

# Mecánica Orbital y Vehículos Espaciales

## Tema 2: Sistemas de referencia y tiempos.

Rafael Vázquez Valenzuela

Departamento de Ingeniería Aeroespacial  
Escuela Superior de Ingenieros, Universidad de Sevilla [rvazquez1@us.es](mailto:rvazquez1@us.es)

29 de junio de 2023

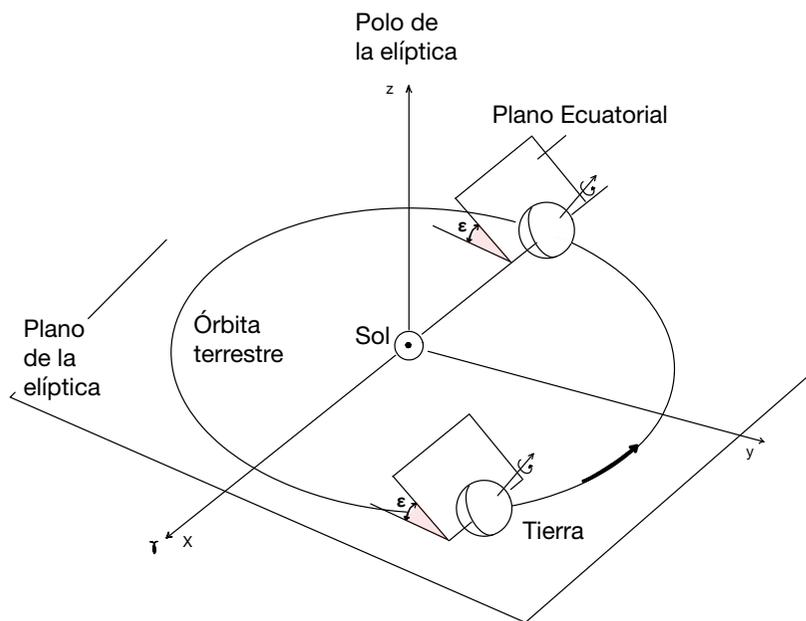


# Sistemas de Referencia

- Para el estudio de los movimientos de planetas y/o vehículos son necesarios varios sistemas de referencia, que se eligen según la situación que se pretenda describir.
- Estos sistemas se pueden clasificar en dos categorías: “inerciales” y no inerciales.
- Los sistemas de referencia “inerciales” tienen su origen de coordenadas en el centro de un cuerpo del Sistema Solar (el Sol, la Tierra u otro planeta), con lo que no son realmente inerciales; no obstante en la práctica se desprecian las fuerzas de inercia (aceleraciones de arrastre, fuerzas de inercia, fuerzas de Coriolis) ya que suelen ser muy pequeñas frente al resto de fuerzas que actúan en el sistema (i.e. la fuerza gravitatoria).



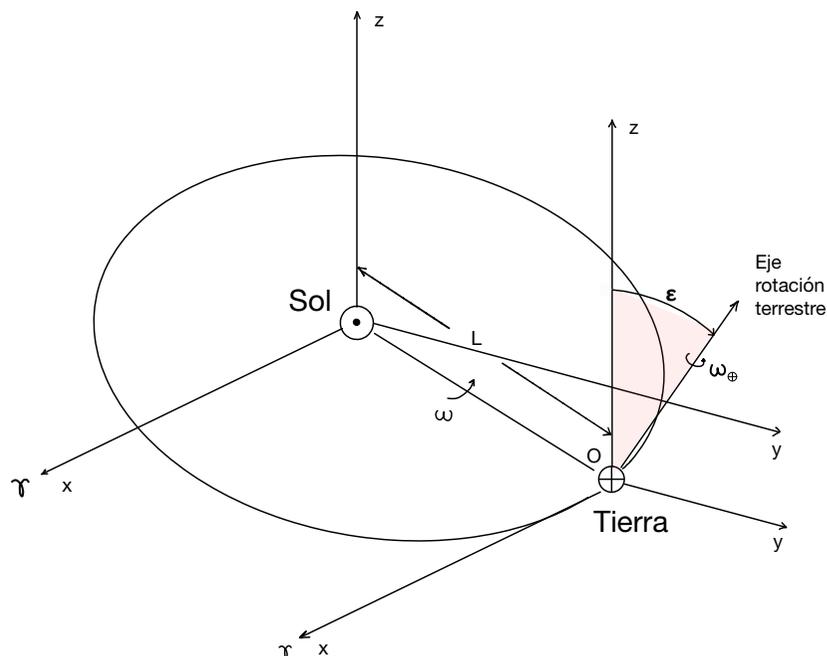
# Sistema Heliocéntrico



- Útil para el estudio del movimiento planetario y para el análisis y diseño de misiones interplanetarias.
- El origen del sistema de referencia es el Sol ( $S$ ). El plano  $SXY$  es el de la eclíptica (órbita de la Tierra).
- La dirección  $SX$  es la determinada desde la Tierra hacia el Sol en el equinoccio vernal (de Primavera), que también recibe el nombre de Primer Punto de Aries y se denomina con el símbolo  $\Upsilon$ .
- Coordenadas angulares: latitud heliocéntrica ( $\phi^{\odot}$ ) y longitud heliocéntrica ( $\lambda^{\odot}$ ).



# Sistema Geocéntrico Eclíptico

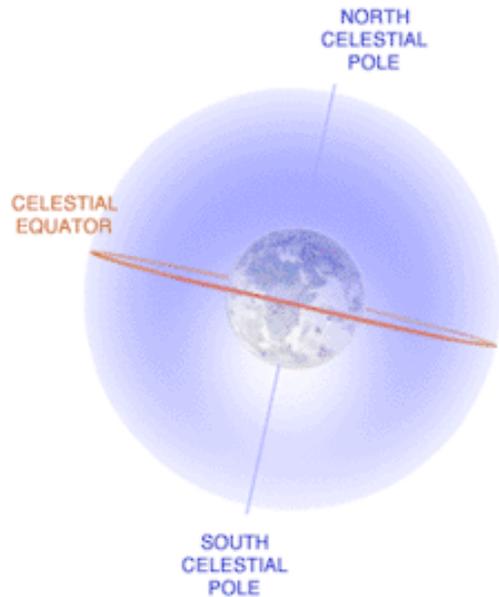


- Se determina partiendo del sistema heliocéntrico y desplazando el origen al centro de la Tierra.
- Útil para el estudio de cuerpos cercanos a la Tierra y como sistema de referencia intermedio.
- El origen del sistema de referencia es la Tierra (O). El plano  $OXY$  coincide con la eclíptica, y  $OX$  apunta a  $\Upsilon$ .
- Nótese que  $OZ$  **no** coincide con el eje de rotación terrestre.
- Coordenadas angulares: latitud eclíptica ( $\beta$ ) y longitud eclíptica ( $\lambda$ ).





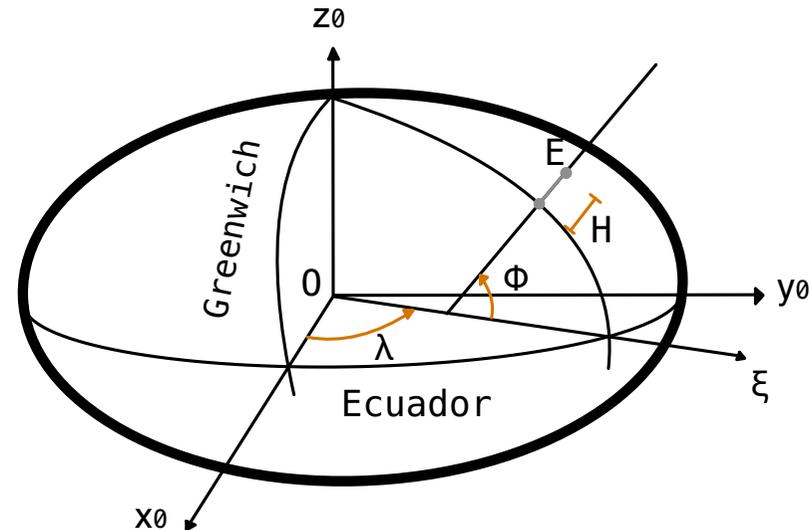
# La Esfera Celeste



- La esfera celeste es una esfera imaginaria, donde se proyectan radialmente todos los cuerpos que hay en el espacio. Se puede considerar con el radio de la Tierra o cualquier otro radio, centrada en la Tierra o en un observador (ver sistema topocéntrico).
- Al observar el cielo, estamos observando una parte de la esfera celeste del observador.
- Los objetos se localizan (caso centrado en la Tierra) mediante coordenadas angulares  $AR$  y  $\delta$ .
- No obstante, puesto que en el sistema de referencia geocéntrico no se incluye la rotación de la Tierra, un observador ha de conocer su propia  $AR$  para poder localizar otros objetos usando estas coordenadas.
- La  $AR$  de un observador se denomina su tiempo sidéreo local (LST); más adelante veremos como calcularlo.



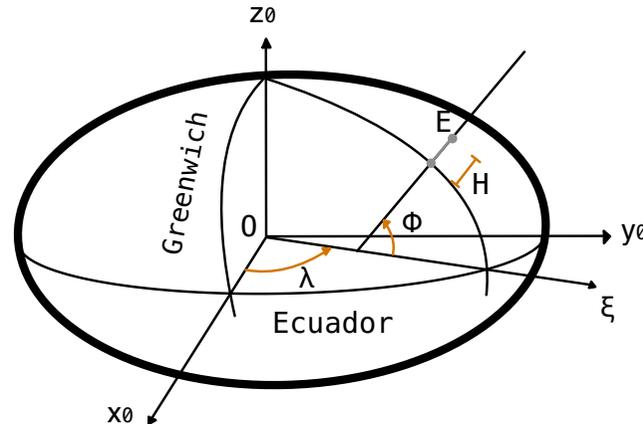
# Sistema Geográfico



- Ligado íntimamente a la Tierra, rota con ella.
- Util para referenciar posiciones terrestres.
- El plano  $Oxy$  contiene al Ecuador y el plano  $Oxz$  al Meridiano de Greenwich.
- La forma de la Tierra se asimila a un elipsoide de revolución (típicamente, el Elipsoide Internacional WGS84) alrededor del eje  $Oz$  (de rotación de la Tierra).



# Sistema Geográfico



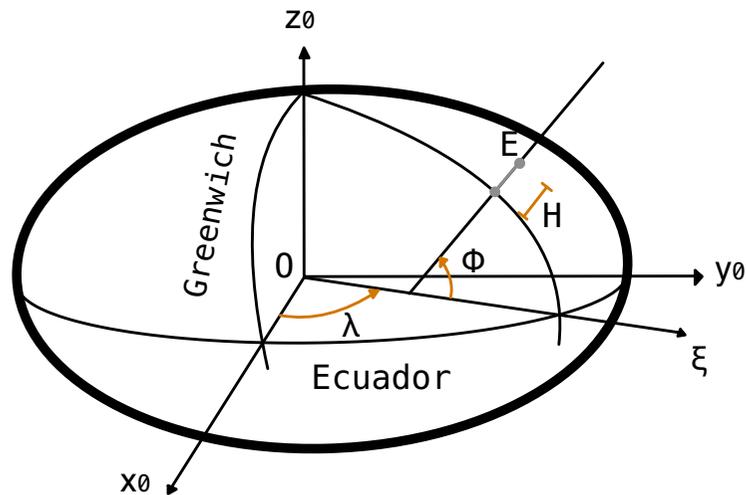
- Características del Elipsoide Internacional de Referencia WGS84:
  - $R$  = Radio Ecuatorial.
  - $R_p$  = Radio polar.
  - $f$  = Aplanamiento (depende de las dos anteriores).

$$R = 6378137\text{m} = 6378,14\text{km.}$$

$$f = \frac{R - R_p}{R} = 1/297.$$



## Sistema Geográfico: coordenadas geodéticas



- Un punto  $E$  queda determinado por la altitud  $H$ , la latitud  $\phi$  y la longitud  $\lambda$ .
- Obsérvese que  $H$  mide la altitud sobre una perpendicular **al elipsoide** (que no coincide en general con una línea que una  $E$  con el centro de la Tierra)

### Relación con las coordenadas cartesianas:

$$x_0 = \left( H + \frac{R}{\sqrt{1 - f(2 - f) \operatorname{sen}^2 \phi}} \right) \cos \phi \cos \lambda,$$

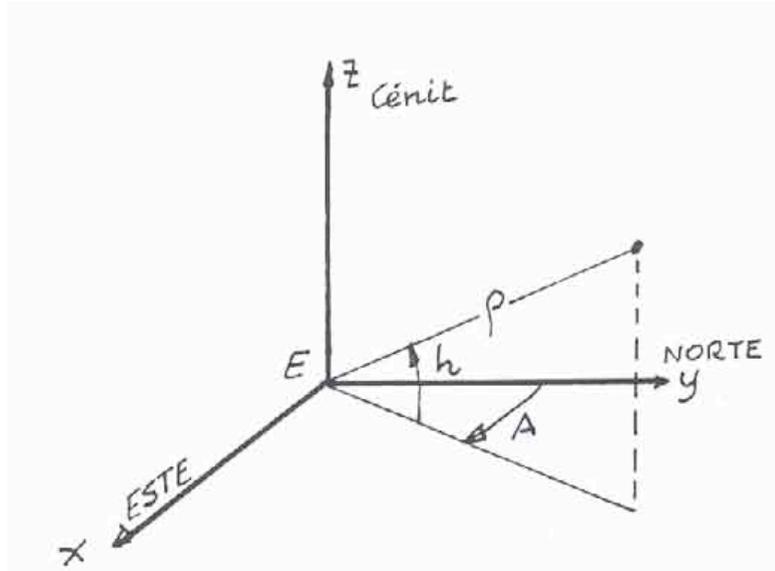
$$y_0 = \left( H + \frac{R}{\sqrt{1 - f(2 - f) \operatorname{sen}^2 \phi}} \right) \cos \phi \operatorname{sen} \lambda,$$

$$z_0 = \left( H + \frac{R(1 - f)^2}{\sqrt{1 - f(2 - f) \operatorname{sen}^2 \phi}} \right) \operatorname{sen} \phi.$$

- NOTA: Para simplificar en problemas se usarán coordenadas geocéntricas (las coordenadas esféricas clásicas) que asimilaremos con la longitud, latitud y altitud



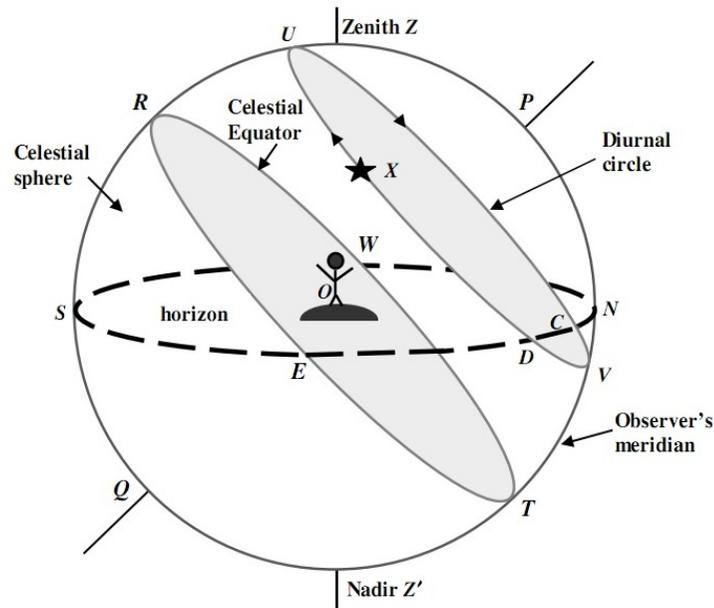
# Sistema Topocéntrico



- Ligado íntimamente a la Tierra, con origen en el donde se encuentre el observador ( $E$ ).
- Se usa para tomar medidas astronómicas y en lanzamientos de vehículos espaciales y misiles.
- El plano  $Exy$  es tangente al Elipsoide Internacional, la dirección  $Ex$  apunta al Este, la dirección  $Ey$  al Norte, y la  $Ez$  sigue la vertical local “hacia arriba” (cénit). La dirección local “hacia abajo” se denomina nadir.
- Las observaciones se componen de tres medidas:  $r$  o  $\rho$  (distancia al objeto);  $A$ , azimut; y  $h$ , la elevación sobre el plano horizontal.



# Esfera celeste topocéntrica



- Como se comentó la esfera celeste se puede considerar centrada en el observador.
- El “Ecuador celeste” se obtiene trasladando el plano del Ecuador paralelo a dicha esfera y pasando por el observador.
- En esta esfera celeste “local” se redefinen una ascensión recta y declinación, llamadas topocéntricas,  $\delta_t$  y  $AR_t$ .
- Para objetos extremadamente distantes como estrellas coinciden las ascensiones rectas y declinaciones normales (geocéntricas) con las topocéntricas.
- Para otros objetos más próximos no es así debido al paralaje. En general no usaremos estas coordenadas.



# Tiempos

En astronáutica se utilizan distintas definiciones de tiempos:

- El tiempo coordinado universal (UTC) es el estándar mundial y se obtiene de relojes atómicos. En ocasiones, se añaden o substraen segundos por la irregularidad de la rotación terrestre. Su punto de referencia es el meridiano de Greenwich.
- El tiempo universal (UT), también llamado tiempo zulú (Z) y previamente GMT, se basa en el día medio solar, que a su vez se basa en el sol medio (definido en la siguiente transparencia). Es el que usaremos, en general, en la asignatura, donde aproximaremos  $UT \approx UTC$ .
- El tiempo local es UTC ajustado por los husos horarios y el horario de verano, que dependen de la zona del planeta.
- En otros planetas, se define un tiempo local de forma que a las 12:00 el Sol se encuentre casi vertical en el cielo y a las 00:00 el Sol se encuentre opuesto a la localización en el planeta (por tanto, 1 “hora” en Venus dura casi 5 días terrestres).

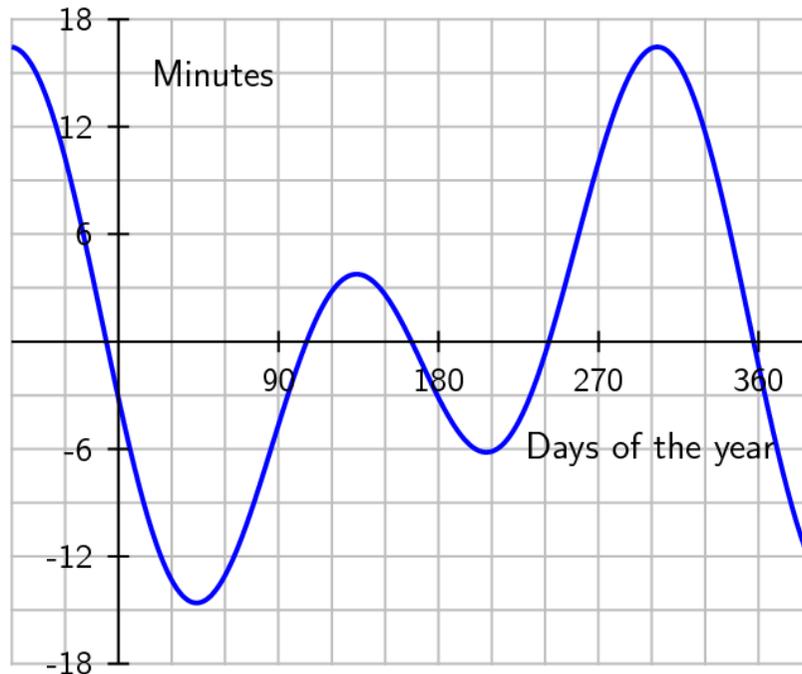


## Sol Medio y Hora Solar

- La base de los calendarios (y UT) es el Sol. Para conseguir más precisión y eliminar irregularidades, se define el **Sol medio**.
- El Sol medio es una construcción matemática abstracta, un “sol ficticio” que se mueve a velocidad constante en el plano del Ecuador, definido de forma que ocuparía el mismo lugar que el Sol real (si el Ecuador y la eclíptica coincidieran) cuando la Tierra se encuentra en su perihelio y afelio.
- Si la órbita de la Tierra en el torno al Sol fuera circular y sin inclinación, el Sol y el Sol medio coincidirían.
- Hora solar aparente: la hora que marcaría un reloj de Sol. Depende no sólo de la hora, sino también del día del año y la longitud. Se suele denominar “hora solar” a secas.
- Hora solar media (HSM): la hora que marcaría un reloj de Sol, si el Sol fuera el Sol medio. No depende del día, sí de la longitud. La hora solar media en Greenwich es la base de UT. Para otro punto,  $HSM = UT + \frac{\lambda}{15}$ ,  $\lambda$ =longitud (en grados).

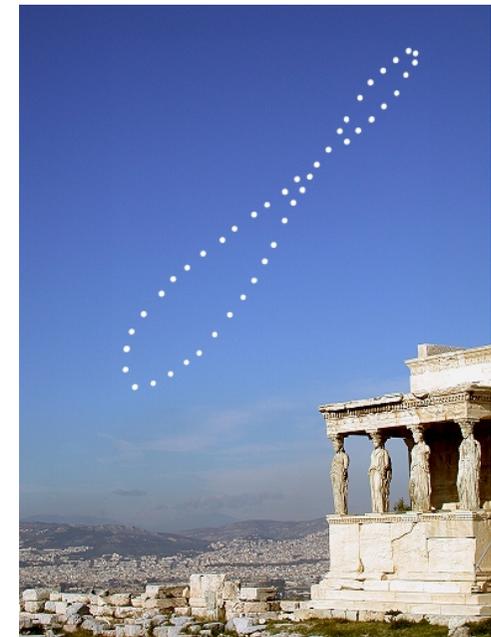


# La ecuación del tiempo y la analemma

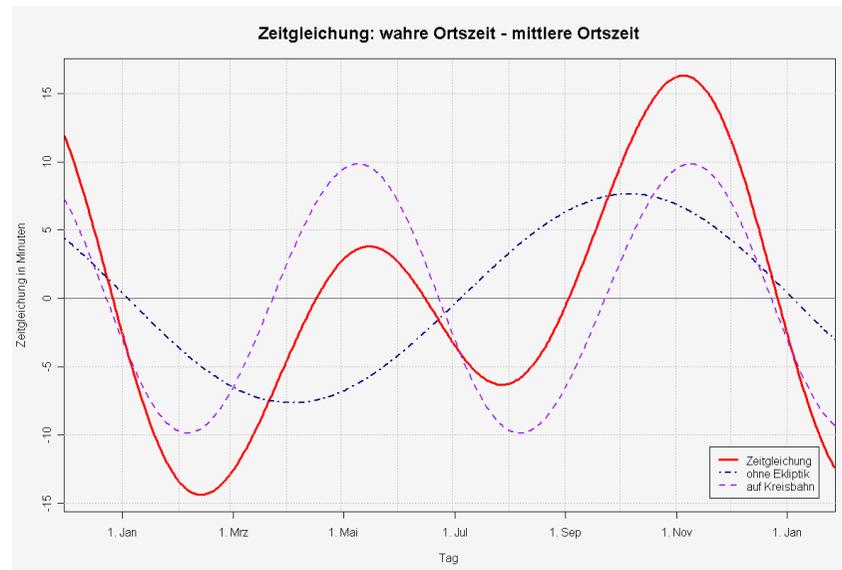


- **La ecuación del tiempo:** Relaciona el día del año con la diferencia entre la hora solar aparente y la hora solar media. Su forma se debe al efecto mezclado de la inclinación y de la excentricidad de la órbita de la Tierra. Observación: ambas horas tienen una discrepancia máxima de unos 18 minutos.

- La **analemma** es una curva que representa la posición del Sol en función del día del año, a la misma hora solar **media**.



# Efectos en la ecuación del tiempo



- Efecto de la inclinación: se anula en los equinoccios y solsticios.
- Efecto de la excentricidad: se anula en el perihelio y afelio.
- Puesto que existe un cierto desfase entre solsticios y perihelio/afelio, los días en los que la ecuación del tiempo es cero no coinciden ni con solsticios ni con perihelio/afelio.



# Días

- **Día solar:** Intervalo de tiempo transcurrido entre dos pasos sucesivos del Sol por un meridiano.
- El día solar no es constante. **¿Por qué?** Por tanto se considera el **Día solar medio** (la medida de día de 24 horas comúnmente usada) definido en base al Sol medio.
- **Día sidéreo/sideral:** Intervalo de tiempo transcurrido entre dos pasos sucesivos de una estrella (distinta del Sol) por un meridiano.
- Se tiene que  $1 \text{ día sidéreo} < 1 \text{ día solar medio}$ . **¿Por qué?** . En concreto, 1 día sidéreo son 23 horas, 56 minutos y 4 segundos, lo que constituye el auténtico periodo de rotación de la Tierra.
- **Mediodía/Medianoche** (local): instante del día en el cual es Sol pasa por el meridiano local/por el meridiano opuesto al local.



# Años

- **Año tropical:** Intervalo de tiempo transcurrido entre dos equinoccios sucesivos. Éste será el periodo del Sol medio.
- Se define el **Día solar medio** como  $1/365,2421988$  de un año tropical. Así se consigue un día que consta exactamente de 24 horas.
- **Año sidéreo/sidereal:** Intervalo de tiempo transcurrido entre dos posiciones idénticas del Sol respecto a la Tierra en el sistema de referencia geocéntrico inercial, respecto a las estrellas.
- Se tiene que  $1 \text{ año sidéreo} > 1 \text{ año tropical}$ , en concreto 20 minutos y 24 segundos más largo . ¿Por qué?



# Época y efemérides

- Se define una **época** (inglés: epoch) como un instante de tiempo que se usa como referencia. En cronología, una época marca el inicio de una era (p.ej. el “nacimiento de Jesucristo” es la época que marca el principio del calendario cristiano—el *anno domini*).
- En astronomía y en astronáutica, una época es un instante de tiempo en el que se conoce la posición de uno o más cuerpos celestes (vehículos espaciales, planetas, estrellas...) de interés.
- Las **efemérides** astronómicas (en inglés: ephemeris) son colecciones de datos que contienen las coordenadas de los cuerpos celestes de interés para un conjunto de épocas dadas.
- Dada una época y las correspondientes efemérides, se puede calcular la posición posterior de los cuerpos celestes.
- La época estándar actual es J2000, el 1 de Enero de 2000 a las 12:00 en el meridiano de Greenwich.



# Sistemas de Referencia y Épocas

- Debido a los movimientos propios de la Tierra (precesión, nutación, desplazamiento de los polos) los sistemas de referencia definidos en este tema **dependen del instante de tiempo**.
- Así por ejemplo el movimiento de precesión desplaza el primer punto de Aries en el espacio.
- Por ello, para aplicaciones de precisión, es importante no sólo especificar el sistema de referencia sino también **la época del sistema de referencia**.
- En la actualidad se suelen usar los sistemas referenciados a la época J2000.
- También se puede usar el sistema de referencia actualizado a la fecha de la aplicación; en inglés éstos sistemas de referencia se denominan “True of Date”.

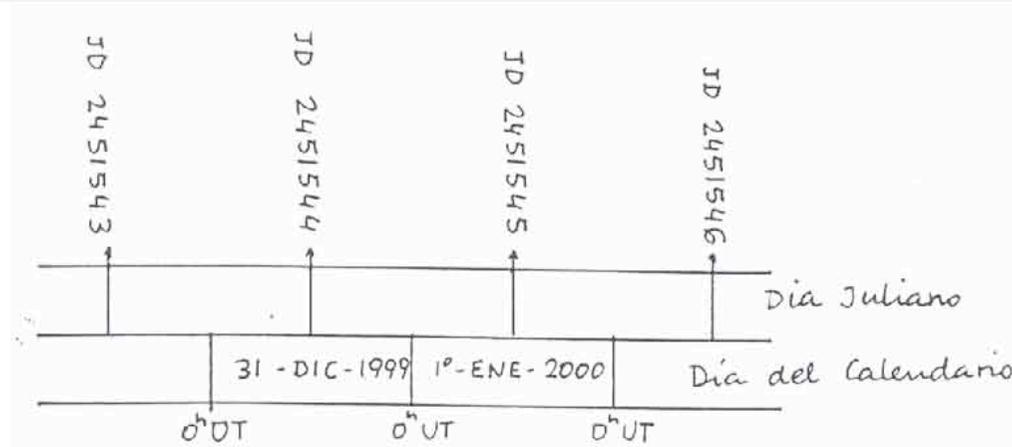


## Días Julianos

- Definidos por Joseph Salinger en 1582 con el propósito de racionalizar la medida del tiempo en escalas astronómicas (años, siglos) evitando ambigüedades como años bisiestos y permitiendo unificar calendarios.
- Es una *cuenta de días* a partir de la época definida a las 12:00 UT del 1 de Enero del año 4713 AC (ese año coincidía el principio de los ciclos solar, metónico y de indicción).
- Se cuenta 1 día de 12:00 UT de un día al siguiente, y las horas, minutos y segundos en exceso de las 12:00 UT se contabilizan como decimales de día.
- Por ejemplo, el 1 de Enero de 2000 (a las 12:00 horas UT) es el JD 2451545.0; esa es la época J2000.
- Se basa en el calendario Juliano (creado por Julio César) en el cual 1 año = 365.25 días, que fue reemplazado por el calendario Gregoriano en 1582.



# Días Julianos



- La siguiente fórmula permite obtener de forma exacta el día juliano (a las 00:00 horas UT) a partir del año  $A$ , el mes  $M$  y el día  $D$ :

$$JD = 367A - \left\lfloor \frac{7A + 7 \left\lfloor \frac{M+9}{12} \right\rfloor}{4} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{275M}{9} \right\rfloor + D + 1721013,5$$

donde el símbolo  $\lfloor x \rfloor$  significa tomar parte entera de  $x$ .

- Obsérvese que dado un día juliano (al mediodía), el resto de su división entera por 7 determina el día de la semana (siendo 0 Lunes y 6 Domingo).



## Tiempo sidéreo de Greenwich

- El tiempo sidéreo de Greenwich (GST) es el ángulo que forma (en un determinado instante) el meridiano de Greenwich con  $\Upsilon$  (es decir, la AR del meridiano de Greenwich). Su interés reside en ubicar el meridiano de Greenwich, en un momento dado, en el Sistema Geocéntrico Ecuatorial.
- Se puede obtener como  $\text{GST} = \text{GST}_0 + \omega_{\oplus} t$ , donde  $t$  es el tiempo (UT) transcurrido desde el inicio del día, y  $\omega_{\oplus} = 2\pi / T_{\oplus} = 0,000072921158 \text{ rad/s}$ , obtenido de  $T_{\oplus} = 23 \text{ h } 56 \text{ m } 4 \text{ s}$ .
- $\text{GST}_0$  es el GST al inicio del día (00:00 UT) y se encuentra en tablas para cada día (o se propaga a partir de un día que sea conocido), o se calcula como se describe en la siguiente transparencia.
- También, si GST es conocido en otro instante  $t_2$ , se puede calcular GST en  $t_1$  como  $\text{GST}(t_2) = \text{GST}(t_1) + \omega_{\oplus}(t_2 - t_1)$



## Tiempo sidéreo de Greenwich y local

- La siguiente fórmula permite calcular el  $\text{GST}_0$  con bastante precisión para un día dado  $J_0$  (en días julianos a las 00:00 UT):
  - 1 Calcular la “Centuria Juliana”  $T_0$ :  $T_0 = \frac{J_0 - 2451545}{36525}$ .
  - 2  $\text{GST}_0 = 100,4606184 + 36000,77004 T_0 + 0,000387933 T_0^2 - 2,583 \times 10^{-8} T_0^3$  (en grados).
- Esta fórmula no se usa en problemas, donde siempre se dará un valor de  $\text{GST}_0$  de referencia.
- El tiempo sidéreo local (LST) es el ángulo que forma (en un determinado instante) un meridiano cualquiera con  $\Upsilon$  (es decir, la AR del meridiano). Su interés reside en ubicar cualquier punto de la Tierra, en un momento dado, en el Sistema Geocéntrico Ecuatorial.
- Se obtiene como  $\text{LST} = \text{GST} + \lambda$ , donde  $\lambda$  es la longitud geográfica del meridiano.



## Aplicaciones: Astronomía esférica

- Con los conceptos explicados se pueden plantear los problemas clásicos de astronomía esférica (su resolución exige la Trigonometría Esférica que se explicará en el tema 3):
  - Se observa una estrella con una elevación  $h$  y Azimut  $A_z$ , desde una localización  $(\lambda, \phi)$ , en un instante  $(JD, t)$ . Determinar sus coordenadas celestes (declinación  $\delta$  y ascensión recta  $RA$ ).
  - Para una estrella dada  $(\delta, RA)$ , determinar que  $h$  y  $A_z$  tendrá para un  $(JD, t)$  desde cierta localización  $(\lambda, \phi)$ .
  - Navegación: A partir de la observación  $(h, A_z)$  de una estrella conocida  $(\delta, RA)$  un instante  $(JD, t)$ , determinar  $(\lambda, \phi)$ .
- Estos problemas se complican si se consideran los movimientos propios de la Tierra (precesión, nutación).
- También se complican si consideramos, en vez de una estrella (infinitamente distante, fija en el sistema de referencia inercial) un planeta (orbitando en torno al Sol) o un satélite (orbitando en torno a la Tierra u otro planeta). Para ello necesitamos estudiar las órbitas (Tema 2).



## Aplicaciones: Calcular la hora solar (aparente)

- Supongamos que conocemos la posición del Sol ( $\delta_{\odot}$ ,  $RA_{\odot}$ ) en el sistema de referencia geocéntrico inercial ecuatorial en un cierto instante de tiempo.
- Se conoce el GST en dicho instante de tiempo.
- Se pide calcular la hora solar aparente en un punto de la Tierra de coordenadas  $(\lambda, \phi)$ .
- Solución:
  - Calcular el LST del punto de la Tierra:  $LST = GST + \lambda$ .
  - Se tendrá que  $H = \frac{LST - RA_{\odot}}{15} + 12$ , donde  $H$  es la hora solar (aparente) y los ángulos horarios deben estar expresados en grados.
  - La solución se basa en que 360 grados equivalen a 24 horas, por lo tanto 15 grados equivaldrán a una hora.
  - Si  $LST = RA_{\odot}$  es mediodía, por eso  $H = 12$ .
  - Ni la declinación del Sol ni la latitud del lugar importan.
  - Observación: dado RA de un objeto,  $LST - RA$  se denomina el ángulo horario de dicho objeto.



# Símbolos Astronómicos

♈	Primer punto de Aries (Equinoccio vernal)
♁	Tierra
☉	Sol
☾	Luna
☿	Mercurio
♀	Venus
♂	Marte
♃	Júpiter
♄	Saturno
♆	Neptuno
♁	Urano
♇	Plutón
♊	Nodo Ascendente
♋	Nodo Descendente

Cuadro: Símbolos astronómicos



