Ingenieros Aeronáuticos Escuela Superior de Ingenieros Universidad de Sevilla	DNI ____ 1erApellido ____ 2doApellido ____ Nombre ____	Curso 07/08 05/07/08 **Problema 1**

Valor total: 2.5 puntos.

Se dispone de un avión con las siguientes características:

- Polar parabólica de coefientes constantes: $C_D = C_{D_0} + kC_L^2$ ($C_{D_0} = 0{,}019$, $k = 0{,}072$), superficie alar: $S = 380\mathrm{m}^2$, masa total de la aeronave: $m = 170 \cdot 10^3\,\mathrm{kg}$, coeficiente de sustentación máximo: $C_{L_{max}} = 1{,}3$

El empuje máximo que puede proporcionar la planta motora es: $T_{max} = 512700\,\mathrm{N}$. Además,por razones de seguridad, el motor no se puede parar completamente durante el vuelo, de modo que existe un empuje mínimo (con los motores en régimen de ralentí): $T_{min} = 40000\,\mathrm{N}$. El piloto puede seleccionar cualquier valor del empuje comprendido entre el máximo y el mínimo.

En el instante inicial, la aeronave se encuentra realizando un vuelo de crucero a $4000\,\mathrm{m}$ de altitud y a velocidad constante, volando con un coeficiente de sustentación $C_L = 0{,}6$, y estando situada a $200\,\mathrm{km}$ del aeropuerto en el que debe aterrizar.

Se desea que el descenso final al aeropuerto se realice con velocidad y ángulo de descenso constantes. Además, por razones económicas, **se exige que el motor esté en régimen de ralentí durante todo el tramo de descenso**.

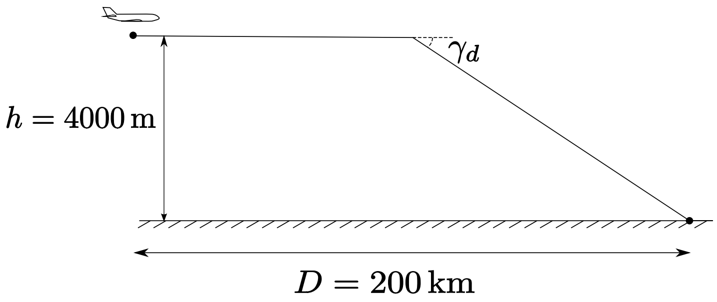

Figura 1: Esquema de la trayectoria seguida por la aeronave

Se pide:

1 Plantear las ecuaciones de fuerzas del tramo de crucero y de descenso.

2 Calcular a qué distancia del aeropuerto habrá que empezar el descenso para que este tramo sea lo más largo posible.

3 Calcular las velocidades de vuelo, tanto en crucero como en descenso.

El consumo instantáneo de combustible del avión puede calcularse de la siguiente forma:

$$c[\mathrm{kg/s}] = c_e T$$

donde c_e es el consumo específico, que puede considerarse constante y con valor $c_e = 9{,}01 \cdot 10^{-6} [\mathrm{kg/(N \cdot s)}]$; y T es el empuje suministrado por los motores.

4 Calcular la masa de combustible consumida durante todo el vuelo.

NOTAS:

- Por razones de seguridad, la velocidad mínima de vuelo tiene que ser, al menos, un 10 % superior a la velocidad de entrada en pérdida: $V \geq 1{,}1 V_{stall}$
- Se considera la masa constante.
- Se considera la densidad constante ($\rho = 1{,}225\,\mathrm{kg/m^3}$).
- Considerar la hipótesis de ángulo de descenso mucho menor que uno: $\gamma_d \ll 1$
- Suponer que el avión puede pasar de las condiciones de crucero (V_{cr}, $C_{L_{cr}}$ y T_{cr}) a las de descenso (V_{desc}, $C_{L_{desc}}$ y T_{desc}) de forma instantánea.

SOLUCIÓN

1 Ecuaciones de fuerzas:

Crucero:

$$\begin{aligned} T &= D \\ L &= W \end{aligned} \tag{1}$$

Descenso:

$$\begin{aligned} T &= D - W\sin\gamma_d \quad \simeq D - W\gamma_d \\ L &= W \end{aligned} \tag{2}$$

2 Distancia a la que habrá que comenzar el descenso:

Puesto que en crucero se consume más combustible que durante el descenso, para ahorrar el máximo combustible posible, hay que iniciar el descenso lo antes posible. Para ello, será necesari encontrar el ángulo mínimo de descenso.

De las ecuaciones 2, se obtiene:

$$\gamma_d = \frac{D-T}{W} = \frac{D-T}{L} = \frac{1}{E} - \frac{T}{W} \tag{3}$$

Teniendo en cuenta que el empuje en descenos es constante ($T = T_{min}$) y que la masa de la aeronave también se puede considerar constante, el ángulo de descenso mínimo se obtendrá cuando se vuele a eficiencia aerodinámica máxima:

$$\gamma_{d_{min}} = \frac{1}{E_{max}} - \frac{T_{min}}{mg} = 2\sqrt{kC_{D_0}} - \frac{T_{min}}{mg} = 0{,}05\,\mathrm{rad} \tag{4}$$

Conociendo el ángulo de descenso mínimo (γ_d), junto con la altitud de vuelo, se puede calcular la distancia horizontal que se recorre durante el planeo (d), que justamente la distancia del aeropuerto a la que habrá que iniciar el descenso:

$$\tan\gamma_{d_{min}} = \frac{h}{d} \Rightarrow d = \frac{h}{\tan\gamma_{d_{min}}} = 79992\,\mathrm{m} \tag{5}$$

3 Cálculo de las velocidades de vuelo en crucero y descenso.

Crucero:

Puesto que en el enunciado se indica el coeficiente de sustentación de la aeronave durante el crucero, usando las ecuaciones 1 se puede obtener la velocidad de vuelo:

$$L = W = \frac{1}{2}\rho S V^2 C_L \Rightarrow V_{crucero} = \sqrt{\frac{2W}{\rho S C_L}} = 109{,}2237\,\mathrm{m/s} \tag{6}$$

Descenso:

Puesto que en el apartado anterior se ha obtenido que el descenso ha de realizarse a eficiencia aerodinámica máxima, el coeficiente de sustentación durante el descenso será por tanto el óptimo. Así, se puede calcular la velocidad de vuelo durante el descenso del mismo modo que en el caso anterior:

$$L \simeq= W = \frac{1}{2}\rho S V^2 C_{L_{opt}} \Rightarrow V_{descenso} = \sqrt{\frac{2W\cos\gamma_{d_{min}}}{\rho S C_{L_{opt}}}} = 117{,}9685\,\mathrm{m/s} \tag{7}$$

4 Masa de combustible gastada durante el vuelo:

El modelo de consumo de combustible que se proporciona en el enunciado es:

$$c[\mathrm{kg/s}] = c_e T$$

Teniendo en cuenta que c_e es constante en todo el vuelo, y que T permanece constante durante el crucero y durante el descenso, la masa de combustible consumida vendrá dada por:

$$m_{fuel} = c_e T_{crucero} t_{crucero} + c_e T_{descenso} t_{descenso}$$

donde $t_{crucero}$ y $t_{descenso}$ son los tiempos de vuelo en crucero y descenso respectivamente.

De este modo, para resolver este apartado, habrá que calcular los empujes necesarios en los dos segmentos, así como los tiempos de vuelo.

En cuanto al empuje en crucero, puesto que se conoce la velocidad y el coeficietne de sustentación:

$$T = D = \frac{1}{2}\rho S V^2 (C_{D_0} + k C_L^2) = 124730\,\mathrm{N}$$

El empuje durante el descenso es igual al empuje mínimo que pueden suministrar los motores.

Por otra parte, el cálculo de los tiempos de vuelo resulta trivial, ya que la velocidad es constante en los dos segmentos. Sólo se necesita determinar la distancia recorrida.

$$d_{crucero} = D - d = 120007\,\mathrm{m} \Rightarrow t_{crucero} = \frac{d_{crucero}}{V_{crucero}} = 1098{,}7\,\mathrm{s}$$

$$d_{descenso} = \frac{h}{\sin \gamma_{min}} = 80092\,\mathrm{m} \Rightarrow t_{descenso} = \frac{d_{descenso}}{V_{descenso}} = 678{,}93\,\mathrm{s}$$

Con esto se puede determinar la masa de combustible consumida:

$$m_{crucero} = 1234{,}76\,\mathrm{kg}$$

$$m_{descenso} = 244{,}69\,\mathrm{kg}$$

$$m_{total} = 1479{,}44\,\mathrm{kg}$$