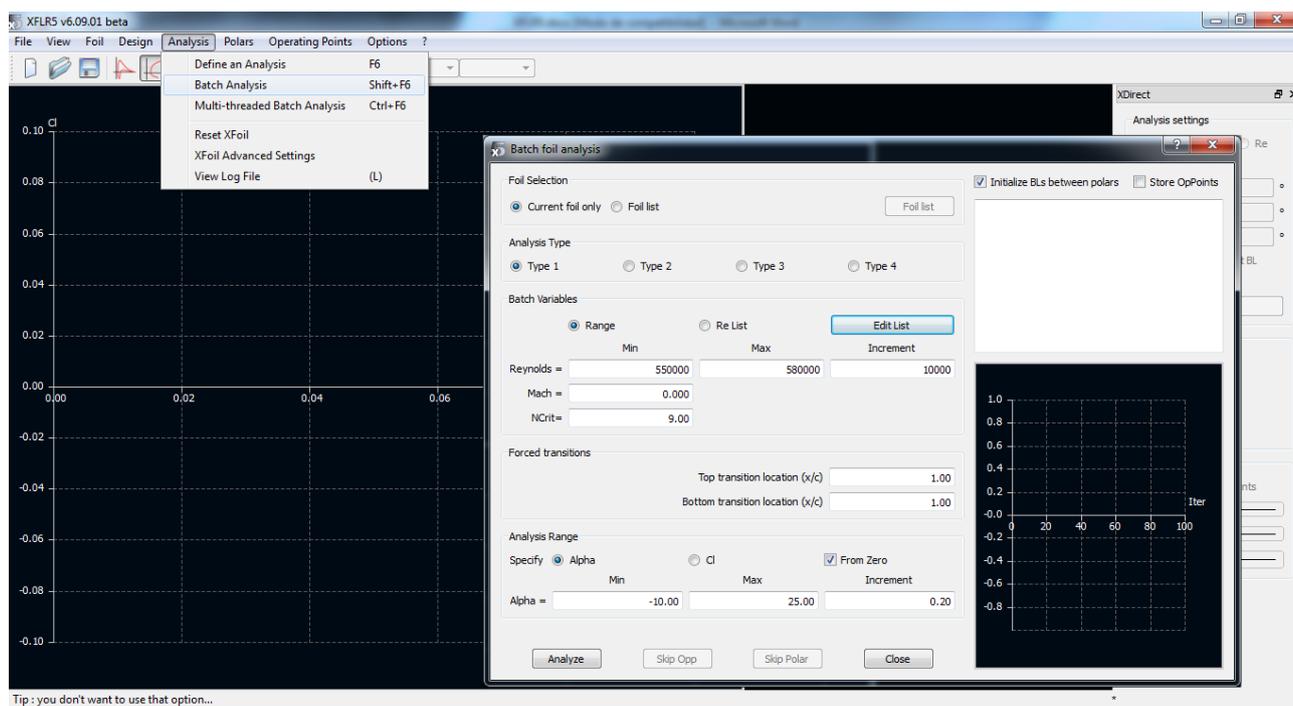


Figura C.9: Batch Analysis

1. Foil Selection: se puede realizar el análisis para el perfil que se acaba de seleccionar o para cualquiera de los perfiles definidos.
2. Analysis Type: se selecciona "Type 1" para velocidad fija y coeficiente de sustentación variable. Por tanto, servirá para realizar un barrido de ángulos de ataque, el cual es el tipo de análisis más extendido.
3. Batch Variables: aquí se introducen las variables fijas en cada análisis, en este caso el número de Reynolds. Se puede introducir de dos maneras distintas:

- a) Un rango de Reynolds equiespaciados por un incremento fijo.
 - b) Una lista de Reynolds introducidos por el propio usuario. Para ello se selecciona la opción "Re List" y luego se pulsa en "Edit List" para introducir manualmente los Reynolds en cuestión. Posiblemente la segunda opción es la más útil debido a que evita hacer análisis fino en un rango de Reynolds que no interese más que tener una estimación superficial.
4. Analysis Range: por último se define el rango de ángulos de ataque sobre el que se quiere hacer los análisis. De nuevo, se define como un rango entre dos extremos y un incremento fijo. Cuanto menores sean los incrementos, mayor resolución se tendrá, a costa de un mayor tiempo de computación.

Hay que notar que para cada perfil habrá que obtener las polares que cubran un rango suficiente de números de Reynolds, dado que en el análisis 3D de las superficies aerodinámicas se interpolará entre todas las polares obtenidas. Si se obtiene un mensaje de error en el análisis 3D, se puede volver a este módulo y realizar los análisis requeridos.

Una vez definidos todos los parámetros, se hace click en "Analyze" y comienza el análisis sucesivo de todos los casos definidos.

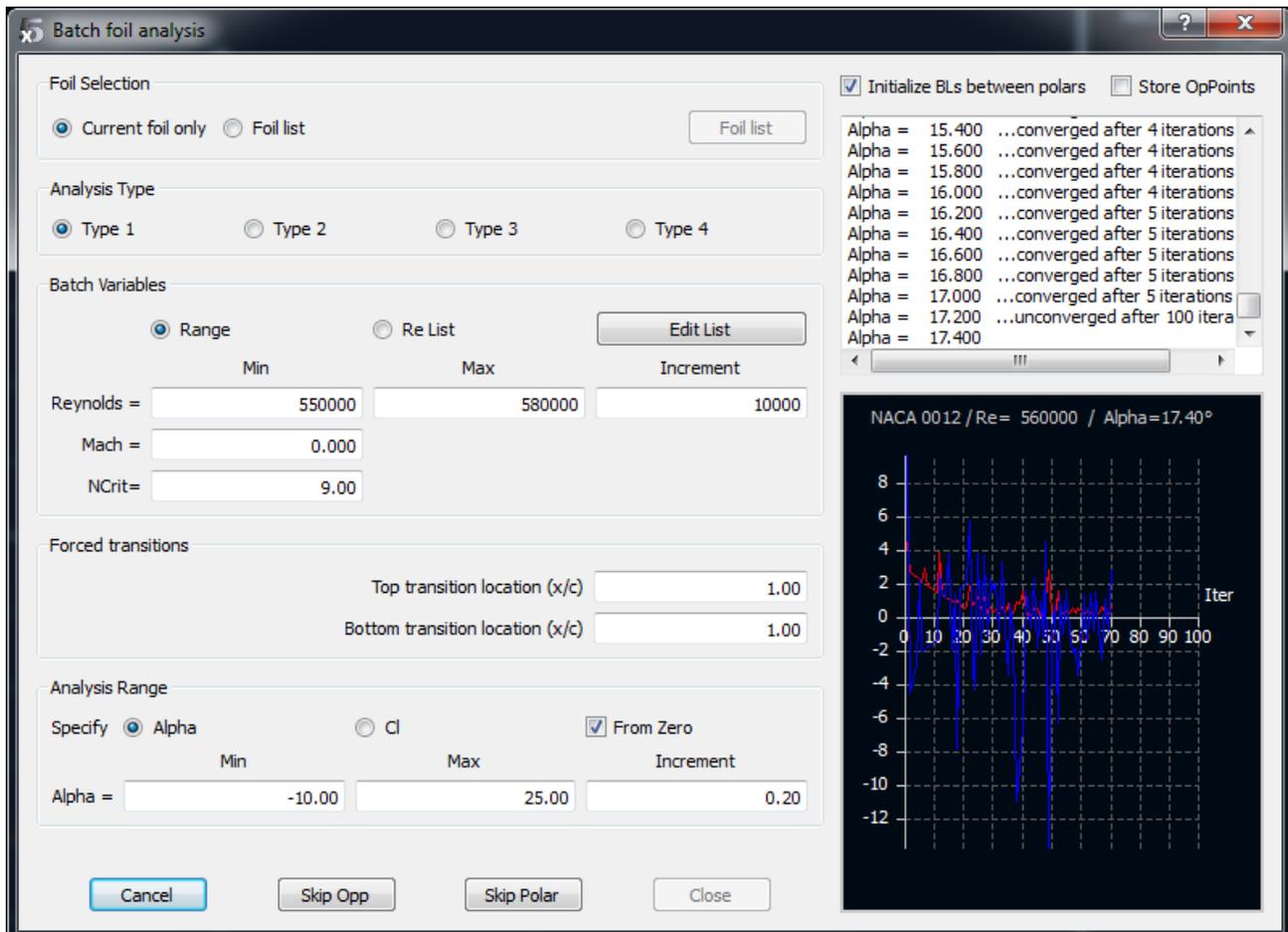


Figura C.10: Analizando perfiles mediante "Batch Foil Analysis"

Una vez terminado, el programa muestra la polar obtenida junto a una leyenda que identifica a cada curva. En la figura (C.11) se muestran los resultados obtenidos tras simular los dos perfiles.

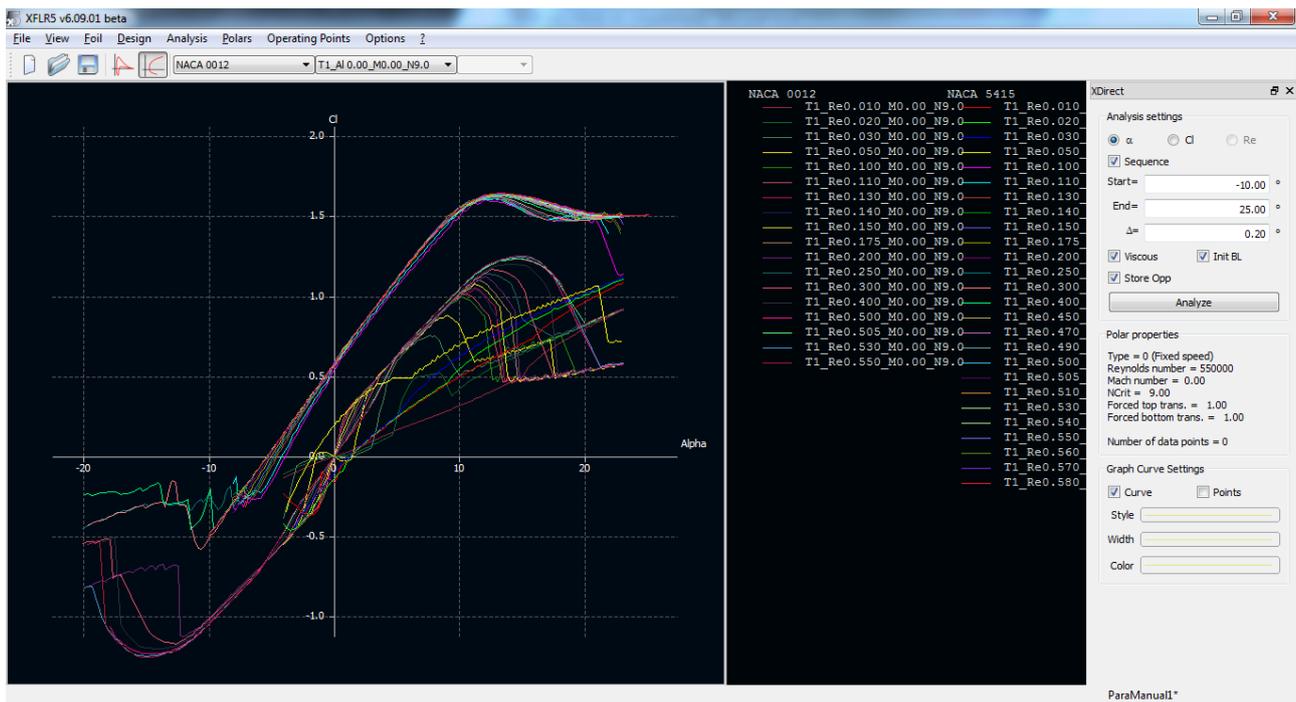


Figura C.11: Resultados del Batch Analysis para los dos perfiles

Se aprecia que arriba se activa el menú desplegable C para poder seleccionar las polares que se han realizado. Asimismo, también se activa la zona B para poder manipular la polar seleccionada.

Si se pulsa con el botón derecho en cualquier punto de la gráfica, es posible realizar numerosas acciones con la polar que esté seleccionada en ese momento (exportarla, renombrarla, esconderla . . .). Una opción muy interesante es cambiar las variables que se muestran en la gráfica. Para ello, en el listado se selecciona "Current Graph/Define Graph Settings". Aparecerá el menú que se muestra en la figura (C.12), con dos columnas en las que se puede seleccionar distintas variables a mostrar en el eje de ordenadas y de abscisas (por ejemplo C_L vs α , C_L vs C_D , C_m vs α). En dicho menú también es posible modificar otros aspectos de la gráfica.

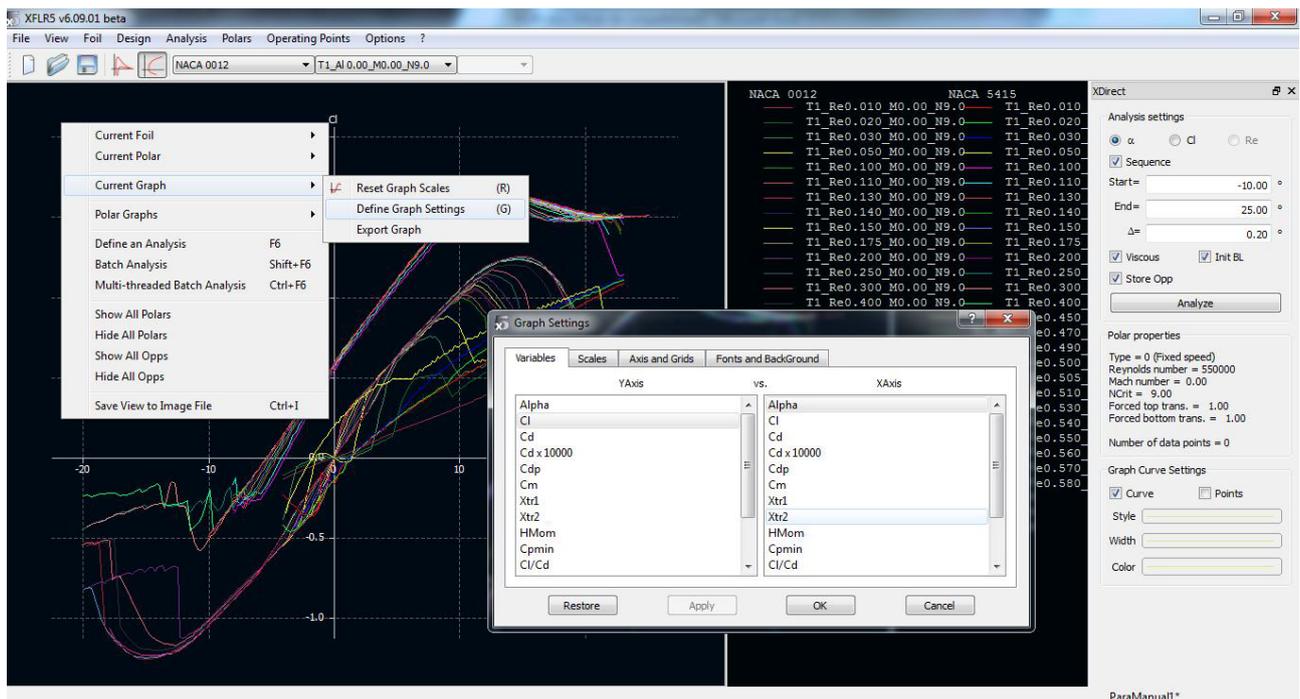


Figura C.12: Cambio de variables a representar

Asimismo, si en vez de expandir la pestaña "Current Graph" se hace lo propio con "Polar Graphs", es posible obtener las siguientes representaciones:

1. Si se selecciona "All Polar Graphs" o "Two Polar Graphs", se representan varias gráficas en la misma interfaz. Si alguna de ellas no es la representación que se desea, se puede pinchar con el botón derecho sobre la misma y hacer la operación explicada con "Current Graph".
2. Si se selecciona cualquiera de las opciones (1)-(5), se representará únicamente la representación predefinida que corresponde.

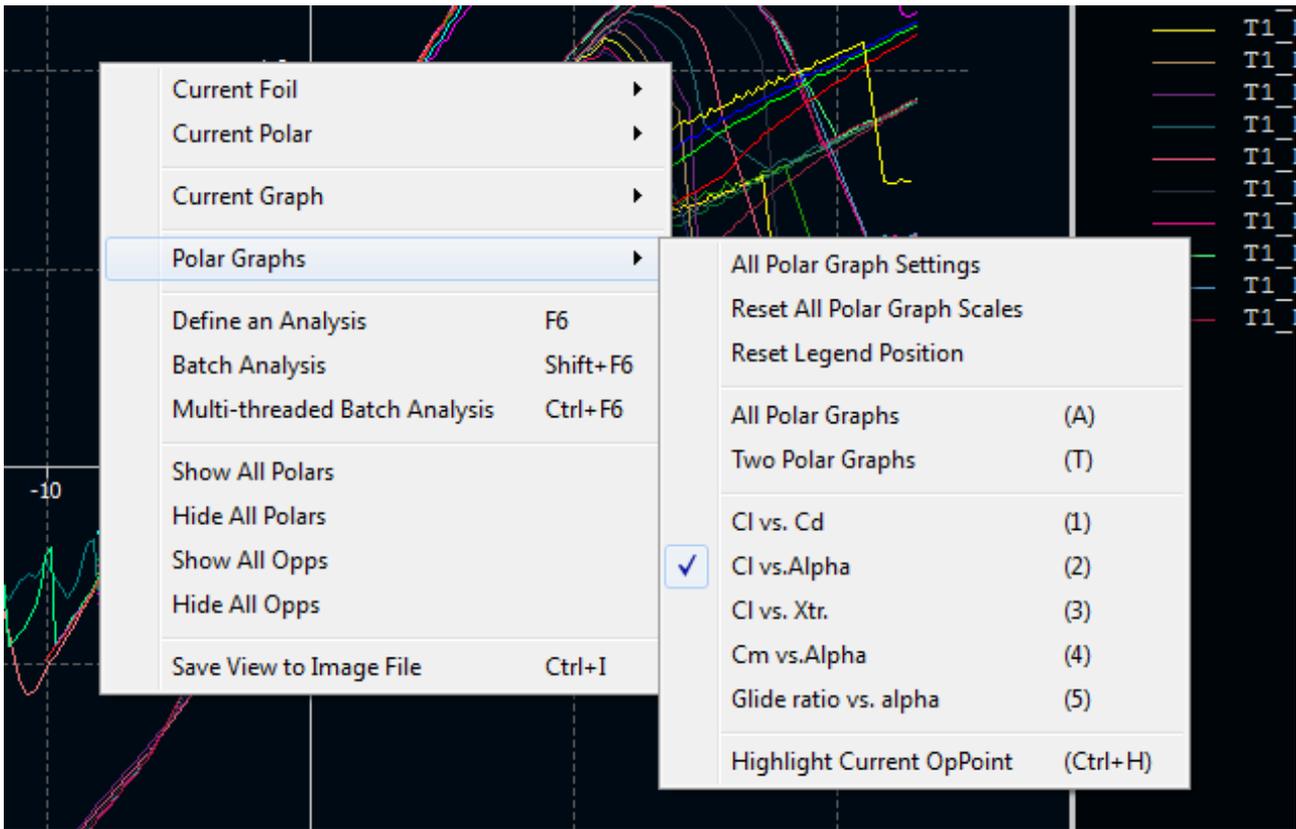


Figura C.13: Opciones de visualización

Por otro lado, cuando se mencionó la interfaz del menú principal de este módulo, se citó el botón F para poder visualizar el coeficiente de presión en función de la coordenada adimensional del perfil. Pulsando dicho botón se llega a una gráfica, tal y como se muestra en la figura (C.14), en la que se analizará y representará cada caso correspondiente a cada ángulo de ataque. En un menú desplegable situado en la parte superior aparecen los posibles ángulos de ataque que se pueden seleccionar.

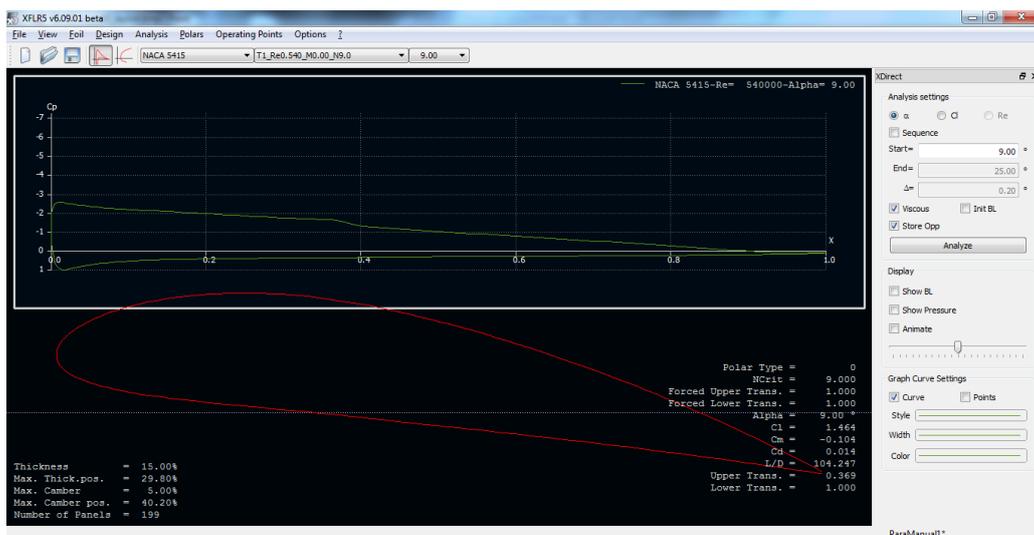


Figura C.14: Distribución a lo largo del perfil

Una vez hechos los análisis de los perfiles es el momento de pasar a pasar a las tres dimensiones para realizar los análisis de las superficies y, finalmente, del avión completo.

C.1.3. Módulo "Wing and Plane Design". Diseñando y analizando superficies.

Este apartado se va a dividir en varios apartados, puesto que es posiblemente el que conlleva realizar más acciones distintas. La metodología seguida es:

- Trasladar la geometría del ala a XFLR5
- Analizar el ala
- Trasladar la geometría del avión a XFLR5
- Simular el avión.

Antes de pasar a detallar cada paso se va a realizar una introducción a la interfaz del menú principal del módulo. En la figura (C.15) se muestra una representación de la interfaz principal del menú.

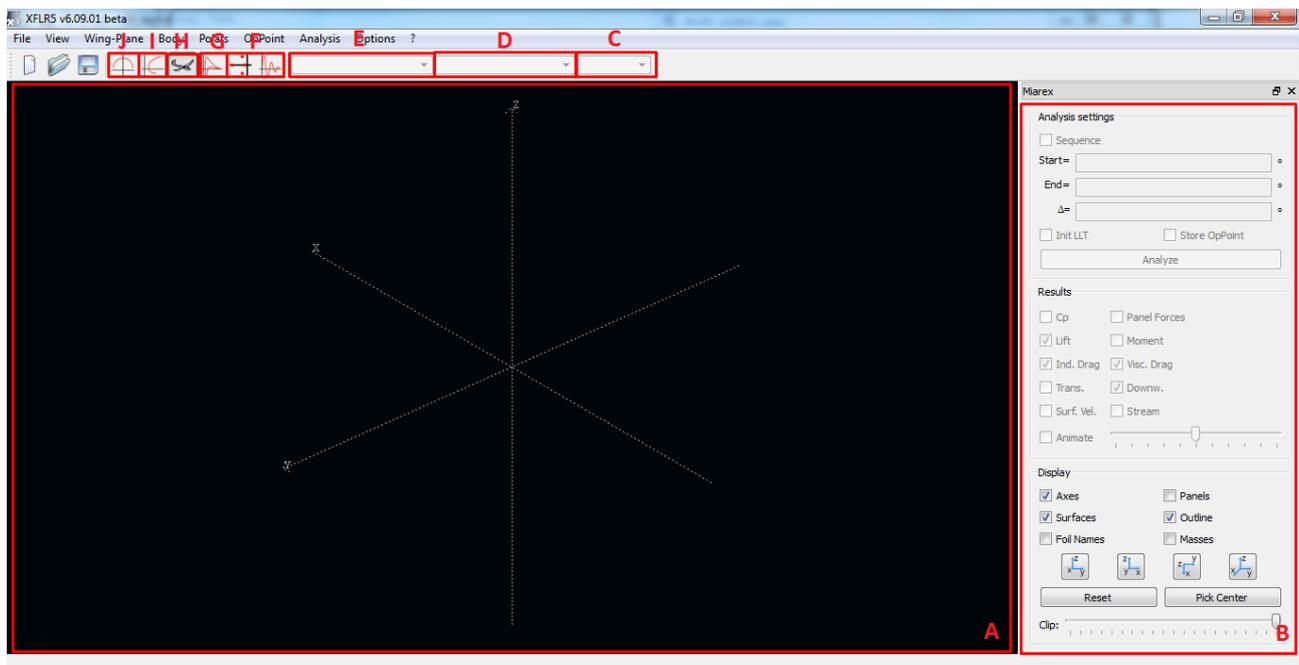


Figura C.15: Interfaz principal del menú Wing and Plane Design

Como se puede comprobar, se trata de una distribución muy parecida a la que se tiene para el análisis del perfil.

- Zona A: es la zona de visualización de resultados. En este caso es muy versátil y puede mostrar los resultados de distinta manera. Los botones F-J controlan el tipo de visualización, como se verá posteriormente. Cabe destacar que se puede visualizar el diseño en tres dimensiones.
- Zona B: permite volver a realizar un barrido o ampliarlo si se desea. Asimismo, también permite modificar el aspecto gráfico de las curvas. En el tipo de visualización 3D, permite seleccionar entre distintas variables para mostrarlas superpuestas a la geometría del avión.

- Botón desplegable C: sirve para seleccionar, en el modo de visualización que lo requiera, el análisis para un ángulo de ataque determinado.
- Botón desplegable D: permite seleccionar una polar determinada para un perfil.
- Botón desplegable E: permite seleccionar un perfil de los que hayan sido analizados.
- Botón F: permite acceder a los módulos de análisis de estabilidad, los cuales se explican en la segunda sección del manual.
- Botón G: permite acceder a la representación del coeficiente de presión a lo largo de la cuerda del ala.
- Botón H: permite acceder al módulo principal de visualización en 3D.
- Botón I: permite acceder al módulo de análisis de resultados en el que se pueden enfrentar distintas variables.
- Botón J: permite acceder al módulo de análisis de resultados a lo largo de la envergadura.

Trasladar la geometría del ala a XFLR5

Para introducir un ala en XFLR5, se selecciona la opción "Define a New Wing" dentro del menú "Wing-Plane". Aparece entonces una interfaz con un ala predefinida y estándar sobre la que se pueden realizar las modificaciones que se requieran. El ala se introduce dividiéndola en distintos estadios entre los que se colocan automáticamente secciones que concuerden con la geometría de ambos estadios. Los estadios pueden o no corresponder con cambios característicos de la geometría (quebrros, diedro ...). En el ejemplo que se muestra posteriormente se clarificará el modo de introducir el ala.

En la figura (C.16) se muestra una imagen de la interfaz correspondiente y una breve explicación de las funciones usadas.

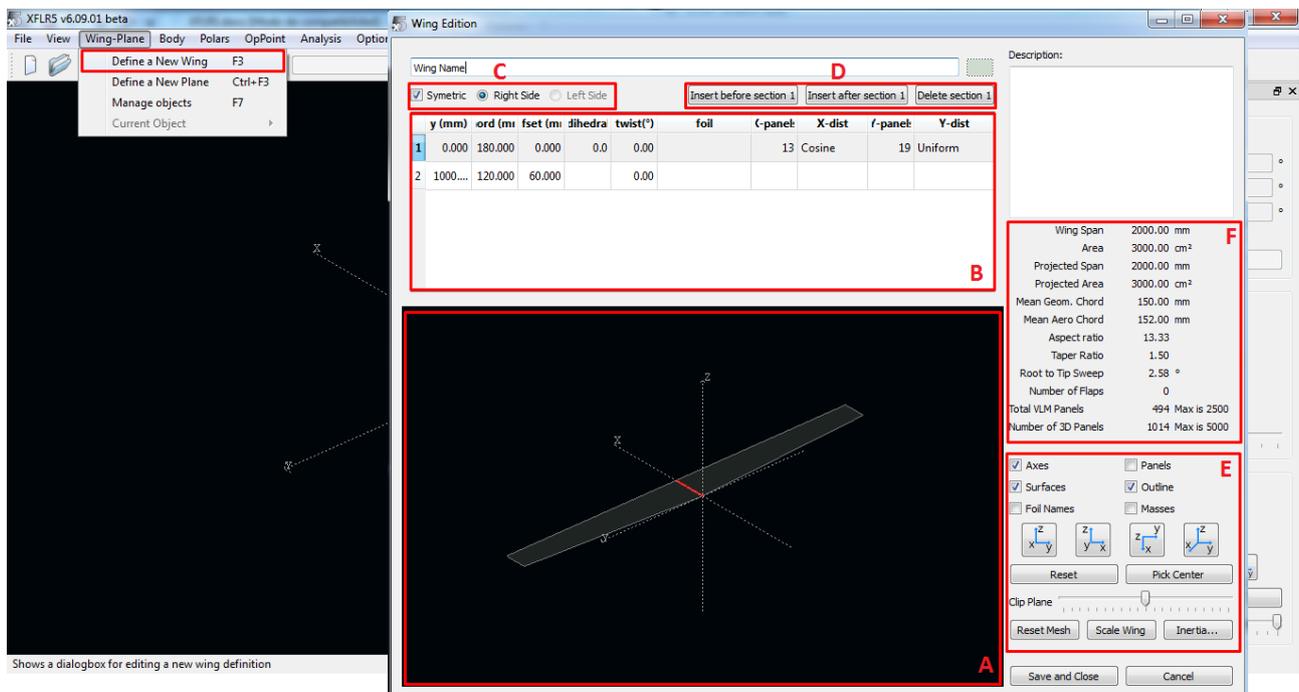


Figura C.16: Introducción de un ala

- Zona A: área donde se muestra el ala definida en 3D.
- Zona B: lugar donde se muestran y se pueden modificar todos los estadios introducidos y las propiedades correspondientes (posición respecto a la raíz, cuerda, número de paneles ...). Hay que destacar que para definir la flecha hay que modificar la opción "offset", la cual determina la distancia del borde de ataque al eje X. Un hecho ilustrativo es que al seleccionar un estadio, en la imagen en 3D aparece iluminada su posición correspondiente.
- Zona C: determina si XFLR5 debe considerar si existe simetría alar o, por el contrario, hay que introducir la geometría para ambas alas.
- Zona D: permite eliminar o introducir nuevos estadios antes o después de los seleccionados en la Zona A.
- Zona E: permite realizar diversas operaciones sobre el perfil. La más útil es "Reset Mesh", la cual permite al programa asignar un mallado básico acorde con la geometría introducida.
- Zona F: permite obtener una visión resumida de las características principales del ala introducida.

Cuando se accede al menú "Wing Design" con motivo de diseñar una nueva ala, aparecerá una geometría que el programa introduce por defecto. Para modificar ese ala y obtener la geometría que se desea (en el ejemplo será un ala con quiebro y diedro), se siguen los siguientes pasos:

1. Lo primero es definir el estadio de la raíz y el de la punta del ala, para luego pasar a definir estadios intermedios.
2. Para ello, en la Zona B, se selecciona el estadio situado más cerca de la raíz (el situado más arriba). Cuando se seleccione, se iluminará la sección de la raíz del ala.

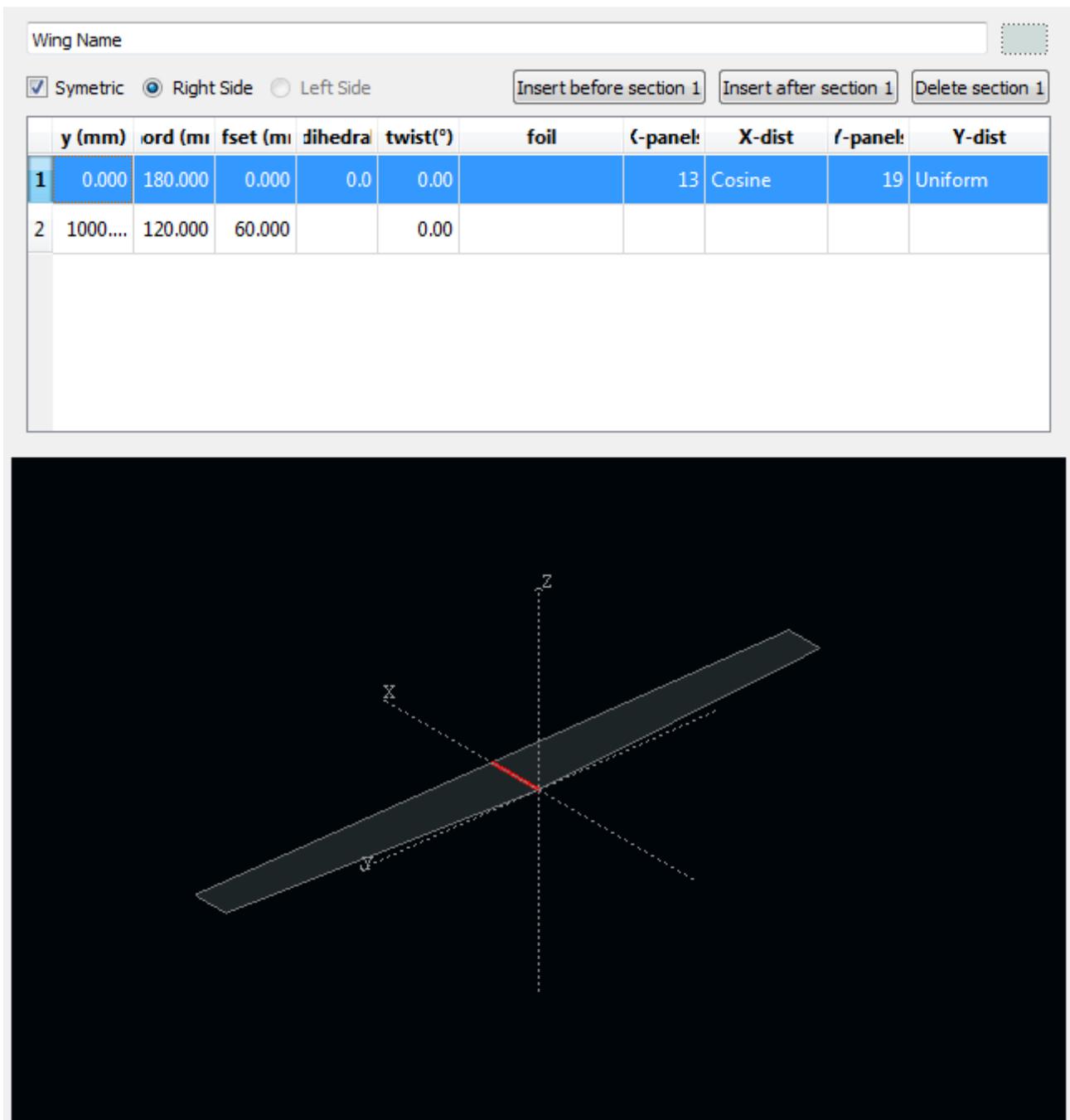


Figura C.17: Definición de un ala

3. Se modifican las características de la sección asignándole la cuerda, flecha, diedro ... que corresponda con nuestro diseño.
4. Se realiza lo mismo para el estadio situado en la punta.
5. Una vez definidos los extremos del ala, nos situamos en cualquiera de los dos extremos y pulsamos el botón "insert after/before section X" según corresponda. Se introduce así el estadio central del ala, que por defecto tiene asignada unas características con las que se respeta la tendencia que posee previamente el ala.

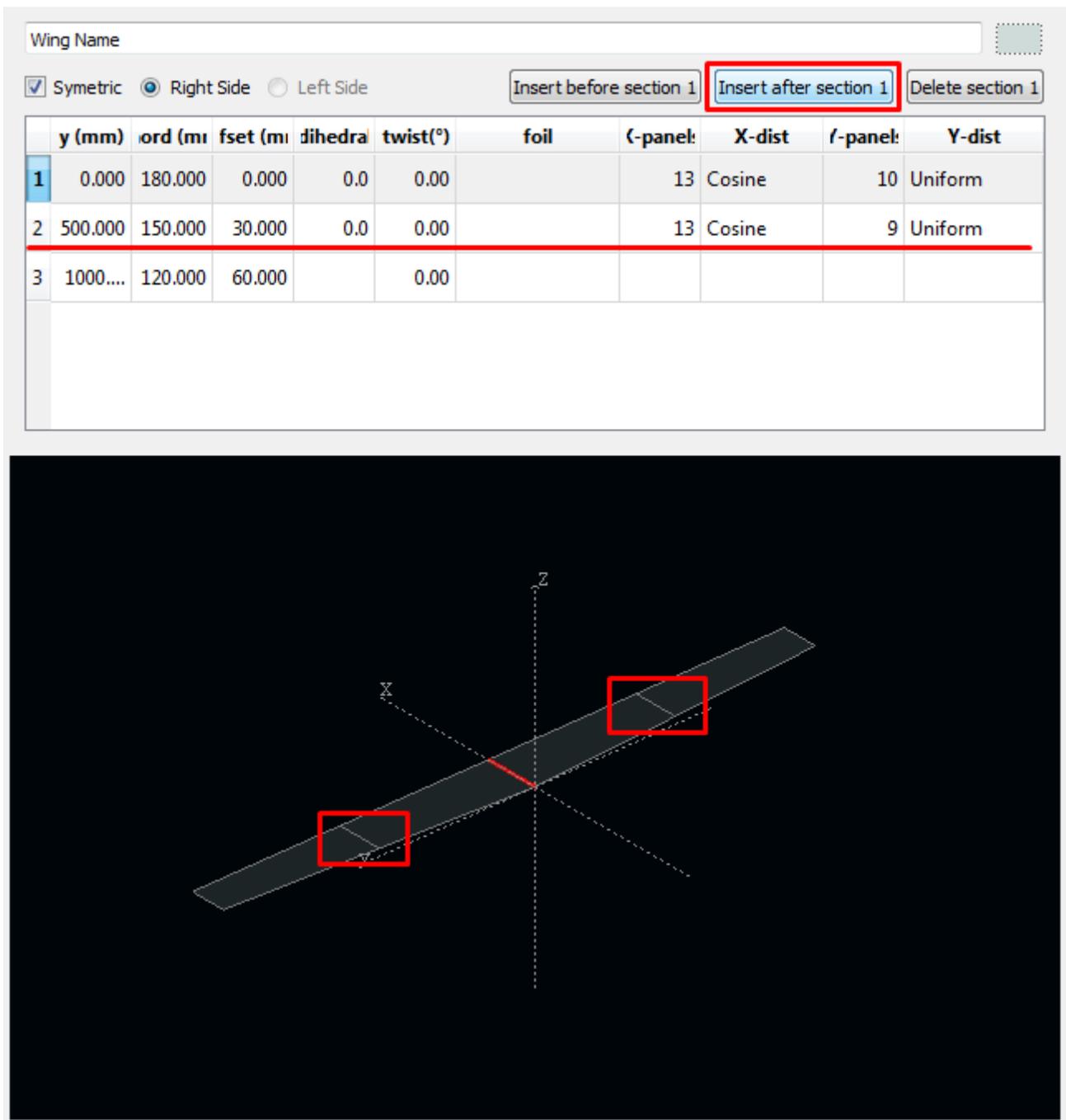


Figura C.18: Introducción de una nueva sección en el ala

6. Se le asigna al estadio central las dimensiones requeridas. En este caso, al ser un quiebro, se sitúa el estadio en la posición definida en el diseño y se le asigna la cuerda de la raíz.
7. Por último, mediante la columna "foil" se asigna a cada sección del ala el perfil que corresponda. La visión 3D se actualizará mostrando el perfil seleccionado.

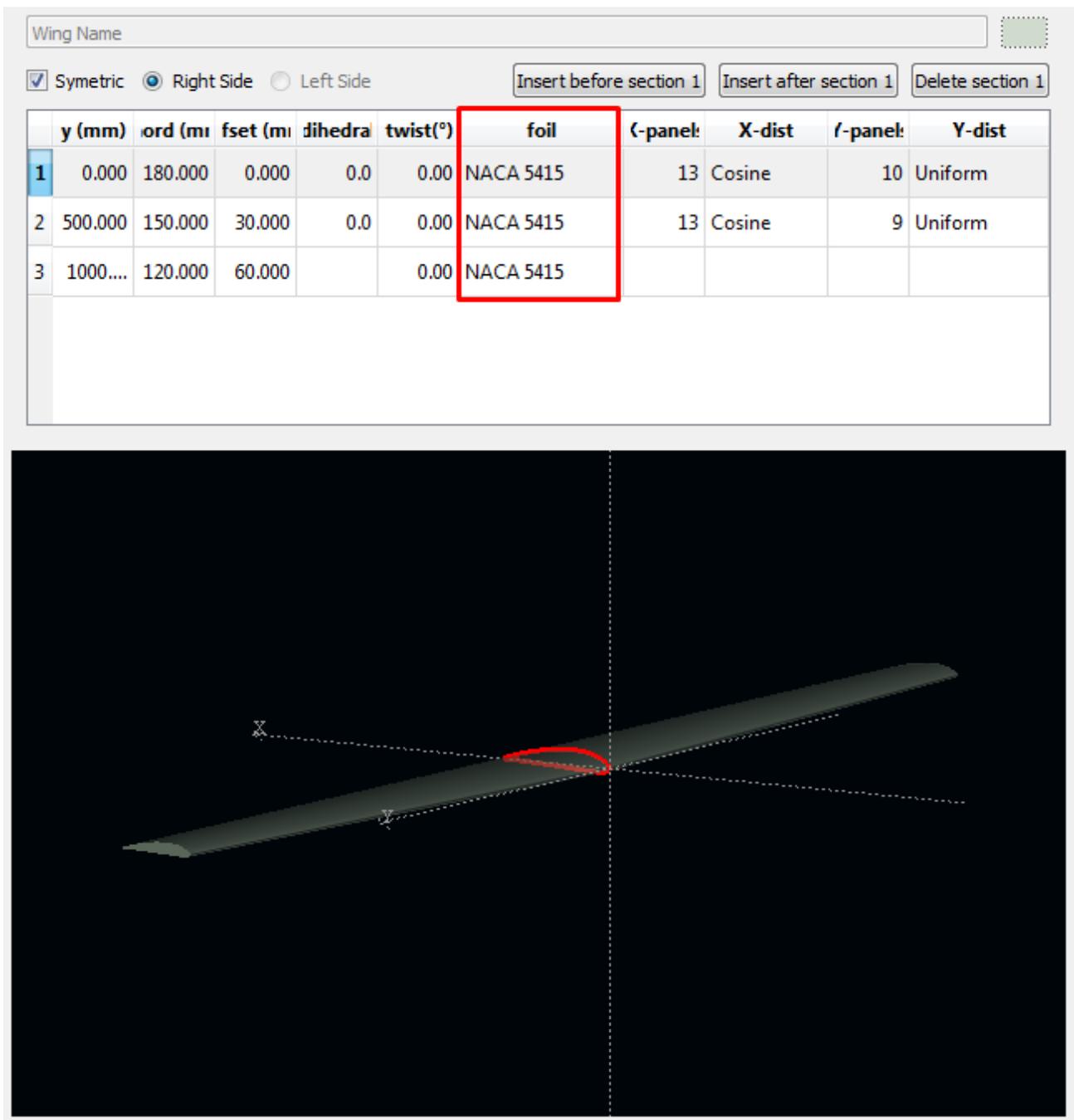


Figura C.19: Introducción de un perfil

8. Ya está definida el ala, pudiéndose comprobar en la parte de la derecha las distintas características geométricas para asegurar que se han introducido bien los datos.
9. Por último, salvo que se quiera realizar una distribución de paneles personalizada, se recomienda pulsar en el botón "Reset Mesh".
10. Aceptar para salir del asistente.

Ahora, si está seleccionado el modo de visualización 3D (botón H en la figura C.15), aparecerá el ala que acaba de ser definida. A la derecha se recomienda probar las distintas opciones de visualización

posibles para familiarizarse con el programa.

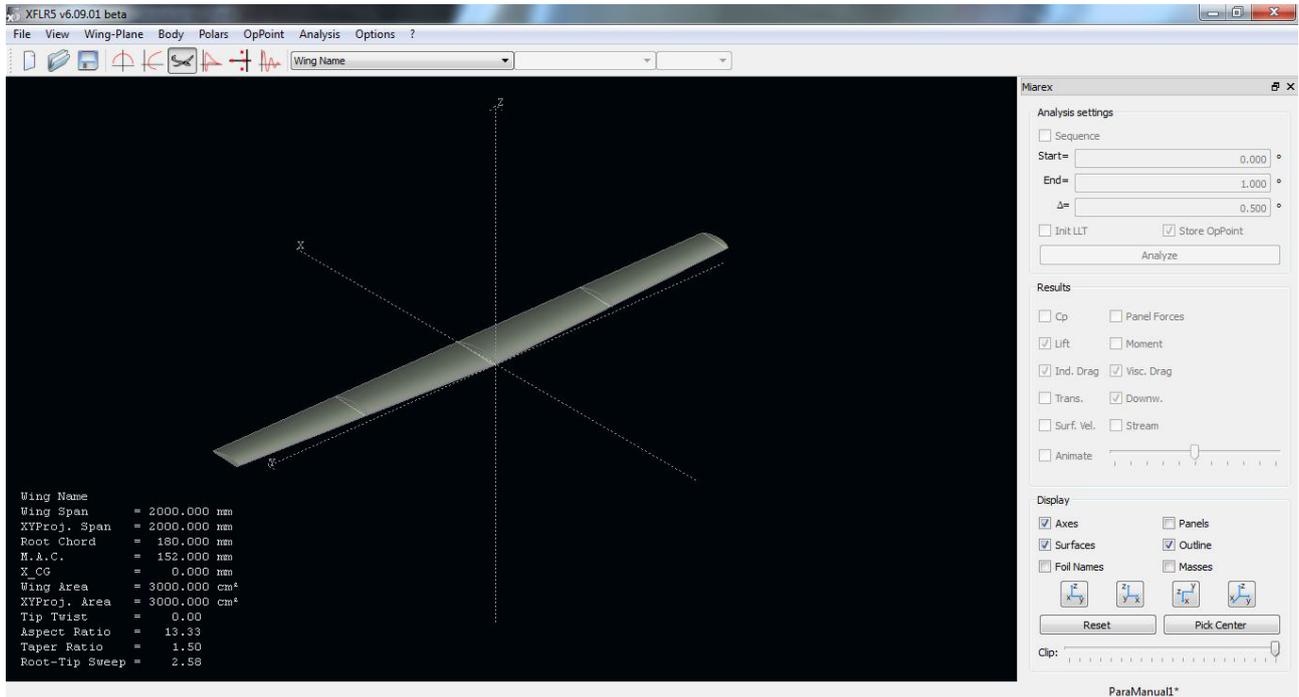


Figura C.20: Visualización 3D del ala

Una vez definida el ala, es el momento de pasar al siguiente punto.

Análisis del ala

Para realizar el análisis del ala, lo primero es entrar en el menú "Define an Analysis" desde el menú "Polars". En la ventana que aparece han de definirse todas las condiciones del análisis. A continuación se muestra una imagen de la ventana para explicar brevemente cada función:

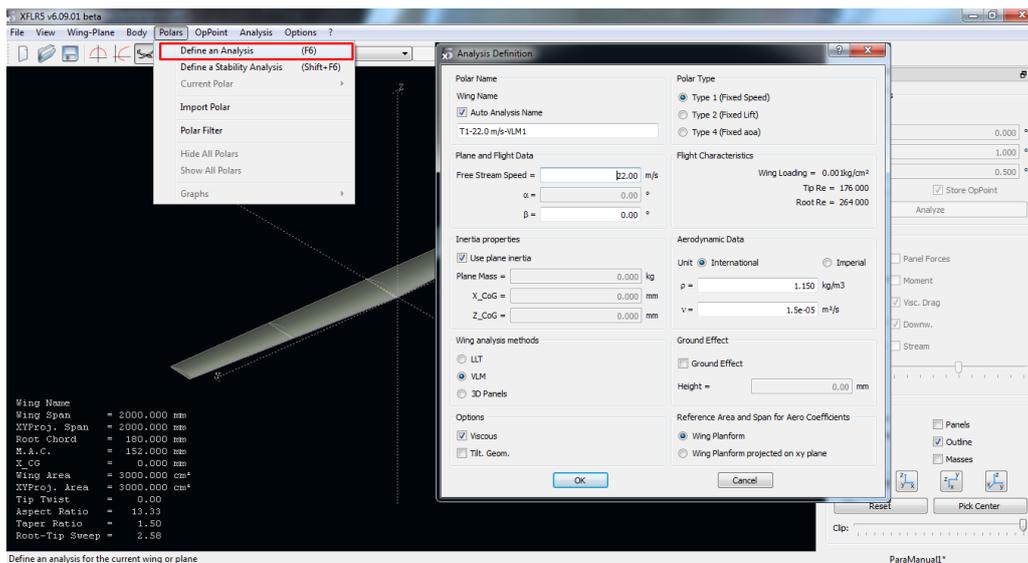


Figura C.21: Definición del análisis aerodinámico del ala

- Polar Type: Se selecciona el tipo de análisis que se desee. Type 1 corresponde a velocidad

constante y será el que se estudie en este caso. Type 2 corresponde a sustentación constante y Type 4 a ángulo de ataque constante.

- Plane and Flight Data: dependiendo del tipo de análisis que se elija, en él se introducen la velocidad de vuelo, el ángulo de ataque o de resbalamiento que poseerá el avión en todo momento.
- Aerodynamic Data: define las condiciones de densidad y viscosidad del medio.
- Inertia properties: en él se define la masa del avión y la posición del centro de gravedad.
- Wing analysis methods: permite elegir entre varios métodos aerodinámicos. En el presente caso se elige VLM (Vortex Lattice Method).
- Options: la casilla "Viscous" debe estar activa para que en la simulación se incluya las características viscosas halladas en el análisis del perfil en 2D.
- Ground Effect: permite introducir la influencia del efecto suelo, en su caso.

Se debe hacer incidencia en el último punto anterior: el análisis viscoso no puede ser realizado en el modelo 3D, por lo que el programa "toma" los resultados obtenidos con el análisis viscoso obtenido tras el análisis del perfil. Se trata de una aproximación sin base teórica ya que lo trata como si fueran cuestiones independientes, y se sabe que no es así. Con todo, se incluye puesto que no se pueden ignorar los efectos viscosos, y una aproximación así es mejor que nada.

Por tanto, tras definir el análisis, se pulsa OK volviéndose automáticamente a la visualización 3D anterior. Se puede notar como en el panel derecho se han activado las opciones superiores correspondientes al análisis. En él se definirá un barrido de una variable que dependerá del tipo de análisis definido anteriormente. En este caso concreto, se realizará un barrido del ángulo de ataque.

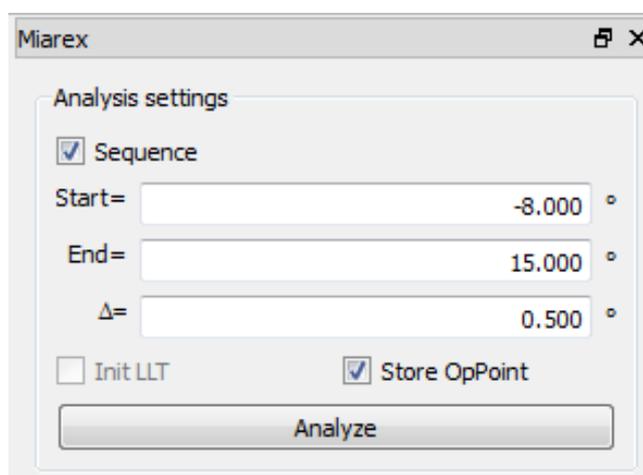


Figura C.22: Rango de análisis

Una vez definido el intervalo e incrementos deseados, se pulsa en el botón "Analyze". Conviene tener activada la opción "Store OpPoint" por si se requiere tratar con los puntos de operación posteriormente.

Aparece una ventana que muestra la evolución del análisis. Cuando termine, se puede echar un vistazo al informe para encontrar si ha habido algún error durante el análisis. Al final del presente anexo se muestra el significado de algunos errores que pueden aparecer. Si se cierra la ventana y posteriormente quiere volver a verse el informe, simplemente hay que irse a la opción "View Log File" del menú "Analysis".

Cuando el análisis termina, se vuelve a la visualización 3D, mostrando los resultados superpuestos. En el panel de la derecha se puede elegir la característica que se quiere mostrar. Asimismo, también es posible en dicho menú variar el ángulo de ataque de forma secuencial para comprobar cómo va variando la inclinación del ala y sus características. Si se desea mostrar únicamente los resultados de un ángulo de ataque determinado, arriba se habrá activado el menú desplegable correspondiente a los ángulos de ataque, por lo que no habrá más que seleccionar el que se desee.

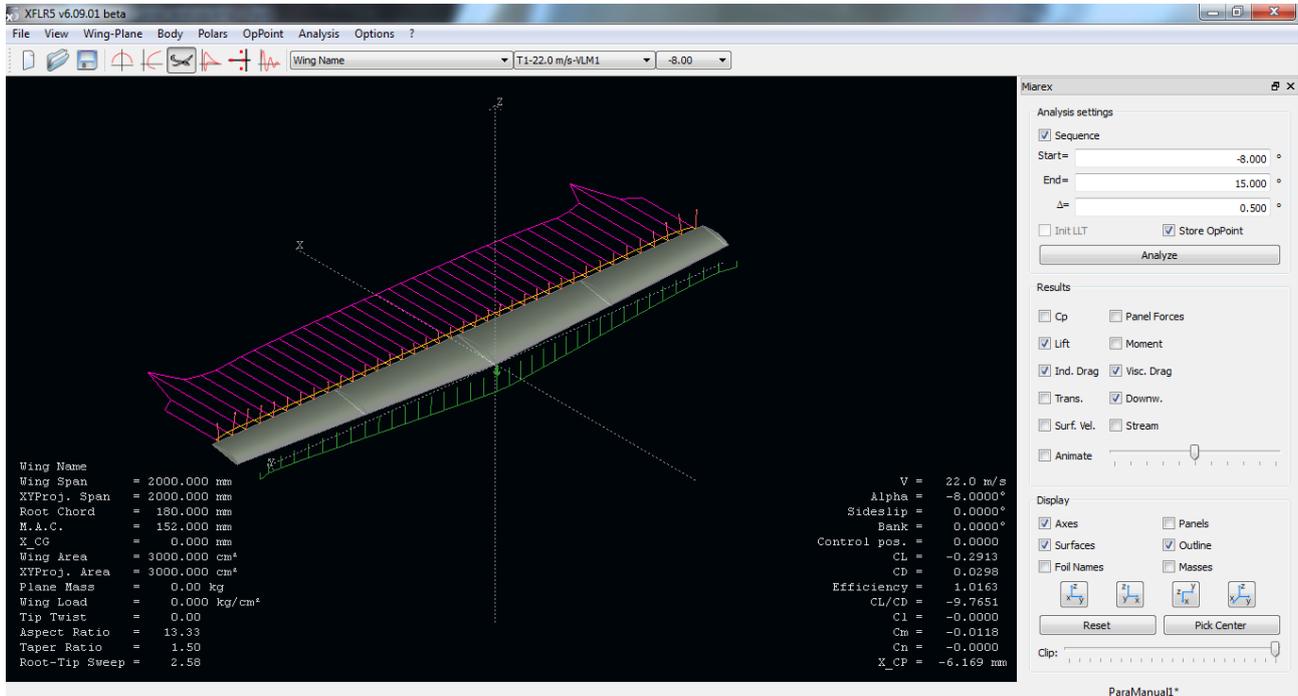


Figura C.23: Visualización de resultados en 3D

Por otro lado, mediante los botones de arriba a la izquierda se puede cambiar el tipo de visualización para poder estudiar las polares del ala completa. La filosofía es la misma que la que se introdujo anteriormente para el análisis del perfil. La única variación es que en este caso en el menú que aparece más a la izquierda, botón J, se visualizan distintas variables a lo largo de la envergadura en lugar de la cuerda.

C.1. XFLR5. Creación del modelo y módulo de aerodinámica

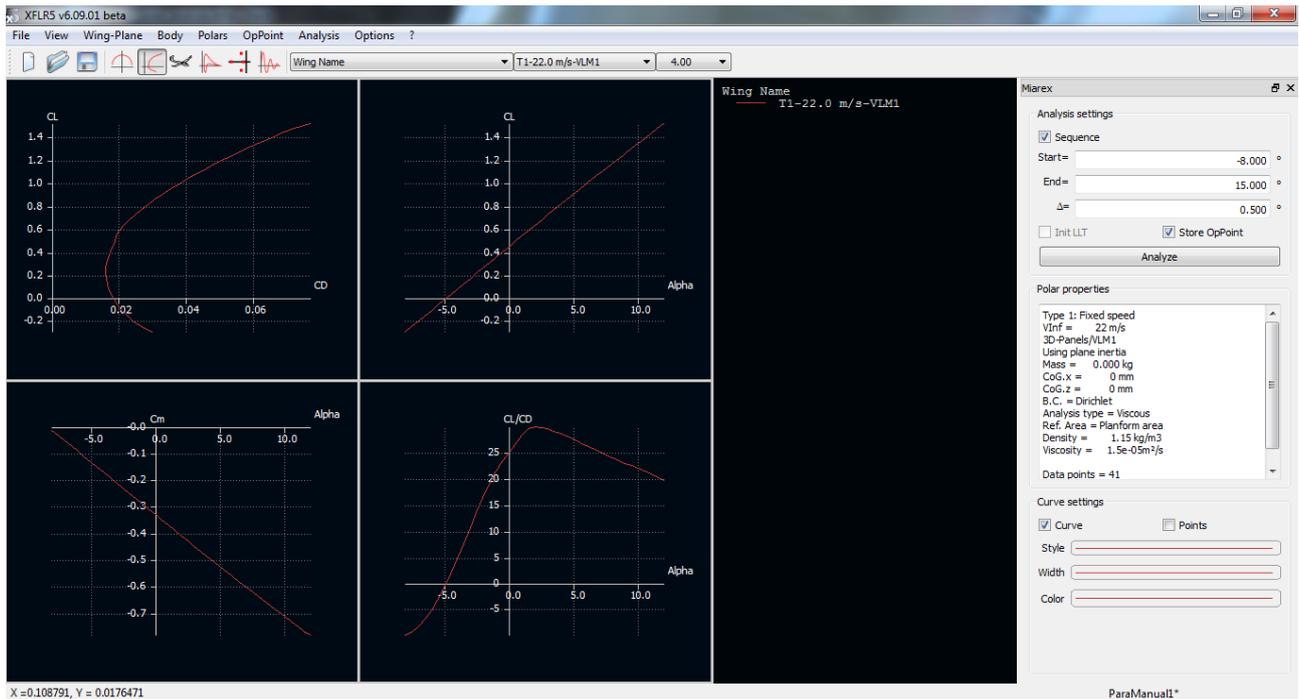


Figura C.24: Visualización de las polares del ala

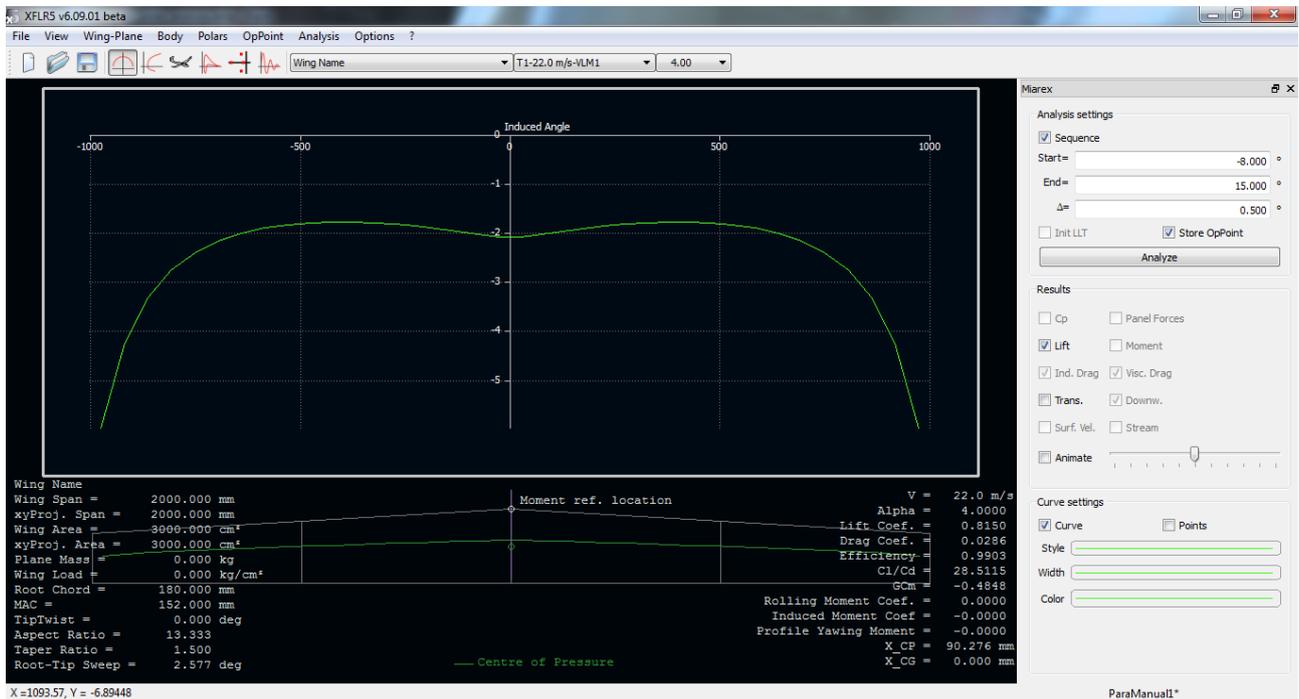


Figura C.25: Visualización de variables a lo largo de la envergadura

En este último caso, poder ver la distribución de sustentación a lo largo de la envergadura puede resultar interesante de cara a determinar la zona por la que el ala puede entrar en pérdida. En este tipo de visualización, en la que cada curva representa la variable para un ángulo de ataque, es posible mostrar superpuestas las curvas de cuantos ángulos de ataque se desee. Para ello, en el menú

desplegable C de la figura se selecciona el ángulo de ataque cuya representación se quiere mostrar y en la sección "Curve settings" de abajo a la derecha se activa la casilla "Curve". En caso de que solo se quiera mostrar la curva de un ángulo de ataque determinado, se selecciona dicho ángulo de ataque de la misma manera, se pulsa con el botón derecho en cualquier punto de la gráfica y se selecciona "Show current OpPoint Only".

Introducción de la geometría de un avión.

El objetivo ahora es realizar el análisis de todo el conjunto del avión montado. Para ello existe la opción "Define a New Plane" del menú "Wing-Plane", que permite añadir y editar los componentes que llevará el avión. Esta opción y sus características se mostrarán y explicarán más adelante.

Primeramente se va a realizar el diseño del fuselaje. Para ello se accede al menú "Define a new body" del menú "Body".

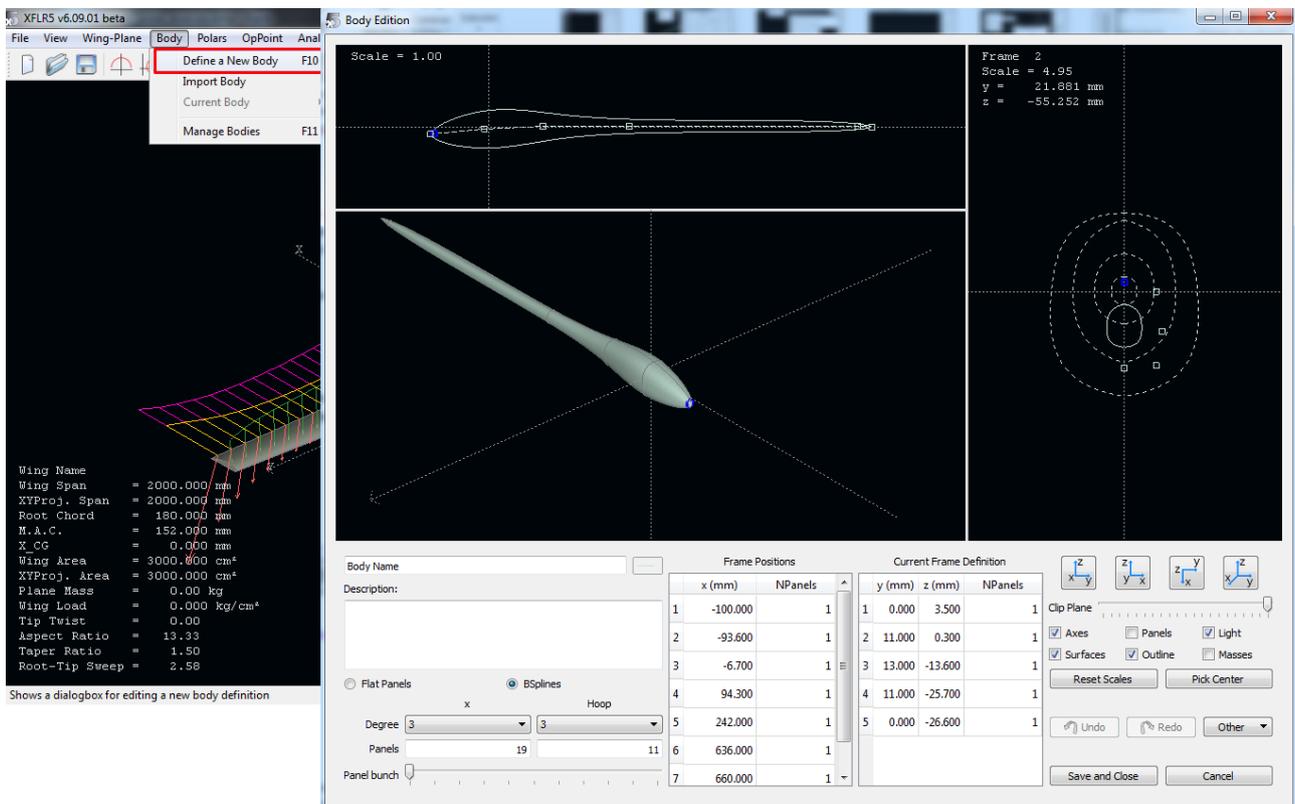


Figura C.26: Definición de la geometría del fuselaje

La filosofía de edición del cuerpo es el definir distintos estadios a lo largo del mismo "Frame Positions", cada uno de los cuales poseerá una sección determinada por el usuario. El programa se encarga de adaptar la geometría del cuerpo completo a las secciones introducidas mediante elementos "splines" o "flat panels". La sección de cada frame se define en la ventana de la derecha. Para esta explicación no se ha profundizado en la definición del fuselaje mediante el programa, y queda pendiente realizar un estudio más detallado de este módulo.

Una vez se tiene el fuselaje, se procede a modelar el avión completo. Para ello hay que entrar en la opción "Define a New Plane" del menú "Wing-Plane". Aparecerá entonces la ventana que se muestra en la figura (C.27), de la que se explican las opciones existentes seguidamente.

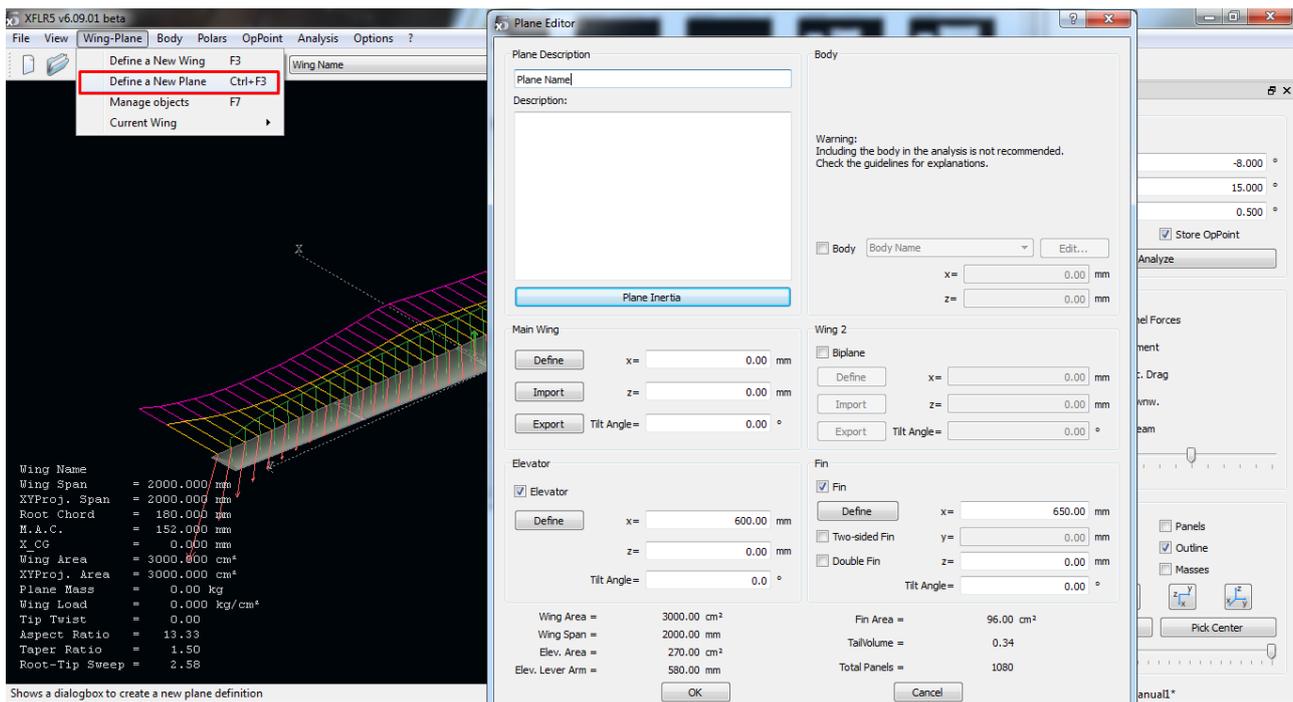


Figura C.27: Definición del avión

- Zona "Main Wing": ahí se introduce el ala de forma manual como se explicó anteriormente o importando una que ya ha sido creada. También se introduce su posición y, en su caso, la incidencia.
- Zona "Body": activando la pestaña "Body" puede seleccionarse, y en su caso editar el cuerpo que ha sido introducido anteriormente.
- Zona "Elevator": en él se introduce el estabilizador horizontal, definiéndolo igual que el ala. También se introduce su posición e incidencia.
- Zona "Fin": en él se introduce el estabilizador vertical, definiéndolo igual que el ala y el horizontal. Se pueden escoger distintas opciones: vertical doble, simétrico y simple.
- Zona inferior: ahí se muestra un resumen de las características geométricas del avión.

Una vez introducidos todos los datos, se pulsa OK y el avión aparecerá en el modo de visualización 3D, tal y como se aprecia en la figura (C.28).

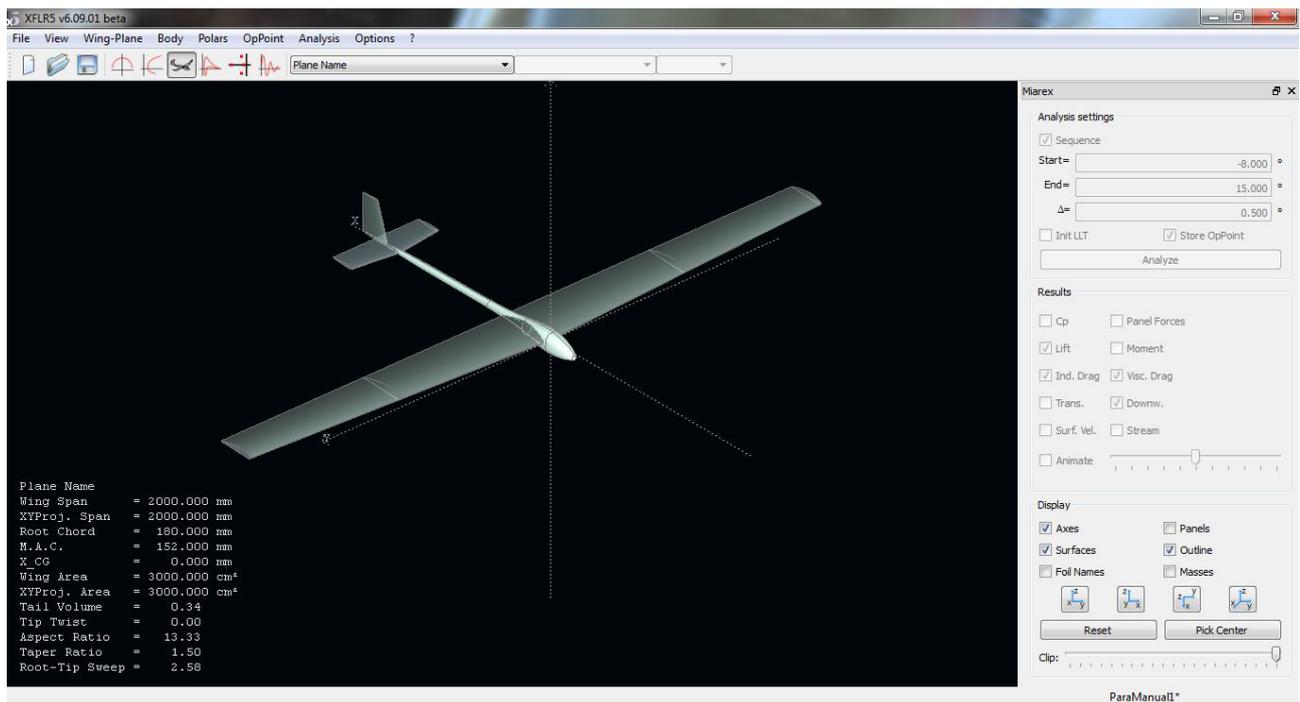


Figura C.28: Visualización del avión en 3D

En este caso no se ha detallado paso a paso la introducción de cada elemento, dado que tanto el horizontal y vertical han sido introducidos siguiendo el mismo procedimiento que para las alas y dejándolo todo por defecto, únicamente añadiendo el perfil NACA5415.

Análisis del avión

Para realizar el análisis del avión, el procedimiento es el mismo que el que se siguió para el correspondiente a la superficie alar. Por tanto se accede al menú "Polar Analysis", tras lo cual se muestra la ventana de la figura (C.29), muy parecida al caso del ala pero con ciertos cambios.

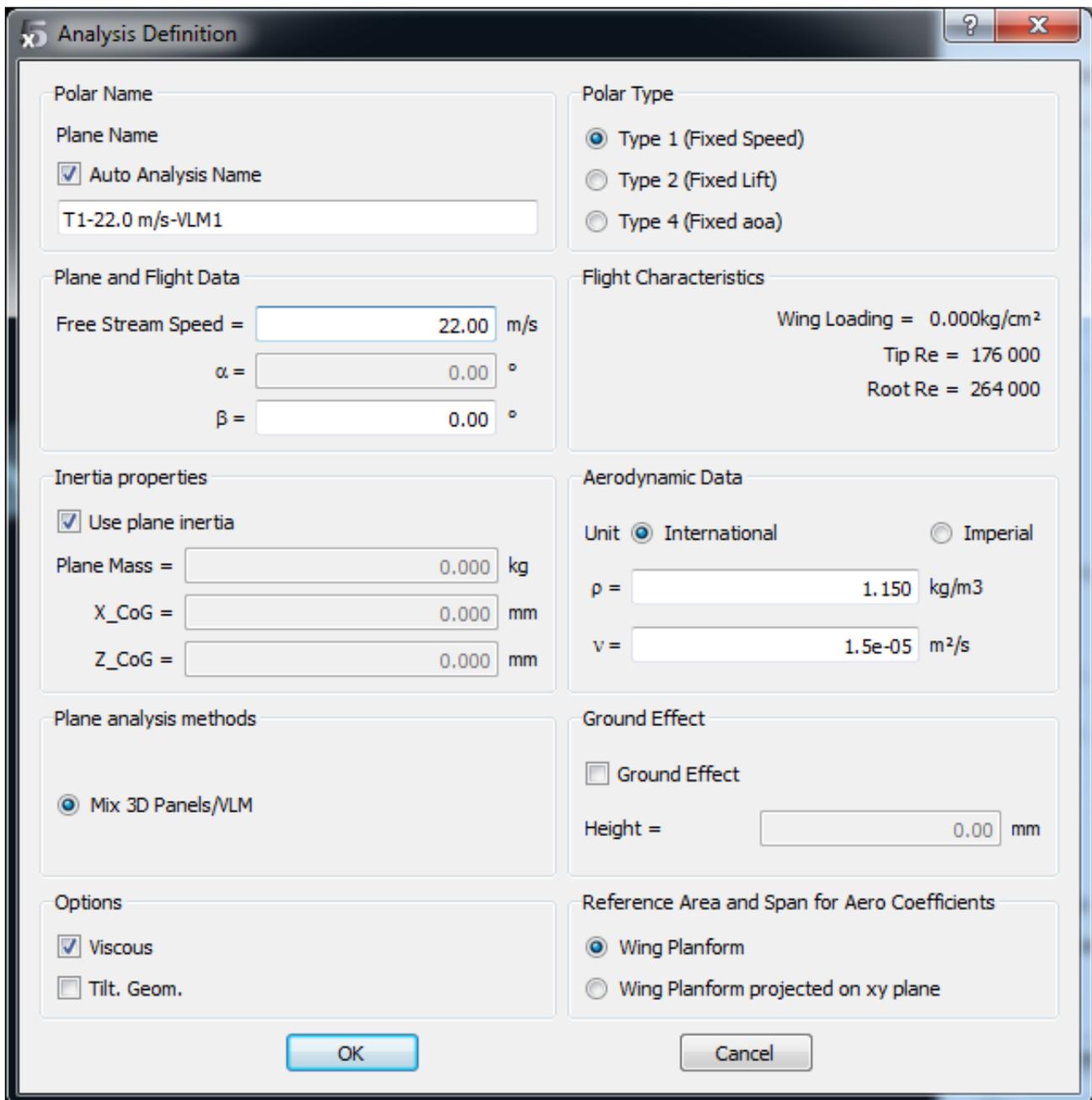


Figura C.29: Definición del análisis aerodinámico del avión

En este caso, se aprecia cómo han cambiado ligeramente las opciones, puesto que ahora solamente se puede escoger el método VLM combinado con el 3D. Asimismo, habrá que colocar el centro de gravedad y el peso del avión completo.

Una vez definidas las características del análisis, se pulsa OK y se activa el menú de la derecha con el que se puede realizar el barrido. Por tanto, el siguiente y último paso es definir dicho barrido y pulsar en "Analyze".

Se abrirá entonces una ventana de seguimiento del análisis similar a la que apareció cuando se analizó el ala. En este caso se apreciará como el análisis es más lento y costoso debido al aumento de la complejidad del mismo.

Una vez terminado el análisis, se puede analizar el informe en busca del algún error que se haya producido durante la simulación. Tras pulsar aceptar, se podrá navegar por los resultados de igual manera que se introdujo para el ala.

Estudio del coeficiente de momentos

Mención aparte va a realizarse de un tipo de análisis que se va a poner como ejemplo de las posibilidades que proporciona XFLR5. Se trata del estudio de C_m en función del ángulo de ataque α . Se sabe que, para tener un avión estable, entre otras cosas el valor de la pendiente de esa curva ($C_{m\alpha}$) debe ser negativo. Uno de los aspectos que más influyen en la evolución del coeficiente de momentos es la posición del centro de gravedad. Por tanto, y a modo de ejemplo, se realizan tres análisis con el centro de gravedad situado en distintos puntos que ponen de manifiesto la capacidad de interpretación y análisis que se puede obtener con este programa.

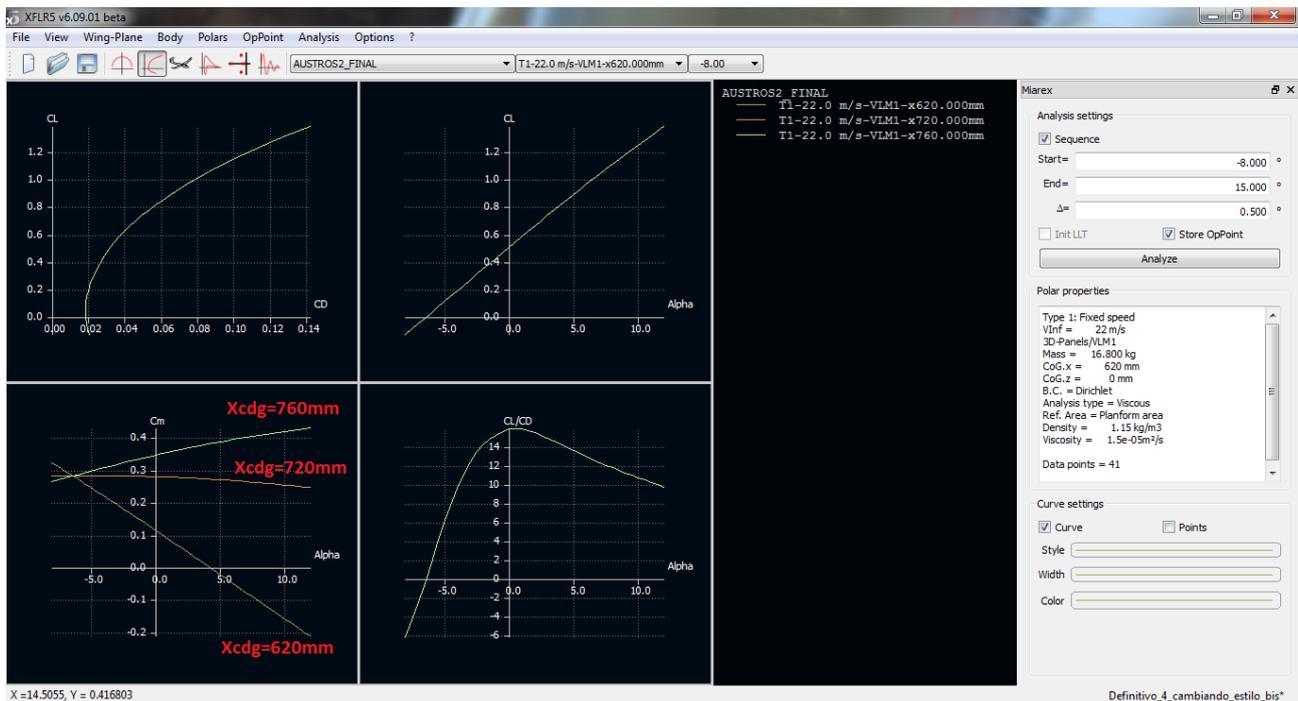


Figura C.30: Estudio del coeficiente de momentos

Hay que mencionar que las posiciones estables del centro de gravedad concuerdan de forma bastante aproximada con aquellas obtenidas mediante métodos teóricos.

C.1.4. Posibles errores

A continuación se van a mencionar tres posibles errores que pueden aparecer a la hora de realizar el análisis.

1. Singularidad por la posición de los planos.

Si se ha colocado el ala y el estabilizador horizontal en la misma posición vertical (coordenada "z") aparecerá un mensaje al comienzo del análisis, como se puede observar en la figura (C.31).

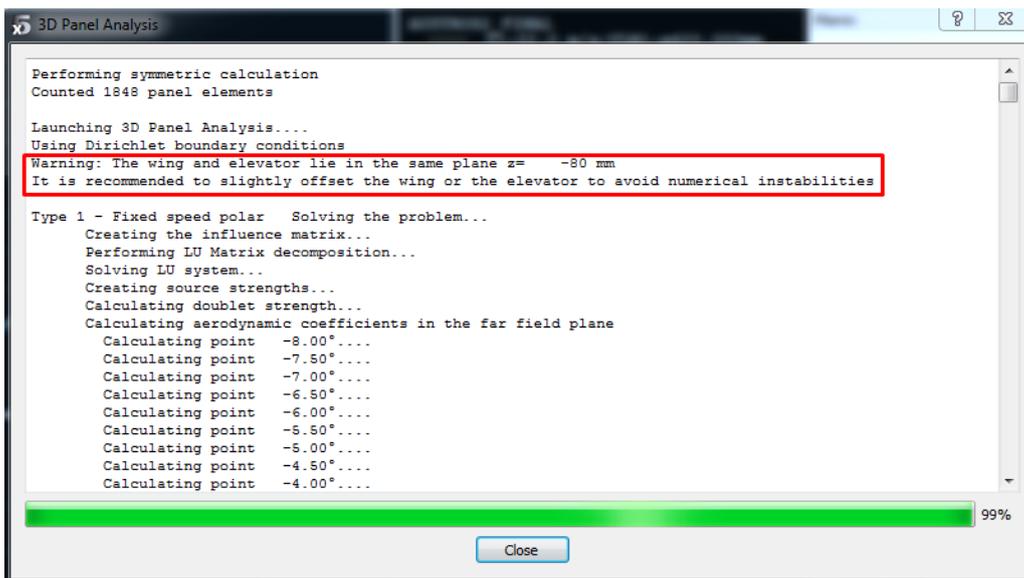


Figura C.31: Singularidad por la posición de los planos

Esto es así por las propias características del método numérico empleado. El análisis posiblemente se podrá llevar a cabo, pero las posibilidades de encontrar errores o que los resultados no sean fiables hacen que sea aconsejable separar levemente (milímetros) ambas posiciones verticales.

2. Outside the flight envelope.

El error se manifiesta mediante un mensaje durante el análisis en 3D, tal y como se muestra en la figura (C.32).

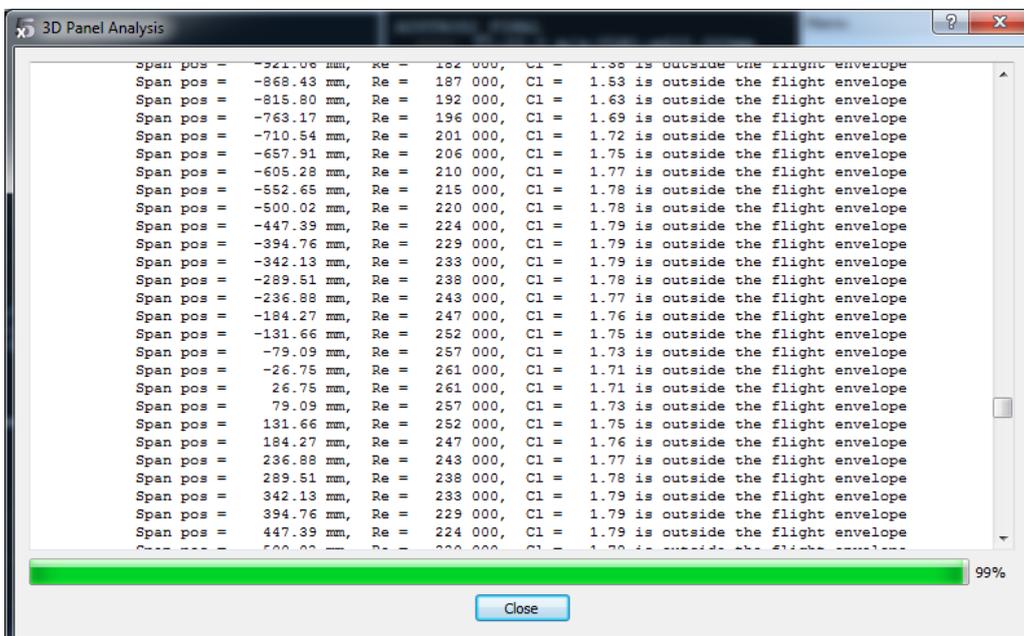


Figura C.32: Outside the flight envelope

Causa : este error aparece porque se requieren los resultados en 2D para un número de Reynolds que no se puede interpolar con los análisis realizados. Es decir, todos lo Reynolds requeridos en

el análisis 3D deben estar contenidos entre dos polares para un Reynolds mayor y menor que el requerido. Evidentemente cuanto más fino sea el análisis de Reynolds, más preciso será el cálculo.

Solución: fijarse en el número de Reynolds al que se produce el error y anotarlo. Luego acceder al módulo de análisis del perfil y muy probablemente el Reynolds para el que se ha producido el fallo sea mayor (o menor) que el máximo (o mínimo) Reynolds que se haya simulado. Para subsanar el fallo simplemente habrá que extender la simulación en 2D para números de Reynolds mayores (o menores) que aquel para el que se ha producido el fallo.

3. Error de interpolación.

El error se manifiesta mediante un mensaje durante el análisis en 3D, tal y como se muestra en la figura (C.33).

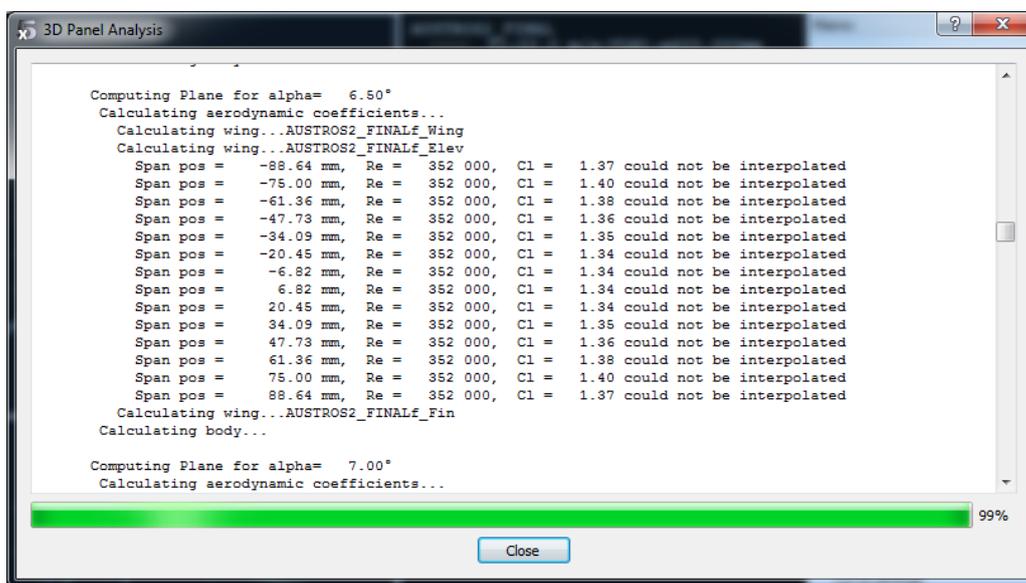


Figura C.33: Error de interpolación

Causa: en este caso sí se ha simulado en 2D para suficientes números de Reynolds, pero no puede interpolar porque es incapaz de encontrar determinados valores de C_L para dichos análisis. Existen dos posibles situaciones para que no lo encuentre:

- No se ha simulado un rango adecuado de ángulos de ataque como para que se contenga dicho C_L . *Solución:* extender la simulación de las polares del perfil a un número mayor de ángulos de ataque.
- Tras simular el perfil para un rango de ángulos de ataque suficiente, el C_L requerido no se alcanza. Puede ser que sea demasiado elevado y el perfil ya haya entrado en pérdida. *Solución:* no la tiene, el programa será incapaz de simular el ala o avión en 3D para ese ángulo de ataque. Se ha demostrado que este tipo de error es más crítico cuanto más cerca estén el plano de las alas y el plano del estabilizador horizontal.

Quedaría así terminado el estudio del diseño de un avión concreto. Los resultados obtenidos han de ser interpretados por el usuario. La filosofía de uso del programa debe ser la de saber lo que se va buscando y tener conocimientos para interpretar los resultados obtenidos. Para obtener más información y apoyo didáctico conviene consultar [24].

C.2. Módulo de estabilidad de XFLR5

A continuación se va a detallar un manual de uso del módulo de estabilidad que implementa el programa XFLR5.

C.2.1. Implementación de las superficies de control y análisis de estabilidad

Antes de hacer el análisis de estabilidad, hay que crear las "versiones flapeadas" de los perfiles del ala y los estabilizadores vertical y horizontal. Esto es necesario para implementar las superficies de control en XFLR5 (elevador, timón de dirección y alerones): una vez hayan sido creados estos perfiles, se activará el control de estos flaps en cada una de estas superficies.

Para crear las distintas versiones con flap de cada perfil, en primer lugar hay que ir al directorio de todos los perfiles que han sido creados en nuestro proyecto, para esto se va a "File/Direct Foil Design". A continuación se hace click derecho en cada uno de los perfiles y se da a "Duplicate". En el perfil que se ha creado se vuelve a dar click derecho y se da a "Set Flap". Se habrá abierto una ventana con las diferentes opciones para activar el flap, como en la imagen (C.34).

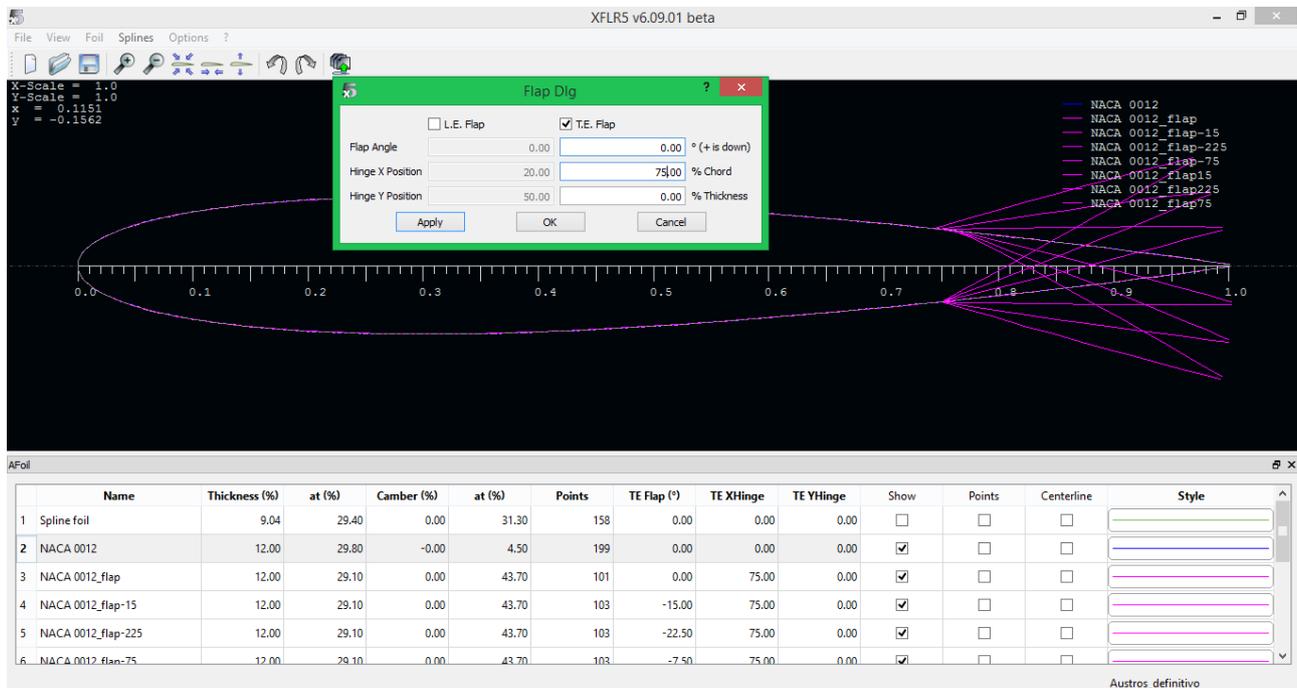


Figura C.34: Activación del flap en un perfil

En el caso que nos concierne se ha elegido un porcentaje de la cuerda igual al 75% ("Hinge X Position"). En "Hinge Y Position" se deja el valor nulo para una deflexión simétrica. Se recomienda que en la deflexión nominal del flap se deje el valor 0° (que viene por defecto), ya que el ángulo de deflexión de las superficies de control serán los incrementos de deflexión sobre esta deflexión nominal, por lo que conviene mantener esta deflexión nominal a cero para que los valores de deflexión sean valores totales.

Se guardan los cambios y se hace lo mismo con cada uno de los perfiles colocados en las superficies aerodinámicas en las que se implementará una superficie de control: elevador en el estabilizador horizontal, timón de dirección en el estabilizador vertical y alerones en el ala. Por último, se sustituyen los perfiles originales en la cola y el ala por estos nuevos perfiles que implementan los flaps, para así

podemos activar el control de cada una de las superficies. En la imagen (C.35) se puede observar como se hace el cambio de los perfiles originales a sus versiones flapeadas.

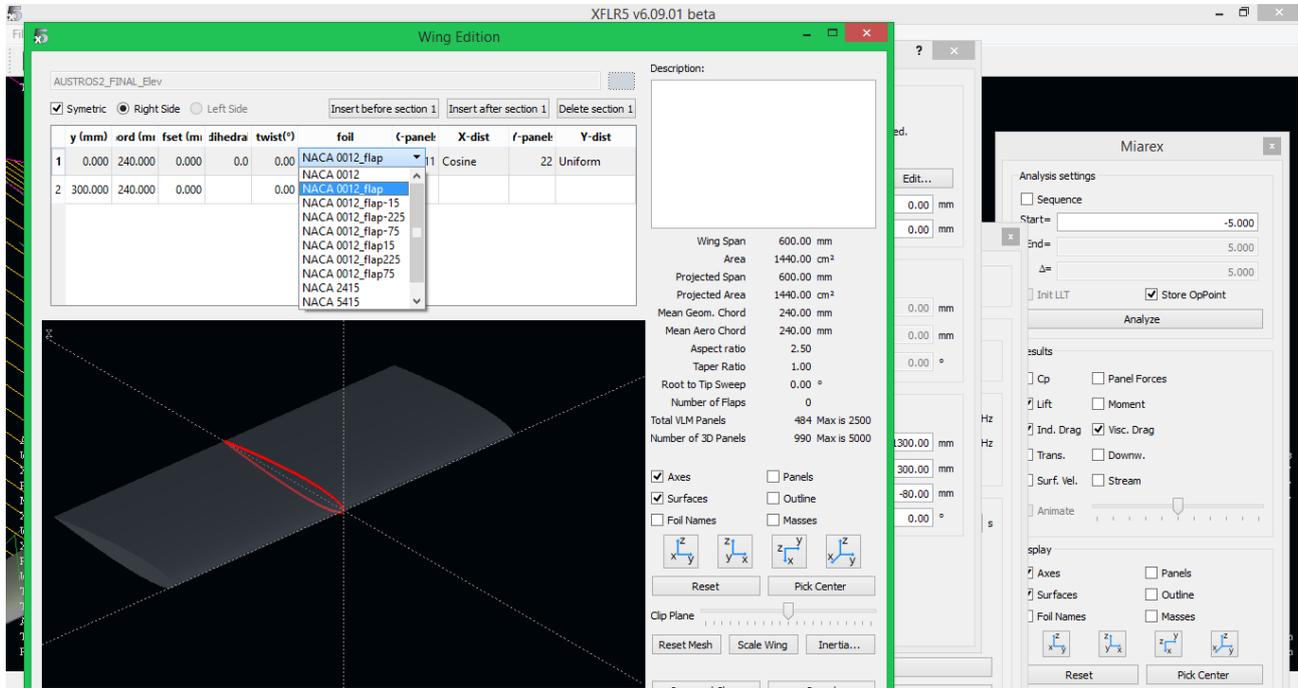


Figura C.35: Cambio de perfil en las superficies aerodinámicas

Una vez se haya activado el control de flaps, ya se puede pasar a hacer el análisis de estabilidad completo. En el caso de que no se hayan creado perfiles flapeados (duplicados de los originales), el análisis de estabilidad se puede hacer igualmente, pero no se podrán obtener derivadas de control. La manera de implementar en XFLR5 las superficies de control del avión son de la forma anterior, creando perfiles duplicados que en el borde de salida tengan un flap incorporado. Por tanto, si estas superficies de control no se crean, el programa no podrá devolver las derivadas de estabilidad, ni realizar el trimado con estas superficies de control.

Seguidamente, para hacer el análisis de estabilidad se va a "Polars/Define an stability analysis", como se puede observar en la figura (C.36). Aparecerá una ventana como la de la imagen (C.37).

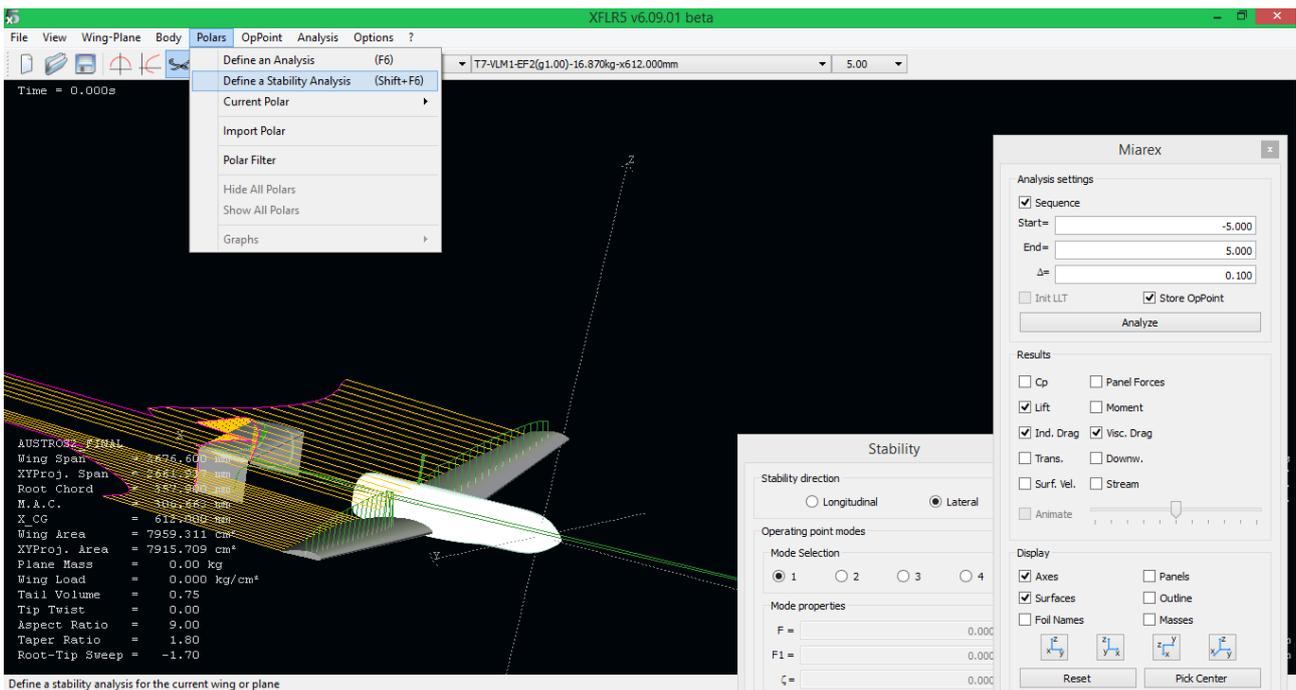


Figura C.36: Apertura del módulo de estabilidad de XFLR5

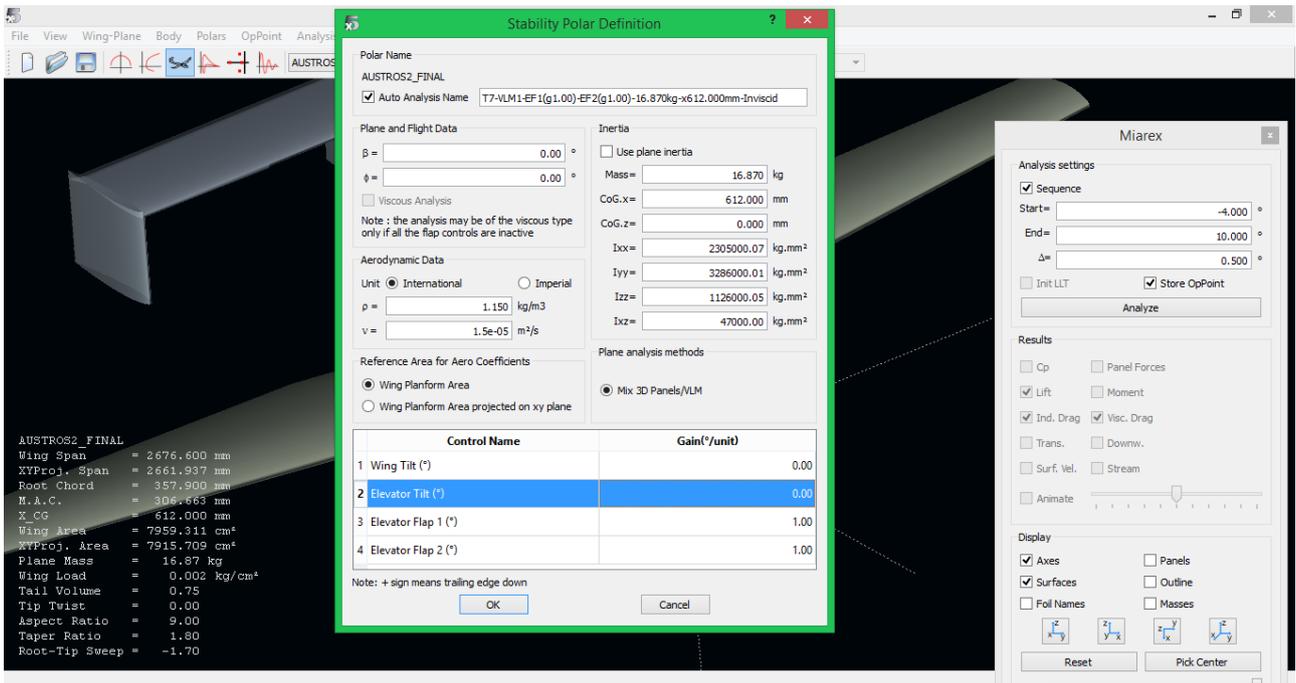


Figura C.37: Opciones del módulo de estabilidad de XFLR5

En esta ventana aparecen varias opciones.

Se puede seleccionar el ángulo de resbalamiento (β) y el ángulo de alabeo (ϕ). Estas opciones son fijas para cada análisis. Es decir, no se puede realizar un barrido con el ángulo de resbalamiento o con el ángulo de alabeo, solo se puede seleccionar un valor para estos ángulos que permanecerán invariables durante todo el barrido de la variable de control (que será la deflexión de las superficies de control del

avión).

En esta ventana también se ofrece cambiar la densidad y viscosidad cinemática del fluido en el que vuela la aeronave.

Se puede hacer un análisis de estabilidad viscoso o no viscoso, pero si se hace el análisis viscoso no se puede tener activa ninguna de las variables de control. Es decir, si la ganancia de algunas de las variables de control es distinta de cero (siendo el análisis viscoso), el análisis de estabilidad devuelve un error. Esto es porque el programa tiene dificultades a la hora de analizar cambios bruscos de geometría, que es precisamente lo que ocurre cuando se deflecan las superficies de control del avión. También se obtienen errores cuando se hace un análisis visoso con perfiles que presentan una geometría excesivamente abrupta.

También se debe de introducir la masa del avión y las inercias en cada uno de los ejes, además de la posición del centro de gravedad del avión, tanto horizontal (CoG.x) como vertical (CoG.z).

En la zona inferior de la ventana, en el recuadro donde se puede ver "Control Name"y "Gain", aparecen todas las variables de control que se pueden activar. Estas variables de control se corresponden con la deflexión de las superficies de control del avión (cuya implementación se ha explicado anteriormente). Si no se crean versiones duplicadas con flaps de los perfiles, solo aparecen por defecto las opciones "Wing Tilt"y "Elevator Tilt", que corresponden con una deflexión del ala completa y con una deflexión del estabilizador horizontal completa, respectivamente. Estas deflexiones son incrementales sobre la inclinación nominal, que ya ha sido definida en el modelado del avión. Dado que la incidencia del ala será fija, se mantendrá el valor cero en "Wing Tilt". De la misma forma, si el control longitudinal se lleva a cabo mediante el elevador del estabilizador horizontal y no con una variación de la incidencia del estabilizador horizontal, se mantendrá el valor cero en "Elevator Tilt".

Para obtener las derivadas de control solo se puede activar por cada análisis de estabilidad una de las variables de control (alergones, timón de dirección o elevador), ya que el archivo ".txt"que devuelve el análisis de estabilidad muestra las derivadas de control acopladas. Es decir, si está activo tanto el control de alergones como el del elevador, las derivadas de control que devuelve son la variación de las fuerzas aerodinámicas al deflecar conjuntamente una unidad el alerón y una unidad el elevador. Solo si se mantiene activo únicamente el control del elevador se podrán calcular las derivadas de control respecto a δ_e , como se indica en la figura (C.38). Por simplicidad se recomienda poner a 0 los controles que se vayan a mantener inactivos, y a 1 los controles que se vayan a analizar. En las figuras (C.39) y (C.40) se indica las variables de control que habría que mantener activas para hacer un análisis del timón de dirección y de los alergones, respectivamente.

	Control Name	Gain(°/unit)
4	Wing Flap angle 2 (°)	0.00
5	Elevator Flap 1 (°)	1.00
6	Elevator Flap 2 (°)	1.00
7	Fin Flap 1 (°)	0.00

Figura C.38: Cálculo de las derivadas de control del elevador

	Control Name	Gain(°/unit)
5	Elevator Flap 1 (°)	0.00
6	Elevator Flap 2 (°)	0.00
7	Fin Flap 1 (°)	1.00
8	Fin Flap 2 (°)	1.00

Figura C.39: Cálculo de las derivadas de control del timón de dirección

	Control Name	Gain(°/unit)
2	Elevator Tilt (°)	0.00
3	Wing Flap angle 1 (°)	1.00
4	Wing Flap angle 2 (°)	-1.00
5	Elevator Flap 1 (°)	0.00

Figura C.40: Cálculo de las derivadas de control de los alerones

Es importante destacar que para realizar un análisis de las prestaciones del elevador, para lo que es necesario activar el control del elevador, hay que activar todos los controles de cada uno de los perfiles que forman las superficies aerodinámicas sobre las que están dispuestas las superficies de control, de ahí que en las imágenes (C.38), (C.39) y (C.40) se pueda observar que para el análisis de las actuaciones de cada superficie de control (elevador, timón de dirección o alerones) sean dos las variables de control que permanecen activas. Esto es porque, por ejemplo, si el estabilizador horizontal está compuesto por dos tipos de perfiles, hay que activar el control de ambos. Se debe a que, generalmente, las superficies aerodinámicas está divididas en dos, la superficie de la derecha y la de la izquierda, por lo que habría que activar el control de ambas (poner ambas variables de control con el valor 1) para realizar el análisis de dicha superficie de control. Para el caso de los alerones, la deflexión es antisimétrica, por lo que habría que poner el valor 1 a las variables de control correspondientes a los perfiles de un lado del ala, y el valor -1 para las variables de control del lado opuesto.

Si se hace de este modo, los valores de la ventana en los que se define la secuencia de barrido, una vez guardemos los cambios en "Stability Polar Definition", será directamente la deflexión de la correspondiente superficie de control, en grados decimales. Como puede observarse en la figura (C.41), la variable que realiza el barrido (y cuya secuencia se impone en dicho recuadro) es solo una. Sin embargo, las deflexiones de las superficies de control serán todas aquellas que esten activas, de ahí la importancia de mantener activas las variables de control de aquellas superficies cuyas derivadas se quieran estimar.

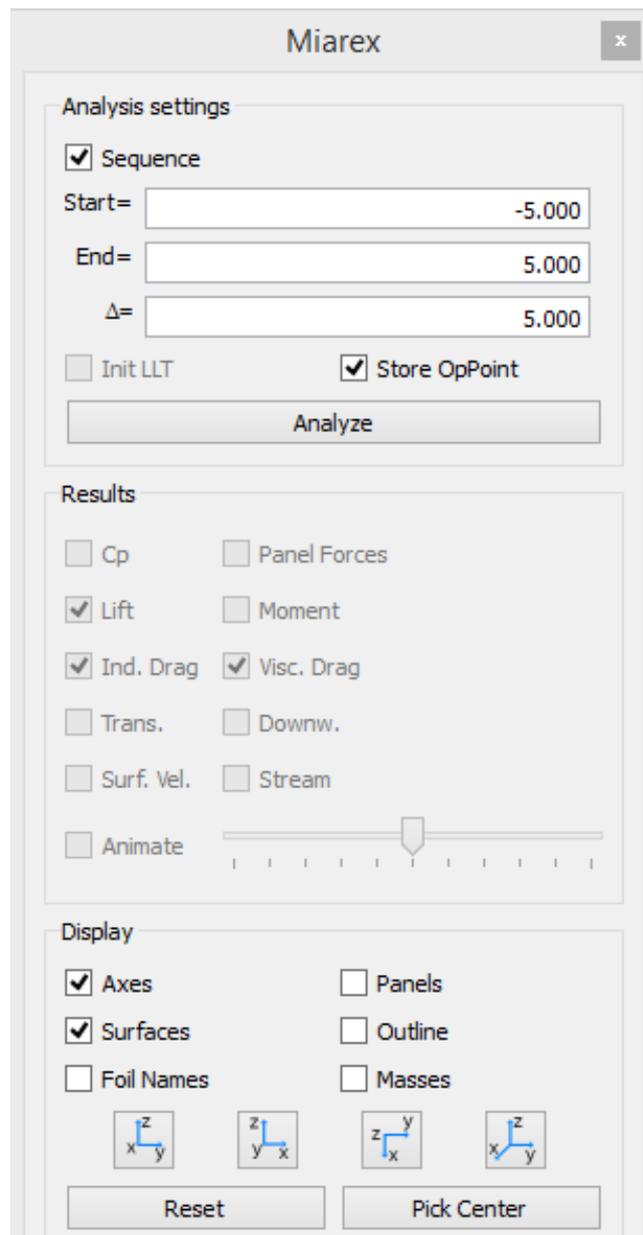


Figura C.41: Secuencia de barrido de las variables de control

La deflexión real (en grados decimales) de cada superficie será la ganancia ("Gain") que se le haya impuesto multiplicada por el valor de la variable de control, cuya secuencia hay que poner (figura C.41). Es decir, si por ejemplo se mantiene activo el elevador y el timón de dirección (por lo que las derivadas de control que devolverá el programa serán las acopladas), con ganancia uno para el elevador y dos para el timón de dirección, como aparece en la figura (C.42), y la secuencia de barrido es de -10 a 10 , el elevador se deflectará de -10° a 10° y el timón de dirección de -20° a 20° .

	Control Name	Gain(°/unit)
5	Elevator Flap 1 (°)	1.00
6	Elevator Flap 2 (°)	1.00
7	Fin Flap 1 (°)	2.00
8	Fin Flap 2 (°)	2.00

Figura C.42: Activación de δ_e y δ_r

C.2.2. Análisis de estabilidad y resultados

A continuación, se realiza el análisis clickeando "Analyze"(ventana "Miarex"). Una vez se haya realizado el análisis, y si no se han producido errores, presionando la tecla "L" aparece el ".txt" con los datos del análisis de estabilidad.

Para cada valor de la variable de control, XFLR5 calcula la velocidad de vuelo y el ángulo de ataque correspondiente al trimado longitudinal del avión en dichas condiciones de vuelo (es decir, para unas determinadas deflexiones de las superficies de control), como puede observarse en la figura (C.43). El módulo de estabilidad de XFLR5 solo calcula el trimado longitudinal del avión. Es decir, XFLR5 no calcula para qué valores de β , ϕ , δ_r o δ_a se produce el equilibrio lateral-direccional (de hecho todas estas variables son entradas, las dos primeras fijas y las dos últimas en un barrido, como ya se ha explicado), sino que en cada valor de la variable de control el programa calculará el trimado longitudinal, pero se obtendrá valores distintos de cero para el momento de guiñada, el momento de balanceo y la fuerza lateral (si algunas de las variables laterales-direccionales están activas).

```

Estabilidad_elevador: Bloc de notas
Archivo Edición Formato Ver Ayuda

Calculation for control position 4.00
  Rotating the flap by 4.00°, total angle is 4.00°
  Rotating the flap by 4.00°, total angle is 4.00°
Creating the influence matrix...
Performing LU Matrix decomposition...
Solving LU system...
Searching for zero-moment angle... Alpha=0.57983°
Creating source strengths...
Calculating doublet strength...
Calculating speed to balance the weight...VInf = 25.15431m/s

___Inertia - Stability Axis - CoG Origin___
Isxx= 2.304e+06 kg.mm²
Isyy= 3.286e+06 kg.mm²
Iszz= 1.127e+06 kg.mm²
Isxz= 5.892e+04 kg.mm²

Calculating the stability derivatives
Calculating the control derivatives

Longitudinal derivatives
Xu= -0.54284 Cxu= -0.047153
Xw= 3.0087 Cxa= 0.26135

```

Figura C.43: Trimado longitudinal

En el archivo ".txt" obtenido también se muestran todas las derivadas de estabilidad calculadas, para cada valor de la variable de control, como se puede observar en la figura (C.44).

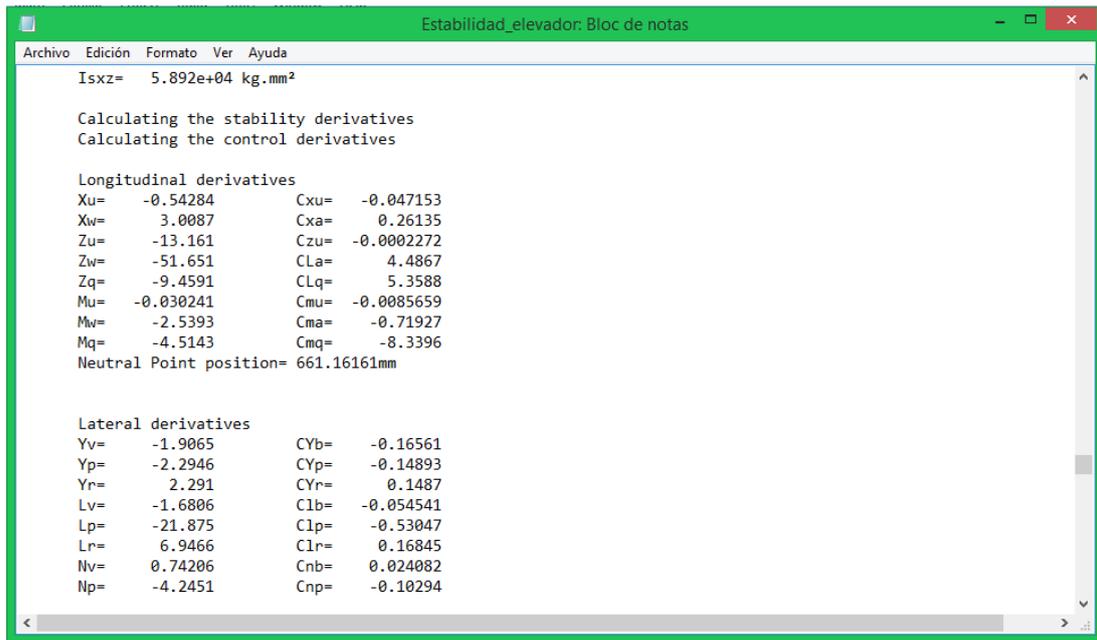


Figura C.44: Derivadas de estabilidad

De la misma forma, como se puede ver en la figura (C.45), en dicho archivo de texto también se muestra las derivadas de control acopladas de aquellas superficies de control cuya ganancia no sea cero. Por eso las derivadas que se muestran en la figura (C.45) solo serán las derivadas de control del elevador, timón de dirección o alerones si las deflexiones de solo una de estas superficies están activas en cada análisis. Se deduce que para calcular las derivadas de control del elevador, timón de dirección y alerones habría que hacer tres análisis distintos.

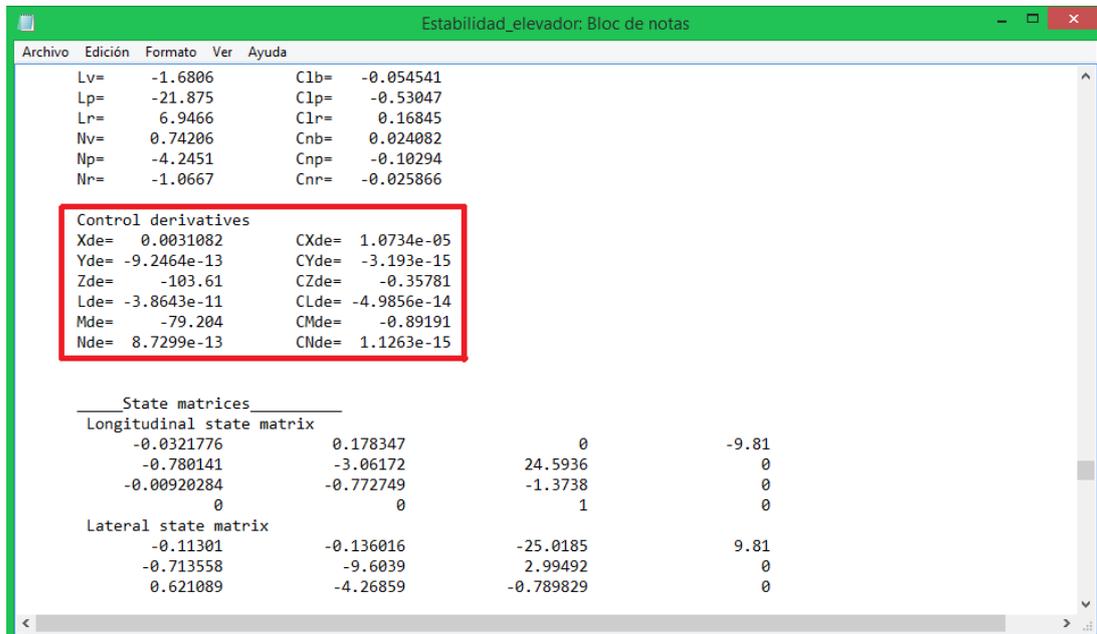


Figura C.45: Derivadas de control

Por último, en el archivo de texto de salida también aparecen, para cada punto de trimado, los

autovalores y autovectores del problema de estabilidad, y las matrices del problema linealizado. En la figura (C.46) se puede ver los autovectores y autovalores obtenidos en el ejemplo estudiado, y en la figura (C.47) las susodichas matrices.

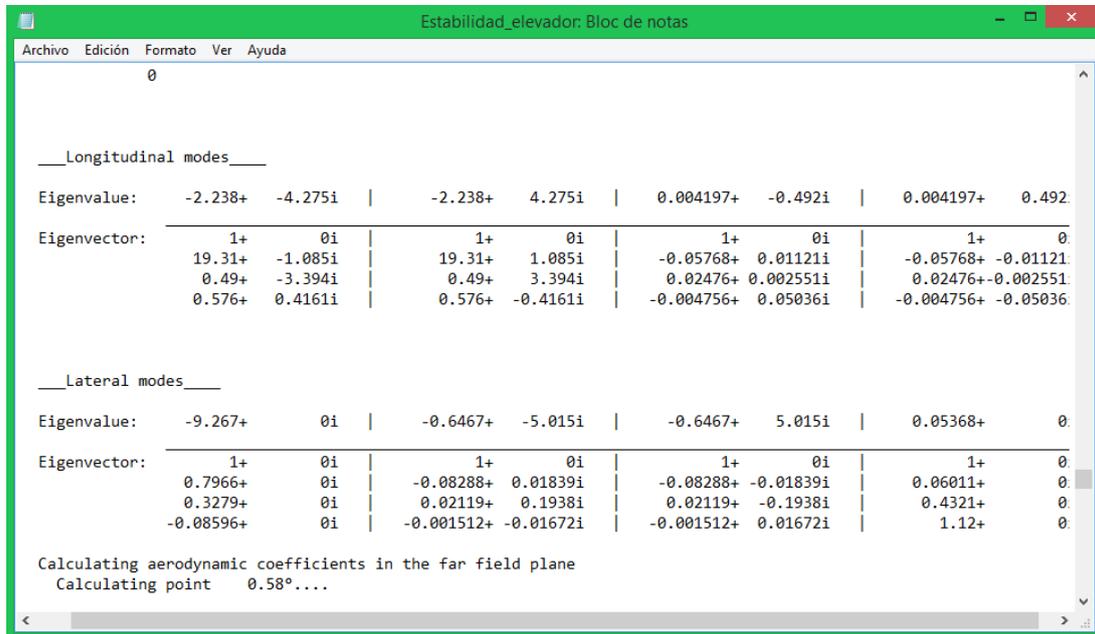


Figura C.46: Autovalores y autovectores del problema de estabilidad

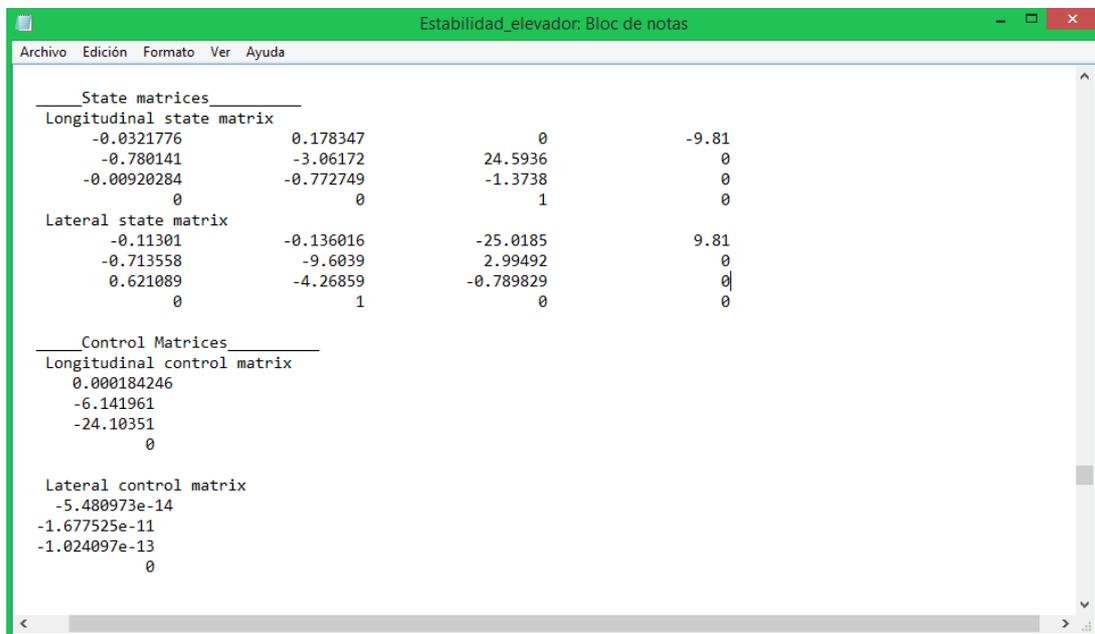


Figura C.47: Matrices del problema de estabilidad

De igual forma, en "Polar View" se puede representar las gráficas de las variables que ya fueron representadas en el análisis aerodinámico. El módulo de estabilidad, además, ofrece la posibilidad de representar variables como la posición del punto neutro del avión o las frecuencias y amortiguamientos de los distintos modos de oscilación frente a la variable de control (que podría ser δ_e , δ_r y/o δ_a según

se haya elegido la variable activa). El módulo de aerodinámica no permite representar estas gráficas ya que forman parte del análisis de estabilidad (se puede representar pero aparece una gráfica en blanco).

Es importante destacar que, si se quisiera representar en el análisis de estabilidad C_m vs α , la gráfica obtenida sería una línea en el eje X, ya que el avión está trimado longitudinalmente en todos los puntos, y por tanto $C_m = 0$.

C.2.3. Posibles errores

Los errores que pueden aparecer en el análisis de estabilidad son básicamente los mismos que los mencionados en el módulo de aerodinámica.

Los errores 2 ("Outside the flight envelope") y 3 (error de interpolación) pueden aparecer también en el análisis de estabilidad. Las causas son las mismas que las explicadas en el apartado de aerodinámica. La solución para el error "Outside the flight envelope" es la misma, pero la solución para el error de interpolación es ligeramente distinta: si se tiene un error de interpolación en el módulo de estabilidad, la forma de solventar este error es cambiar los valores de la secuencia de la variable de control, ó extender en el análisis 2D el barrido de ángulos de ataque. Esto es porque, en el análisis de estabilidad, la variable independiente cuyo barrido se realiza no es el ángulo de ataque (como ocurre en el módulo de aerodinámica), sino la variable de control (que puede ser δ_e , δ_r y/ó δ_a). Por tanto, la forma de evitar que el avión sea forzado a trimar a un ángulo de ataque que ha entrado en pérdida (o que no ha sido simulado en el análisis 2D) es mediante la variable de control. Nótese que para variar el ángulo de ataque en el trimado, al menos una de las variables de control activas debe de ser longitudinal (ni con alerones ni timón de dirección varía en exceso el ángulo de ataque).

Uno de los errores que puede aparecer en el análisis de estabilidad, y que no aparece en el análisis aerodinámico, es el error por análisis viscoso. Si al menos una de las variables de control está activa, la casilla "Viscous Analysis" debe de estar desactivada, o el análisis tendrá errores.

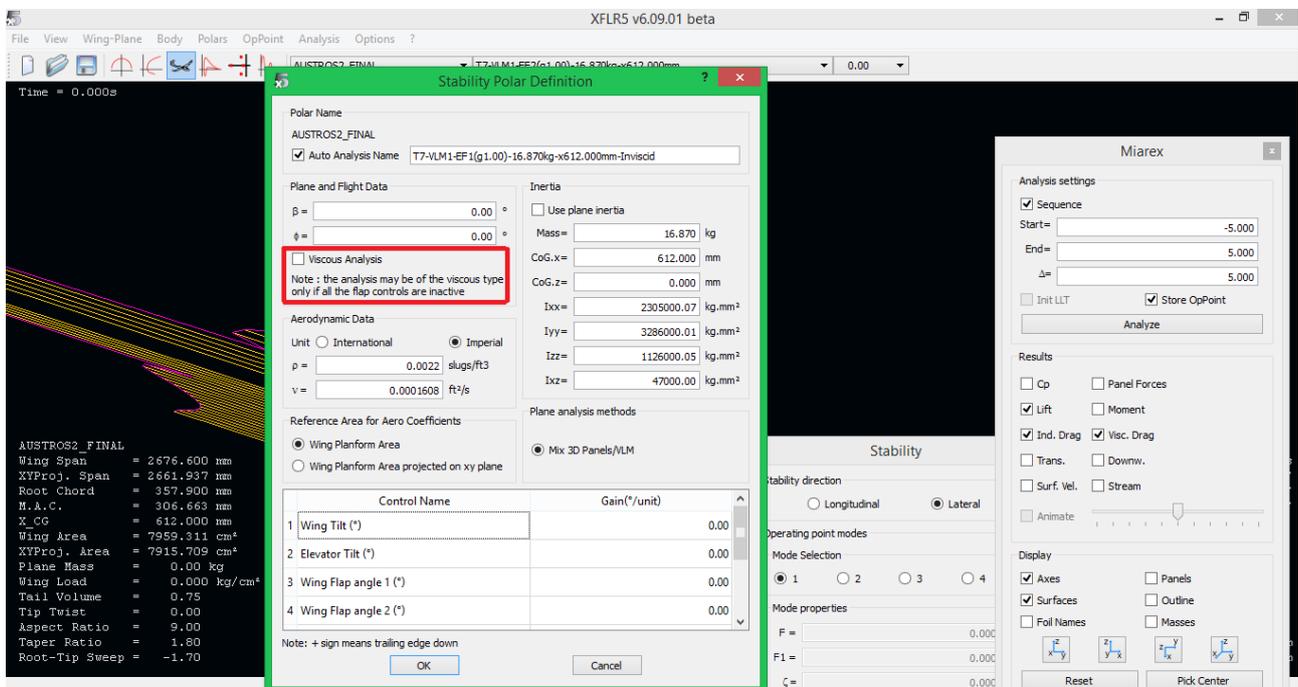


Figura C.48: Error por análisis viscoso

Otro error, que no es un error como tal sino un "Warning", es aquel que se obtiene cuando el

número de valores en la secuencia de barrido de la variable de control es superior a 50. Aparece en la interfaz de XFLR5 un mensaje como el de la figura (C.49). La solución es, simplemente, disminuir la cantidad de valores de la secuencia de la variable de control. Aún devolviendo dicho warning, el análisis de estabilidad se lleva a cabo, pero solo para los primeros 50 valores (el barrido de la variable de control empieza en el valor dispuesto en la casilla "Start").

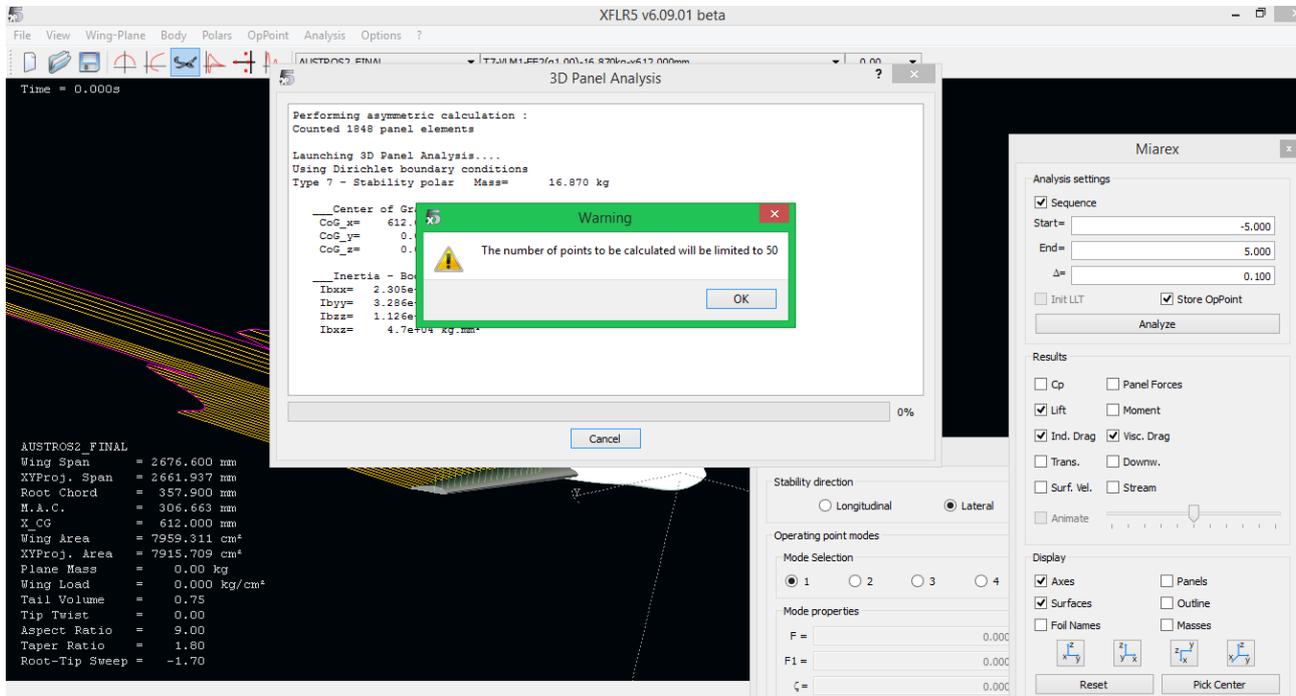


Figura C.49: Warning por exceso de valores de la variable de control

Bibliografía

- [1] Karl Nickel & Michael Wohlfahrt. *Tailless Aircraft in Theory and Practice*. AIAA-Educational Series, 1994.
- [2] José Carlos García Hiniesta, David Gómez Mingorance & Sergio Esteban Roncero. *Manual de uso de XFLR5*. Departamento de Ingeniería Aeroespacial y Mecánica de Fluidos, Escuela Superior de Ingenieros, Universidad de Sevilla, 2013.
- [3] Sergio Esteban Roncero. *Static and Dynamic Analysis of an Unconventional Plane: Flying Wing*. Publicado: 2001, AIAA Guidance, Navigation and Control Conference proceedings, Montreal, Canada, DOI.
- [4] Sergio Esteban Roncero. *Diapositivas de la asignatura de Cálculo de Aeronaves*. 2013-2014.
- [5] Francisco Gavilán Jiménez & Damián Rivas Rivas. *Introducción a la Estabilidad Dinámica de Aviones*. Mecánica del Vuelo. 4º curso de Grado en Ingeniería Aeroespacial. Curso 2013-2014.
- [6] Damián Rivas Rivas & Sergio Esteban Roncero. *Mecánica del Vuelo*. Grado en Ingeniería Aeroespacial. 4º curso. Sevilla, septiembre de 2013.
- [7] Sergio Esteban Roncero. *Introducción a los perfiles NACA*. Diapositivas de la asignatura de Cálculo de Aviones, 2009.
- [8] Sergio Esteban Roncero. *Estimación del MAC*. Diapositivas de la asignatura de Cálculo de Aviones, 2011.
- [9] B.Etkin & L.D.Reid. *Dynamics of flight: Stability and Control*. Wiley, 3rd edition, 1996.
- [10] Bandu N. Pamadi. *Performance, stability, dynamics, and control of airplanes*. American Institute of Aeronautics and Astronautic (AIAA), 2nd edition, 2004.
- [11] Jan Roskam. *Airplane flight dynamics and automatic flight controls*. DARcorporation, 5th edition, 2007.
- [12] *Guidelines for XFLR5 v6.03*, 2011. (<http://sourceforge.net/projects/xflr5/files/Guidelines.pdf/download>).
- [13] Brian L. Stevens & Frank L. Lewis. *Aircraft Control and Simulation*. John Wiley, 2nd edition, 2003.
- [14] Daniel P. Raymer. *Aircraft design: a conceptual approach*. American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), 5th edition, 2012.
- [15] Frederick O. Smetana. *Flight vehicle performance and aerodynamic control*. American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), 2001.

- [16] Frederick O. Smetana, Delbert C. Summey & W. Donald Johnson. *Riding and Handling Qualities of Light Aircraft: A Review and Analysis*. Washington, D.C, March 1972.
- [17] Francisco Rafael Gavilán Jiménez. *Sistemas de Control y Guiado para Vehículos Aéreos No Tripulados: Diseño de Algoritmos y Sistemas Embarcados*. Tesis doctoral. Sevilla, noviembre 2012.
- [18] Sergio Esteban Roncero. *Non Linear Flight Control using Adaptive Critic Based Neural Networks*. Master Thesis. University of Missouri-Rolla, 2002.
- [19] NASA-CR-1975. Frederick O. Smetana, Delbert C. SUMmey & W. Donald Johnson. *Riding and Handling Qualities of Light Aircraft: A Review and Analysis*. March 1972.
- [20] NACA-TN-1269. James C. Sivells & Robert H. Neely. *Method for calculating wing characteristics by lifting-line theory using nonlinear section lift data*. Washington, April 1947.
- [21] *Estudio y diseño preliminar de un UAV de propulsión eléctrica para investigación académica: El proyecto Austros*. Proyecto fin de carrera, 2013. Autor: Jose Carlos García Hiniesta. Tutor: Sergio Esteban Roncero. Titulación: Ingeniería Aeronáutica, ETSI, Universidad de Sevilla.
- [22] *Plataforma para la medición de fuerzas y momentos aerodinámicos de modelos a escala en un túnel de viento*. Proyecto fin de carrera, 2013. Autor: Isabel Gómez Fuster. Tutor: Antonio Franco Espín & Sergio Esteban Roncero. Titulación: Ingeniería Aeronáutica, ETSI, Universidad de Sevilla.
- [23] http://aerospace.illinois.edu/m-selig/ads/coord_database.html (Base de datos para perfiles aerodinámicos).
- [24] www.xflr5.com (Página web de XFLR5).
- [25] MATLAB, The Mathworks Inc., 2000.
- [26] John D. Anderson, Jr. *Introduction to Flight*. McGraw-Hill, 7th edition, 2012.
- [27] John D. Anderson, Jr. *Fundamentals of Aerodynamics*. McGraw-Hill, 4th edition, 2007.
- [28] *Herramienta para la obtención de modelos aerodinámicos de aviones mediante la integración de DATCOM y TORNADO*. Proyecto fin de carrera, 2012. Autor: Manuel Jiménez Guerrero. Tutor: Francisco Gavilán Jiménez. Titulación: Ingeniería Aeronáutica, ETSI, Universidad de Sevilla.